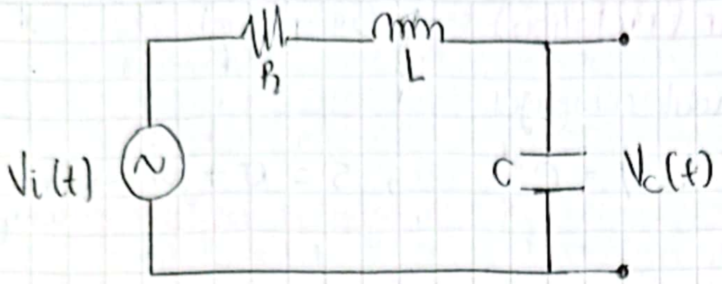

EDO → Ecuacion diferencial ordinaria.

I

Es una ecuacion que relaciona una señal $(v_c(t))$ con sus derivadas en el tiempo

$R \rightarrow \quad V_R(t) = Rc(t)$

$L \rightarrow \quad V_L(t) = L \dfrac{di}{dt}(t)$

$C \rightarrow \quad L(t) = C \dfrac{d\,V_c(t)}{dt}$ → salida $\quad V_c(t) = V_o(t)$.

4. Ley de voltajes de kirchhoff.

$$Vi(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_o(t)$$

$$Vi(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + V_c(t)$$

Si decimos que $i(t) = C\dfrac{d\,V_c(t)}{dt}$ → Reemplazamos $R(t) = R\,\dfrac{C\,dV_c(t)}{dt}$

Ahora reemplazamos en el inductor (L) necesitamos la derivada de $i(t)$ → $\dfrac{\partial i(t)}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial t}\left(C\,\dfrac{d\,V_c(t)}{\partial t}\right)$

$$= C\,\frac{\partial^2 V_c(t)}{\partial t^2}$$

$$L = V_L(t) = L\,\frac{\partial i(t)}{\partial t} = LC\,\frac{\partial^2 V_c(t)}{\partial t^2}$$

Ecuacion original.

$$Vi(t) = RC\,\frac{\partial V_c(t)}{\partial t} + LC\,\frac{\partial^2 V_c(t)}{\partial t} + V_c(t)$$

Ahora se divide por LC para dejar la ecuacion de manera estandar donde el cociente de la segunda derivada sea 1.

$$\frac{V_i(t)}{LC} = \frac{RC \frac{d V_c(t)}{\partial t}}{LC} + \frac{LC \frac{\partial^2 V_c(t)}{\partial t}}{LC} + \frac{V_c(t)}{LC}$$

$$\frac{1}{LC} V_i(t) = V_c''(t) + \frac{R}{L} V_c'(t) + \frac{1}{LC} V_c(t)$$

II. Funcion de transferencia. $H(\omega) = \frac{y(\omega)}{x(\omega)}$

Esta generalmente se escribe asi:

$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)}$ $\frac{\rightarrow \text{Salida } (V_c)}{\rightarrow \text{Entrada } (V_i)}$ o $(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}$ $j\omega \rightarrow$ Variable en frecuencia.

La funcion de transferencia es una relacion entre lo que entra y lo que sale del sistema, vista en el dominio de la place o de la frecuencia.

$$H(\omega) = \frac{y(\omega)}{x(\omega)} = \frac{\frac{1}{LC}}{V_c''(t) + \frac{R}{L} V_c'(t) + \frac{1}{LC} V_c(t)}$$

* Un diagrama de Bode:
Son graficas de la funcion de transferencia en frecuencia.

1. Magnitud vs frecuencia.
2. Fase vs frecuencia.

* Magnitud en decibeles.
$H(j\omega) \rightarrow$ Primero se halla el valor de la funcion de transferencia para cada frecuencia
magnitud: $|H(j\omega)|$

$$\text{Magnitud en } dB = 20 \log_{10} |H(j\omega)|$$

* Fase $\rightarrow H(j\omega) \rightarrow \underline{|H(j\omega)}$

III. funcion de transferencia con laplace y diagrama de polos y ceros.

Suponemos condiciones iniciales $=0$

$$\mathcal{L}\{V_c(t)\} = V_c(s)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial V_c(t)}{\partial t}\right\} = s V_c(s)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\delta^2 V_c(t)}{\partial t^2}\right\} = s^2 V_c(s)$$

$$\mathcal{L}\{V_i(t)\} = V_i(s)$$

$$LC\frac{\partial^2 V_c(t)}{\partial t^2} + RC\frac{\partial V_c(t)}{\partial t} + V_c(t) = V_i(t)$$

$$LC s^2 V_c(s) + RC s V_c(s) + V_c(s) = V_i(s)$$

$$V_c(s)[LCs^2 + RCs + 1) = V_i(t)$$

$$H(s) = \frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

Reemplazamos $H(s) = \dfrac{1}{(0,18)(120\times10^{-6})s^2 + (1000)(120\times10^{-6})s + 1} =$

$$= \frac{1}{2,16\times10^{-5} + 0,12\ s + 1}$$

Ceros = Raices en el numerador (No hay)

Polos: Raices en el denominador: $\underbrace{2,16\times10^{-5}}_{a}\ s^2 + \underbrace{0,12s}_{b} + \underbrace{1}_{c}$

$$s = \frac{-0,12 \pm \sqrt{0,12^2 - 4(2,16\times10^{-5})(1)}}{2(2,16\times10^{-5})}$$

$$s_1 \approx -8,35 \quad , \quad s_2 \approx -5547.29$$

IV $h(t) = ?$ desde s

$\hookrightarrow$ Respuesta impulso

$$H(s) = \frac{Y(s) \rightarrow \text{Entrada}}{X(s) \rightarrow \text{Salida}}$$

planteamiento del profesor: Si $x(t) = \delta(t) \rightarrow$ Entrada

pero $X(s) = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{1} \rightarrow h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$$

pero ya tenemos entrada el cual es respuesta impulso $(h(t))$.

$x(t) = \delta(t)$

$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = X(s) = 1 \mapsto$ Despejar la salida $\quad Y(s) = H(s) \cdot X(s)$

$Y(s) = H(s) \cdot 1 = (H(s))$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$$

$$\hookrightarrow H(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} =$$

$$\frac{1}{2{,}16 \times 10^{-5} s^2 + 0{,}125 s + 1}$$

$S_1 \approx -8{,}35$ rads , $\quad S_2 = -5547{,}21$ rad/s

$$H(s) = \frac{1}{as^2 + bs + c} = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} \rightarrow \frac{A}{(s - s_1)} + \frac{B}{s - s_2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s - a}\right\} = e^{at} u(t)$$

$$\frac{A}{s + 8{,}35} + \frac{B}{s + 5547{,}21}$$

Multiplicamos todo por el denominador para despejar las variables A y B

$$K = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{s - s_1} + \frac{B}{s - s_2}$$

* para A : $K = A(s - s_2) + B\cancel{(s - s_1)}$

$K = A(s - s_2)$

$s = s_1 \qquad A = \dfrac{K}{(s - s_2)} = \dfrac{46296{,}30}{-8{,}35 - (-5547{,}21)} \approx 8{,}35$

* Para B : $K = A\cancel{(s - s_2)} + B(s - s_1)$

$s = s_2 \qquad K = B(s - s_1)$

$B = \dfrac{K}{(s - s_1)} = \dfrac{46296{,}30}{-5547{,}21 - (-8{,}35)} \approx -8{,}35$

$$\frac{1}{s + a} \longrightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s + a}\right\} = e^{-at} u(t)$$

$$H(s) = \frac{A}{s+8{,}35} + \frac{B}{s+5547{,}21} = A^{-8{,}35t}\,u(t) + Be^{-5547{,}21t}\,u(t)$$

$A = 8{,}35 \quad B = -8{,}35$

$$h(t) = 8{,}35\left(e^{-8{,}35t} - e^{-5547{,}21t}\right)u(t)$$

V. $y(t) = ?$ $\quad x(t) = u(t)$

$$x(t) = u(t) \longrightarrow X(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = 1/s$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \longrightarrow Y(s) = H(s)\cdot X(s) \rightarrow \frac{1}{2{,}16\times10^{-5}s + 0{,}125 + 1}\cdot\frac{1}{s} =$$

$$= \frac{1}{s(2{,}16\times10^{-5}s^2 + 0{,}125 + 1)}$$

$$K = \frac{1}{2{,}16\times10^{-5}} = 46296{,}3 \qquad Y(s) = \frac{K}{s(s^2 - s + 1)} = \frac{K}{s(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$\frac{K}{s(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-s_1} + \frac{C}{s-s_2}$$

↳ multiplicamos por el numerador para cancelar.

para A $(s=0)$ $\quad K = A(0-s_1)(0-s_2) + B(0)(0-s_2) + C.(0).(0-s_1)$

$$A = \frac{K}{(-s_1)(-s_2)} = \frac{46296{,}3}{(-8{,}35)(-5547{,}21)} = 1$$

para B $(s=s_1)$ $\quad K = A\cancel{(s-s_1)}(s-s_2) + B(s)(s-s_2) + \cancel{C(s)}(s-s_1)$

$$B = \frac{K}{s(s-s_2)} = \frac{46296{,}3}{-8{,}35(-8{,}35-(-5547{,}21))} \approx 1{,}005$$

Para C $(s=s_2)$ $\quad K = A\cancel{(s_2-s_1)}(s_2-s_2) + \cancel{B(s_2)(s_2-s_2)} + C(s_2(s_2-s_1)$

$$C = \frac{K}{s_2(s_2-s_1)} = \frac{46296{,}3}{-5547{,}21(-5547{,}21-(-8{,}35))} \approx 0{,}00151$$

Powered by CamScanner

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-s_1} + \frac{C}{s-s_2} = \frac{1}{s} - \frac{1.0015}{s-s_1} + \frac{0{,}00.151}{s-s_2}$$

Tabla:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = u(t)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\} = e^{at}u(t)$$

$$y(t) = A \cdot u(t) + B\, e^{s_1 t} u(t) + C\, e^{s_2 t} u(t)$$

$$y(t) \simeq \left[1 - 1{,}0015\, e^{s_1 t} + 0{,}00151\, e^{s_2 t}\right] u(t)$$

$$y(t) = \left[1 - 1{,}0015\, e^{-8{,}35 t} + 0{,}00151\, e^{-5547{,}21 t}\right] u(t)$$