

Q1.

1. What is the expression for  $h[n]$ ?

a.  $y[n] = 4,5x[n] + 0,8y[n-1]$

$$Y(e^{j\omega}) - 0,8e^{-j\omega}Y(e^{j\omega}) = 4,5X(e^{j\omega})$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{4,5}{1 - 0,8e^{-j\omega}} \rightarrow h[n] = 4,5(0,8)^n u[n]$$

b.  $y[n] = x[n-1] + 0,2y[n-1] + 0,15y[n-2] + 1,7x[n-2]$

$$Y(e^{j\omega}) = e^{-j\omega}X(e^{j\omega}) + 0,2e^{-j\omega}Y(e^{j\omega}) + 0,15e^{-2j\omega}Y(e^{j\omega}) + 1,7e^{-2j\omega}X(e^{j\omega})$$

$$Y(e^{j\omega})(1 - 0,2e^{-j\omega} - 0,15e^{-2j\omega}) = X(e^{j\omega})(e^{-j\omega} + 1,7e^{-2j\omega})$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{e^{-j\omega}(1 + 1,7e^{-j\omega})}{1 - 0,2e^{-j\omega} - 0,15e^{-2j\omega}} = \frac{e^{-j\omega} + 1,7e^{-2j\omega}}{(1 + 0,3e^{-j\omega})(1 - 0,5e^{-j\omega})} = 0,08 + \frac{1 - 0,28e^{-j\omega}}{(1 + 0,3e^{-j\omega})(1 - 0,5e^{-j\omega})}$$

$$= 0,08 + (-5) \cdot \frac{1}{1 + 0,3e^{-j\omega}} + 1,25 \cdot \frac{1}{1 - 0,5e^{-j\omega}} - 0,28e^{-j\omega} \left[ (-5) \cdot \frac{1}{1 + 0,3e^{-j\omega}} + \frac{1,25}{1 - 0,5e^{-j\omega}} \right]$$

$$h[n] = 0,08\delta[n] + (-5)(0,3)^n u[n] + (1,25)(0,5)^n u[n] - 0,28(-5)(0,3)^{n-1} u[n-1] - 0,28(1,25)(0,5)^{n-1} u[n-1]$$

c.  $y[n] = 4,5x[n] + 2,3x[n-2] + 4x[n-4]$

$$Y(e^{j\omega}) = 4,5X(e^{j\omega}) + 2,3e^{-2j\omega}X(e^{j\omega}) + 4e^{-4j\omega}X(e^{j\omega})$$

$$\rightarrow Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})(4,5 + 2,3e^{-2j\omega} + 4e^{-4j\omega})$$

$$\frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = 4,5 + 2,3e^{-2j\omega} + 4e^{-4j\omega} \rightarrow h[n] = 4,5\delta[n] + 2,3\delta[n-2] + 4\delta[n-4]$$

2. Systems a and b are infinite in duration and therefore IIR  
System c is finite in duration and therefore FIR

3.  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$  ·  $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - 0,5e^{-j\omega}} \rightarrow Y(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} + 1,7e^{-2j\omega}}{1 + 0,3e^{-j\omega}}$

MIRNOTE  $y[-1] = 0$

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{17}{3} e^{-j\omega} - \frac{14}{3} \frac{1}{1 + 0.3 e^{-j\omega}}$$

$$Y[n] = \frac{17}{3} \delta[n-1] - \frac{14}{3} (-0.3)^n u[n]$$

Q2:  $y[n] = 4.5 x[n] + a y[n-1]$  ①  $a = 0.5$

$$x[n] = 3 \sin(2\pi \cdot 0.2n)$$

$$Y(e^{j\omega}) = 4.5 X(e^{j\omega}) + a e^{-j\omega} Y(e^{j\omega})$$

$$Y(e^{j\omega}) (1 - a e^{-j\omega}) = 4.5 X(e^{j\omega})$$

②  $a = 0.9$

③  $a = 1.2$

④  $a = -0.5$

12 وقتی  $a = 1.2$  است  $|a| > 1$  می شود. در نیم ROC تبدیل Z آن شامل دایره یکتوانه

13 شد و بنابراین ناپایدار شده است.

$$y[n] = \frac{1}{2} [y[n-1] + \frac{x[n]}{y[n-1]}]$$

17 برای  $A = 16$ ، 9 دور طول کشید تا به 4 همگرا شود.

18 برای  $A = 4$ ، 8 دور طول کشید تا به 2 همگرا شود.

19 برای  $A = 5$ ، 8 دور طول کشید تا به  $\sqrt{5}$  همگرا شود.

20 برای  $A = 3$ ، 8 دور طول کشید تا به  $\sqrt{3}$  همگرا شود.

21 پس 8 مرحله طول می کشد تا به مقدار مقدار واقعی همگرا شود با شرط  $\epsilon = 0.5$  و  $y[-1]$

23 به به مقدار اولیه  $y[-1]$  به شدت وابسته است و حساس است. برای مثال اگر  $A = 4$  و  $y[-1]$

24 باشد  $A = 6$ ، در این صورت تعداد مراحل به حداقل خود می رسد.