$q \quad \alpha \quad ? \quad d_A \quad E$

فصل سوم: **قانون گوس:** میدان الکتریکی روی سطح بسته گوسی متناسب است با بار (محدوده، ناحیه) درون سطح گوسی.

شار الکتریکی

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot \vec{d_A} = \frac{q}{\varepsilon}} \Leftarrow$$

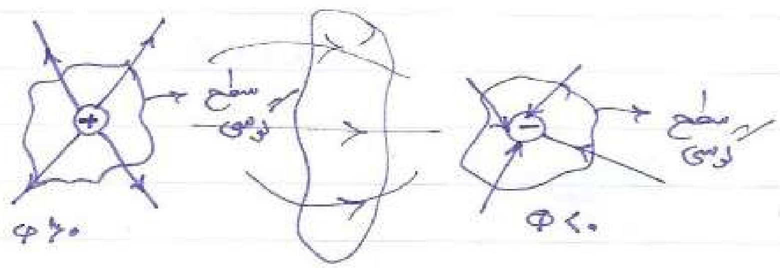
سطح بسته گوسی: هر حجمی که بتواند محیط پیرامونش را به 3 ناحیه درون، بیرون و روی سطح تقسیم کند گویند. مانند: استوانه - کره - مکعب ... سطح بسته حجم.

چند ماده و ... عبوری از سطح مقطع / A = تعداد خطوط میدان الکتریکی / A

شار مغناطیسی

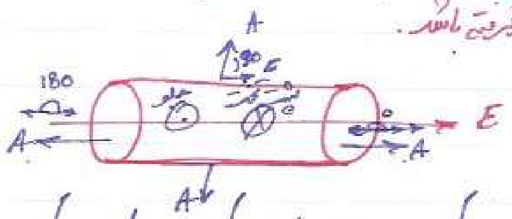
$$\text{شار الکتریکی} = \underset{\text{سرعت مواد}}{v} \cdot A = E \cdot A$$

$$\Rightarrow \quad \text{شار} = \Sigma \vec{E} \cdot \vec{d_A} \Longrightarrow \Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{d_A}$$



$$\oint \vec{E}\, \vec{d_A} = \oint \frac{kq}{r^2} \vec{d_A} = \oint \frac{q}{\underset{A}{4\pi\varepsilon r^2}} \vec{d_A} = \oint \frac{q}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon}$$

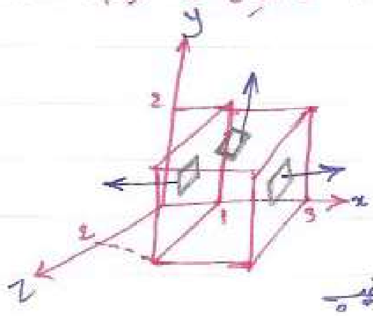
eg: شار میدان الکتریکی گذرنده از سطح استوانه‌ای به شعاع R چقدر است. اگر جهت میدان الکتریکی در راستای محور استوانه باشد و میدان الکتریکی موازی محور ... قرار گرفته باشد.



$$\Phi = \oint E \cdot d_A = \int_{\text{قاعده چپ}} E d_A \cos\theta + \int_{\text{قاعده راست}} E d_A \cos\theta + \int_{\text{جانبی}} E d_A \cos\theta$$

$$\Phi = \int -E d_A + \int E d_A + 0 = 0$$

eg: اگر میدان غیر یکنواختی به فرم $E=3x\hat{i}+4\hat{j}$ بر روی مکعبی به شکل زیر اثر کند شار الکتریکی گذرنده از وجه سمت راست، چپ و بالای چقدر است؟



$$\Phi = \oint E \cdot d_A$$

$$\int_{\text{چپ}} E \cdot d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})(-dA\,\hat{i}) = \int_0^2\int_0^2 -3x\,dz\,dy = -3xyz = -12$$

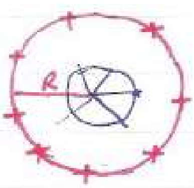
$$\text{راست} \int E\,dA = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,dA\,\hat{i} = \int_0^2\int_0^2 3x\,dy\,dz = 36$$

$$\text{بالا} \int E\,dA = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,dA\,\hat{j} = \int_0^2\int_1^3 4\,dA = \int_0^2\int_1^3 4\,dx\,dz = 24$$

کاربرد قانون گوس در سطوح بسته کروی:

eg: پوسته‌ای نارسانا به شعاع R را با چگالی بار حجمی ثابت ρ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در داخل و خارج این پوسته را بدست آورید.

$$\oint E \cdot d_A = q/\varepsilon$$



$$(E_r\hat{r}+E_\phi\hat{\phi}+E_\theta\hat{\theta})\cdot d_A\hat{r} = E_r d_A$$

$$\Rightarrow \int E_r\,dA = \int E_r r^2 \sin\theta\,d\theta\,d\phi = q/\varepsilon$$

$r<R$ درون

$$E_r(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon} = 0 \Rightarrow E_r = 0$$

q بار درون سطح گوسی = 0

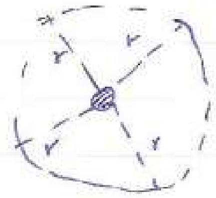
نسبت را روی سطح گوسی قرار می‌دهیم که بارهای موجود را بیابیم.

$r>R$ بیرون

$$\text{بیرون}\quad (4\pi r^2)E_r = \frac{q_{\text{سطح گوسی}}}{\varepsilon} \Rightarrow E_r = \frac{q_{\text{پوسته}}}{4\pi r^2\varepsilon}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

هم‌ارزی قانون کولن و گوس:



$$\oint E_r \cdot d_A = q/\varepsilon \Rightarrow (4\pi r^2)E_r = \frac{q_{\text{نقطه‌ای}}}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{q}{\varepsilon 4\pi r^2} = kq/r^2$$

راستای میدان

eg: فرض کنید کره ای توپر و نارسانا را با چگالی بار حجمی ثابت باردار کرده ایم میدان الکتریکی در نواحی $R<r$ و $R>r$ را بیابید.

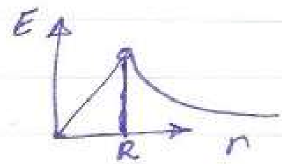
(چگالی یکنواخت باردار کرده ایم) $= \rho = cte$

$r<R$

$$\oint E_r \cdot dA = \frac{q_{\text{بار درون سطح گوسی}}}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon}$$

$$\rho = \frac{q_T}{V_T} = \frac{q_{\text{جزئی}}}{V_{\text{جزئی}}} \Rightarrow \frac{q_T}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow q' = \left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T$$

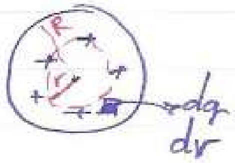
$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q_T r}{4\pi R^2 \varepsilon}$$



$R<r$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon r^2}$$

eg: فرض کنید کره ای توپر را به شعاع R را به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = A/r$ که $A = cte$ باردار کرده ایم میدان الکتریکی در نواحی داخل و بیرون را بیابید.



$$q_T \neq \rho v$$

$$\frac{dq}{dv} = \rho \qquad \sum dq = \sum \rho dv$$

$$\int dq = \int \rho dv \quad , \rho = cte$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{\text{بار درون}}}{\varepsilon} \qquad q_T = \int_{\text{جسم کامل}} \rho dv \Rightarrow q'_{\text{سطح گوسی}} = \int \rho dv$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} \Rightarrow q' = \int \rho dv = \int \frac{A}{r} r^2 \underbrace{\sin\theta d\theta}_{2} \underbrace{d\varphi}_{2\pi} dr = \int_0^r 4\pi A r dr = 4\pi A \frac{r^2}{2} = 2\pi A r^2$$

$$\Rightarrow q' = 2\pi A r^2$$

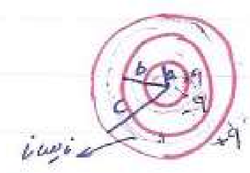
$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{2\pi A r^2}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{A}{2\varepsilon}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} \qquad q_T = \int \rho\, dv = \int_0^R \frac{A}{r}\, r^2 \underbrace{\sin\theta\, d\theta}_{2}\, \underbrace{d\phi}_{2\pi}\, dr = 4\pi A \frac{R^2}{2}$$

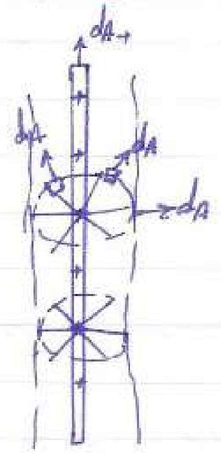
$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{4A\pi R^2}{2\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{AR^2}{2r^2\varepsilon} = \frac{A}{2\varepsilon}\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

تمرین

eg: پوسته‌ی نارسانا فرض کنید کره‌ای به شکل پوسته‌ای نارسانا به شعاع خارجی c و شعاع داخلی b با چگالی غیر یکنواخت $\rho = Ar^2$ کره‌ای رسانا به شعاع a را احاطه کرده است. میدان الکتریکی در نواحی $r<a$ ، $a<r<b$ ، $b<r<c$ ، $r>c$. فرض کنید بر روی کره‌ی رسانا بار Q باشد.



eg: میله‌ای باردار با چگالی بار خطی λ به طول ∞ را در نظر بگیرید میدان الکتریکی در فاصله‌ی r از محور میله را بدست آورید.



$$\oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\int E_r \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E\int dA = E\int r\, d\phi\, dz = 2\pi r l E = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q_T}{2\pi r l \varepsilon} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

پتانسیل الکتریکی:

خلاصه : $E = \begin{cases} \text{در یک نقطه / بار تجزیه} & E = \int \frac{k\, dq}{r^2} \\ \text{در یک ناحیه} & \oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon} \end{cases}$

استوانه $E(2\pi r l)$

کره $E(4\pi r^2)$

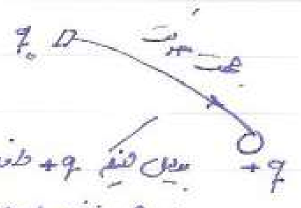
[illegible]

[illegible] q :

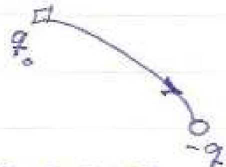
$= cte \Rightarrow \frac{q_T}{v_T} = \frac{q'}{v'}$

$\neq cte \quad q' = \int \rho\, dv$ — کره: $4\pi r^2 dr$ — استوانه: $2\pi r l\, dr$

پتانسیل الکتریکی:



بدلیل اینکه $+q$ دافعه دارد به q_0 انرژی داده می‌شود.
$U>0$
اسمش پتانسیل + بار $+q_0$!



به علت $q-$ جاذبه دارد
q_0 انرژی از دست می‌دهد
$U<0$
بدلیل پتانسیل - بار $-q$!

پتانسیل الکتریکی: میزان انرژی پتانسیل الکتریکی واحد بار آزمون است.

$$V=\frac{|U|}{q_0}=\frac{|W|}{q_0}$$

میزان کاری که انجام می‌شود تا بار q_0 به سمت q جابجا شود.

$$\Rightarrow \left|\frac{W}{q_0}\right|=\frac{\vec{F}\cdot\Delta\vec{x}}{q_0} \Rightarrow W=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int \frac{kqq_0}{r^2}\hat{r}\,dr\,\hat{r}=\frac{-kqq_0}{r}$$

$$\Rightarrow W=\frac{-kqq_0}{r} \Rightarrow W=-U \Rightarrow U=\frac{kqq_0}{r}$$

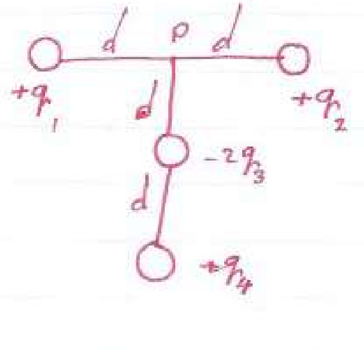
$$\Rightarrow V=\frac{U}{q_0}=\frac{kq}{r}$$

* علامت بار در فرمول قرار داده می‌شود.

* از آنجا که U اسکالر و q نیز اسکالر است پس V نیز کمیتی اسکالر خواهد بود پس برای آنکه جهت برایش تعیین نکنیم. ولی در میدان E علامت بار را قرار نمی‌دهیم چون E کمیتی برداری است *.

پتانسیل الکتریکی برای بارهای نقطه‌ای:

eg: با توجه به شکل پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی P را بیابید.



$$V_1=\frac{kq_1}{r}=\frac{kq}{d} \qquad V_3=\frac{-2kq}{d}$$

$$V_2=\frac{kq}{d} \qquad V_4=\frac{kq}{2d}$$

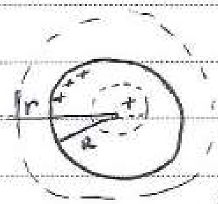
$$\Rightarrow V_T=\sum V_i \Rightarrow V_T=\frac{kq}{2d} \qquad J/C=V$$

$$J/C=V=\frac{N.m}{C} \Rightarrow V=E.d$$

$$J \leftarrow U=q.V \Rightarrow J=1eV \Rightarrow 1eV=1.6\times10^{-19}\times1V \Rightarrow J/e$$

$U \to J$, $q \to C \to 1e$, $V \to V$

Ex: فرض کنید کره‌ای به شعاع R به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = Ar^2$ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.



$r<R \qquad \rho=\frac{dq}{dv} \Rightarrow dq=\rho\, dv \Rightarrow q=\int \rho\, dv$

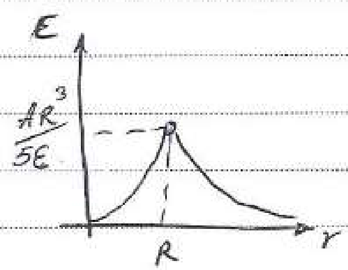
$\Rightarrow q'=\int_{\text{حجم گوسی}} \rho\, dv \qquad q_T=\int_{\text{کل}} \rho\, dv$

$$\oint E\cdot dA=\frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2)=\frac{q'}{\varepsilon}=\frac{\frac{4}{5}\pi A r^5}{\varepsilon} \Rightarrow E=\frac{Ar^3}{5\varepsilon}$$

در برابر $\Longrightarrow$ $q'=\int \rho\, dv=\int Ar^2 r^2 \underbrace{\sin\theta\, d\theta}_{2}\, \underbrace{d\phi}_{2\pi}\, dr = A\int_0^r 4\pi r^4 dr = 4A\pi r^5/5$

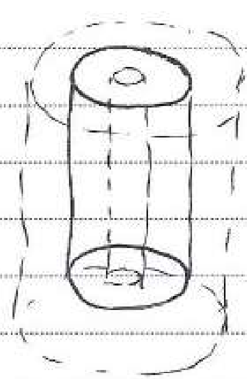
$$\oint E\cdot dA=\frac{q}{\varepsilon} \qquad q_T=\int \rho\, dv=\int_0^R Ar^2 r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\, dr = A4\pi R^5/5$$

$$E(4\pi r^2)=\frac{q_T}{\varepsilon}=\frac{A4\pi R^5}{5\varepsilon} \Rightarrow E=\frac{AR^5}{5r^2\varepsilon}$$



Ex: استوانه‌ای توپر به شعاع R را به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.

$\rho=cte \Rightarrow \frac{q_T}{V_T}=\frac{q'}{V'} \qquad \rho\neq cte \Rightarrow q_T=\int_{\text{کل}} \rho\, dv \qquad q'=\int_{\text{حجم گوسی}} \rho\, dv$



$r<R$

$cte=\rho=\frac{q_T}{V_T}=\frac{q'}{V'} \Rightarrow \frac{q_T}{R^2}=\frac{q'}{r^2} \Rightarrow q'=\left(\frac{r}{R}\right)^2 q_T$

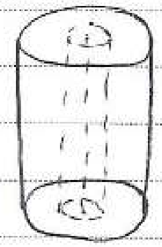
$$\Rightarrow E(2\pi r l)=\frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E=\frac{r q_T}{2\pi R^2 \varepsilon l}$$

$r>R \qquad E=\frac{q_T}{2\pi \varepsilon r l}$

www.wikipower.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

EX: فرض کنید استوانه ای توپر و نارسانا به طور غیر یکنواخت حجم $\rho = \frac{A}{r}$ باردار کرده ایم. میدان الکتریکی در نواحی بیرون و درون را بیابید.



$r < R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q'}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q'}{\varepsilon} \qquad \Rightarrow E = \frac{A}{\varepsilon}$$

$$q' = \int \rho \, dv = \int_0^r \frac{A}{r} 2\pi r l \, dr = 2\pi A l r$$

$v = \pi r^2 h$

$dv = 2\pi r h \, dr$

$$r > R \quad q_T = \int \rho \, dv = \int_0^R \frac{A}{r} 2\pi r l \, dr = 2\pi A l R \quad \Rightarrow E = \frac{AR}{\varepsilon r}$$

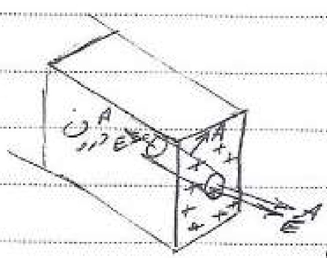
میدان الکتریکی در رسانا

رساناهای منزوی:

بار در سطح خارجی پراکنده می شود چون الکترون آزاد (در حرکت هستند) بین هیچ عامل تولید کننده

الکترون رسانش

میدان الکتریکی درون نداریم. $\Leftarrow E = 0$



$$\oint E \, dA = \frac{q}{\varepsilon}$$

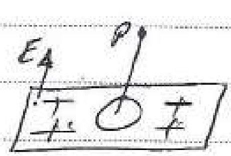
$$\int E \, dA \cos\theta + \int E \, dA \cos\theta + \int E \, dA \cos\theta = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon} \quad \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{A\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

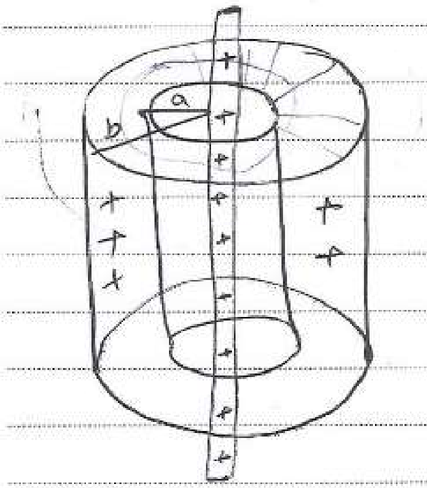
در نارسانا $\Rightarrow 2EA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{2\varepsilon A} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$

36: E صفر _ E قرص = E حلقوی

هادی



EX: فرض کنید استوانه‌ای به شعاع خارجی b و داخلی a را باردار کرده (با چگالی یکنواخت) و میله‌ای باردار با چگالی بار خطی λ روی محور میله قرار دادیم. میدان را در $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$



14 - 15 - 16 - 22 - 27 - 31 - 32 - 36 - 38 - 43 - 49 - 50 - 51 - 55 -
69 - 74 - 77 - 81

eg: در یک آذرخش اختلاف پتانسیل بین ابر و زمین $10^9 V$ است و مقدار بار منتقل شده در حدود 30 کولن می‌باشد. مقدار کاهش انرژی مربوط به این بار منتقل شده چند الکترون ولت است. اگر تمام این انرژی صرف شتاب دادن به اتومبیل ساکنی به جرم 1000kg شود سرعت نهایی اتومبیل را بیابید.

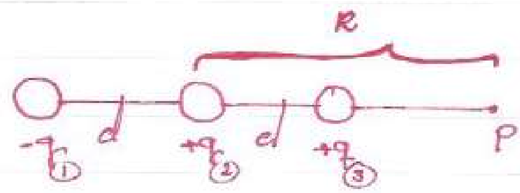
$$U = q.V \Rightarrow U = 30\times10^9 = 3\times10^{10} J$$

$$\begin{array}{ll} 1eV & 1.6\times10^{-19} J \\ x & 3\times10^{10} J \end{array} \Rightarrow x = 2\times10^{30} eV$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = K = U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2} = K \Rightarrow \frac{1}{2}\times1000\times v^2 = 3\times10^{30}$$

$$\Rightarrow v^2 = 6\times10^{37}$$

eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P به فاصله R از انتهای دوقطبی بدست آورده‌ایم. فرض کنید یک بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر در انتهای دوقطبی و به فاصله d قرار گرفته باشد در انتهای مسأله ما برای R>>d بدست آوریم؟



$$V_1 = \frac{-kq}{R+d}$$

$$V_2 = \frac{kq}{r} \qquad V_T = \sum V_i = \frac{kq}{R-d} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R+d} = \frac{kq}{R}\left(\frac{1}{1-\frac{d}{R}} + 1 - \frac{1}{1+\frac{d}{R}}\right)$$

$$V_3 = \frac{kq}{R-d} \qquad = \frac{kq}{R}\left((1-\frac{d}{R})^{-1} + 1 - (1+\frac{d}{R})^{-1}\right) = \frac{kq}{R}\left(1+\frac{d}{R}+1-(1-\frac{d}{R})\right)$$

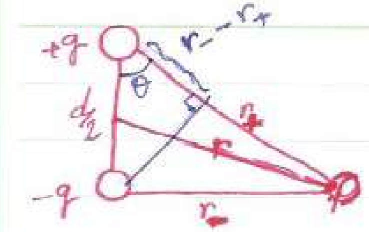
$$= \frac{kq}{R}\left(1+\frac{2d}{R}\right) = \frac{2kqd}{R^2} + \frac{kq}{R} = \underbrace{\frac{2pk}{R^2}}_{\text{گشتاور دوقطبی، پتانسیل دوقطبی}} + \underbrace{\frac{kq}{R}}_{\text{بار نقطه}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{دوقطبی}} = \frac{2kp\vec{r}}{r^2 r} = \frac{2k\vec{p}\,\vec{r}}{r^3} = \frac{2k\vec{p}}{r^3}\cdot\vec{r}$$

بردار — بردار

میدان E دوقطبی

فاصله



۵۹: پتانسیل الکتریکی ناشی از دو قطبی الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله‌ی r از مرکز دو قطبی بدست آورید. فرض کنید فاصله‌ی میان دو بار الکتریکی d بوده و مسأله را برای $r \gg d$ حل کنید.
(نقطه‌ی P دلخواه)

$$V_+ = \frac{kq_+}{r_+} \quad , \quad V_- = \frac{kq_-}{r_-}$$

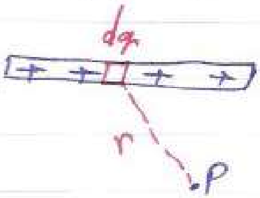
$$V_T = \frac{kq_+}{r_+} + \frac{kq_-}{r_-} = \frac{kq}{r_+} - \frac{kq}{r_-} = kq\left(\frac{r_- - r_+}{r_- r_+}\right)$$

$$\rightarrow r \gg d \rightarrow r_+ r_- \simeq r^2 \quad , \quad r_- - r_+ = d\cos\theta$$

$$\rightarrow V_T = \frac{kqd\cos\theta}{r^2} = \frac{kp\cos\theta}{r^2} = \frac{kpr\cos\theta}{r^3} = \frac{k\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

اصل برهم نهی: یعنی مجموع پتانسیل‌ها با بارهای الکتریکی نقطه‌ای، پتانسیل الکتریکی کل جسم مطلوب را بدست می‌دهد.

* محاسبه‌ی پتانسیل در توزیع پیوسته‌ی بار



$$dV = k\frac{dq}{r} \rightarrow \sum dV = \sum \frac{k\,dq}{r}$$

$$\rightarrow \int dV = \int \frac{k\,dq}{r}$$

فیزیک سال 1391 :

نیروی الکتریکی : $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$

میدان الکتریکی : قانون کولن :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{kq_1}{r^2}\hat{r}$$

$$E = \int k\frac{dq}{r^2}\begin{cases}\sin\theta \\ \cos\theta\end{cases} \qquad dq : \begin{matrix}\lambda dx , \lambda R d\theta \\ \sigma dA , \sigma r'dr'd\theta\end{matrix}$$

پتانسیل :

$$\int \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q} = \frac{W}{q} = V = \frac{U}{q}$$

بار نقطه‌ای

$$\Rightarrow V = \frac{kq}{r} \quad \Rightarrow V = \frac{U}{q_0} = \int\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \frac{\int \frac{kqq_0}{r^2}d\vec{r}\,\hat{r}}{q_0} = \int \frac{kq}{r^2}dr = \frac{kq}{r}$$

یک منفی هم دارد .

پتانسیل در محیط پیوسته با استفاده از میدان الکتریکی :

$$V = \frac{\int \vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \frac{q_0\int \vec{E}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \int \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$V = \int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{r}^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

* پتانسیل در ناحیه *

$+q \qquad \cdot q_0 \qquad \cdot q_0 \quad \begin{matrix} V=0 \\ r=\infty \end{matrix}\Big\} V_\infty = 0$

چرا پتانسیل‌ها تفاضل هستند ؟

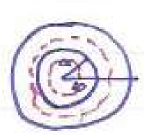
جایی است که پتانسیل صفر می‌شود .

$r_2 \longrightarrow r_1$

$V_{r_2} - V_{r_1}$

$\Rightarrow V_{r_2} - \underset{0}{V_\infty} = V_{r_2}$

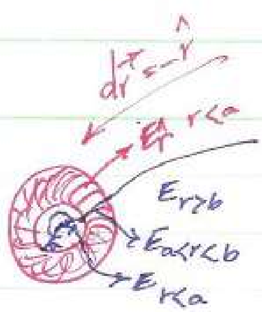
مثال : یک پوسته کروی نارسانا به شعاع داخلی a و خارجی b به طور غیر یکنواخت به جرم $\rho = A/r^2$ باردار کردیم پتانسیل الکتریکی در نواحی $r > a$ ، $a < r < b$ ، $r > b$ را بیابید .



$$r < a \Rightarrow \oint E\cdot dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{0}{\varepsilon} = 0$$

$$a < r < b \Rightarrow \oint E\cdot dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon} = \frac{\int_a^r \rho\, dv}{\varepsilon} = \frac{\int_a^r \frac{A}{r^2}4\pi r^2 dr}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2}$$

$$r > b \Rightarrow E = \frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}$$



$$V = -\int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{r} E\,dr\cos 180 = \int_r^{\infty} E\,dr$$

$$V_{r<a} = \int_b^{\infty} \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_a^b \underset{a<r<b}{E\cdot dr} + \int_r^a \underset{r<a}{E\,dr}$$

$$V_{r<a} = \int_b^{\infty} \frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}\,dr + \int_a^b \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2} + 0 =$$

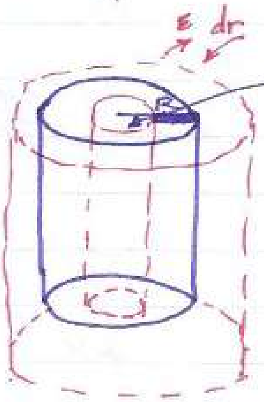
$$\frac{A(a-b)}{\varepsilon r}\Big|_b^{\infty} + \frac{A}{\varepsilon}\ln r\Big|_a^b + \frac{aA}{\varepsilon r}\Big|_a^b = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$$

$$+ \frac{aA}{\varepsilon}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

$$V_{a<r<b} = \int_b^{\infty} \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_r^b \underset{a<r<b}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln\frac{b}{r} + \frac{aA}{\varepsilon}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r}\right)$$

$$V_{r>b} = \int_r^{\infty} \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon r}$$

۵: استوانه ای توپر و نارسانا با چگالی یکنواخت بار ρ داده شده اگر شعاع مقطع استوانه R باشد پتانسیل در نواحی درون و بیرون استوانه را بدست آورید.



$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E\cdot 2\pi r l = \frac{q_{in}}{\varepsilon} = \frac{\int_0^r \rho\,dv}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E\cdot 2\pi r l = \frac{\rho\pi r^2 l}{\varepsilon} \Rightarrow \underset{r<R}{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon} \quad \text{ناحیه درون}$$

$$\int_0^R \rho\,dv = \rho\pi R^2 l/\varepsilon = E\,2\pi r l \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}$$

$$V = -\int_{\infty}^{r} E\cdot dr\cos 180 = \int_r^{\infty} E\,dr = \int_R^{\infty} \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} + \int_r^R \underset{\text{درون}}{E\cdot dr}$$

$$V = \int_R^{\infty} \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}\,dr + \int_r^R \frac{\rho r}{2\varepsilon}\,dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon}\ln r\Big|_R^{\infty} + \frac{\rho r^2}{4\varepsilon}\Big|_r^R = \frac{-\rho R^2}{2R\varepsilon} + \frac{\rho(R^2-r^2)}{4\varepsilon}$$

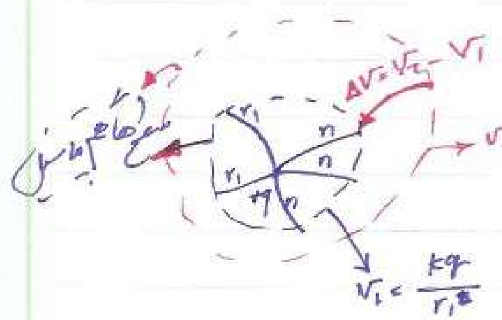
محاسبه میدان الکتریکی از طریق پتانسیل الکتریکی :

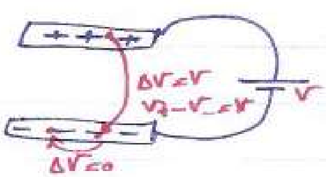
$$\frac{d}{dr}\left(V=-\int_r^{\infty}\vec{E}\,d\vec{r}\right) \Rightarrow \frac{dV}{dr}=E\hat{r}$$

$$\frac{dV}{dx}=-E\hat{x}\ ,\ \frac{dV}{dy}=-E\hat{y}\ ,\ \frac{dV}{dz}=-E\hat{z}$$

$$\vec{\nabla}V=-E_x\hat{i}+(-E_y)\hat{j}-E_z\hat{k}$$

سطح هم پتانسیل :





انرژی پتانسیل الکتریکی :

$$\underset{\text{نیروی الکتریکی}}{W}=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int\frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r}\,dr\,\hat{r}$$

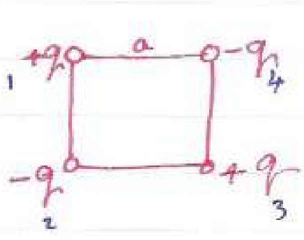
q_1 و q_2 را قرار دهیم

$$W=\frac{-kq_1q_2}{r}\qquad -W=U=\underbrace{\frac{kq_1}{r}}_{V_1}q_2=qV \Rightarrow V=\frac{U}{q}$$

* علامت بار در فرمول میدان و نیرو قرار نمی دهیم.

* " " " " پتانسیل و انرژی پتانسیل قرار می دهیم.

eg : انرژی پتانسیل لازم برای کنار هم قرار گرفتن 4 بار نقطه ای به شکل زیر را بیابید.



$$U=\frac{kq_1q_2}{r}+\frac{kq_1q_3}{r}+\frac{kq_1q_4}{r}+\frac{kq_2q_3}{r}+\frac{kq_3q_4}{r}$$

$$+\frac{kq_2q_4}{r}=\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(q)}{a}+\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(-q)}{a\sqrt{2}}$$

$$+\frac{kqq}{a\sqrt{2}}+\frac{kq(-q)}{a}=\frac{kq^2}{a}\left(-4+\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{ij} \frac{k q_i q_j}{r_{ij}} \Rightarrow U = \frac{1}{2} q \underbrace{\int \frac{k\,dq}{r}}_{V}$$

برای حذف تکراری‌ها

فصل 20 :

-113 - 101 - 93 - 92 - 77 - 76 - 72 - 67 - 40 - 34 - 33 - 29 - 27 - 25 - 11 - 10

~~eg: حاصل میدان الکتریکی~~

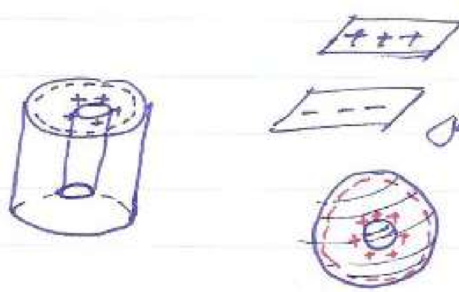
eg: فرض کنید تابع پتانسیل الکتریکی سیستمی به فرم $V = 3xyz^2$ است. میدان الکتریکی در نقطه $(3\hat{i}, -2\hat{j}, 4\hat{k})$ را بدست آورید.

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$
$$\vec{E} = -3yz^2 \hat{i} - 3xz^2 \hat{j} - 6xy \hat{k}$$
$$= 96\hat{i} - 144\hat{j} + 144\hat{k} \Rightarrow |E| = \sqrt{96^2 + (144)^2 + (144)^2}$$

فصل خازن‌ها :

خازن : هر دو صفحه رسانای موازی تشکیل خازن می‌دهند.

شکل صفحات



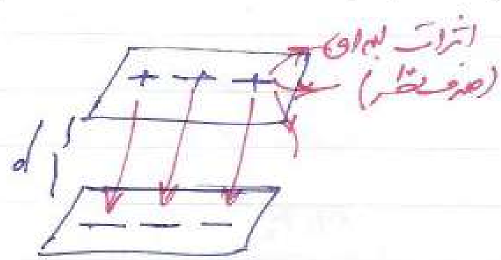
1. خازن تخت ۲. صفحه تخت

2. " استوانه‌ای ۲. صفحه استوانه‌ای شکل

3. " کروی ۲. " کروی

ظرفیت خازن : نسبت بار روی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن عددی ثابت است.

$$C = \frac{q}{V}, \quad q \to \oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon}, \quad V \to -\int E\,dr$$



$$V = -\int E \cdot dr = E \cdot d$$
$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow EA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow q = EA\varepsilon \Rightarrow C = q/V = \frac{EA\varepsilon}{Ed} = \frac{A\varepsilon}{d}$$

مساحت صفحه

فاصله بین صفحات