

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{k q_i q_j}{r_{ij}} \rightarrow U = \frac{1}{2} \oint \frac{k dq}{r}$$

برای جاذبه و تکرار

مسئله 20:

-13 -11 -93 -92 -77 -76 -72 -67 -40 -34 -33 -29 -27 -25 -11 -10

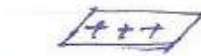
و: فرض کنید یک سطح الکتریکی همگن به صورت  $V = 3xyz^2$  است.  
 میلان الکتریکی در نقطه  $(4, 2, -2)$  و جهت آن چیست؟

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k} \\ \vec{E} &= -3yz^2 \hat{i} - 3xz^2 \hat{j} - 6xy \hat{k} \\ &= 96 \hat{i} - 144 \hat{j} + 144 \hat{k} \end{aligned} \quad \rightarrow |\vec{E}| = \sqrt{96^2 + 144^2 + 144^2}$$

مسئله خانقا:

خازن: هر دو صفحه رسانای موازی تشکیل خازن می‌دهند.

مسئله خانقا



1. خازن تخت - 2. صفحه تخت

2. استوانه ای - 3. صفحه استوانه ای

3. کره - 4. کره

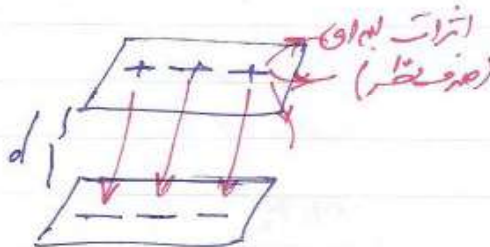
نظریه خازن: جهت بار روی صفحات خازن به اصطلاح پتانسیل و در خازن عدد ثابت است.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon}$$

$\epsilon = \frac{q}{V}$

$\downarrow$

$-\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$



$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = E \cdot d$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon} \rightarrow EA = \frac{q}{\epsilon} \rightarrow q = EA\epsilon$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{q}{V} = \frac{EA\epsilon}{Ed} = \frac{A\epsilon}{d}$$

فاصله بین صفحات



$$C \propto \frac{q}{V} \quad V = \int_a^b E dr = \int_a^b E dr$$

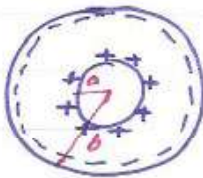
2. استوار الکتریکی  
محاسبه پتانسیل (.)

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E(2\pi r L) = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r L \epsilon}$$

$$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{2\pi r L \epsilon} dr = \frac{q}{2\pi L \epsilon} \ln r \Big|_a^b = \frac{q}{2\pi L \epsilon} \ln \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi L \epsilon} \ln \frac{b}{a}} = \frac{2\pi \epsilon L}{\ln \frac{b}{a}}$$

طول  
تفاضل



$$C \propto \frac{q}{V}$$

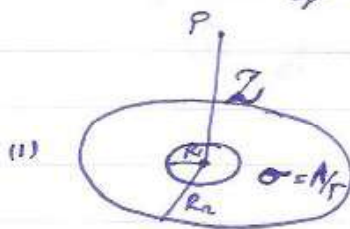
3. استوار الکتریکی

$$V = \int_a^b E \cdot dr = \int_a^b E dr$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon}$$

$$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon} dr = \frac{-q}{4\pi \epsilon} \Big|_a^b = \frac{q}{4\pi \epsilon} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Rightarrow C = \frac{4\pi \epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$



eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P نسبت به زمین

(2)

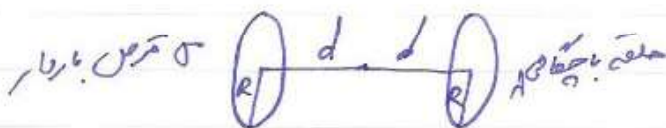


$$Q_2 = -\frac{3}{4} Q_1$$

eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P نسبت به زمین (در صورتی که)



eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P نسبت به زمین

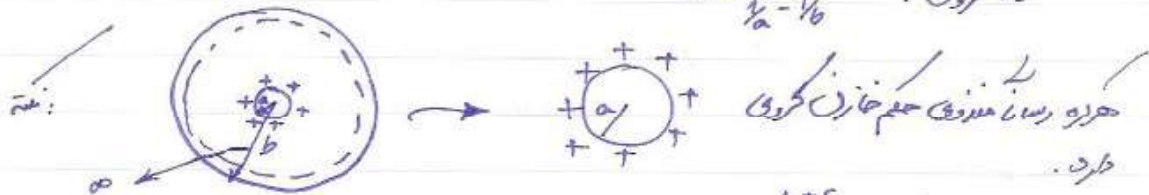


## خازن در مدار:

خلاصه: 1. تخت:  $C = \frac{A\epsilon}{d}$

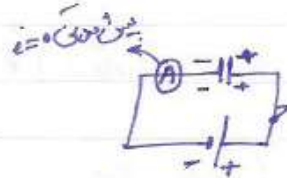
2. استوانه‌ای:  $C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln(b/a)}$

3. کره‌ای:  $C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$



فرم:  $C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \rightarrow 4\pi\epsilon$

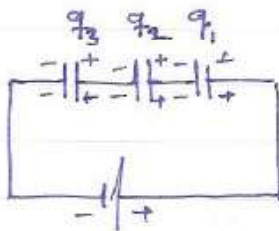
الکتریک خازن شش‌گانه  $\rightarrow C = \frac{q}{V}$



## عده مدار متصل خازن‌ها در مدار:

1. به هم متصل  
2. موازی

ا. سری:



$\rightarrow q_T = q_1 = q_2 = q_3$  ①

$\rightarrow V_T = V_1 + V_2 + V_3$  ②

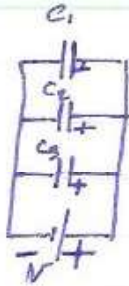
$C = \frac{q}{V} \rightarrow V = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{q_T}{C_T}$  ③

$\Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_T}$

$\rightarrow \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_T}$



2.5



2. موازی :

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3 \quad (1)$$

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \quad (2)$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = CV \Rightarrow C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 \quad (3)$$

$$\Rightarrow C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n C_i = C_T$$

انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازنها:

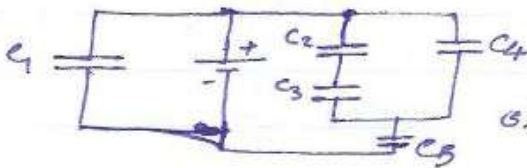
$$\frac{U}{q} = V \Rightarrow U = qV$$

انرژی ذخیره شده در  
خازن هر قطعه خازنی با بار داشتن

$$\Rightarrow du = V dq \Rightarrow \int du = \int_0^q V dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq \Rightarrow U = \frac{q^2}{2C}$$

$$\Rightarrow U = \frac{(CV)^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V = \frac{q}{C}} U = \frac{1}{2} qV \quad \text{و} \quad U = \frac{1}{2} CV^2$$

سوال: اختلاف پتانسیل دو پلاک  $10^7$ ، ظرفیت خازن  $10 \mu F$  است. بار و خازن (1) و (2) چیست؟  
آوردن



$$C_{2,3} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = 5$$

$$C_{2,3}, C_4 = 15 = C'$$

$$C_5, C' = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = \frac{150}{25} = 6$$

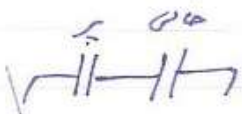
$$C_5, C', C_1 = 6 + 10 = 16$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q_T = 16 \times 10 = 160 \mu C, \quad V_1 = V_T = 10 \rightarrow q_1 = 10 \times 10 = 100$$

$$q' = 60 \mu C = q_{2,3,4} = q_5 \quad V_{2,3,4} = \frac{60}{15} = 4 = \frac{q_{2,3,4}}{C_{2,3,4}} = 4 = V_4 = V_{2,3}$$

$$q_{2,3} = V_{2,3} \times C_{2,3} = 4 \times 5 = 20 = q_2 = q_3$$

eg: دو خازن  $C_1 = 3.55 \mu F$  و  $C_2 = 8.95 \mu F$  با اختلاف پتانسیل  $V_0 = 6.3 V$  باردار کرده ایم سپس باری را برآوردیم و خازن را با ظرفیت  $C_2 = 8.95 \mu F$  را به آن وصل کردیم و دیگر خازن را از مدار خارج کردیم. بارهای خازن ها چقدر می شود یا اختلاف پتانسیل دو خازن چقدر می شود.  $V = ?$



$$q_1 = C_1 V_1 = C_1 V_0 = 3.55 \times 6.3 = 18.165 \mu C$$

$$q_2 = 0 \quad q_T = q_1 + q_2 = 18.165 \mu C$$

$$q_{T+} = q_{T-} \Rightarrow q_{T+} = 18.165 = q_1 + q_2$$

$$= C_1 V + C_2 V$$

$$= (C_1 + C_2) V$$

$$18.165 = (3.55 + 8.95) V$$

$$\Rightarrow V = 325 V$$

$$u = \frac{U}{V}$$

$$u = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\epsilon \frac{A}{d} \cdot Ad} = \frac{q^2}{2\epsilon A^2} \quad \text{("V")}$$

$$u = \frac{q^2}{2\epsilon A^2} = \frac{E^2 A^2 \epsilon^2}{2\epsilon A^2} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

$$q \Rightarrow \oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow EA\epsilon = q$$

نوا  
میدان الکتریکی  
مستقیم ثابت است  
مقادیر

eg: یک کروی منفی دارای بار  $q = 1.25 nC$  در مرکز یک سیم رسانا قرار دارد.  $R = 6.55 cm$  و  $R_2 = 1.25 m$  است. چقدر است؟

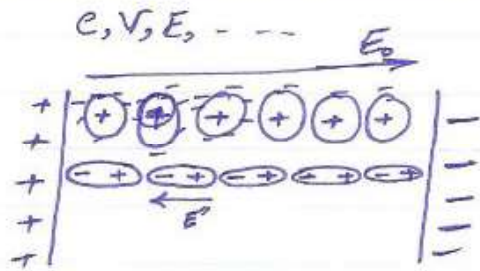
$$u = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$



$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon}$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2} \epsilon \frac{q^2}{(4\pi r^2 \epsilon)^2} = \frac{1}{2} \epsilon \frac{q^2}{16\pi^2 r^4 \epsilon^2} = \frac{1}{32\pi^2 \epsilon} \frac{q^2}{r^4}$$

$$U = \int u \cdot 4\pi r^2 dr = \int \frac{1}{32\pi^2 \epsilon} \frac{q^2}{r^4} \cdot 4\pi r^2 dr$$



خازن با دی الکتریک  
نسبت

$$E_0 - E' = E \rightarrow E' = \frac{E_0}{k}$$

نسبت دی الکتریک

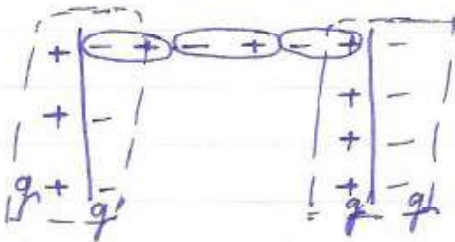
با دی الکتریک (افزایش)  $E = \frac{V}{d} \rightarrow V = E d \rightarrow C = \frac{q}{V} \Rightarrow C A$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{E d} = \frac{q}{\frac{E_0}{k} d} = \frac{k q}{E_0 d} = k \frac{q}{V_0} = k C_0$$

$$C = k C_0$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \rightarrow C = \frac{k \epsilon_0 A}{d}$$

نسبت دی الکتریک  
در دی الکتریک



در دی الکتریک با دی الکتریک  $q' = ?$   $\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon}$

$$\frac{E_0}{k} A = \frac{q - q'}{\epsilon} \Rightarrow \frac{q_0}{\epsilon A} = \frac{q - q'}{\epsilon} \Rightarrow q' = q - \frac{q}{k} = (1 - \frac{1}{k}) q$$

مثال: خازن با ظرفیت  $C = 100 \mu F$  و سطح  $A = 100 \text{ cm}^2$  با دی الکتریک 5.4 دارد. ولتاژ خازن 50V است. بار را حساب کنید.

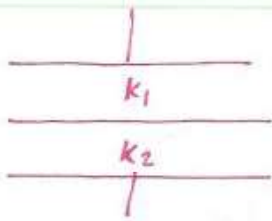
1. ظرفیت خازن جدید؟

2. میدان الکتریکی؟

3. بار روی صفحات؟

4.  $q'$

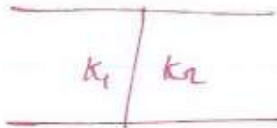




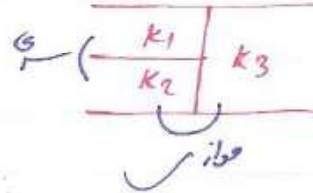
0  
→  
سری



$\frac{k_1 \epsilon_0 t}{d} + \frac{k_2 \epsilon_0 t}{d} = \frac{1}{C_T}$   
 $\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_T}$   
 اگر  $k_1$  یا  $k_2$  استوانه ای باشد  $\left( \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \right)$



مباری



مباری



در دو حالت موازی و سری  
 موازی:  $C_T = C_1 + C_2$   
 سری:  $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$   
 اگر  $k_1$  یا  $k_2$  استوانه ای باشد  
 $\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_T}$   
 اگر  $k_1$  یا  $k_2$  استوانه ای باشد  $\left( \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \right)$   
 در دو حالت موازی و سری  
 موازی:  $C_T = C_1 + C_2$   
 سری:  $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$   
 اگر  $k_1$  یا  $k_2$  استوانه ای باشد  
 $\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_T}$   
 اگر  $k_1$  یا  $k_2$  استوانه ای باشد  $\left( \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \right)$

$$C_T = \frac{q}{V_T} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$
  

$$C_T = \frac{q}{V_T} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

