Subject: ۴۰۳۱۰۶۶۸۱ Date: محمدمهدی مرادی

۱- الف) در naive bayes باید CPT ها را در بیاریم یعنی $P(Y)$ و $P(X_i|Y)$

$$\left.\begin{array}{l} P(Y) \longrightarrow 2-1=1 \\ P(X_i|Y) \longrightarrow \underbrace{2}_{\text{۲ کلاس}} \times N \times (k-1) \end{array}\right\} \Rightarrow 2N(k-1)+1$$ پارامتر

ب) نادرست

لزوما بعد از یک بار آپدیت کردن وزن ها سمپل مدنظر به کلاس درست تعلق نمی یابد

صرفا خطا بیش کمتر می شود ($w = w + y_i x_i$)

ج) تابع فعالسازی پرسپترون تابع پله است که مشتق پذیر نیست و مقادیر به نشان دادن

مقادیر احتمالی مهم نیست اما تابع فعالسازی logistic regression تابع BCE است

که مشتق پذیر و محدب است پس به مینیمم اطمینان می رسد و می تواند مقادیر احتمالی را

نشان دهد

د) laplace smoothing ← naive bayes

decision tree ← محدود کردن عمق

L_1 regularization ← linear and logistic regression

DAT

neural network ← کم کردن تعداد نایه مخفی یا توقف زودهنگام

Subject: Date:

ه) درست

$$\sigma(z)=\frac{1}{1+e^{-z}} \rightarrow 2\sigma(2z)=\frac{2}{1+e^{-2z}} \rightarrow 2\sigma(2z)-1=\frac{1-e^{-2z}}{1+e^{-2z}}$$

$$\xrightarrow{\times\frac{e^{z}}{e^{z}}} 2\sigma(2z)-1=\frac{e^{z}-e^{-z}}{e^{z}+e^{-z}}=\tanh(z)$$

از σ با اعمال خطی به tanh رسیدیم پس با اعمال تبدیل خطی وزن ها را می توان بدست آورد

و) نادرست

$$W=\frac{W-F_W+2P}{S_W}+1$$

طبق این فرمول ممکن است با padding زیاد، ابعاد خروجی بیشتر شود

ز) نادرست

ابعاد Keg فقط به بُعد توکن ها بعد از one-hot شدن (embedding) وابسته است

ح) درست

ممکن است سیاست های بهینه مختلفی وجود داشته باشد اما V ها یکتا هستند

ط) چون که اگر از V استفاده کنیم نیاز به T و R داریم و TD یک الگوریتم model-free هست پس بهتر است از Q ها استفاده شود

DAT

CamScanner

Subject: Date:

ی) TD می‌تواند از داده‌های استیت قبلی استفاده کند و همچنین روابط بین استیت‌ها را نادیده نمی‌گیرد

ک) در بخش exploration به مشکل می‌خورد چون تا زمان زیادی Q آپدیت نمی‌شود و نمی‌تواند بفهمد چقدر به مقدار بهینه نزدیک است و باید مقدار زیادی حرکت انجام دهد تا به terminal برسد

ل) مثلا یک تابع exploration ← $f(u,n)=u+\frac{k}{n}$ که n تعداد دفعات دیده شدن استیت است که f برای استیت‌های ناشناخته‌تر عدد بزرگی است

DAT

Subject: Date:

۳- الف)

$$IG(X_i) = H(Y) - H(Y|X_i)$$

$$H(Y) = -\left(\frac{۵}{۱۰}\log\frac{۵}{۱۰} + \frac{۵}{۱۰}\log\frac{۵}{۱۰}\right) = 1$$

$$H(Y|X_1) = -\left(\frac{۴}{۱۰}\underbrace{\cancel{(1\log 1)}}_{0} + \frac{۳}{۱۰}\underbrace{\cancel{(1\log 1)}}_{0} + \frac{۳}{۱۰}\left(\frac{۲}{۳}\log\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۳}\log\frac{۱}{۳}\right)\right)$$

$$= ۰/۲۷۵$$

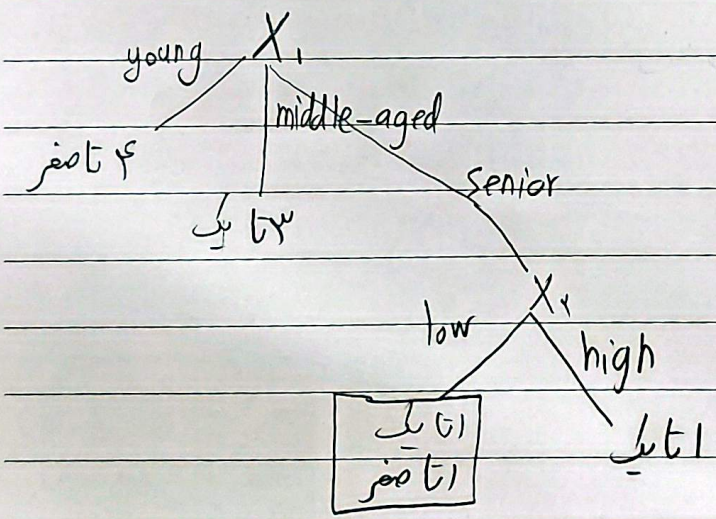
$$IG(X_1) = 1 - ۰/۲۷۵ = \boxed{۰/۷۲۵}$$

$$H(Y|X_2) = -\left(\frac{۴}{۱۰}\underbrace{\left(\frac{۲}{۴}\log\frac{۲}{۴} + \frac{۲}{۴}\log\frac{۲}{۴}\right)}_{-1} + \frac{۶}{۱۰}\underbrace{\left(\frac{۳}{۶}\log\frac{۳}{۶} + \frac{۳}{۶}\log\frac{۳}{۶}\right)}_{-1}\right)$$

$$= 1$$

$$IG(X_2) = 1 - 1 = 0$$

$\Rightarrow IG(X_1) > IG(X_2) \Longrightarrow$ X_1 برای ریشه انتخاب می‌شود



ب)

$$accuracy = \frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN}$$

$$= \frac{۴+۳+1+1}{10} \times 100 = \boxed{۹۰\%}$$

این ۱۰٪ بخاطر گره low است

Subject: Date:

۳-

مثلث بالا راست =

$$\begin{cases} x_1 \leq 1 \rightarrow 1-x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 1 \rightarrow 1-x_2 \geq 0 \\ x_1+x_2 \geq 1 \rightarrow x_1+x_2-1 \geq 0 \end{cases}$$

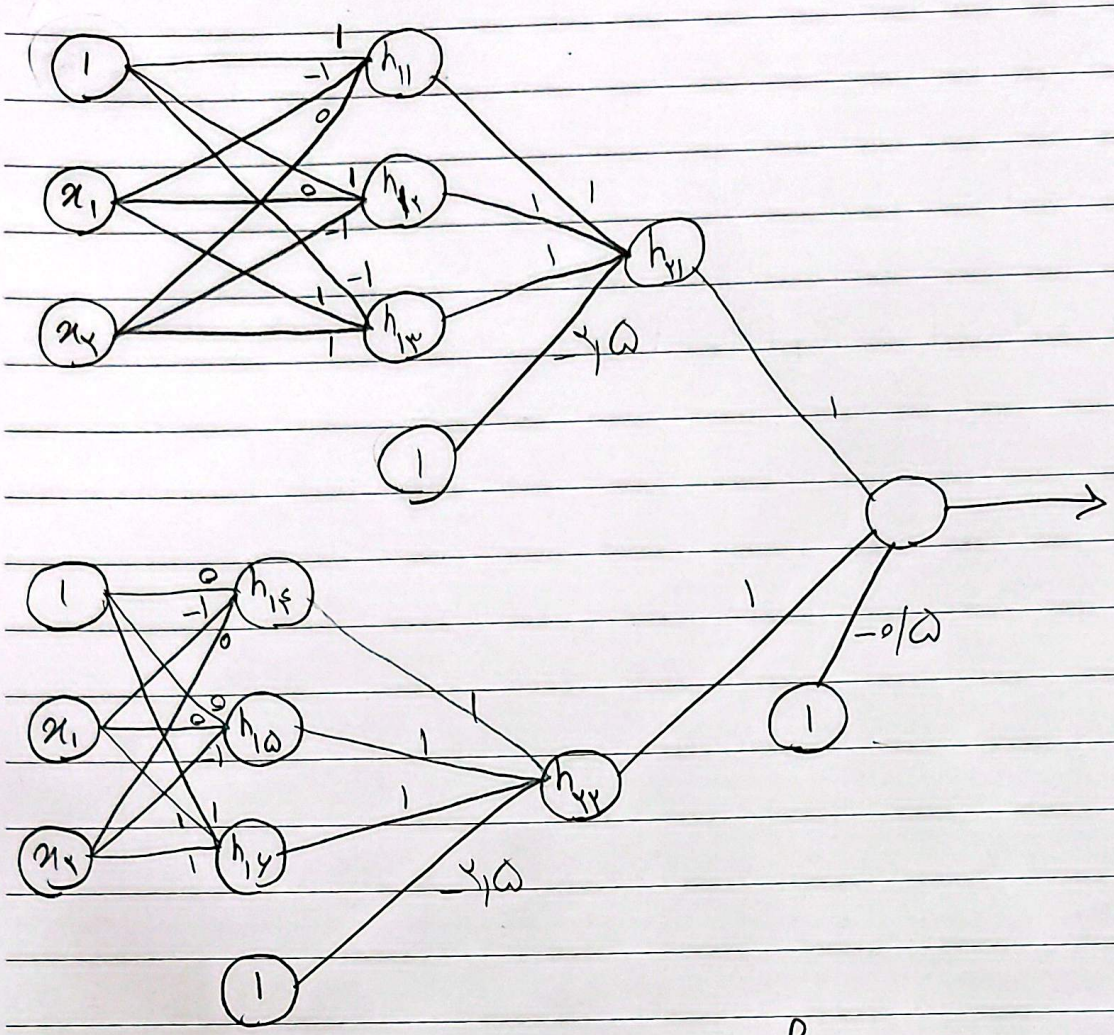
مثلث پایین چپ =

$$\begin{cases} x_1 \leq 0 \rightarrow -x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 0 \rightarrow -x_2 \geq 0 \\ x_2+x_1 \geq -1 \rightarrow x_2+x_1+1 \geq 0 \end{cases}$$

DAT

CamScanner

Subject: Date:



تمامی توابع فعال‌ساز step function است

در h_{11} تا h_{16} تمامی مرز مثلث‌ها را ساختیم

$h_{11} \Rightarrow 1-x_1 \geq 0$ $\quad h_{12} \Rightarrow 1-x_2 \geq 0$ $\quad h_{13} \Rightarrow x_1+x_2-1 \geq 0$

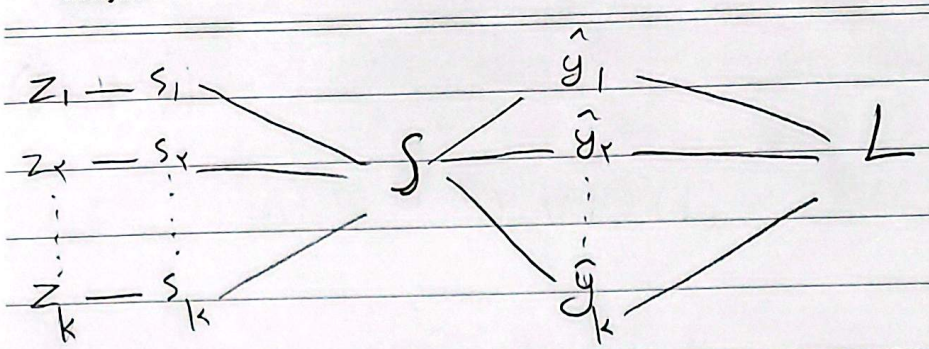
$h_{14} \Rightarrow -x_1 \geq 0$ $\quad h_{15} \Rightarrow -x_2 \geq 0$ $\quad h_{16} \Rightarrow x_1+x_2+1 \geq 0$

در h_{21} و h_{22} خروجی‌های لایه اول را and کردیم با bias = -2.5

در نورون آخر هم با bias = -0.5 h_{21} و h_{22} را or کردیم

Subject: Date:

۱۴-



طبق قاعده مشتق زنجیره ای داریم:

$$\frac{\partial L}{\partial z_i} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\partial L}{\partial \hat{y}_k} \frac{\partial \hat{y}_k}{\partial z_i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{y}_k} = -\frac{y_k}{\hat{y}_k} \quad , \quad \hat{y}_k = \frac{s_k}{S} = \frac{e^{z_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{z_j}}$$

$$\frac{\partial \hat{y}_k}{\partial z_i} \xrightarrow{i \neq k} \frac{-e^{z_k} e^{z_i}}{S^2} = -\hat{y}_k \hat{y}_i$$

$$\xrightarrow{i = k} \frac{e^{z_i} S - e^{z_i} e^{z_i}}{S^2} = \frac{e^{z_i}}{S}\left(\frac{S - e^{z_i}}{S}\right) = \hat{y}_i (1 - \hat{y}_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial z_i} = \left(-\frac{y_i}{\cancel{\hat{y}_i}}\left(\cancel{\hat{y}_i}(1-\hat{y}_i)\right)\right) + \sum_{i \neq k}\left(-\frac{y_k}{\cancel{\hat{y}_k}}\left(-\cancel{\hat{y}_k}\hat{y}_i\right)\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial z_i} = -y_i + y_i \hat{y}_i + \hat{y}_i \sum_{k \neq i} y_k = -y_i + \hat{y}_i \sum_{k=1}^{K} y_k$$

چون y_k one-hat است پس $\sum y_k = 1$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial z_i} = \hat{y}_i - y_i$$

DAT

Subject: Date:

۵- الف) استیت ها: عدد باقی مانده برای حدس مستقیم در اول کار تا n است

$S = \{(1,2,3), (1,2), (2,3), (1), (2), (3), Done\}$

اکشن های ما حدس زدن یک عدد از ۱ تا ۳ است

$A(s) = \{a \mid a \in s\}$

$T(s, a, s')$:

$(1,2,3)$ و 1 و $Done \rightarrow \frac{1}{3}$ و $(1,2,3)$ و 1 و $(2,3) \rightarrow \frac{2}{3}$

$(1,2,3)$ و 2 و $Done \rightarrow \frac{1}{3}$ و $(1,2,3)$ و 2 و $(1) \rightarrow \frac{1}{3}$

$(1,2,3)$ و 2 و $(3) \rightarrow \frac{1}{3}$ و $(1,2,3)$ و 3 و $Done \rightarrow \frac{1}{3}$

$(1,2,3)$ و 3 و $(1,2) \rightarrow \frac{2}{3}$

$(1,2)$ و 1 و $Done \rightarrow \frac{1}{2}$ و $(1,2)$ و 1 و $(2) \rightarrow \frac{1}{2}$

$(1,2)$ و 2 و $Done \rightarrow \frac{1}{2}$ و $(1,2)$ و 2 و $(1) \rightarrow \frac{1}{2}$

$(2,3)$ و 2 و $Done \rightarrow \frac{1}{2}$ و $(2,3)$ و 2 و $(3) \rightarrow \frac{1}{2}$

$(2,3)$ و 3 و $Done \rightarrow \frac{1}{2}$ و $(2,3)$ و 3 و $(2) \rightarrow \frac{1}{2}$

ادامه صفحه بعد

DAT

CamScanner

(۱) و ۱ و Done → ۱ و (۲) و ۲ و Done → ۱ و (۳) و ۳ و Done → ۱

$R(s, a, s')$:

به ازای هر حدس پاداش ۱- می‌گیریم

ب) اگر فرض کنیم از استیت (۱ و ۲ و ۳) شروع می‌کنیم داریم:

$$V_{k+1}^{\pi}(s) = \sum_{s'} T(s, \pi(s), s')\left(R(s, \pi(s), s') + \gamma V_k(s')\right)$$

$$V_1((1,2,3)) = \frac{1}{3}(-1+0) + \frac{2}{3}(-1+0) = -1$$

بقیه استیت‌ها نیز ۱- می‌شوند چون V_0 همه صفر است و فقط پاداش رفتن به Done را داریم

$$V_2((1)) = V_2((2)) = V_2((3)) = 1(-1+0) = -1$$

$$V_2((1,2)) = \frac{1}{2}(-1+0) + \frac{1}{2}(-1-1) = -\frac{3}{2}$$

DAT

Subject: Date:

$V_\pi((1,2,3)) = \frac{1}{3}(-1+0) + \frac{2}{3}(-1-1) = -\frac{5}{3}$

$V_\pi((2,3)) = \frac{1}{2}(-1+0) + \frac{1}{2}(-1-1) = -\frac{3}{2}$

ج)

$\pi_*(s) = \arg\max_a Q(s,a)$

$Q((1,2,3),1) \overset{\text{طبق ب}}{=} \frac{1}{3}(-1+0) + \frac{2}{3}(-1-\frac{3}{2}) = -2$

$Q((1,2,3),2) = \frac{1}{3}(-1+0) + \frac{1}{3}(-1-1) + \frac{1}{3}(-1-1) = -\frac{5}{3}$

$Q((1,2,3),3) = \frac{1}{3}(-1+0) + \frac{2}{3}(-1-\frac{3}{2}) = -2$

$\boxed{\pi_*((1,2,3)) = 2}$

$Q((1,2),1) = \frac{1}{2}(-1+0) + \frac{1}{2}(-1-1) = -\frac{3}{2}$

$Q((1,2),2) = \frac{1}{2}(-1+0) + \frac{1}{2}(-1-1) = -\frac{3}{2}$

استیت های (1,2) و (2,3) مانند هم تفاوتی در Q ها ندارند پس می‌توان

هرکدام از اکشن های موجود را انتخاب کرد

DAT

Subject: Date:

د) بله سیاست بهینه است

این مسئله binary search است که اگر در تمامی استپ‌ها عدد وسط را انتخاب کنیم (اگر وسط نداشت یکی از ۲ عدد میانی) و مسئله در $O(\log n)$ حل می‌شود

و اگر سیاست ب را انتخاب می‌کردیم در $O(n)$ حل می‌شد

binary search سعی می‌کند فضای جست‌جو را هر دفعه نصف کند (با حدس زدن وسطی)

CamScanner

Subject: Date:

۶ - الف)

$$\left.\begin{array}{l} E_1: S_4, down, S_5 \\ E_2: S_4, down, S_7 \\ E_3: S_4, down, S_5 \end{array}\right\} \Rightarrow T(S_4, down, S_5) = \frac{2}{3}$$

$E_4: S_0, right, S_1, 1 \Rightarrow R(S_0, right, S_1) = 1$

در E_1 و E_3 ، $S_0, right, S_1$ نداشتیم

ب)

$E_1: 0 + (0/8)\times 2 + (0/8)^2 \times (-4) + (0/8)^3 \times 10 = 4/16$

$E_2: 1 + (0/8)\times 1 + (0/8)^2 \times 1 + (0/8)^3 \times 10 = 7/56$

$E_3: 1 + (0/8)\times 2 + (0/8)^2 \times (-4) + (0/8)^3 \times 10 = 5/16$

$$\Rightarrow V(S_0) = \frac{4/16 + 7/56 + 5/16}{3} \simeq \boxed{5/63}$$

$E_1: -4 + (0/8)\times 10 = 4$

$E_2: 1 + (0/8)\times 10 = 9$

$E_3: -4 + (0/8)\times 10 = 4$

$$\Rightarrow V(S_1) = \frac{4+9+4}{3} \simeq \boxed{5/67}$$

DAT

Subject: Date:

$E_1: \left(Q \leftarrow (1-\alpha)Q + \alpha\left(R + \gamma \max_a Q\right)\right)$ (ج

$Q(S_0, right) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(0+0) = 0$

$Q(S_2, right) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(2+0) = 1$

$Q(S_4, down) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(-4+0) = -2$

$Q(S_5, down) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(10+0) = 5$

$E_2: Q(S_0, right) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(1+0) = \frac{1}{2}$

$Q(S_1, down) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(1 + \gamma \max_a Q(S_4, a))$

طبق E_1 : $Q(S_4, down) = -2$

اما هر ۳ جهت دیگر مقدار Q صفر دارند پس:

$Q(S_1, down) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(1+0) = \frac{1}{2}$

$Q(S_4, down) = \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1+0) = -\frac{1}{2}$

$Q(S_7, right) = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}(10+0) = 5$

در بقیه استیت ها جز $S_1, down$ مقدار $\max_a Q(s,a)$ همان صفر بود

DAT

Subject: Date:

$Q(S_0, right) = \frac{1}{2}$ $Q(S_3, right) = 1$

$Q(S_4, down) = -\frac{1}{2}$ $Q(S_5, down) = 5$

$Q(S_1, down) = \frac{1}{2}$ $Q(S_7, right) = 5$

بقیه Q ها آپدیت نشوند و همان صفر بمانند

تصمیم بهتر در S_4 اکشن down نیست چون اکشن های left/right/up

مقدار Q صفر را دارند که از $-\frac{1}{2}$ بیشتر است

DAT

CamScanner