Subject: ۴۰۳۱۰۶۶۸۱ سوالات ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۷ (۶ از ۷ سوال) حل شده است
Date

محمدمهدی مرادی

۱- الف) $(0 \in L \text{ و } 1 \in L)$

$S \to 0A0 \mid 1B1 \mid 0 \mid 1$

$A \to 0A0 \mid 0A1 \mid 1A0 \mid 1A1 \mid 0$

$B \to 0B0 \mid 0B1 \mid 1B0 \mid 1B1 \mid 1$

ب) فرض می‌کنیم L منظم است پس لم پامپینگ در آن صدق می‌کند

$w = 0^m 1^m 0 1^m 0^m$, $w = xyz$ و $xy = 0^m$ و $z = 1^m 0 1^m 0^m$

$|w| \geq m$, $|xy| \leq m$ و $|y| \geq 1$ و $xy^iz \in L$

$\Rightarrow xy = 0^m$ — $x = 0^{m-k}$, $y = 0^k$ $\qquad xy^2z = 0^{m+k} 1^m 0 1^m 0^m \Rightarrow |xy^2z| = 4m+1+k$

اگر k فرد باشد، طول xy^2z زوج می‌شود پس $xy^2z \notin L$ ✗

اگر k زوج باشد $(k = 2c)$ آنگاه طول xy^2z فرد می‌شود اما کاراکتر وسط دیگر صفر نیست

$\Rightarrow xy^2z = \underbrace{0^{m+2c} 1^m 0 1^m 0^m}_{2m+2c}$ $\qquad$ جایگاه کاراکتر وسط: $\frac{4m+2c}{2} = 2m+c$

$\Rightarrow 2m+c < 2m+2c \Rightarrow$ کاراکتر وسط $= 1$ کاراکتر راست و چپ $= 0$

$\Rightarrow xy^2z \notin L$ ✗

پس L منظم نیست

PAPCO

Subject:
Date

۲ - الف) فرض می‌کنیم مستقل از متن است پس:

$w = uvxyz \qquad |w| \geq m \qquad |vxy| \leq m \qquad |vy| \geq 1$

$w = a^m b^{m^2} \qquad |w| \geq m$ ✓

① $a \underbrace{\ldots a}_{vxy} b \ldots\ldots b$

اگر v و y را پامپ کنیم تعداد bها دیگر نمی‌تواند دو تعداد a نیست

② $a \ldots a \underbrace{b \ldots}_{vxy} b$

مانند قبل اگر v و y پامپ نشود دیگر عضو L نیست

③ $a \ldots \underbrace{a\, b \ldots}_{vxy} b \qquad v = \underbrace{a \ldots a}_{k}\underbrace{b \ldots b}_{r} \qquad a = b$

$m^2 - q - r - 1$

$u = a^{m-k} \qquad y = b^q \Rightarrow z = b$

۳ بار پمپ $\Rightarrow a^{m-k}\, a^{2k}\, b^{2r}\, b^{2q}\, b^{m^2-q-r-1} = a^{m+k}\, b^{m^2+q+r}$

$\Rightarrow (m+k)^2 \overset{?}{=} m^2+q+r \Rightarrow 2m+k^2 \overset{?}{=} q+r$

لزوما برقرار نیست پس در هر ۳ حالت به تناقض خوردیم پس L مستقل از متن نیست

PAPCO

Subject:
Date

ب) فرض می‌کنیم مستقل از متن است:

$w = uvxyz = a^m b^m c^m \qquad |w| \geq m \text{ و } |vxy| \leq m \qquad |vy| \geq 1$

① $vxy = a^k \underline{\ } b^k \underline{\ } c^k$

در این حالت بعد از پمپ کردن vy به سمت پایین $(i=0)$ دیگر $n_a = \min\{n_b, n_c\}$

نمی‌شود

② vxy شامل a نباشد یا شامل c نباشد

اگر vxy شامل a نباشد، بعد از پمپ کردن n_c و n_b زیاد می‌شوند و دیگر عضو L

نخواهند بود. اگر شامل c نباشد بعد از پمپ کردن چون n_a زیاد می‌شود دیگر

$n_a = \min\{n_b, n_c\}$ نخواهد بود

③ $a \ldots \underbrace{ab \ldots bc}_{vxy} \ldots c$

$\Longrightarrow |vxy| > m$ ممکن نیست چون اینجوری

پس به تناقض رسیدیم پس L مستقل از متن نیست

Subject:
Date

ج) L مستقل از متن است. برای اثبات یک NPDA طراحی می کنیم

$M=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

$Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ $\Sigma=\{a, b\}$ $\Gamma=\{A, B, \$\}$

q_0 $Z_0=\$$ $F=\{q_4\}$

$\delta(q_0, b, A)=\{(q_0, \lambda)\}$ $\delta(q_0, a, B)=\{(q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_0, b, \$)=\{(q_0, B\$)\}$ $\delta(q_0, a, \$)=\{(q_1, A\$)\}$

$\delta(q_0, b, B)=\{(q_0, BB)\}$ $\delta(q_0, a, A)=\{(q_1, AA)\}$

$\delta(q_1, \lambda, B)=\{(q_0, \lambda)\}$ $\delta(q_0, a, B)=\{(q_2, \lambda)\}$

$\delta(q_1, \lambda, \$)=\{(q_0, A\$)\}$ $\delta(q_0, a, \$)=\{(q_2, A\$)\}$

$\delta(q_1, \lambda, A)=\{(q_0, AA)\}$ $\delta(q_0, a, A)=\{(q_2, AA)\}$

$\delta(q_2, \lambda, B)=\{(q_3, \lambda)\}$ $\delta(q_3, \lambda, B)=\{(q_0, \lambda)\}$

$\delta(q_2, \lambda, \$)=\{(q_3, A\$)\}$ $\delta(q_3, \lambda, \$)=\{(q_0, A\$)\}$

$\delta(q_2, \lambda, A)=\{(q_3, AA)\}$ $\delta(q_3, \lambda, A)=\{(q_0, AA)\}$

PAPCO

$\delta(q_0, \lambda, \$)=\{(q_4, \$)\}$

CamScanner

Subject:
Date

۳- الف)

$w = x \underbrace{a \mid b}_{y} z \qquad |x| = |z| = n \geq k = |y|$

$a + b + 1 \leq n \Longrightarrow \boxed{a + b < n}$

باید یا x و z را گسترش دهیم یا x و z و a و یا x و z و b، اینگونه مطمئن

می شویم که $a+b<n$

گسترش x و z و a — گسترش x و z و b — پایه

$S \to ASA \mid AASA \mid ASAA \mid A1A$

$A \to 0 \mid 1$

برای C_1 گرامر ارائه شد پس CFL است

Subject:
Date

ب) فرض می‌کنیم CFL است. طبق لم پامپینگ داریم:

$W = uV_{xyz}$ $\quad |W| \geq m \quad |V_{xy}| < m \quad |V_y| \geq 1$

$W = 0^{m} | 0^{m-2} | 0^{m}$

① $\underbrace{00\ldots00}_{V_{xy}} | 00\ldots00 | \underbrace{00\ldots00}_{V_{xy}}$

در هر دو حالت بعد از پامپ کردن طول صفرهای ابتدایی یا انتهایی برابر نیست و

y هم باید $|0^{m-2}|$ باشد تا هم ۲ تا یک داشته باشد هم $|y| < m$

② $\underbrace{00\ldots00}_{V_{xy}} | 00\ldots00 | \underbrace{00\ldots00}_{V_{xy}}$

با پامپ کردن به پایین ($i=0$) اعداد یک از بین می‌روند و دیگر عضو C_2 نخواهد بود

③ $00\ldots00 | \underbrace{00\ldots00}_{V_{xy}} | 00\ldots00$

با پامپ کردن تعداد صفرهای وسط از $m-2$ بیشتر می‌شود و دیگر y نمی‌تواند

هم حداقل ۲ تا یک داشته باشد هم $|y| < m$

پس به تناقض رسیدیم پس C_2 یک CFL نیست

CamScanner

Subject:
Date

۴- چون C نامتناهی هست پس در گرامر مربوطه باید حداقل یکی $A \to uAv$ داشته باشیم. هر دوی u و v نمی‌توانند λ باشند چون C نامتناهی است

$$S \to xAy$$
$$A \to uAv \mid w$$
$$\Longrightarrow xu^iwv^iy$$

چون هر پیشوندی باید در C باشد پس:

(I) $|u| \neq 0 \Longrightarrow xu^i \in C \ , \ i > 0$

عبارت xu^i همان xu^* است که یک عبارت منظم است و چون $i > 0$ پس نامتناهی است. $L_1 = \{w \mid w = xu^*\} \subseteq C$

(II) $|u| = 0 \Longrightarrow xwv^i \in C, \ i > 0$

عبارت xwv^i همان xwv^* است که یک عبارت منظم است و چون $i > 0$ پس نامتناهی است. $L_2 = \{w \mid w = xwv^*\} \subseteq C$

پس در هر دو حالت C یک زیرمجموعه منظم نامتناهی دارد

PAPCO

Subject:
Date

۵- این گرامر مستقل از متن، رشته‌هایی به فرم $a^i b^j c^j d^{3i}$ تولید می‌کند. حالا برای اینکه از وسط نصفش کنیم چند حالت داریم:

$S \to aSddd \mid A$

$A \to bAc \mid \lambda$

(I) $i = j + j + 3i$ ✗ (II) $i + j = j + 3i$ ✗

(III) $i + j + j = 3i \Rightarrow i = j$ ✓

پس $w = a^n b^n c^n d^{3n} \in L \Rightarrow x = a^n b^n c^n$ و $y = d^{3n} \Rightarrow |x| = |y|$

$\Longrightarrow x = a^n b^n c^n \in L_{\frac{1}{2}}$

اما می‌دانیم که $a^n b^n c^n$ گرامر مستقل از متن ندارد پس $L_{\frac{1}{2}}$ نروما مستقل نیست

PAPCO

Subject:
Date

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \delta, q_0, Z_0, F)$ -۷

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ $\Sigma = \{a, b\}$ $\Gamma = \{a', \$\}$ $\Delta = \{x, y\}$

q_0 $Z_0 = \$$ $F = \{q_3\}$

فرض می کنیم $\$$ در کف stack از قبل وجود دارد

$\delta(q_0, a, \$) = \{(q_0, a'\$, \lambda)\}$ $\delta(q_0, a, a') = \{(q_0, a'a', \lambda)\}$

$\delta(q_0, b, a') = \{(q_1, \lambda, yyy)\}$ $\delta(q_1, b, a') = \{(q_1, \lambda, yyy)\}$

$\delta(q_1, \lambda, \$) = \{(q_2, \$, \lambda)\}$ $\Leftarrow$ اگر $m=0$

$\delta(q_1, \lambda, a') = \{(q_2, a', \lambda)\}$ $\Leftarrow$ اگر $m \neq 0$

$\delta(q_2, \lambda, a') = \{(q_2, \lambda, xx)\}$

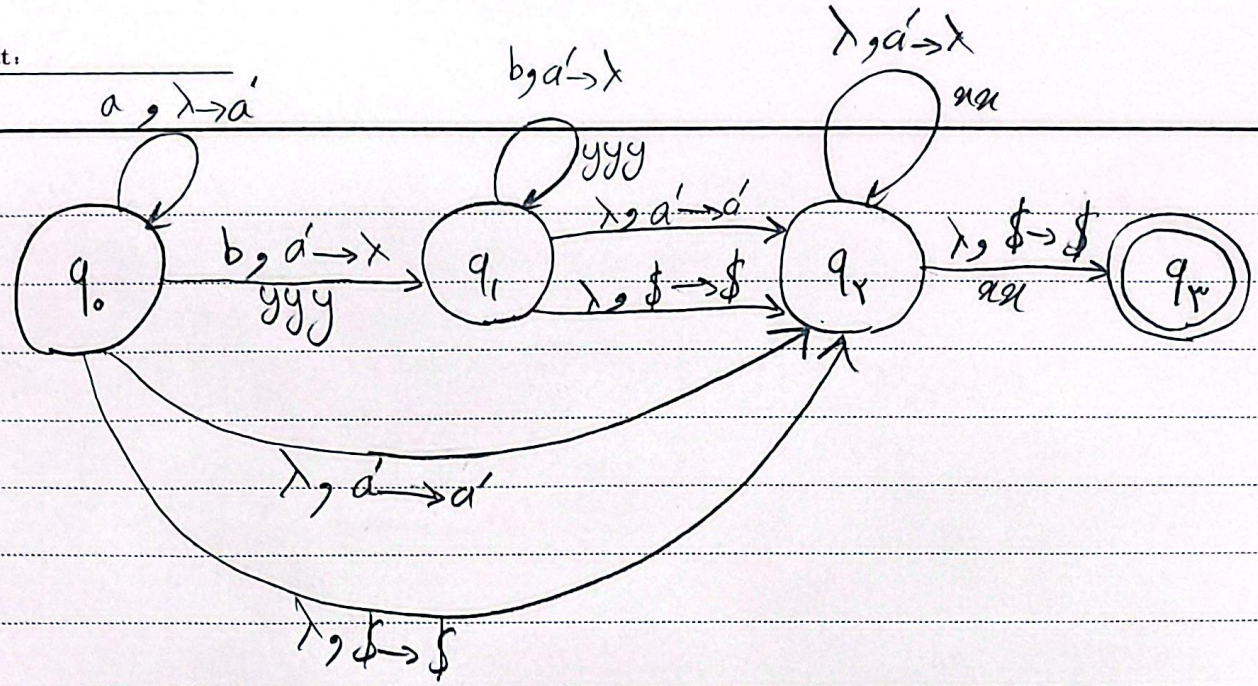
$\delta(q_2, \lambda, \$) = \{(q_3, \$, xx)\}$

$\delta(q_0, \lambda, a') = \{(q_2, a', \lambda)\}$ $\Leftarrow$ اگر $n=0$

$\delta(q_0, \lambda, \$) = \{(q_2, \$, \lambda)\}$ $\Leftarrow$ اگر $m=n=0$

PAPCO

Subject:
Date



وقتی روی فلش برای رشته خروجی چیزی نوشته نشده یعنی رشته خالی خروجی می‌دهیم