

به نام خدا

تکلیف اول طراحی الگوریتم

استاد: دکتر مالکی

(۱) به ازای هر یک از دو ترکیب عبارت A و B که در جدول زیر ذکر شده مشخص کنید عبارت A از Ω , ω , o , O , نسبت به عبارت B است یا خیر. k و c دو عدد ثابت بزرگ تر از یک هستند. از هر سطر برای استدلال پاسخ خود را بیان کنید.

A	B	Ω	ω	o	O
n^k	c^n				
\sqrt{n}	$n^{\sin(n)}$				
2^n	$2^{n/2}$				
$n^{\lg(c)}$	$c^{\lg(n)}$				
$\lg(n!)$	$\lg(n^n)$				

(۲) هر یک از عبارات زیر را اثبات و یا با مثال نقض رد کنید.

- I. $f(n) = O(g(n))$ implies $g(n) = O(f(n))$
- II. $f(n) + g(n) = \theta(\min(f(n), g(n)))$
- III. $f(n) = O(g(n))$ implies $g(n) = \Omega(f(n))$
- IV. $f(n) = \theta(f(n/2))$

(۳) توابع زیر را به ترتیب سرعت رشد از چپ به راست مرتب کنید. توجه داشته باشید که تقدم g_1 نسبت به تابع g_2 به معنای $g_1 = \Omega(g_2)$ است. همچنین توابعی را که در یک دسته بندی از کلاس رشد قرار میگیرند را مشخص کنید.

$(\lg n)!$	$n!$	n^2	$n \cdot \lg(n)$	n	1
$(3/2)_n$	n^3	$\lg^2(n)$	$\lg(n!)$	$n \cdot 2^n$	$\ln(n)$
$2^{\lg(n)}$	e^n	$4^{\lg(n)}$	$(n+1)!$	2^n	2^{n+1}

(۴) در طول این درس به دفعات از پیچیدگی زمانی الگوریتم‌ها صحبت میشود و سعی میشود تا الگوریتم‌هایی با پیچیدگی زمانی نه چندان بالا برای مسائل پیدا شود. تصویر زیر یک ارتباط کلی بین اندازه ورودی، پیچیدگی زمانی الگوریتم و زمان اجرای آن ارائه میکند. آن را تفسیر کنید و با توجه با آن بگویید چرا گاهان پیچیدگی زمانی‌هایی که قبلاً کارساز بودند دیگر جوابگو نیستند؟

	n	$n \log_2 n$	n^2	n^3	1.5^n	2^n	$n!$
$n = 10$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	4 sec
$n = 30$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	18 min	10^{25} years
$n = 50$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	11 min	36 years	very long
$n = 100$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	1 sec	12,892 years	10^{17} years	very long
$n = 1,000$	< 1 sec	< 1 sec	1 sec	18 min	very long	very long	very long
$n = 10,000$	< 1 sec	< 1 sec	2 min	12 days	very long	very long	very long
$n = 100,000$	< 1 sec	2 sec	3 hours	32 years	very long	very long	very long
$n = 1,000,000$	1 sec	20 sec	12 days	31,710 years	very long	very long	very long