

1 - دو آرایه از اعداد صحیح با  $n$  مولفه در اختیار داریم. میخواهم با حداکثر  $k$  تغییر در این آرایه ی اول، مقدار ضرب داخلیشان را مینیمم کنیم. در هر تغییر میتوان یک مولفه از بردار اول را 2 واحد کاهش یا 2 واحد افزایش داد.

یک الگوریتم حریصانه ارائه دهید که مینیمم مقدار ضرب داخلی این دو بردار را محاسبه کند.

مثال :

{1, 2, -3}

{-2, 3, -5}

تعداد تغییر = 5

در اینجا با 5 بار تغییر دادن -3 و تبدیل آن به 7 (10 واحد اضافه کردن عدد -3) میتوان عدد -31 را به دست آورد

$$(1 * -2) + (2 * 3) + (7 * -5) =$$

$$-2 + 6 - 35 =$$

$$-31$$

مثال 2 :

{2, 3, 4, 5, 4}

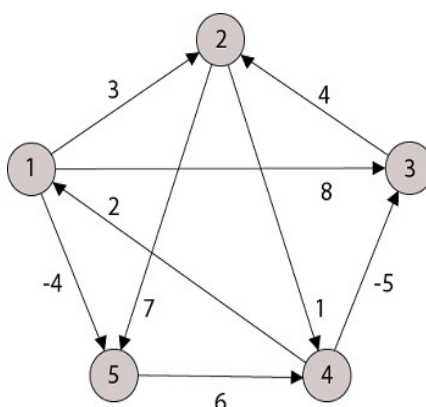
{3, 4, 2, 3, 2}

تعداد تغییر = 3

خروجی الگوریتم شما در این حالت باید مقدار 25 باشد

2 - یک جدول با  $2^{n-1}$  سطر و  $n$  ستون در حافظه یک رایانه ذخیره شده است. هر خانه از این جدول شامل یک عدد صفر یا یک است. هر سطر از این جدول را میتوان یک رشتهی باینری به طول  $n$  در نظر گرفت. میدانیم که هیچ دو سطری از جدول دنباله ای یکسانی را نمایش نمیدهند. در نتیجه، با توجه به این که تعداد کل رشته های باینری به طول  $n$  برابر  $2^n$  است، تنها یک رشته باینری  $n$  تایی در سطرهای این جدول ظاهر نشده است. برای یافتن این رشته گم شده، الگوریتمی با زمان اجرای  $O(2^n)$  ارائه دهید که حداکثر از حافظه اضافی  $O(n)$  استفاده کند. فرض کنید که به ازای هر  $i$  و  $j$ ، دسترسی به خانه سطر  $i$  ام و ستون  $j$  ام جدول در زمان  $O(1)$  امکان پذیر باشد.

3 - برای گراف زیر 2 مرحله اول Bellman-Ford را اجرا کنید. ( راس شروع را راس 1 در نظر بگیرید)



4- (اختیاری) در مورد یکی از الگوریتم های شار بیشینه تحقیق کنید.

5- (اختیاری) گراف وزن دار  $G = (V, E)$  و رئوس  $s$  و  $t$  از یک گراف داده شده است. میدانیم اگر راس  $t$  را از این گراف حذف کنیم، از راس  $s$  به هر راسی مانند  $u$  دقیقاً یک مسیر باقی خواهد ماند و راس  $u$  به راس  $s$  مسیری نخواهد داشت. با این فرض، الگوریتمی از مرتبه زمانی  $O(n+m)$  ارائه دهید که شار بیشینه از  $s$  به  $t$  را در این گراف پیدا کند.

6- (اختیاری) در رابطه با الگوریتم فلوید وارshall و کاربرد های آن تحقیق کنید.

7- شما در بخش برنامه نویسی پویا (Dynamic Programming) با مسأله ی کوله پشتی آشنا شدید. حال میخواهیم که این مسأله را کمی تغییر داده و دوباره حل کنیم.  
فرض کنید این بار به جای انتخاب یک کالا برای گذاشتن در کوله پشتی یا نداشتن آن در کوله پشتی، میتوانیم یک fraction از آن کالا را در کوله پشتی قرار دهیم. یعنی برای مثال میتوانیم از کالای  $z$  ام  $2/3$  و از کالای  $m$  ام  $1/5$  آن را برداریم.  
الگوریتمی برای حل مسأله ی کوله پشتی در این حالت ارائه دهید و الگوریتم خود را از نظر زمانی تحلیل کنید.  
(اختیاری) درستی الگوریتم خود را اثبات کنید.