

۱. در یک کارگاه چوب بری، می‌خواهیم چوبی به طول n متر را به تکه‌های کوچکتر تبدیل کنیم. طول قطعه‌های ایجاد شده عدد صحیحی است و هر کدام ارزش خاصی دارد. الگوریتمی ارائه دهید که مقدار بیشترین ارزش ممکنه از این برش ها به دست بیاید. مثال: اگر طول چوب برابر ۸ باشد و جدول ارزش بر حسب اندازه به شکل زیر باشد

length	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
--------	---	---	---	---	---	---	---	---

price	۱	۵	۸	۹	۱۰	۱۷	۱۷	۲۰
-------	---	---	---	---	----	----	----	----

ماکسیمم ارزش برابر ۲۲ خواهد بود (با تقسیم چوب به قطعه‌های ۲ متری و ۶ متری)
و یا اگر طول چوب برابر ۸ باشد و جدول ارزش به شکل

length	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
--------	---	---	---	---	---	---	---	---

price	۳	۵	۸	۹	۱۰	۱۷	۱۷	۲۰
-------	---	---	---	---	----	----	----	----

باشد ماکسیمم ارزش برابر ۲۴ خواهد بود (با تقسیم چوب به ۸ چوب یک متری)
راهنمایی : الگوریتم شما باید از $O(n^2)$ باشد

۲. در یک آرایه ی نامرتب، الگوریتمی پیشنهاد دهید که حاصل جمع بزرگترین زیرآرایه ی متوالی از نظر جمع اعضا را ارائه دهد
مثال : در آرایه ی

$\{-2, -3, 4, -1, -2, 1, 5, -3\}$

بزرگترین زیرآرایه ی متوالی از نظر جمع اعضا برابر

$\{4, -1, -2, 1, 5\}$

است و خروجی الگوریتم شما باید ۷ باشد.

همچنین ممکن است این زیر دنباله یکتا نباشد که در این صورت پیدا کردن تنها یکی از آن‌ها کافی است.
نکته : الگوریتم شما باید از $O(n)$ باشد

۳. ما در نقطه ی (m, n) قرار داریم m و n بزرگتر یا مساوی ۰ هستند) و می‌خواهیم به نقطه ی $(0, 0)$ بازگردیم. در هر مرحله میتوانیم یا یک خانه به پایین حرکت کرده یا یک خانه به سمت چپ.
یعنی حرکت‌های مجاز ما در هر مرحله $(m-1, n)$ و یا $(m, n-1)$ است.
الگوریتمی ارائه دهید که تعداد حالت‌هایی که میتوانیم با استفاده از حرکت‌های مجاز به خانه ی $0, 0$ بازگردیم را به دست آورد.
نکته : الگوریتم شما باید از $O(n * m)$ باشد.

۴. در یک ماتریس صفر و یک، بزرگترین زیر ماتریس مربعی را بیابید که تمام عناصر آن یک باشد.

مثال : در ماتریس زیر

۱	۱	۱	۰	۰
۰	۱	۱	۰	۰
۱	۱	۱	۱	۱
۰	۰	۰	۰	۰

بزرگترین زیر ماتریس مربعی تمام ۱ برابر با

۱	۱
۱	۱

است. در این حالت خروجی الگوریتم شما باید ۲ باشد. (اندازه ی بزرگترین زیر ماتریس)

نکته: الگوریتم شما باید از $O(m*n)$ باشد (m تعداد سطر های ماتریس اصلی و n تعداد ستون ماتریس اصلی است)

۵. بر روی یک رشته به طول n، الگوریتمی ارائه دهید طول بزرگترین زیر رشته ی متقارن آن را به دست آورید.

مثال : برای رشته ی BBABCBCAB خروجی الگوریتم شما باید ۷ باشد زیرا BABCBAB بزرگترین زیر رشته ی متقارن آن

است. زیر رشته های متقارن دیگری مانند BBBB و BBCBB نیز وجود دارد که بزرگترین نیستند.

نکته : الگوریتم شما باید از $O(n^2)$ باشد

سؤال های امتیازی :

۱. در یک دنباله ی اعداد نامرتب، زیر دنباله ای را زیر دنباله ی «خاص» مینامیم که اولاً یک زیر دنباله ی متوالی از دنباله ی اصلی باشد و ثانیاً اگر طول این زیر دنباله m باشد و مقدار کوچکترین عضو این زیر دنباله k باشد مقدار نظیر این زیر دنباله را $m * k$ در نظر میگیریم. بدیهی است که یک دنباله میتواند تعداد زیادی زیر دنباله ی «خاص» داشته باشد. برای یک دنباله ی دلخواه زیر دنباله ی «خاصی» را بیابید که مقدار نظیر آن از همه ی زیر دنباله های «خاص» دیگر بیشتر باشد.

مثال : دنباله ی {۱,۲,۳} دارای زیر دنباله های خاص زیادی است. یکی از آنها {۱,۲} است که مقدار نظیر آن برابر ۲ است. یکی دیگر {۲,۳} است که مقدار نظیر آن ۴ است. زیر دنباله ی خاص ماکسیمم این دنباله برابر ۴ است.

مثال ۲ : دنباله ی {۱,۲,۳,۴,۵,۶} دارای زیر دنباله ی خاص {۵,۴,۵} است که این زیر دنباله ی خاص از تمام زیر دنباله های خاص دیگر بزرگتر است.

نکته: الگوریتم شما باید از $O(n)$ باشد

۲. در یک ماتریس صفر و یک، بزرگترین زیرماتریس مستطیلی شکلی را بیابید که تمام عناصر آن ۱ باشد.

مثال : در ماتریس زیر

۱	۱	۱	۰	۰
۱	۱	۰	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱
۰	۱	۰	۰	۰

بزرگترین زیر ماتریس که همه ی عناصر آن ۱ باشد برابر

۱	۱
۱	۱
۱	۱

است که دارای حاصل ۶ می باشد. پس خروجی الگوریتم شما باید ۶ باشد.

راهنمایی : میتوانید از قسمت قبل و الگوریتم مربوط به زیرمجموعه ی «خاص» استفاده کنید
نکته : الگوریتم شما باید از $O(n^2)$ باشد