دانشگاه تهران
پردیس دانشکده‌های فنی
دانشکده مهندسی مکانیک
درس کنترل مدرن

گزارش پروژه امتحان خانه‌بر پایانترم کنترل مدرن

عنوان پروژه:
سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی

نام نویسنده:
مهدی عبداله چالکی

تاریخ تحویل:
۱۴۰۰/۱۱/۵

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی مکانیک

درس کنترل مدرن

چکیده

در گزارش پیش رو، یک سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی ساخت شرکت Quanser، مورد مطالعه قرار گرفته‌است و مراحل مختلفی از جمله مدل‌سازی غیرخطی، خطی‌سازی مدل غیر خطی، بررسی پایداری سیستم خطی و نیز طراحی کنترل‌کننده و رویت‌گر برای آن سیستم، انجام شده‌است.

در مراحل مختلف این پروژه، از مفاهیم کنترل خطی و مدرن استفاده شده‌است و شبیه‌سازی‌ها توسط نرم‌افزار متلب و سیمولینک صورت گرفته‌اند. خواسته‌های هر سوال نیز ابتدا از منظر تئوری پاسخ داده‌شده‌است و سپس روش پیاده‌سازی آن به صورت نرم‌افزاری و پاسخ‌های سیستم تشریح شده‌اند. در بخش پیوست، کدها و مدل‌های مورد استفاده ضمیمه شده‌اند.

فهرست

فهرست تصاویر

فهرست جداول

۱.مقدمه و فرضیات

در این پروژه، مدل‌سازی و کنترل خطی یک سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی انجام گرفته‌است. نمای این هلیکوپتر در شکل ۱ آمده است.

شکل ۱- هلیکوپتر سه درجه آزادی به هنگام عملکرد

در بخش ابتدایی، مدل‌سازی سیستم با استفاده از روش اویلر-لاگرانژ انجام گرفته و معادلات غیرخطی سیستم استخراج شده‌اند. سپس این معادلات حول نقطه تعادل صفر خطی‌سازی شده و معادلات فضای حالت آن بدست آمده‌اند. در بخش بعدی، سیستم مدار باز از نظر انواع پایداری مورد ارزیابی قرار گرفته و کنترلر فیدبک حالت برای آن طراحی شده‌است.

در بخش‌های بعدی پروژه، بیشتر به بحث کنترل و رویت‌پذیری پارامترهای سیستم پرداخته شده و مواردی مانند طراحی کنترلر ردیاب حالت، بررسی واکنش کنترلر به تغییر پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی، طراحی رویت‌گر مرتبه کامل و نیز رویت‌گر مرتبه کاهش‌یافته انجام گرفته است. نتایج هر بخش به تفصیل در بخش‌های آتی شرح داده خواهد شد.

فرضیات حل پروژه در بخش ۲-۲ شرح داده شده‌است.

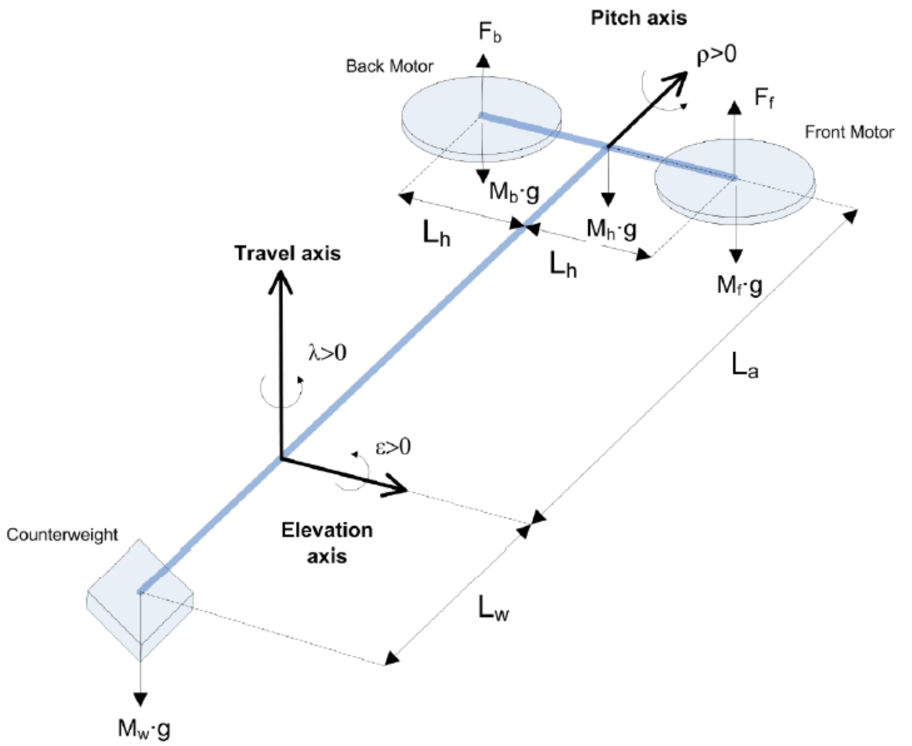
نکات کلیدی: هلیکوپتر، کنترل، مدل‌سازی، کنترلر، رویت‌گر

۲. مدل‌سازی

در این بخش، به مدل‌سازی ربات و استخراج معادلات غیرخطی آن می‌پردازیم. ابتدا سیستم را معرفی و پارامترهای آن را معرفی می‌کنیم.

۲-۱- معرفی سیستم هلیکوپتر

هلیکوپتر نشان‌داده‌شده در شکل ۱، متشکل از دو موتور DC به همراه پره، یک وزنه، دو بازوی متحرک، یک لولای یک درجه آزادی و یک لولای دو درجه آزادی است که این مجموعه بر روی پایه‌ای ثابت قرار گرفته‌است. محور دو موتور موازی یکدیگر است و با چرخش پره‌های آن‌ها، نیروی لازم برای چرخش محورها حول لولاها ایجاد می‌شود. این نیروها به قدری کافی هستند که بتوانند جرمی را که از سر دیگر میله‌ی متصل به لولا آویزان شده‌است، جابجا کرده و در حالت تعادل نگه دارند. نمای جسم آزاد این هلیکوپتر در شکل ۲ نمایش داده شده است. همچنین زوایای مرجع و محورها نیز در این شکل مشخص شده‌اند.



شکل ۲: نمودار جسم آزاد هلیکوپتر سه درجه آزادی

در شکل ۲، دیگر پارامترهای سیستم از جمله طول بازوها، جرم هر یک از مجموعه پره و موتورها و نیز جرم وزنه معرفی شده‌اند. با بررسی کاتالوگ این هلیکوپتر، مقادیر مورد نیاز برای حل مساله استخراج شده‌اند. این مقادیر در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱: پارامترهای اصلی سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی

پارامتر	توضیحات	مقدار	واحد
K_f	ثابت نیروی رانش پروانه	0.1188	N/V
M_h	جرم هلیکوپتر	1.15	kg
M_W	جرم وزنه	1.87	kg
M_f	جرم مجموعه پروانه جلویی	0.713	kg
M_b	جرم مجموعه پروانه پشتی	0.713	kg
L_a	فاصله محور حرکت تا بدنه هلیکوپتر	0.660	m
L_h	فاصله محور فراز تا هر یک از موتورها	0.178	m
L_w	فاصله محور حرکت تا وزنه	0.470	m

حال پس از معرفی سیستم و پارامترها، به سراغ تحلیل و بدست آوردن معادلات حرکت آن می‌رویم.

۲-۲- تحلیل دینامیکی هلیکوپتر

برای بدست آوردن معادلات حرکت سیستم، از روش اویلر – لاگرانژ بهره می‌بریم. برای پیاده سازی این روش، ابتدا باید انرژی‌های پتانسیل و جنبشی محاسبه شوند. برای محاسبه‌ی انرژی‌ها نیز باید موقعیت و سرعت هر یک از اجرام معلوم باشد. بنابراین، ابتدا به سراغ تعیین مختصات هر یک از اجرام می‌رویم.

فرضیات: جرم و ممان بازوهای متصل کننده قطعات به یکدیگر در کاتالوگ نیامده‌است و مقادیر آن‌ها ناچیز فرض شده‌است. بنابراین، بدست آوردن انرژی دورانی آن‌ها نیازی نیست و تنها انرژی ناشی از جرم‌هایی که در بخش قبل معرفی شد، می‌پردازیم. لازم به ذکر است که محاسبه‌ی مختصات اجرام در مکانیزم چند درجه آزادی، وقت‌گیر و نیاز به تسلط بر مباحث دینامیک پیشرفته (و یا رباتیک مقدماتی) است تا با تعریف ماتریس‌های انتقال و ضرب آن‌ها در یکدیگر، بتوان به مختصات اجرام مورد نظر رسید. معادلات این بخش، از فایل راهنمای موجود در وبسایت شرکت Quanser نقل شده‌اند.

مختصات اصلی سیستم زوایای ρ ،ϵ و λ به ترتیب حول محورهای ارتفاع، فراز و حرکت نشان‌داده‌شده در شکل ۲ هستند.

مختصات وزنه‌ی معلق از انتهای بازوی اصلی در دستگاه مختصات مرکزی، بدین شرح است:

$$x_{cw}(t) = -\sin(\lambda(t)) * \cos(\epsilon(t)) * Lw \tag{۱}$$

$$y_{cw}(t) = -\cos(\lambda(t)) * \cos(\epsilon(t)) * Lw \tag{۲}$$

$$z_{cw}(t) = -\sin(\epsilon(t)) * Lw \tag{۳}$$

مختصات موتور جلویی در دستگاه مختصات مرکزی، بدین شرح است:

$$x_{fm} = cos(\lambda(t)) * cos(p(t)) * L_h - sin(\lambda(t)) * sin(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\lambda(t)) * cos(\epsilon(t)) * L_a \tag{۴}$$

$$y_{fm} = -\sin(\lambda(t)) * \cos(p(t)) * L_h - \cos(\lambda(t)) * \sin(\epsilon(t)) * \sin(p(t)) * L_h + \cos(\lambda(t)) * \cos(\epsilon(t)) * L_a \tag{۵}$$

$$z_{fm} = cos(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\epsilon(t)) * L_a \tag{۶}$$

مختصات موتور پشتی در دستگاه مختصات مرکزی، بدین شرح است:

$$x_{bm} = -cos(\lambda(t)) * cos(p(t)) * L_h + sin(\lambda(t)) * sin(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\lambda(t)) * cos(\epsilon(t)) * L_a \tag{۷}$$

$$y_{bm} = sin(\lambda(t)) * cos(p(t)) * L_h + cos(\lambda(t)) * sin(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + cos(\lambda(t)) * cos(\epsilon(t)) * L_a \tag{۸}$$

$$z_{bm} = -cos(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\epsilon(t)) * L_a \quad (۹)$$

بدین ترتیب و با مشخص شدن، مختصات هر یک از اجرام، می‌توان انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن‌ها و در نتیجه انرژی جنبشی و پتانسیل کل مجموعه را بدست آورد.

۲-۳- انرژی پتانسیل مجموعه

برای انرژی پتانسیل وزنه‌ی معلق از انتهای بازوی اصلی داریم:

$$V_{cw} = -M_w * g * sin(\epsilon(t)) * L_w \quad (۱۰)$$

برای انرژی پتانسیل موتور جلویی داریم:

$$V_{fm} = M_f * g * (cos(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\epsilon(t)) * L_a) \quad (۱۱)$$

برای انرژی پتانسیل موتور پشتی داریم:

$$V_{bm} = M_f * g * (-cos(\epsilon(t)) * sin(p(t)) * L_h + sin(\epsilon(t)) * L_a) \quad (۱۳)$$

و انرژی پتانسیل کل، برابر مجموع انرژی‌های پتانسیل این سه جرم است.

$$V = V_{cw} + V_{bm} + V_{fm} \quad (۱۴)$$

۲-۴- انرژی جنبشی مجموعه

برای انرژی پتانسیل وزنه‌ی معلق از انتهای بازوی اصلی داریم:

$$T_{cw} = 0.5 * M_w * (\dot{x_{cw}}^2 + \dot{y_{cw}}^2 + \dot{z_{cw}}^2) \quad (۱۵)$$

برای انرژی جنبشی موتور جلویی داریم:

$$T_{fm} = 0.5 * M_{fm} * (\dot{x_{fm}}^2 + \dot{y_{fm}}^2 + \dot{z_{fm}}^2) \quad (۱۶)$$

برای انرژی جنبشی موتور پشتی داریم:

$$T_{bm} = 0.5 * M_{bm} * (\dot{x_{bm}}^2 + \dot{y_{bm}}^2 + \dot{z_{bm}}^2) \quad (۱۷)$$

و انرژی جنبشی کل، برابر مجموع انرژی‌های جنبشی این سه جرم است.

$$T = T_{cw} + T_{bm} + T_{fm} \quad (۱۸)$$

۲-۵- معادله اویلر لاگرانژ

معادله اویلر لاگرانژ، شکلی به فرم زیر دارد:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}L\right) - \left(\frac{\partial}{\partial q_i}L\right) = Q_i \quad (۱۹)$$

برای استفاده از معادله اویلر لاگرانژ، در قدم اول مختصات عمومی (q_i)ها را تعریف می‌کنیم. این مختصه‌ها عبارت‌اند از زوایای ϵ، ρ و λ. سپس باید نیروهای عمومی (Q_i)ها را تعریف کنیم. این نیروهای عمومی، گشتاورهایی هستند که پره‌های هلیکوپتر حول محور مربوط به زاویه (q_i)، ایجاد می‌شوند.

برای گشتاور نیروهای عمومی حول محور ارتفاع داریم:

$$Q_1 = L_a K_f \left(V_f + V_b\right) \quad (۲۰)$$

برای گشتاور نیروهای عمومی حول محور فراز داریم:

$$Q_2 = K_f \left(V_f - V_b\right) L_h \quad (۲۱)$$

برای گشتاور نیروهای عمومی حول محور حرکت داریم:

$$Q_3 = L_a K_f \left(V_f + V_b\right) \sin\left(p(t)\right) \quad (۲۲)$$

ولتاژ نقطه کاری سیستم در حالت تعادل صفر، برابر است با:

$$V_{op} := -\frac{1}{2}\frac{g\left(L_a m_b + L_a m_f - L_w m_w\right)}{L_a K_f} \tag{۲۳}$$

در نتیجه با نوشتن ولتاژها حول تعادل، برای Q1 و Q2 داریم:

$$Q_1 = L_a K_f\left(V_f + \frac{g\left(L_a m_b + L_a m_f - L_w m_w\right)}{L_a K_f} + V_b\right) \tag{۲۴}$$

$$Q_3 = L_a K_f\left(V_f + \frac{g\left(L_a m_b + L_a m_f - L_w m_w\right)}{L_a K_f} + V_b\right)\sin\left(p(t)\right) \tag{۲۵}$$

با قرار دادن هر زوج q و Q در معادله اویلر - لاگرانژ، یک معادله بدست می‌آید. در نتیجه، دستگاه معادلات به صورت زیر ظاهر خواهد شد:

معادله اول:

$$g*cos(epsilon(t))*(2*La*Mf - Lw*Mw) - Kf*La*\left(Vb + Vf + \frac{g*(2*La*Mf - Lw*Mw)}{Kf*La}\right) + 2*La^2*Mf*diff(epsilon(t),t,t) + 2*Lh^2*Mf*diff(epsilon(t),t,t) + Lw^2*Mw*diff(epsilon(t),t,t) - 2*Lh^2*Mf*cos(p(t))^2*diff(epsilon(t),t,t) - 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*diff(lambda(t),t)*diff(p(t),t) + 2*La^2*Mf*cos(epsilon(t))*sin(epsilon(t))*diff(lambda(t),t)^2 - 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*sin(epsilon(t))*diff(lambda(t),t)^2 + Lw^2*Mw*cos(epsilon(t))*sin(epsilon(t))*diff(lambda(t),t)^2 + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*cos(p(t))*sin(p(t))*diff(lambda(t),t,t) + 4*Lh^2*Mf*cos(p(t))*sin(p(t))*diff(epsilon(t),t)*diff(p(t),t) + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*cos(p(t))^2*sin(epsilon(t))*diff(lambda(t),t)^2 + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*cos(p(t))^2*diff(lambda(t),t)*diff(p(t),t) - 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*sin(p(t))^2*diff(lambda(t),t)*diff(p(t),t) = 0 \quad (۲۶)$$

معادله دوم:

$$Kf*Lh*(Vb - Vf) + 2*Lh^2*Mf*diff(p(t),t,t) + 2*Lh^2*Mf*sin(epsilon(t))*diff(lambda(t),t,t) + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*diff(epsilon(t),t)*diff(lambda(t),t) - 2*Lh^2*Mf*cos(p(t))*sin(p(t))*diff(epsilon(t),t)^2 - 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*cos(p(t))^2*diff(epsilon(t),t)*diff(lambda(t),t) + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))^2*cos(p(t))*sin(p(t))*diff(lambda(t),t)^2 + 2*Lh^2*Mf*cos(epsilon(t))*sin(p(t))^2*diff(epsilon(t),t)*diff(lambda(t),t) = 0 \quad (۲۷)$$

معادله سوم:

$$
\begin{aligned}
2 * Lh^2 * Mf * diff(lambda(t), t, t) \; + \; 2 * La^2 * Mf \\
* cos(epsilon(t))^2 * diff(lambda(t), t, t) \; - \; 2 * Lh^2 \\
* Mf * cos(epsilon(t))^2 * diff(lambda(t), t, t) \; + \; Lw^2 \\
* Mw * cos(epsilon(t))^2 * diff(lambda(t), t, t) \; - \; Kf \\
* La * sin(p(t)) * (Vb \; + \; Vf \; + \; (g * (2 * La * Mf \; - \; Lw \\
* Mw))/(Kf * La)) \; + \; 2 * Lh^2 * Mf * sin(epsilon(t)) \\
* diff(p(t), t, t) \; + \; 2 * Lh^2 * Mf * cos(epsilon(t)) \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(p(t), t) \; + \; 2 * Lh^2 * Mf \\
* cos(epsilon(t))^2 * cos(p(t))^2 * diff(lambda(t), t, t) \\
- \; 4 * La^2 * Mf * cos(epsilon(t)) * sin(epsilon(t)) \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(lambda(t), t) \; + \; 4 * Lh^2 \\
* Mf * cos(epsilon(t)) * sin(epsilon(t)) \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(lambda(t), t) \; - \; 2 * Lw^2 \\
* Mw * cos(epsilon(t)) * sin(epsilon(t)) \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(lambda(t), t) \; - \; 2 * Lh^2 \\
* Mf * cos(p(t)) * sin(epsilon(t)) * sin(p(t)) \\
* diff(epsilon(t), t)^2 \; + \; 2 * Lh^2 * Mf \\
* cos(epsilon(t)) * cos(p(t)) * sin(p(t)) \\
* diff(epsilon(t), t, t) \; + \; 2 * Lh^2 * Mf * cos(epsilon(t)) \\
* cos(p(t))^2 * diff(epsilon(t), t) * diff(p(t), t) \; - \; 2 \\
* Lh^2 * Mf * cos(epsilon(t)) * sin(p(t))^2 \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(p(t), t) \; - \; 4 * Lh^2 * Mf \\
* cos(epsilon(t))^2 * cos(p(t)) * sin(p(t)) \\
* diff(lambda(t), t) * diff(p(t), t) \; - \; 4 * Lh^2 * Mf \\
* cos(epsilon(t)) * cos(p(t))^2 * sin(epsilon(t)) \\
* diff(epsilon(t), t) * diff(lambda(t), t)
\end{aligned}
\tag{۲۸}
$$

حال با استفاده از دستور odeToVectorField متلب، این معادلات مرتبه دوم را به شش معادله مرتبه اول تبدیل کرده و مقادیر ثوابت را جایگزین می‌کنیم. معادلات بسیار طولانی هستند و با اجرای کد بخش غیر خطی و خروجی گرفتن از متغیر V، معادلات غیر خطی مرتبه اول بدست می‌آیند.

۲-۶- فضای حالت

پس از خطی‌سازی معادلات، باید معادلات فضای حالت را بدست آوریم. متغیرهای حالت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \rho \\ \lambda \\ \dot{\epsilon} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \tag{۲۹}$$

بنابراین از معادلات خطی‌شده حول نقطه تعادل داریم:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_4 \\ \dot{x_2} = x_5 \\ \dot{x_3} = x_6 \\ \dot{x_4} = \dfrac{L_a K_f}{2m_f L_a^2 + m_w L^2}(u_1 + u_2) \\ \dot{x_5} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{K_f}{m_f * L_h}\right)(u_1 - u_2) \\ \dot{x_6} = -\dfrac{(L_w m_w - 2L_a m_f)g}{m_w L_w^2 + 2m_f L_h^2 + 2m_f L_a^2}\,(x_2) \end{cases} \tag{۳۰}$$

همچنین در صورت مساله ذکر شده‌است که خروجی‌های مورد نظر، زوایای ϵ، ρ و λ هستند. بنابراین، می‌توان معادلات فضای حالت را به صورت زیر خلاصه کرد:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{(L_w m_w - 2L_a m_f)g}{m_w L_w^2 + 2m_f L_h^2 + 2m_f L_a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{L_aK_f}{2m_fL_a^2+m_wL_w^2} & \dfrac{L_aK_f}{2m_fL_a^2+m_wL_w^2} \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{K_f}{m_fL_h} & -\dfrac{1}{2}\dfrac{K_f}{m_fL_h} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

اکنون که مرحله مدل‌سازی سیستم به اتمام رسید، به سراغ بخش کنترل این هلیکوپتر می‌رویم.

۳.کنترل

در این بخش ابتدا سیستم مدار باز از نظر انواع پایداری مورد بررسی قرار می‌گیرد، سپس سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت طراحی می‌شود، فیدبک حالت طراحی‌شده بر روی سیستم غیرخطی آزمایش می‌شود، کنترلر ردیاب حالت با انتگرال‌گیر طراحی می‌شود، مقاومت کنترلر به اغتشاشات و تغییرات پارامترهای سیستم مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، رویت‌گر مرتبه کامل و سپس رویت‌گر مرتبه‌کاهش‌یافته ارائه می‌گردد و در انتها، سیستم فیدبک حالت با رویتگر کاهش‌مرتبه‌یافته برای ردیابی زوایای خطی و سینوسی دلخواه مورد بررسی واقع می‌شود.

۳-۱- بررسی پایداری سیستم خطی مدار باز

در این بخش، پایداری سیستم مدار باز از نظر BIBO، لیاپانوف و مارجینال مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۱-۱- بررسی پایداری سیستم از نظر BIBO:

سیستم زمانی از نظر BIBO پایدار است که در شرایط اولیه صفر، به ازای ورودی محدود، خروجی محدود تولید کند. از نظر ریاضی، این شرط معادل آن است که تمامی قطب‌های تابع تبدیل سیستم دارای بخش حقیقی منفی باشند. با محاسبه تابع تبدیل معادلات فضای حالت داده شده در متلب، این تابع تبدیل به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.0758}{s^2} & \frac{0.0758}{s^2} \\ \frac{0.0468}{s^2} & -\frac{0.0468}{s^2} \\ \frac{0.265}{s^4} & \frac{0.265}{s^4} \end{bmatrix} \tag{۳۱}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، تمامی قطب‌های تابع تبدیل در نقطه ۰ قرار دارند. بنابراین سیستم از نظر BIBO پایدار نیست.

۳-۱-۲- بررسی پایداری سیستم از نظر لیاپانوف

سیستم به صورت مجانبی پایدار است اگر یک تابع اسکالر مانند V(x) وجود داشته باشد که خود آن تابع و مشتقاتش در شرایط زیر صدق کند:

$$\begin{cases} V(\mathbf{x}) > \mathbf{0}, \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \\ V(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \\ \dot{V}(\mathbf{x}) < \mathbf{0}, \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \end{cases} \tag{۳۲}$$

از نظر ریاضی، این شرط بدان معناست که ماتریس M مثبت معینی پیدا شود که در معادله زیر صدق کند. (ماتریس Q نیز یک ماتریس مثبت معین باید باشد که ماتریس I در نظر می‌گیریم).

$$\begin{cases} AP + PA' = -Q \\ M = P^{-1} \end{cases} \tag{۳۳}$$

با استفاده از دستور Lyap متلب، دیده می‌شود که این معادله غیرقابل حل بوده و در نتیجه چنین ماتریسی یافت نشد. پس سیستم از نظر لیاپانوف نیز پایداری ندارد.

۳-۱-۳- بررسی پایداری مارجینال

یک سیستم در صورتی از نظر مارجینال پایدار است اگر و تنها اگر همه‌ی مقادیر ویژه ماتریس A دارای بخش حقیقی صفر یا منفی باشند و اگر بخش حقیقی صفر بود، ریشه‌های ساده چند جمله‌ای حداقلی ماتریس A باشند.

ابتدا مقادیر ویژه ماتریس A را در متلب بدست می‌آوریم. با انجام این کار، همه‌ی ۶ مقدار ویژه این ماتریس برابر عدد ۰ بدست می‌آید. همچنین با بررسی چند جمله‌ای حداقلی ماتریس A، داریم:

$$\lambda^4 = 0 \qquad (۳۴)$$

که واضحا ریشه‌ی صفر، ریشه ساده این معادله نیست. بنابراین سیستم مدار باز از نظر مارجینال هم پایدار نیست.

۳-۲- طراحی سیستم حلقه بسته

در این بخش ابتدا کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم بررسی می‌شود، سپس دو دسته قطب سریع و کند برای فیدبک بهره حالت معین می‌شود که به ازای شرایط اولیه غیر صفر، سیستم را به حالت تعادل برساند. سیستم در سیمولینک نیز شبیه‌سازی شده و نتایج آن بررسی می‌گردد.

۳-۲-۱- بررسی کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم

برای بررسی رویت‌پذیری و کنترل‌پذیری سیستم، رنک ماتریس‌های رویت‌پذیری و کنترل‌پذیری را محاسبه کرده و در صورت فول رنک بودن، می‌توان گفت که سیستم رویت‌پذیر و کنترل‌پذیر است.

برای کنترل‌پذیری سیستم داریم:

$$C = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^5B] \qquad (۳۵)$$

مقدار این ماتریس به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0.0758 & 0.0758 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4680 & -0.4680 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2646 & -0.2646 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0758 & 0.0758 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4680 & -0.4680 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2646 & -0.2646 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

که رنک آن برابر ۶ است و در نتیجه سیستم کنترل‌پذیر است.

برای رویت‌پذیری سیستم داریم:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^5 \end{bmatrix} \tag{۳۶}$$

مقدار این ماتریس به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{matrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5653 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5653 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

که رنک آن برابر ۶ است و در نتیجه سیستم رویت‌پذیر است.

۳-۲-۲- طراحی فیدبک بهره حالت

با مشخص شدن این که سیستم کنترل‌پذیر است، می‌توانیم کنترلری طراحی کنیم که قطب‌های سیستم را به نقاطی از صفحه که تمایل داریم، منتقل کنیم.

در ابتدا تلاش شد تا با استفاده از روش تدریس‌شده (مکان‌یابی قطب‌ها در کمان دایره) به حالت مطلب خواسته‌شده رسید. اما به دلیل آنکه تغییرات این روش به شدت غیر خطی است و با اندکی تغییر مکان قطب‌ها نتایج به شرت تغییر می‌کنند، تصمیم گرفته‌شد تا با استفاده از یک روش کنترلی بهینه رگولاتور درجه دوم خطی (Linear Quadratic Regulator) است که به اختصار LQR خوانده می‌شود، قطب‌های سیستم تعیین شوند. در این روش، یک تابع هزینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} J(u) = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u)dt \\ u = -Kx \end{cases} \qquad (۳۷)$$

که ماتریس‌های Q، R و N ماتریس‌های جریمه‌ای هستند که بر روی حالات و ورودی‌های سیستم اثر کرده و رفتار مطلوب را ایجاد می‌کنند. ماتریس N را صفر در نظر گرفته و ماتریس‌های Q (با ابعاد ۶*۶) و R (با ابعاد ۲*۲) به صورت قطری تعیین شده و سعی و خطای بسیار، به خواسته‌های پروژه رسیده شده‌است.

قطب‌های سریع:

در این بخش، خواسته شده‌است تا قطب‌ها به گونه‌ای انتخاب شوند که تمامی حالات سیستم در کمتر از یک ثانیه، از حالت اولیه به تعادل برسند.

شرایط اولیه به صورت زیر تعریف شده است:

$$x0 \ = \ [0.03\,, -0.01, 0.02, -0.04, 0.03, -0.02]';$$

ماتریس‌های قطری Q و R نیز بدین شرح‌اند:

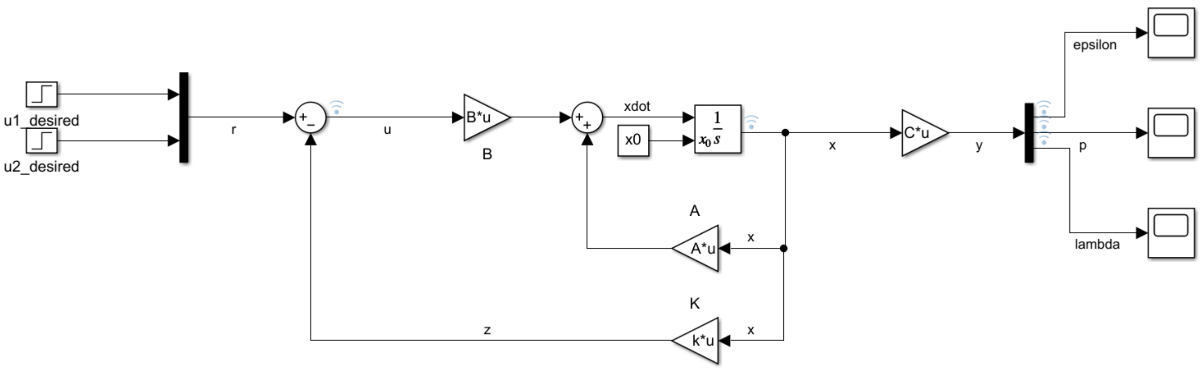
$$\begin{cases} Q_e = 500 \\ Q_p = 10000 \\ Q_\lambda = 20000 \\ Q_{ed} = 0 \\ Q_{pd} = 1000 \\ Q_{\lambda d} = 0 \end{cases}$$

$$Q = diag([Q_e, Q_p, Q_\lambda, Q_{ed}, Q_{pd}, Q_{\lambda d}])$$

$$\begin{cases} R_{u1} = 0.008 \\ R_{u2} = 0.011 \end{cases}$$

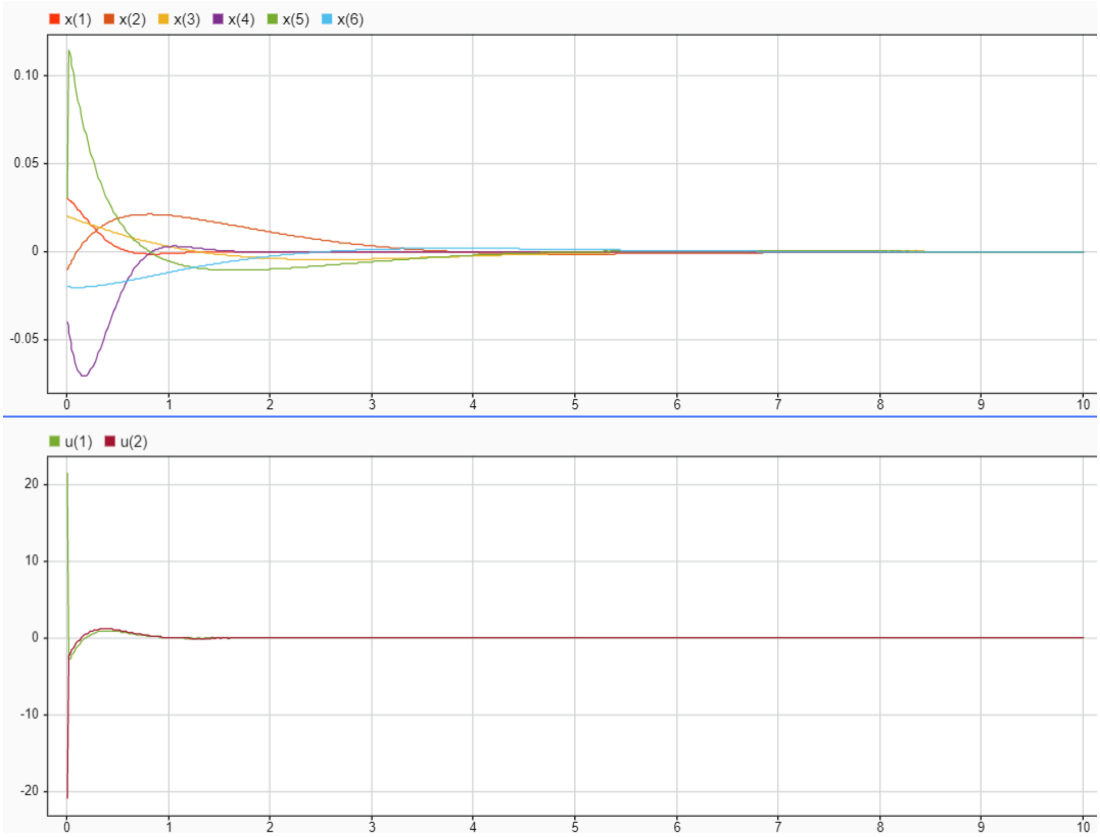
$$R = diag([R_{u1}, R_{u2}])$$

بلوک دیاگرام این بخش، مانند شکل ۳ است.



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم با فیدبک حالت

پاسخ سیستم و همچنین ولتاژهای دو موتور به صورت زیر است:



شکل ۴: حالات سیستم و ولتاژها – سیستم با فیدبک حالت و قطب‌های سریع

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ولتای سیستم بین -۲۲ و ۲۲ ولت قرار دارد که محدود مجاز است. همچنین با در نظر گرفتن معیار ۲ درصد برای پایداری، تمامی حالت‌های سیستم زیر ۱ ثانیه به تعادل رسیده‌اند.

قطب‌های کند:

در این بخش، خواسته شده‌است تا قطب‌ها به گونه‌ای انتخاب شوند که تمامی حالات سیستم در کمتر از سه ثانیه، از حالت اولیه به تعادل برسند.

شرایط اولیه به صورت زیر تعریف شده است:

$$x0 \ = \ [0.03 \ - 0.02 \ 0.03 \ \ - 0.04 \ 0.03 \ \ - 0.02]'$$

ماتریس‌های قطری Q و R نیز بدین شرح‌اند:

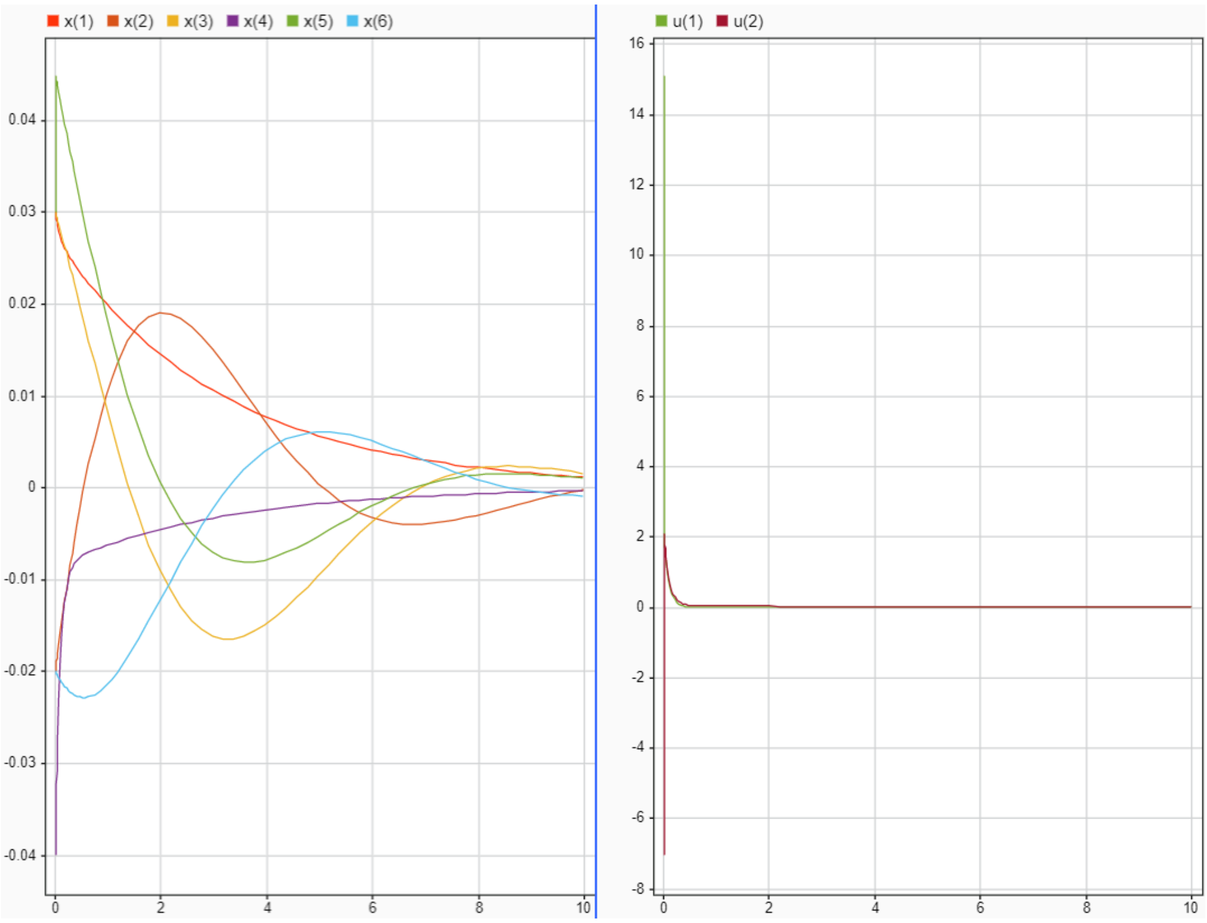
$$\begin{cases} Q_e = 10 \\ Q_p = 10 \\ Q_\lambda = 4000 \\ Q_{ed} = 100 \\ Q_{pd} = 10000 \\ Q_{\lambda d} = 0 \end{cases}$$

$$Q = diag([Q_e, Q_p, Q_\lambda, Q_{ed}, Q_{pd}, Q_{\lambda d}])$$

$$\begin{cases} R_{u1} = 0.008 \\ R_{u2} = 0.011 \end{cases}$$

$$R = diag([R_{u1}, R_{u2}])$$

بلوک دیاگرام این بخش، مانند شکل ۳ است. پاسخ سیستم و همچنین ولتاژهای دو موتور به صورت زیر است:

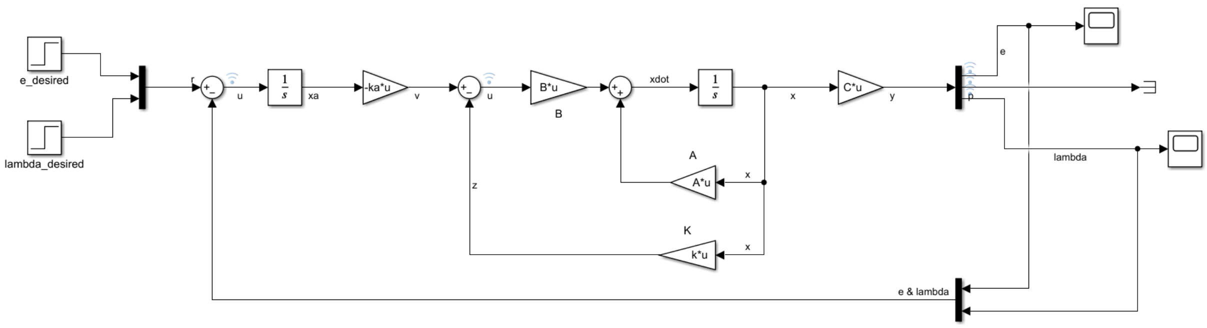


شکل ۵: حالات سیستم و ولتاژها – سیستم با فیدبک حالت و قطب‌های کند

۳-۳- کنترل ردیاب حالت به روش انتگرال‌گیر

در این بخش، هدف آن است تا برای سیستم یک کنترل ردیاب حالت به روش انتگرال‌گیر طراحی شود که زوایای ϵ و λ بتواند مقادیر پله داده شده را در کمتر از ۱.۵ ثانیه تعقیب کند. سیستم در این حالت به صورت عملگر ناقص است و به طور همزمان تنها دو خروجی را می‌تواند در مقادیر دلخواه ردیابی کند.

شکل کلی سیستم با کنترلر ردیاب حالت به روش انتگرال‌گیر، به صورت شکل ۶ است.



شکل ۶: بلوک دیاگرام سیستم با کنترلر ردیاب حالت به روش انتگرال‌گیر

با توجه به وجود انتگرال‌گیر برای دو خروجی مد نظر، دو حالت افزوده به سیستم اضافه می‌شود که آن‌ها را با x_{ae} و $x_{a\lambda}$ نمایش می‌دهیم. به همین ترتیب، به ماتریس K نیز دو بهره جدید k_{ae} و $k_{a\lambda}$ اضافه می‌شود و به ماتریسی با ابعاد ۸*۲ در می‌آید.

برای تعیین قطب‌های این سیستم نیز مجددا از روش LQR استفاده شده‌است. پارامترهای استفاده شده در این بخش، بدین شرح هستند.

$$\begin{cases} Q_e = 40000 \\ Q_p = 0 \\ Q_\lambda = 40000 \\ Q_{ed} = 0 \\ Q_{pd} = 0 \\ Q_{\lambda d} = 0 \\ Q_{ae} = 500000 \\ Q_{a\lambda} = 600000 \end{cases}$$

$$Q = diag([Q_e, Q_p, Q_\lambda, Q_{ed}, Q_{pd}, Q_{\lambda d}, Q_{ae}, Q_{a\lambda}])$$

$$\begin{cases} R_{u1} = 0.004 \\ R_{u2} = 0.0001 \end{cases}$$

$$R = diag([R_{u1}, R_{u2}])$$

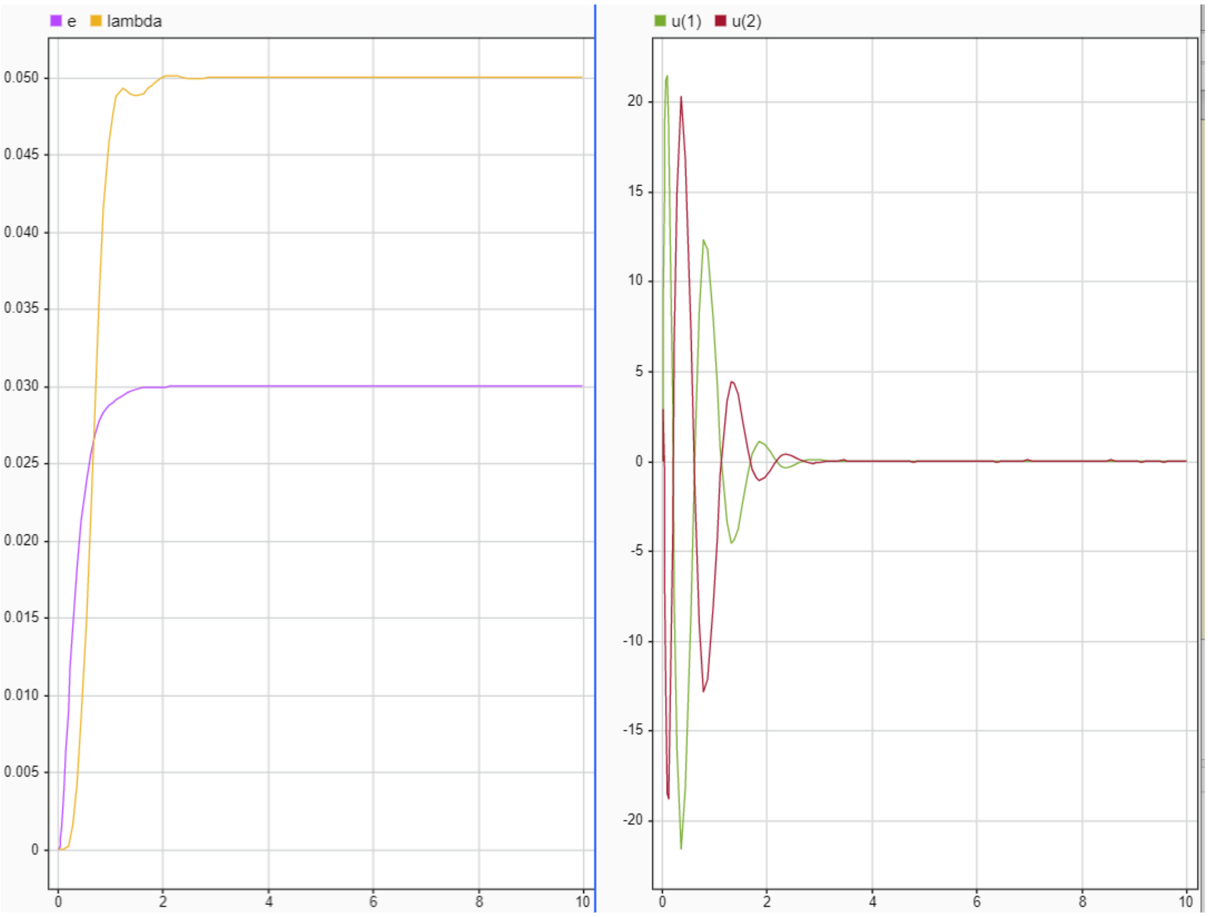
همچنین ماتریس‌های تغییر یافته A و B و C که با نمادهای aa و bb و C1 نمایش داده شده‌اند، به صورت زیر در می‌آیند.

$$C1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$aa = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O_{6*2}} \\ -\boldsymbol{C1} & \boldsymbol{O_{2*2}} \end{bmatrix}$$

$$bb = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{O_{2*2}} \end{bmatrix}$$

با شبیه‌سازی سیستم در سیمولینک و انخاب مقادیر دلخواه زوایای ϵ و λ به ترتیب برابر با ۰.۰۳ و ۰.۰۵ رادیان، رفتار سیستم به صورت شکل ۷ در می‌آید.



شکل ۷: زوایای ϵ و λ و ولتاژها – سیستم با کنترل ردیاب حالت به روش انتگرال‌گیر

با توجه به نمودارها، واضح است که ولتاژها در محدود قابل قبول قرار دارد و زوایای تحت کنترل نیز در کمتر از ۱.۵ ثانیه، به مقادیر دلخواه رسیده است.

۳-۴- بررسی مقاومت سیستم در برابر اغتشاش و تغییر پارامترها

در این بخش، مقاومت کنترلر طراحی شده در بخش قبلی را در برابر تغییر پارامترهای سیستم (به اندازه مثبت یا منفی ده درصد) و همچنین اغتشاش به صورت نیرویی که به وزنه در جهت عکس محور elevation وارد می‌شود، بررسی می‌کنیم.

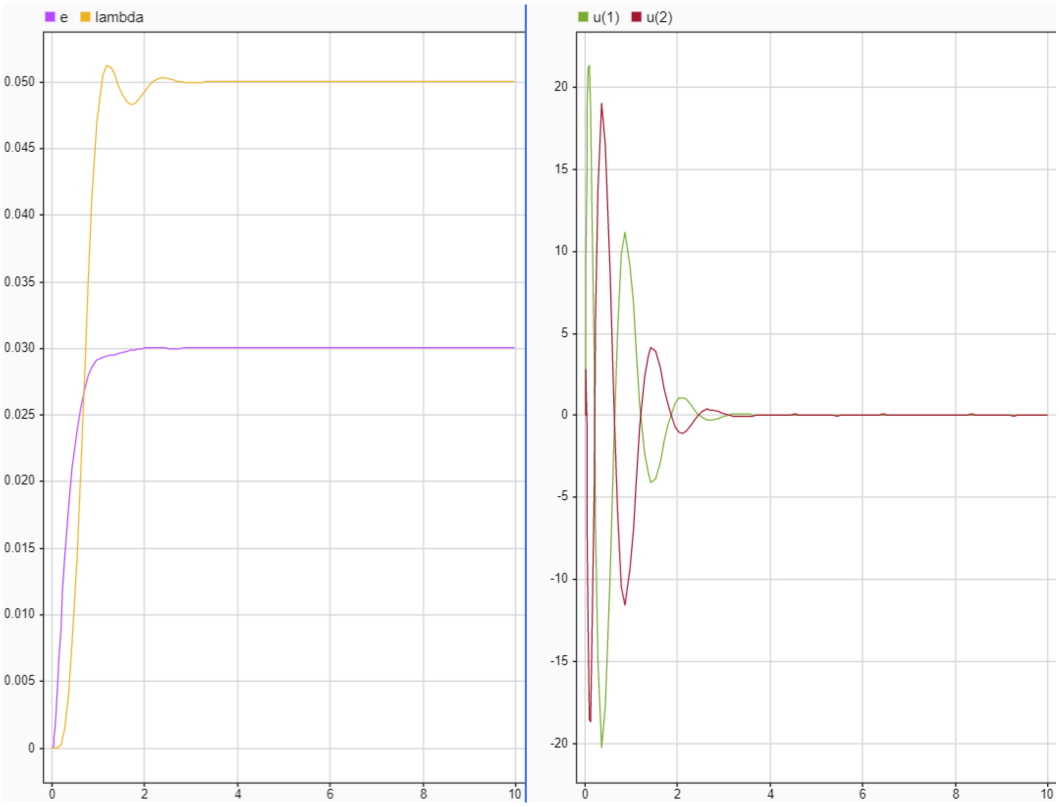
۳-۴-۱- بررسی مقاومت در برابر تغییر پارامترهای سیستم

طبق خواسته صورت سوال، پارامترهای سیستم شامل جرم‌ها و طول‌ها را به اندازه ده درصد تغییر می‌دهیم و مجددا سیستم را شبیه‌سازی می‌کنیم.

پارامترها پس از تغییر، بدین صورت در می‌آیند:

$$\begin{cases} Mb = 1.1 * 0.713 \\ Mf = 0.9 * 0.713 \\ La = 1.1 * 0.66 \\ Lw = 1.1 * 0.47 \\ Lh = 1.1 * 0.178 \\ Kf = 0.1188 \end{cases}$$

با اجرای شبیه‌سازی، ، رفتار سیستم به صورت شکل ۸ در می‌آید.



شکل ۸: زوایای ϵ و λ و ولتاژها – عکس‌العمل سیستم به تغییر پارامترها

در این نمودار مشاهده می‌شود سیستم تقریبا در ۱.۲ ثانیه به تعادل می‌رسد که با توجه به طراحی کنترلر برای پارامترهای اولیه، نتایج قابل قبول است. ولتاژها نیز در بازه مجاز قرار دارند.

۳-۴-۲- بررسی مقاومت در برابر اغتشاش خارجی

در این بخش، عملکرد ردیابی در حضور اغتشاش پله نیرو در محل وزن متعادل‌کننده بررسی می‌گردد. این نیرو، گشتاوری حول محور انتقال ایجاد می‌کند که مقدار آن برابر است با:

$$T = I * \ddot{\lambda} \tag{۳۸}$$

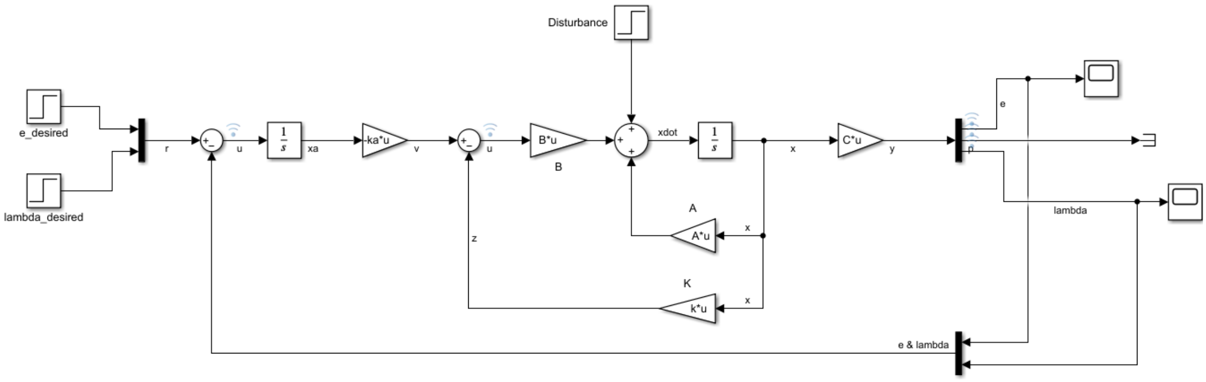
ممان I حول محور انتقال، برابر ممان اینرسی وزنه و دو مجموعه موتور است. (با توجه به تقریب‌های مطرح‌شده در ابتدای پروژه) که برابر است با:

$$I = Mw * Lw^2 + 2 * Mf * (La^2 + Lh^2) \tag{۳۹}$$

بنابراین، ماتریس فضای حالت نیز بدین صورت در خواهد آمد:

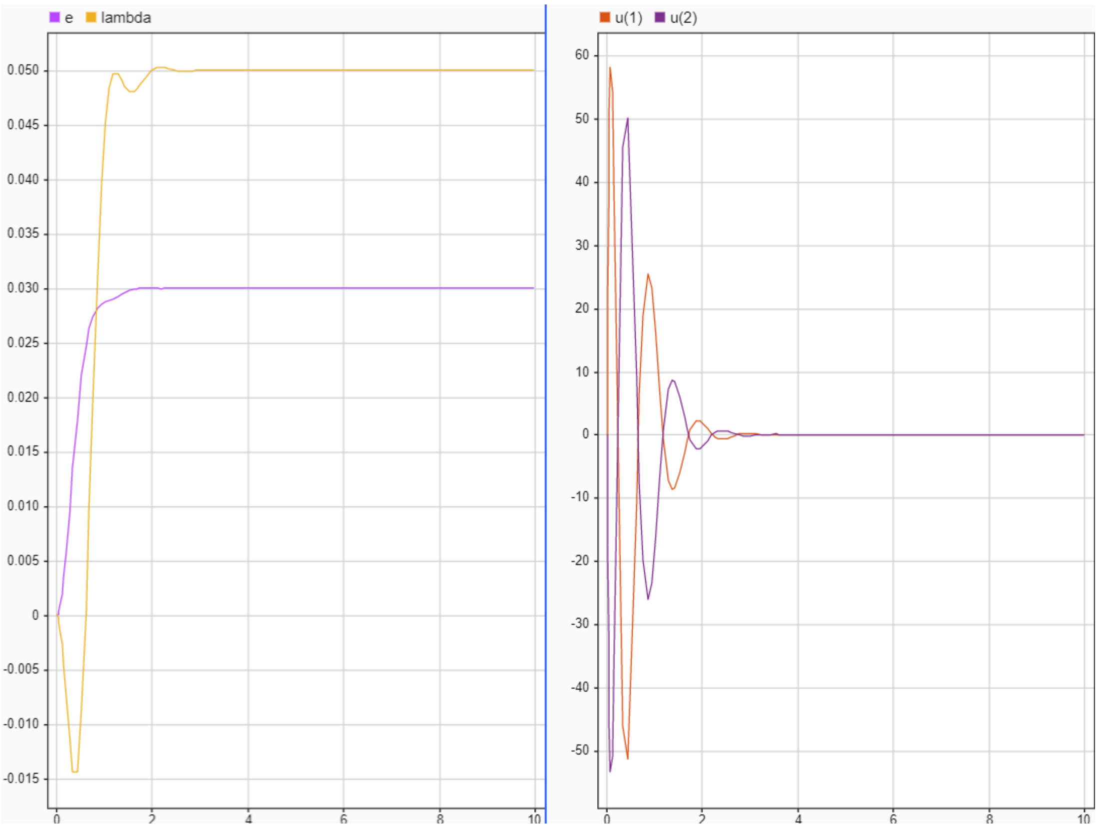
$$\dot{x} = Ax + Bu - \left[0, 0, 0, 0, 0, \frac{Lw}{I}\right]' * F \qquad (۴۰)$$

بلوک دیاگرام سیستم در حضور اغتشاش نیز همانند شکل ۹ است.



شکل ۹: بلوک دیاگرام سیستم در حضور اغتشاش

پاسخ سیستم با پارامترهای قبلی به این بخش، در شکل ۱۰ آمده است. نیروی وارده ۱ نیوتون فرض شده‌است.



شکل ۱۰: پاسخ سیستم در حضور اغتشاش

مشاهده می‌شود که ولتاژها در حدود دو برابر مقدار قابل تحمل هستند و بنابراین، باید کنترلر دیگری طراحی کرد تا بتواند با اعمال ولتاژ کمتر، در برابر نیروی یک نیوتونی مقاومت کرده و در مدت زمان بیشتر، سیستم را به مقادیر خواسته شده ببرد.

۳-۵- طراحی رویت‌گر مرتبه کامل

در این قسمت، یک رویت‌گر مرتبه کامل طراحی می‌شود که تخمین‌های آن در کمتر از ۱ ثانیه به متغیرهای حالت واقعی همگرا می‌گردد و سیستم مداربسته را برای شرایط اولیه دلخواه در حضور رویتگر مرتبه کامل در بازه ۰ تا ۱۰ ثانیه شبیه‌سازی می‌شود.

در حضور رویت‌گر مرتبه کامل، فرض می‌شود که مقادیر هیچ یک از متغیرهای حالت را نداریم و باید تخمین زده شوند. از آنجا که شرایط اولیه نسبت به حالت ۷ تغییر می‌کند، کنترلر با مقادیر جدیدی جایگزین می‌شود تا بتواند همچنان در زمان کوتاه، به مقادیر خواسته شده برسد:

$$\begin{cases} Q_e = 1000 \\ Q_p = 0 \\ Q_\lambda = 10000 \\ Q_{ed} = 1500 \\ Q_{pd} = 0 \\ Q_{\lambda d} = 1200 \\ Q_{ae} = 40000 \\ Q_{a\lambda} = 40000 \end{cases}$$

$$Q = diag([Q_e, Q_p, Q_\lambda, Q_{ed}, Q_{pd}, Q_{\lambda d}, Q_{ae}, Q_{a\lambda}])$$

$$\begin{cases} R_{u1} = 0.5 \\ R_{u2} = 0.03 \end{cases}$$

$$R = diag([R_{u1}, R_{u2}])$$

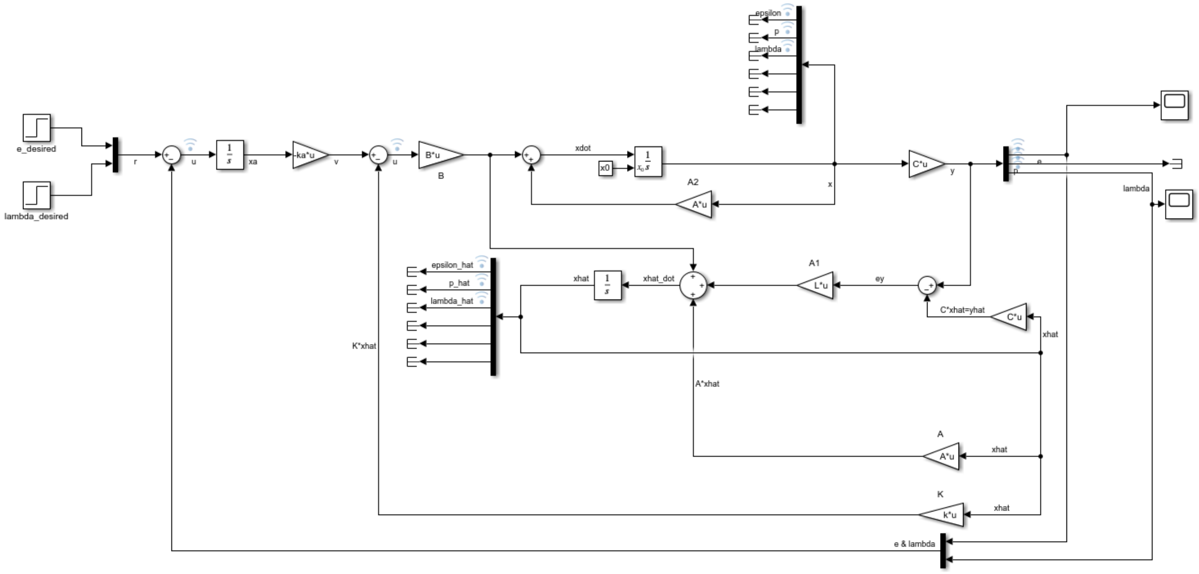
قطب‌های رویت‌گر نیز توسط مکان‌یابی مستقیم قطب‌ها و دستور place در متلب صورت می‌گیرد. از آن‌جا که شش حالت باید تخمین زده‌شوند، شش حالت قطب نیز برای رویت‌گر مورد نیاز است. دایره‌ای به شعاع ۱۰ تعریف شده‌است و جفت قطب‌ها به صورت قرینه نسبت به محور x، با زاویه‌ی $\pm\gamma_i$ بر روی این دایره قرار می‌گیرند. مقادیر این زوایا به درجه بدین صورت است:

$$\begin{cases} \gamma_1 = 15 \\ \gamma_2 = 30 \\ \gamma_3 = 40 \end{cases}$$

همچنین مقادیر اولیه غیر صفر برای تعدادی از متغیرها داده‌شده‌است تا توانایی رویت‌گر در ردیابی مورد ارزیابی قرار گیرد.

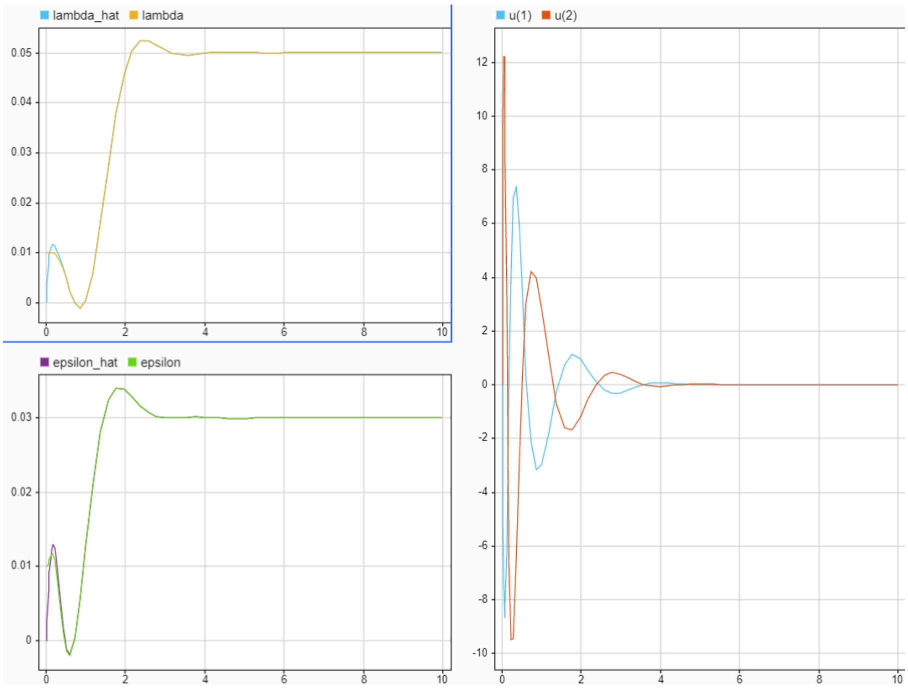
$$x_0 = [0.01, 0, 0.01, 0, 0, 0]'$$

بلوک دیاگرام سیستم مدار بسته در حضور رویت‌گر مرتبه کامل و کنترلر، همانند شکل ۱۱ است.

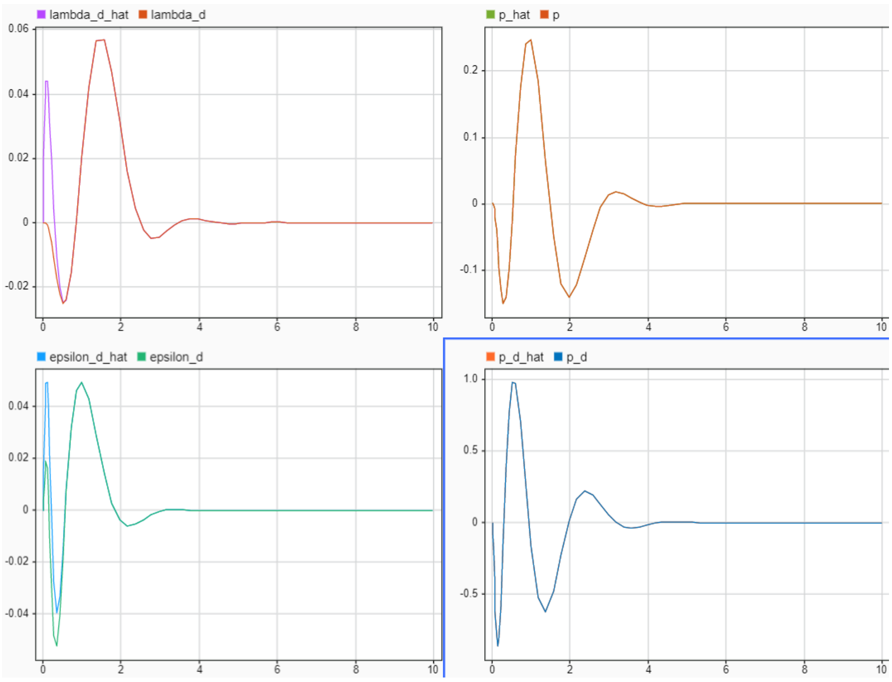


شکل ۱۱: بلوک دیاگرام سیستم مدار بسته در حضور رویت‌گر مرتبه کامل و کنترلر

با شبیه‌سازی این سیستم برای ۱۰ ثانیه، نمودارهای زیر حاصل می‌شود:



شکل ۱۲: ورودی‌ها، خروجی‌ها و مقادیر تخمین زده‌شده زوایای λ و ϵ



شکل ۱۳: خروجی‌ها و مقادیر تخمین زده‌شده برای حالت‌ها ۲، ۴، ۵ و ۶ سیستم

لازم به ذکر است که با سعی و خطای بسیار و به دلیل وجود شرایط اولیه، ردیابی سیگنال‌ها در ۱.۵ ثانیه میسر نشد و در حدود دو ثانیه طول می‌کشد تا با معیار ۵ درصد، به پایداری برسند. البته که با کوچکتر در نظر گرفتن مقادیر اولیه و خواسته شده، می‌توان به این خواسته دست یافت.

۳-۶- طراحی رویت‌گر کاهش‌مرتبه‌یافته

در این بخش، فرض شده‌است که سه زاویه اصلی قابل اندازه‌گیری اند و باید رویت‌گری طراحی شود که بتواند ۳ متغیر حالت باقی‌مانده (یعنی مشتق اول زوایا) را تخمین بزند. با توجه به اینکه سیستم دارای ۳ خروجی است و در کل ۶ متغیر حالت داریم، مراحل کار به شرح زیر است:

۱- یک ماتریس دلخواه F با ابعاد ۳*۳ در نظر می‌گیریم که هیچ‌یک از مقادیر ویژه آن با ماتریس A برابر نباشد:

$$F = Diag(-10, -20, -30)$$

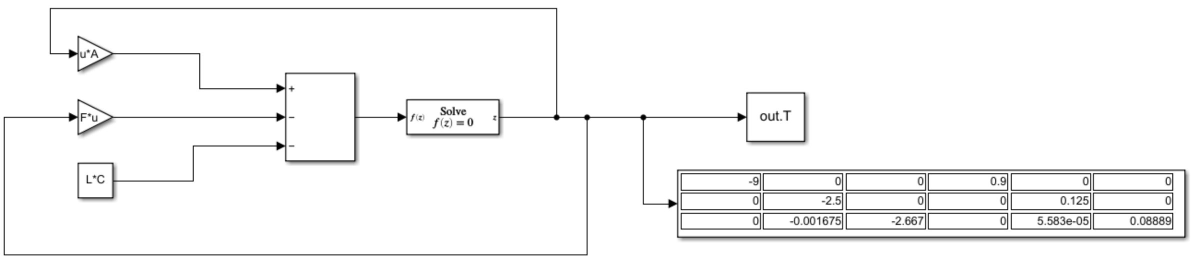
۲- یک ماتریس L با ابعاد ۳*۳ در نظر می‌گیریم به طوری که زوج (F,L) کنترل‌پذیر باشد:

$$L = Diag(-90, -50, -80)$$

۳- ماتریس T با ابعاد ۶*۳ را طوری می‌یابیم که در معادله زیر صدق کند:

$$\mathbf{TA} - \mathbf{FT} = \mathbf{LC} \tag{۴۰}$$

بدین منظور، بلوک دیاگرامی در سیمولینک ساخته شده‌است که این معادله را حل می‌کند:



شکل ۱۴: بلوک دیاگرام حل معادله برای بدست آوردن متغیر T

۴- چک می‌کنیم که ماتریس P، ناویژه باشد:

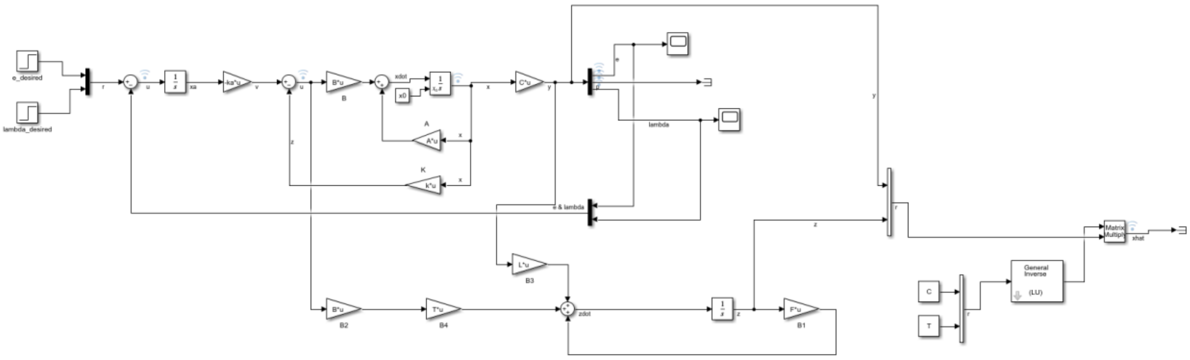
$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \tag{۴۱}$$

با چک کردن در متلب، این گزاره درست است.

۵- معادلات زیر، دینامیک متغیر $\mathbf{z}$ و نیز مقادیر تخمینی را به ما می‌دهد:

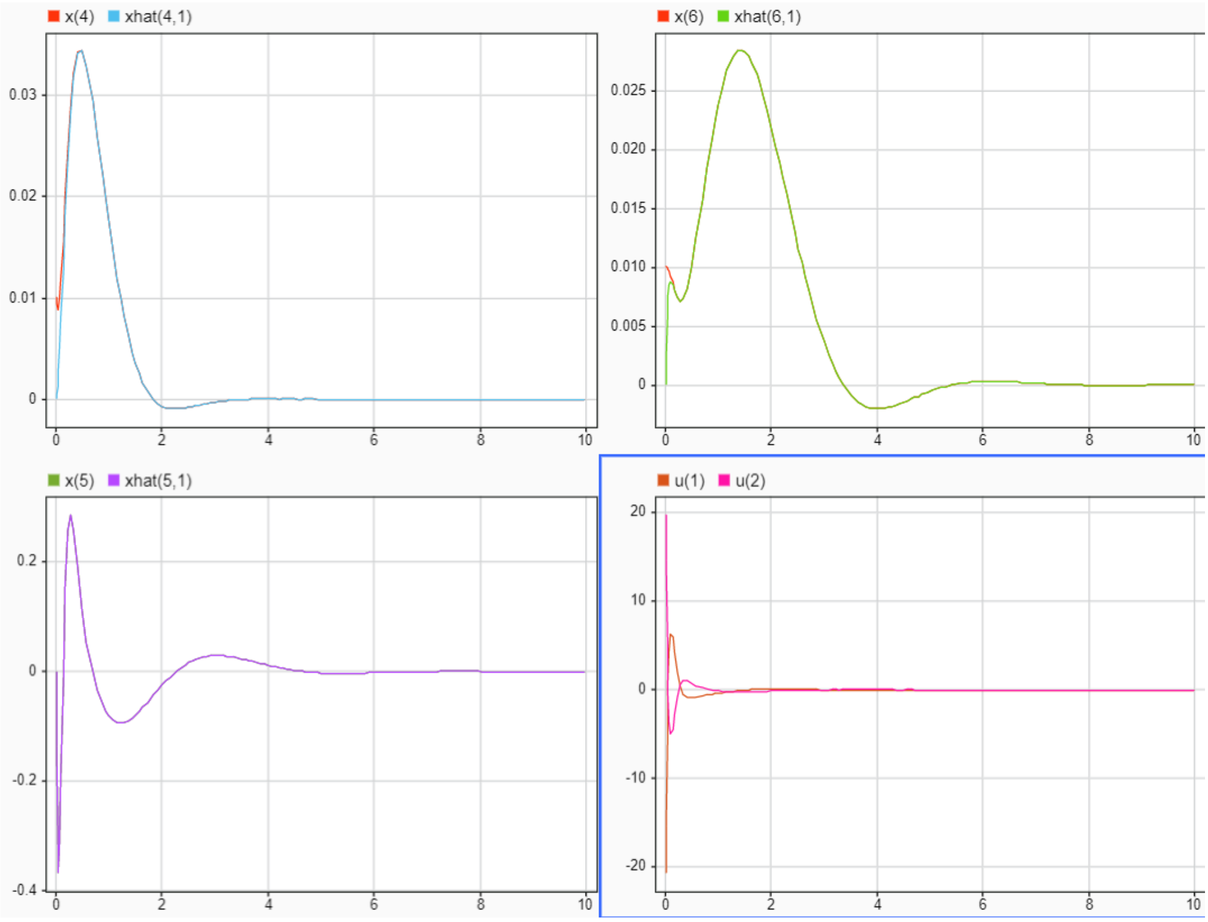
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Fz} + \mathbf{TBu} + \mathbf{Ly} \\ \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{۴۲}$$

بلوک دیاگرام شبیه‌سازی شده برای این بخش، درشکل ۱۵ به نمایش در آمده است.



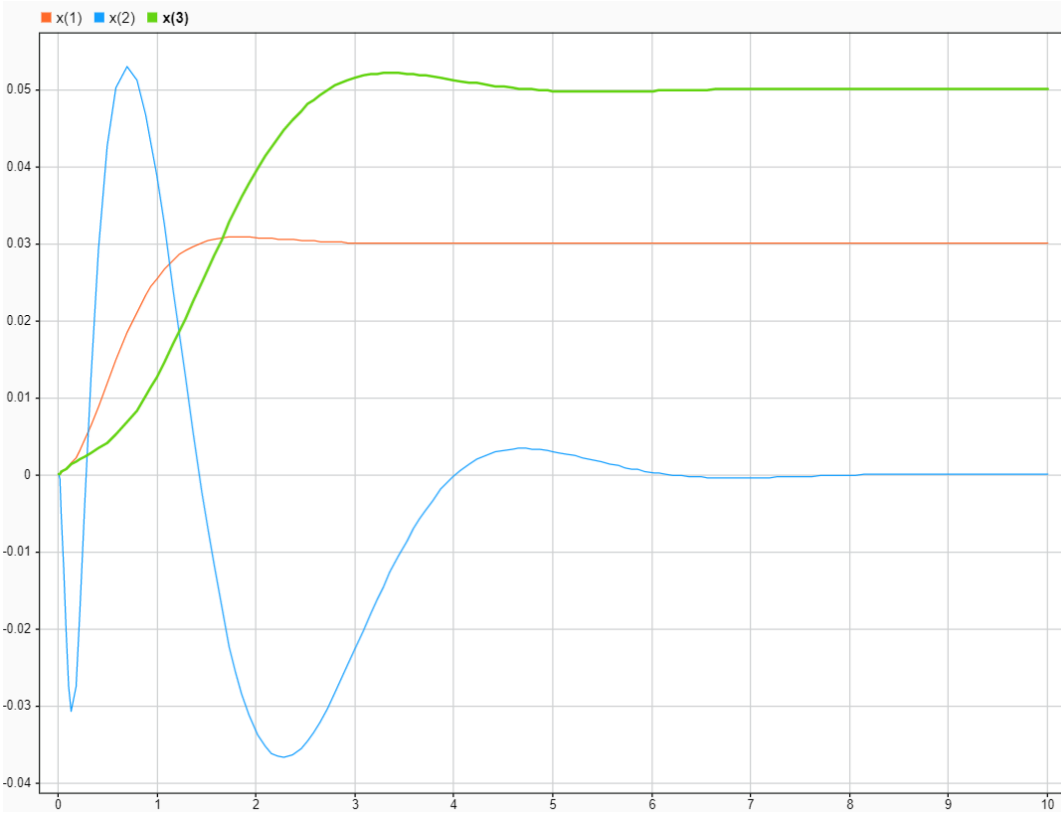
شکل ۱۵: بلوک دیاگرام سیستم مدار بسته با رویت‌گر کاهش مرتبه‌یافته

در شکل ۱۶، ورودی‌های سیستم به همراه مقادیر واقعی و تخمین‌زده‌شده مشتقات سه زاویه اصلی بررسی شده‌اند.



شکل ۱۶: ورودی‌های سیستم به همراه مقادیر واقعی و تخمین‌زده‌شده مشتقات سه زاویه اصلی

همچنین مقادیر خروجی‌های سیستم در شکل ۱۷ آمده است:



شکل ۱۷: خروجی‌های سیستم در حالت رویت‌گر کاهش مرتبه یافته

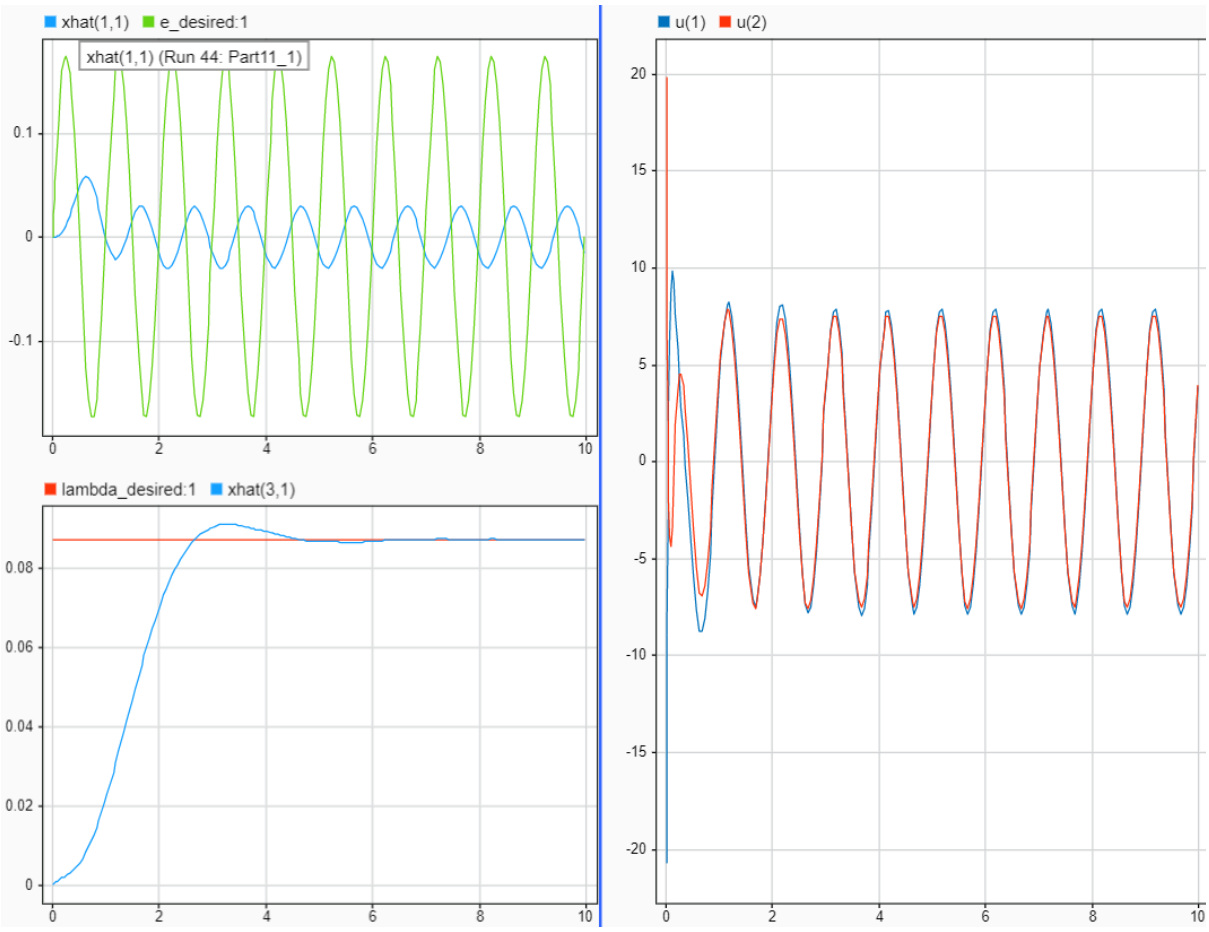
مشاهده می‌شود که مقادیر تخمین یافته در کمتر از ۱ ثانیه، به مقادیر اصلی رسیده‌اند.

۳-۷- رهگیری سیگنال‌های سینوسی و خطی

در این بخش، زوایای ϵ و λ به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \epsilon_d = 10\sin(2\pi t) \\ \lambda_d = 5u(t) \end{cases} \qquad (۴۳)$$

که این ورودی‌ها به درجه هستند. با استفاده از کنترلر قبلی، نتایج به صورت زیر است:



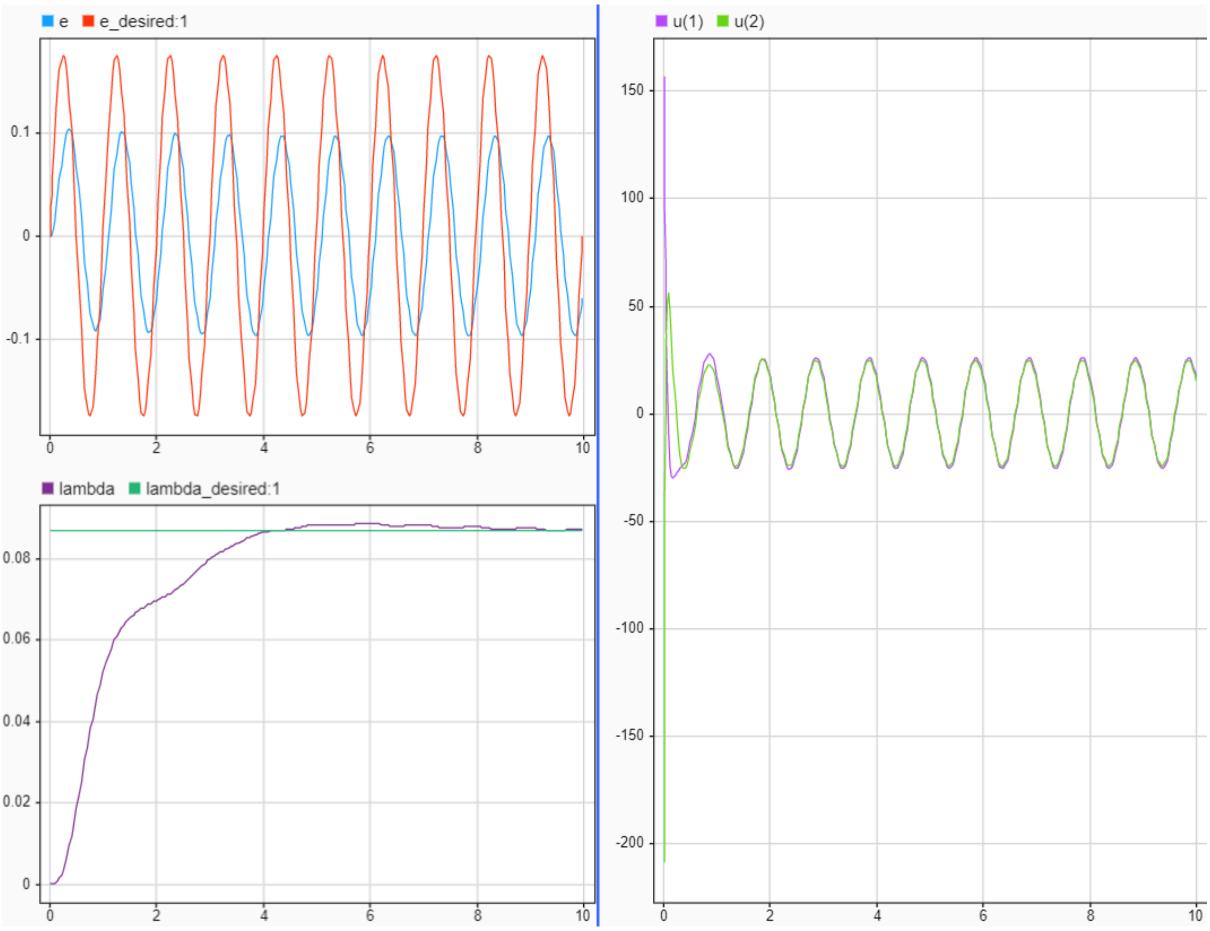
شکل ۱۸: زوایای مرجع و مقادیر تخمینی آن‌ها با استفاده از انتگرال‌گیر

که بخش سینوسی به صورت مطلوبی سیگنال را تخمین نزده و دنبال نمی‌کند. بنابراین باید نوع کنترلر را عوض کنیم. با بررسی مقالات، با استفاده از کنترلر از نوع PID می‌توان این حالت را بهبود داد.

بنابراین، به جای استفاده از بلوک انتگرال‌گیر، یک بلوک PID جایگزین شد. معادله این بلوک به صورت زیر است:

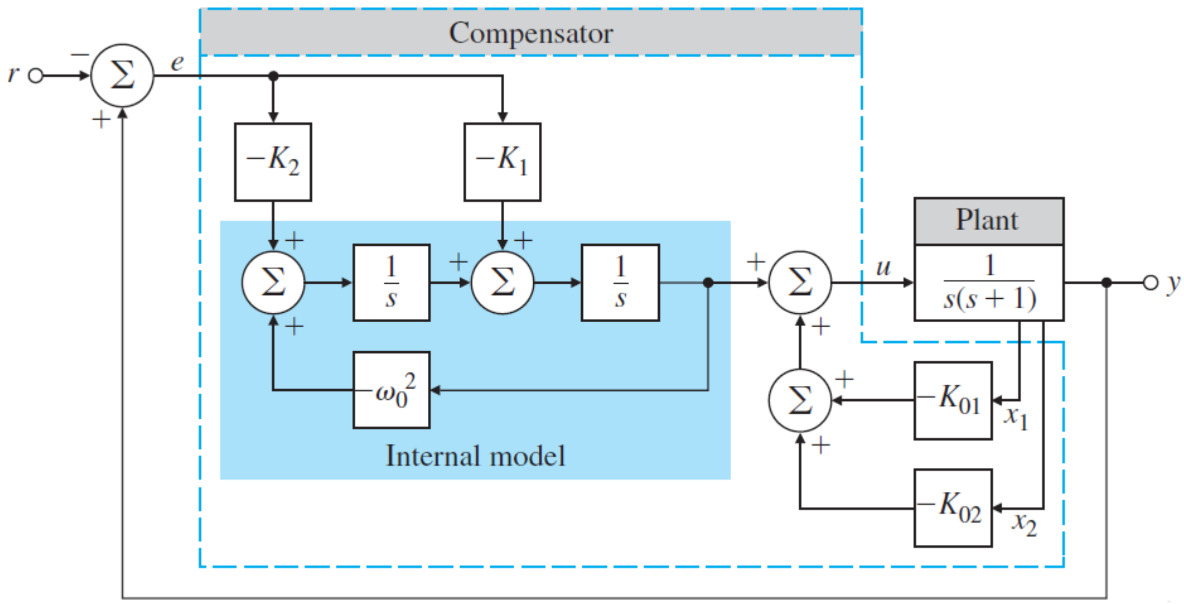
$$P + I\frac{1}{s} + D\frac{N}{1 + N\frac{1}{s}} \qquad (۴۴)$$

که مقادیر آن، P=2، I=0.5، D=N=1 انتخاب شده‌است. مقادیر متفاوتی انتخاب شد، اما ولتاژ اولیه بالا در همه‌ی آن‌ها مشهود است. در نهایت، دیاگرامی که ولتاژ نهایی آن در بازه مورد نیاز باشد، به صورت زیر است:



شکل ۱۹: پاسخ سیستم به ورودی سینوسی

با بررسی کتاب سیستم‌های دینامیکی کنترل فیدبک (اثر Gene F. Franklin)، نوعی دیگر از کنترلرها وجود دارند که برای ورودی سینوسی مناسب اند. تصویر این نوع از کنترلرها در آمده است.



شکل ۲۰: کنترلر مناسب ورودی سینوسی

متاسفانه به دلیل کمبود وقت و نیاز به مطالعه بیشتر برای استخراج پارامترهای کنترلر در سیستم‌های چند MIMO، این شبیه‌سازی انجام نگرفت.

٤.جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پروژه، یک سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. برای کنترل این هلیکوپتر، ابتدا نیاز بود تا مدل‌سازی آن انجام گیرد. این کار با نوشتن معادلات انرژی سیستم و استفاده از فرمول اویلر لاگرانژ انجام شد. سپس با تبدیل معادلات غیر خطی به خطی حول نقطه تعادل صفر، توانستیم به معادلات فضای حالت سیستم خطی‌شده برسیم.

با مشخص شدن کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم، ابتدا یکمدار حلقه بسته ساده طراحی شد و سپس با استفاده از انتگرال گیر، توانستیم زوایای خواسته شده را ردیابی کنیم. همچنین رویت‌گرهای مرتبه کامل و همچنین کاهش مرتبه یافته طراحی شد تا بتوانیم متغیرهای حالت سیستم را تخمین بزنیم و با استفاده از آن‌ها، عملیات کنترل را انجام دهیم.

در انجام این کارها، محدودیت‌هایی نیز وجود داشت. سیستم خطی‌شده به مقادیر اولیه بسیار حساس است و اگر کمی انحراف از شرایط اولیه زیاد شود، ولتاژ مورد نیاز به سرعت از حد مورد نیاز فراتر خواهد رفت و عملکرد مطلوب را نمی‌تواند مهیا کند. همچنین برای ردیابی ورودی‌های سینوسی، انتگرال‌گیر کافی نخواهد بود و حتی استفاده از PID علی‌رغم لتاژ اولیه بالا، توانست وضعیت سیستم را بهبود بخشد.

۵.مراجع

[1] جزوه درسی کنترل مدرن – دکتر فرزاد آیت‌الله زاده شیرازی

[2] Feedback Control of Dynamic Systems - Gene F. Franklin – 7th Edition

[3] Quanser laboratory guide - 3 DOF Helicopter Experiment for MATLAB /Simulink Users

[4] Modern Control Engineering - Ogata, Katsuhiko – 5th Edition

۶.ضمایم

در پیوست این فایل، دو فایل متلب و هفت فایل سیمولینک قرار دارد. فایل‌های سیمولینک متناسب با بخشی از سوال که قرار است حل شود، نامگذاری شده‌اند. فایل‌های متلب نیز دو بخش دارد: یک بخش مربوط به مدل‌سازی، و یک بخش هم مربوط بحث‌های کنترل و رویت‌پذیری سیستم خطی‌شده.