تمرین اول شبیه سازی

درس کنترل تطبیقی

مهدی عبداله چالکی (۸۱۰۶۰۰۲۹۰)

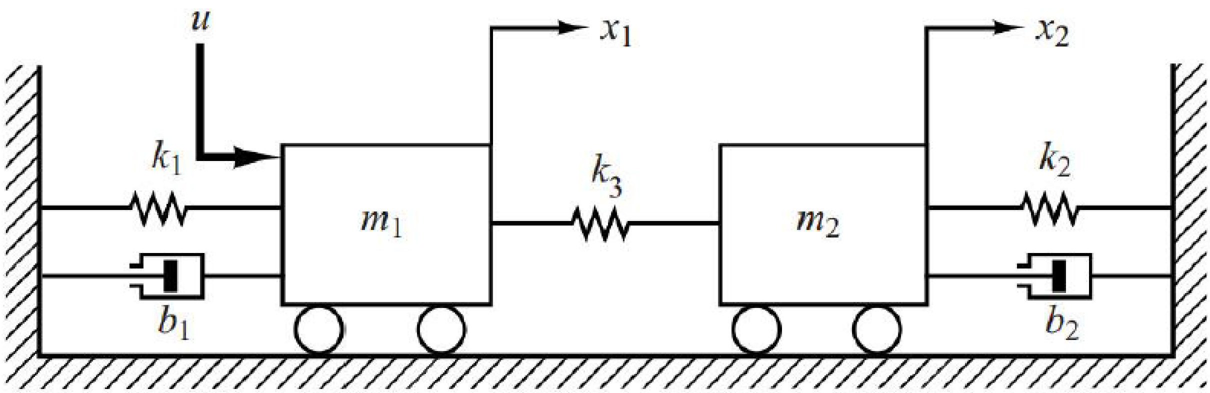
دانشکده مهندسی مکانیک تهران

فروردین ۱۴۰۱

فهرست

۱- شناسایی آفلاین سیستم

در این بخش، سیستمی به شکل زیر داریم:



شکل ۱: سیستم جرم و فنر مورد بررسی

که پارامترهای آن برابر اند با:

$m_1 = m_2 = 0.1\ kg$

$k_1 = b_2 = \frac{1+9}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

$k_2 = b_1 = \frac{10+0}{100} = 0.1$

$k_3 = \frac{2 * k_1}{3} = \frac{4}{9}$

ورودی سیستم طبق گفته صورت سوال برابر u و خروجی برابر x_2 در نظر گرفته می‌شود. پس معادلات سیستم به صورت زیر هستند:

$$m_1 \rightarrow m_1\ddot{x_1} = u - k_1x_1 - b_1\dot{x_1} + k_3(x_2 - x_1)$$

$$m_2 \rightarrow m_2\ddot{x_2} = -k_2x_2 - b_2\dot{x_2} - k_3(x_2 - x_1)$$

حال تبدیلات لاپلاس را به سیستم اعمال کرده تا از حوزه زمان، به حوزه فرکانسی برویم و بتوانیم تابع تبدیل میان ورودی سیستم (u) و خروجی سیستم (x_2) را بدست آوریم. ابتدا از معادله دوم تبدیل لاپلاس می‌گیریم تا $X_1(s)$ را بدست آوریم:

$$m_2 \rightarrow\ m_2s^2X_2(s) = -k_2X_2(s) - b_2sX_2(s) - k_3\big(X_2(s) - X_1(s)\big)$$

$$X_1(s) = \frac{\big(m_2s^2 + b_2s + (k_2 + k_3)\big)X_2(s)}{k_3}$$

سپس $X_1(s)$ را در معادله اول جایگذاری می‌کنیم.

$$m_1 \to m_1 s^2 X_1(s) = U(s) - k_1 X_1(s) - b_1 s X_1(s) + k_3\big(X_2(s) - X_1(s)\big)$$

$$U = \big(m_1 s^2 + b_1 s + (k_1 + k_3)\big) X_1(s) - k_3 X_2(s)$$

$$U = \big(m_1 s^2 + b_1 s + (k_1 + k_3)\big) \frac{\big(m_2 s^2 + b_2 s + (k_2 + k_3)\big) X_2(s)}{k_3} - k_3 X_2(s)$$

بنابراین برای تابع تبدیل داریم:

$$G(s) = \frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{k_3}{\big(m_1 s^2 + b_1 s + (k_1 + k_3)\big) \times \big(m_2 s^2 + b_2 s + (k_2 + k_3)\big) - k_3^2}$$

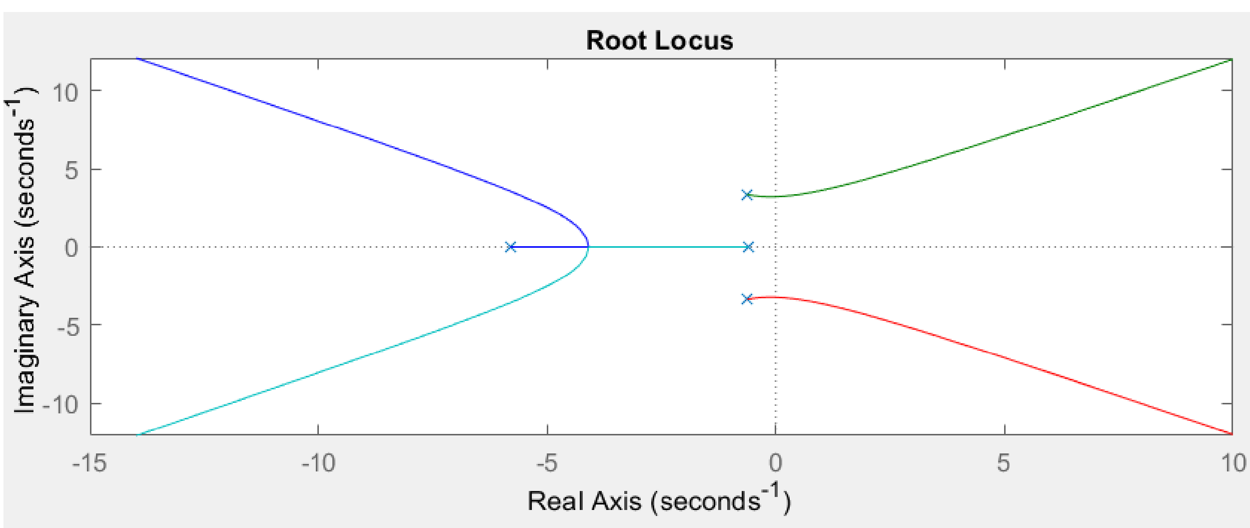
با جایگذاری مقادیر پارامترها، تابع تبدیل نهایی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$G(s) = \frac{0.4444}{0.01\, s^4 + 0.7667\, s^3 + 0.2322\, s^2 + 0.7952\, s + 0.4074}$$

برای مشخص کردن زمان نمونه برداری، ابتدا لازم است تا پهنای باند تابع تبدیل بدست آید. با استفاده از دستور ***bandwidth*** در متلب، پهنای باند برابر ۰.۶۲۷۳ رادیان بر ثانیه بدست خواهد آمد. پس فرکانس نمونه برداری را ۲۰ برابر بزرگترین فرکانس موجود در نظر می‌گیریم و زمان نمونه‌برداری برابر ۰.۵۰۰۸ ثانیه خواهد شد. در نهایت نیز با استفاده از روش ***Zero-order Hold***، تابع تبدیل به صورت گسسته درمی‌آید:

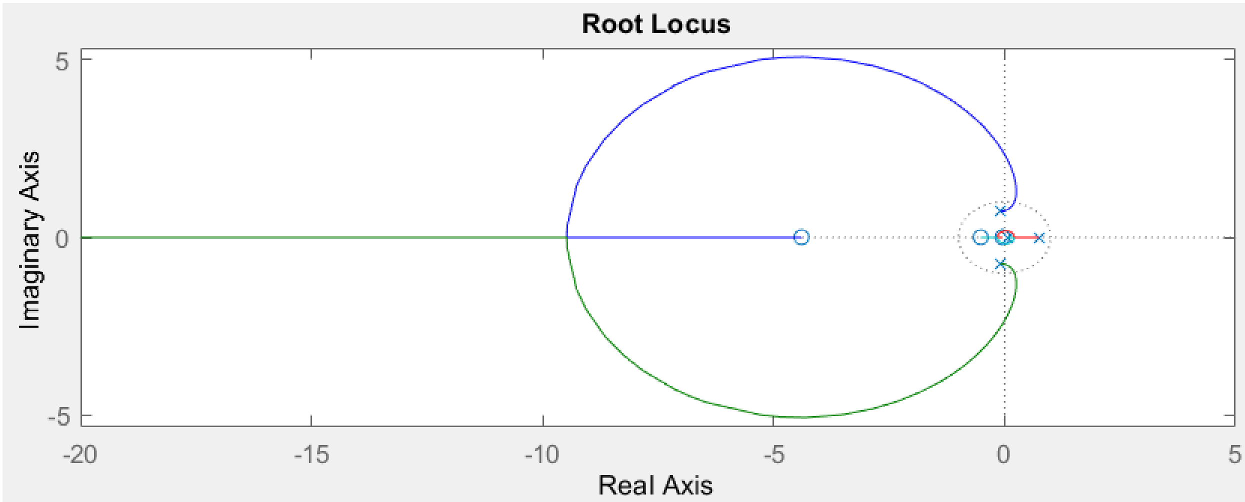
$$G(z) = \frac{0.05297\, z^3 \;+\; 0.2628\, z^2 \;+\; 0.1327\, z \;+\; 0.005584}{z^4 -\; 0.6286\, z^3 +\; 0.4417\, z^2 -\; 0.4184\, z \;+\; 0.02151}$$

حال پایداری سیستم‌ها را نیز بررسی می‌کنیم. نمودار روت-لوکاس سیستم پیوسته به شکل زیر است:



شکل ۲: نمودار روت-لوکاس سیستم پیوسته

و نمودار روت-لوکاس تابع تبدیل گسسته نیز بدین شکل است:



شکل ۳: نمودار روت-لوکاس تابع تبدیل گسسته

که سیستم در دو حالت پایدار است.

۱-۱- شناسایی پارامترها با استفاده از روش LS

با در نظر گرفتن تابع تبدیل دیجیتال، ۴ جمله در صورت و ۵ جمله در مخرج داریم که ضریب یکی از جملات مخرج (جمله z^4) معلوم و برابر یک است. پس هر یک از چند جمله‌ای‌های A و B را باید تا q^{-4} ادامه دهیم:

$$A(q) * Y = B(q) * U$$

$$(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3 q^{-3} + a_4 q^{-4})y = (b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + b_3 q^{-3} + b_4 q^{-4})u$$

$$\rightarrow y(t) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4)$$

$$-a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4)$$

ماتریس‌های θ و ϕ را تشکیل می‌دهیم تا بتوانیم از روش LS برای تخمین پارامترها استفاده کنیم.

$$\theta = [a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ b_1\ b_2\ b_3\ b_4]'$$

$$\phi(t-1) = [-y(t-1), -y(t-2), -y(t-3), -y(t-4), u(t-1), u(t-2), u(t-3), u(t-4)]'$$

$$\hat{y}(i) = \phi' * \theta$$

همچنین درایه اول ماتریس را باید دستی وارد کنیم و از درایه پنجم به بعد، محاسبات را انجام دهیم.

مقادیر حقیقی پارامترهایی که باید تخمین زده شوند، در جدول زیر آمده است:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584

۱-۱- تخمین با ورودی دارای نویز

در بخش اول، نویزی با واریانس ۰.۰۱ و میانگین صفر برای ورودی و خروجی در نظر می‌گیریم تا بتوانیم تخمین خوبی برای این مقادیر بدست آوریم. همچنین یک میلیون داده تولید می‌کنیم تا تعداد ورودی نسبتا مناسبی برای تخمین به روش ls داشته باشیم. مقدار پارامترهای تخمین زده شده، بدین صورت بدست می‌آیند:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
-0.6283	0.4403	-0.4175	0.0225	0.0534	0.2639	0.1344	0.0060

مشاهده می‌شود که این پارامترها تقریبا به صورت مناسبی تخمین زده شده‌اند. مرتبه PE ورودی در این حالت بی‌نهایت است. مقداری تفاوت وجود دارد که به دلیل محدود بودن تعداد نمونه‌های داده‌برداری و نیز خطاهای محاسبات عددی نرم افزار متلب است. همچنین مقدار تابع هزینه نیز در این حالت برابر ۴۹۹.۶۸ است.

۱-۲- بررسی اثر PE بودن سیگنال‌های ورودی

در این بخش، از ورودی‌های مختلف با مرتبه PEهای متفاوت استفاده می‌کنیم.

ورودی ضربه

مرتبه PE ورودی ضربه برابر صفر می‌باشد. بنابراین با توجه به آنکه ورودی نویز ندارد، انتظار می‌رود که پارامترهای مربوط به صورت به خوبی شناسایی نشوند ولی در خروجی نویز سفید داریم و پارامترهای مخرج باید به درستی شناسایی شوند. جدول پارامترها در ادامه آورده شده‌است.

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6283	0.4403	-0.4178	0.0225	0.2363	0.0369	0.2186	0.0373

مشاهده می‌شود که چهار پارامتر اول به تقریب خوبی بدست آمده‌اند ولی چهار پارامتر دوم تفاوت زیادی با مقادیر واقعی دارند.

ورودی پله

مرتبه PE ورودی پله برابر یک می‌باشد. بنابراین با توجه به آنکه ورودی نویز ندارد، انتظار می‌رود که پارامترهای مربوط به صورت به خوبی شناسایی نشوند ولی در خروجی نویز سفید داریم و پارامترهای مخرج باید به درستی شناسایی شوند. جدول پارامترها در ادامه آورده شده‌است.

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6283	0.4403	-0.4178	0.0226	0.2363	-0.1464	0.4445	-0.0796

مشاهده می‌شود که چهار پارامتر اول به تقریب خوبی بدست آمده‌اند ولی چهار پارامتر دوم تفاوت زیادی با مقادیر واقعی دارند.

ورودی سینوسی

مرتبه PE ورودی سینوسی برابر دو می‌باشد. بنابراین با توجه به آنکه ورودی نویز ندارد، انتظار می‌رود که پارامترهای مربوط به صورت به خوبی شناسایی نشوند ولی در خروجی نویز سفید داریم و پارامترهای مخرج باید به درستی شناسایی شوند. جدول پارامترها در ادامه آورده شده‌است.

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6283	0.4403	-0.4178	0.0226	36.66	-118.10	127.01	-45.1262

مشاهده می‌شود که چهار پارامتر اول به تقریب خوبی بدست آمده‌اند ولی چهار پارامتر دوم تفاوت زیادی با مقادیر واقعی دارند.

ورودی رمپ

مرتبه PE ورودی رمپ کمتر از چهار می‌باشد. بنابراین با توجه به آنکه ورودی نویز ندارد، انتظار می‌رود که پارامترهای مربوط به خوبی شناسایی نشوند. جدول پارامترها در ادامه آورده شده‌است.

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-5457	0.3490	-0.3195	0.0742	0.1312	-0.2462	-0.0228	0.03977

مشاهده می‌شود که تمامی پارامترها تفاوت زیادی با مقادیر واقعی دارند.

۱-۳- بررسی اثر تعداد پارامترها

در این بخش، اثر تعداد پارامترها مدل را بررسی می‌کنیم تا ببینیم بر روی مقدار تابع هزینه، چه اثری می‌گذارد. در ابتدا، تعداد پارامترها را کمتر در نظر می‌گیریم و صورت تابع تبدیل سیستم دیجیتال را از درجه‌ی ۲ و مخرج را از درجه ۳ فرض می‌کنیم. تابع تبدیل بدست آمده، برابر خواهد شد با:

$$G(z) = \frac{0.0537\, z^2 \; + \; 0.2633\, z \; + \; 0.1340}{z^3 - 0.6193\, z^2 + 0.4294\, z - 0.4029}$$

که مقدار تابع هزینه برابر است با ۵۰۸. که در مقیاس یک میلیون نمونه در نظر گرفته شده و با توجه به اینکه اعداد ورودی و خروجی مقادیر کوچکی دارند، خطای نسبتا بزرگی است. بنابراین به مدل بهتری نیاز داریم.

در حالت دوم، صورت تابع تبدیل را از مرتبه ۴ و مخرج آن را از مرتبه ۵ در نظر می‌گیریم. تابع تبدیل بدست آمده برابر است با:

$$G(z) = \frac{0.0539\, z^4 \; + \; 0.2645\, z^3 \; + \; 0.1344\, z^2 \; + \; 0.005\, z - 0.0018}{z^5 - \; 0.6282\, z^4 + \; 0.4395\, z^3 - \; 0.4170\, z^2 \; + \; 0.0212 z + 0.0021}$$

در این حالت، مقدار تابع هزینه تا دو رقم اعشار برابر می‌شود با ۴۹۹.۶۸ که تقریبا برابر با حالت اصلی است. بنابراین نیازی به در نظر گرفتن این تعداد پارامتر نیست و حالت اصلی کفایت می‌کند.

۲ – شناسایی آنلاین سیستم

در این بخش، به شناسایی سیستم بخش قبل می‌پردازیم، اما این بار از روش‌های آنلاین استفاده می‌کنیم و فرض می‌کنیم که تمامی داده‌ها از ابتدا در اختیار ما نیستند و در هر مرحله زمانی، از داده‌های آن مرحله و مراحل قبلی استفاده می‌کنیم.

۲-۱- شناسایی سیستم به روش RLS

در گام اول، از روش RLS استفاده می‌کنیم و ورودی‌های مختلفی به سیستم اعمال می‌کنیم تا رفتار آن سنجیده شود. در این مرحله، سیستم را بدون نویز در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که مرتبه آن را می‌دانیم.

ورودی ضربه

به سیستم یک ورودی پالس بدون نویز وارد می‌شود و سعی می‌کنیم با روش RLS، پارامترها را تخمین بزنیم. پارامترهای تخمینی بدین صورت خواهند شد:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
0.4635	-0.2185	0.0178	-0.3965	-0.7052	-0.1463	-0.3939	-0.1559

همانگونه که انتظار می‌رود، به دلیل آنکه PE ورودی ضربه از مرتبه صفر است و ورودی و خروجی سیستم نیز نویز ندارند، پارامترهای سیستم به صورت مناسبی تخمین زده نمی‌شوند.

ورودی پله

به سیستم یک ورودی پله بدون نویز وارد می‌شود و سعی می‌کنیم با روش RLS، پارامترها را تخمین بزنیم. پارامترهای تخمینی بدین صورت خواهند شد:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
-0.2443	0.2170	-0.2735	-0.1202	0.3032	0.2178	0.4124	0.1338

همانگونه که انتظار می‌رود، به دلیل آنکه PE ورودی ضربه از مرتبه یک است و ورودی و خروجی سیستم نیز نویز ندارند، پارامترهای سیستم به صورت مناسبی تخمین زده نمی‌شوند.

ورودی سینوسی

به سیستم یک ورودی سینوسی بدون نویز وارد می‌شود و سعی می‌کنیم با روش RLS، پارامترها را تخمین بزنیم. پارامترهای تخمینی بدین صورت خواهند شد:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
-0.1166	0.1819	0.1214	-0.2955	-0.1487	0.3833	-0.0840	0.8215

همانگونه که انتظار می‌رود، به دلیل آنکه PE ورودی سینوسی از مرتبه دو است و ورودی و خروجی سیستم نیز نویز ندارند، پارامترهای سیستم به صورت مناسبی تخمین زده نمی‌شوند.

ورودی شیب

به سیستم یک ورودی شیب بدون نویز وارد می‌شود و سعی می‌کنیم با روش RLS، پارامترها را تخمین بزنیم. پارامترهای تخمینی بدین صورت خواهند شد:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
-0.6485	0.4498	-0.4293	0.0332	0.6613	-0.8669	0.5604	0.0871

همانگونه که انتظار می‌رود، به دلیل آنکه PE ورودی شیب از مرتبه‌ای کمتر از ۸ است و ورودی و خروجی سیستم نیز نویز ندارند، پارامترهای سیستم به صورت مناسبی تخمین زده نمی‌شوند.

ورودی نویز

به سیستم یک ورودی نویز سفید با واریانس ۰.۰۱ وارد می‌شود و سعی می‌کنیم با روش RLS، پارامترها را تخمین بزنیم. پارامترهای تخمینی بدین صورت خواهند شد:

a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.02151	0.05297	0.2628	0.1327	0.005584
-0.6286	0.4417	-0.4184	0.0215	0.0530	0.2628	0.1327	0.0056

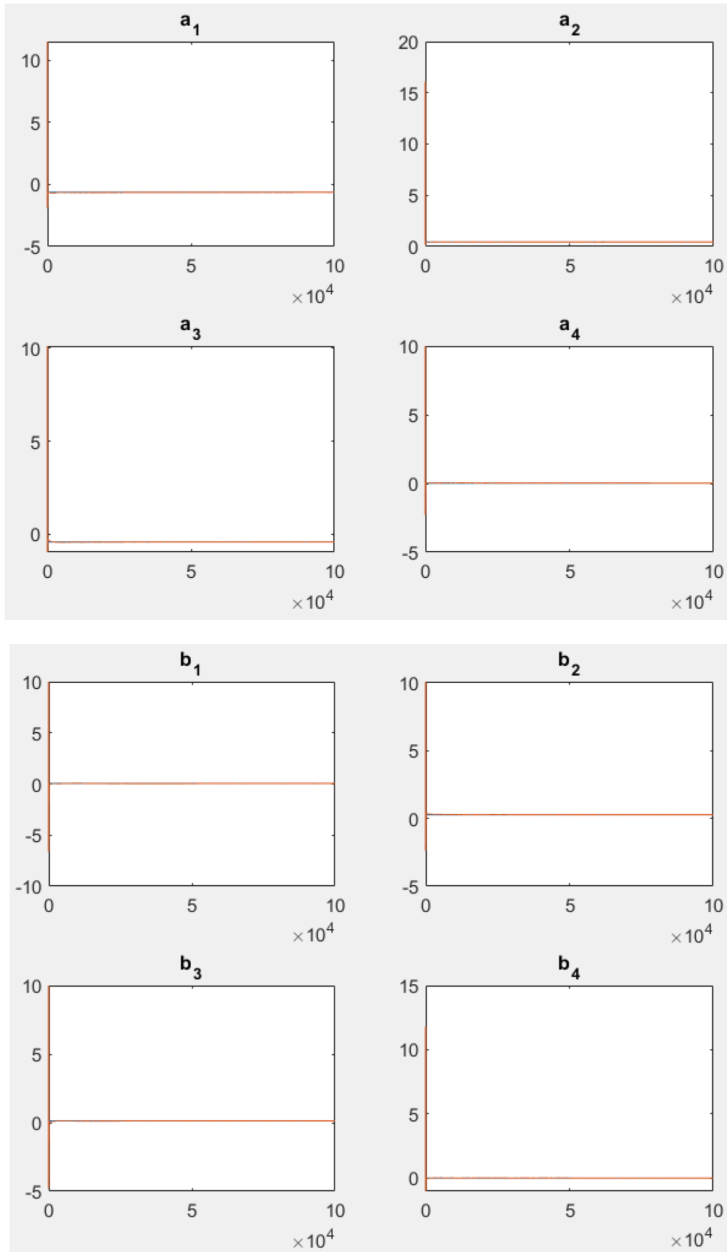
همانگونه که انتظار می‌رود، به دلیل آنکه PE ورودی نویز از مرتبه بی‌نهایت است، پارامترهای سیستم با دقت بالایی تخمین زده شده‌اند.

۲-۲- اثر PE بودن سیگنال‌های ورودی

همان طور که در بخش قبلی توضیح داده شد، سیستم دیجیتال دارای ۸ پارامتر برای شناسایی است. بنابراین سیگنال ورودی در شرایط بدون نویز باید حداقل PE از مرتبه ۸ باشد؛ اما هیچ یک از ورودی‌های پالس، پله، سینوسی و رمپ چنین شرایطی را ندارند و در نتیجه پارامترهایی را که پیشبینی می‌کنند نیز نادرست است. برای شناسایی سیستم، باید سیستم و ورودی دارای نویز باشند تا بتوان با سیگنال‌های مورد استفاده در بخش قبلی نیز تخمین مناسبی از پارامترهای سیستم بدست آورد.

۲-۳- بررسی اثر شرایط اولیه پارامترها و شرایط اولیه ماتریس کوواریانس

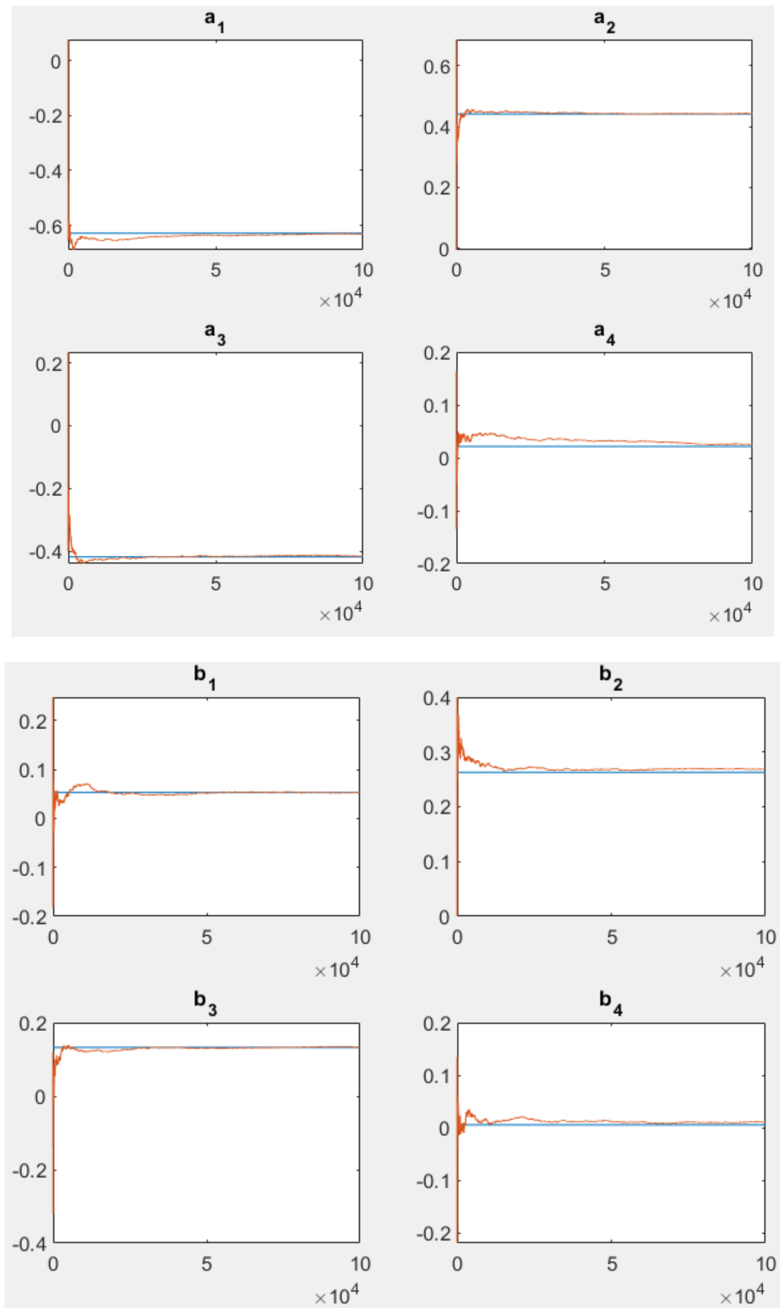
در بخش اول، تاثیر شرایط اولیه را آزمایش می‌کنیم. مقادیر اولیه پارامترهای تخمینی را برابر ۱۰ قرار داده و شبیه‌سازی را اجرا می‌کنیم. نتایج به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۴: تاثیر افزایش مقدار اولیه پارامترها

همان طور که دیده می‌شود، تنها در گام‌های ابتدایی مقادیر پیشبینی بالاتر رفته (نسبت به حالت‌های قبلی، حدود محور y بزرگتر است) و سپس همگرایی حاصل شده‌است. به دلیل وجود این اختلاف اولیه، گام‌های بیشتری طول می‌کشد تا نمودار همگرا شود.

در بخش بعدی، تاثیر مقدار اولیه ماتریس کوواریانس بررسی می‌شود. این بار به جای $P = 10^5 * I$ که در بخش‌های قبل در نظر گرفته بودیم، از $P = 10 * I$ استفاده می‌کنیم. نتایج به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۵: تاثیر کاهش مقدار اولیه ماتریس کوواریانس

مطابق انتظار، به دلیل آنکه ماتریس کوواریانس کوچکتر شده‌است، تغییرات در هر گام کوچکتر می‌شود و مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا همگرایی حاصل شود.

۲-۴- بررسی اثر مرتبه مدل انتخاب شده در حالت overparameterize و under parameterize

در این بخش، بررسی می‌کنیم که تعداد پارامترهای مدل به درستی انتخاب شده باشند. در حالت اول، فرض می‌گیریم صورت تابع تبدیل از مرتبه دو و مخرج آن از مرتبه سه بوده باشد. تابع بدست آمده برابر است با:

$$G(z) = \frac{0.0529\, z^2 \ +\ 0.2691\, z\ +\ 0.1351}{z^3 -\ 0.6220\, z^2 +\ 0.4302\, z -\ 0.3987}$$

همچنین مقدار تابع هزینه در این حالت برابر است با ۴۹۶.۸۰۶۱

در حالت دوم، فرض می‌کنیم صورت تابع تبدیل از مرتبه چهار و مخرج آن از مرتبه پنج بوده باشد. تابع بدست آمده برابر است با:

$$G(z) = \frac{0.0529\, z^4 + 0.2684\, z^3 \ +\ 0.1328\, z^2\ +\ 0.0107\, z -\ 0.0001}{z^5 - 0.6316\, z^4 +\ 0.4427\, z^3 -\ 0.4154\, z^2 +\ 0.0245\, z\ +\ 0.0014}$$

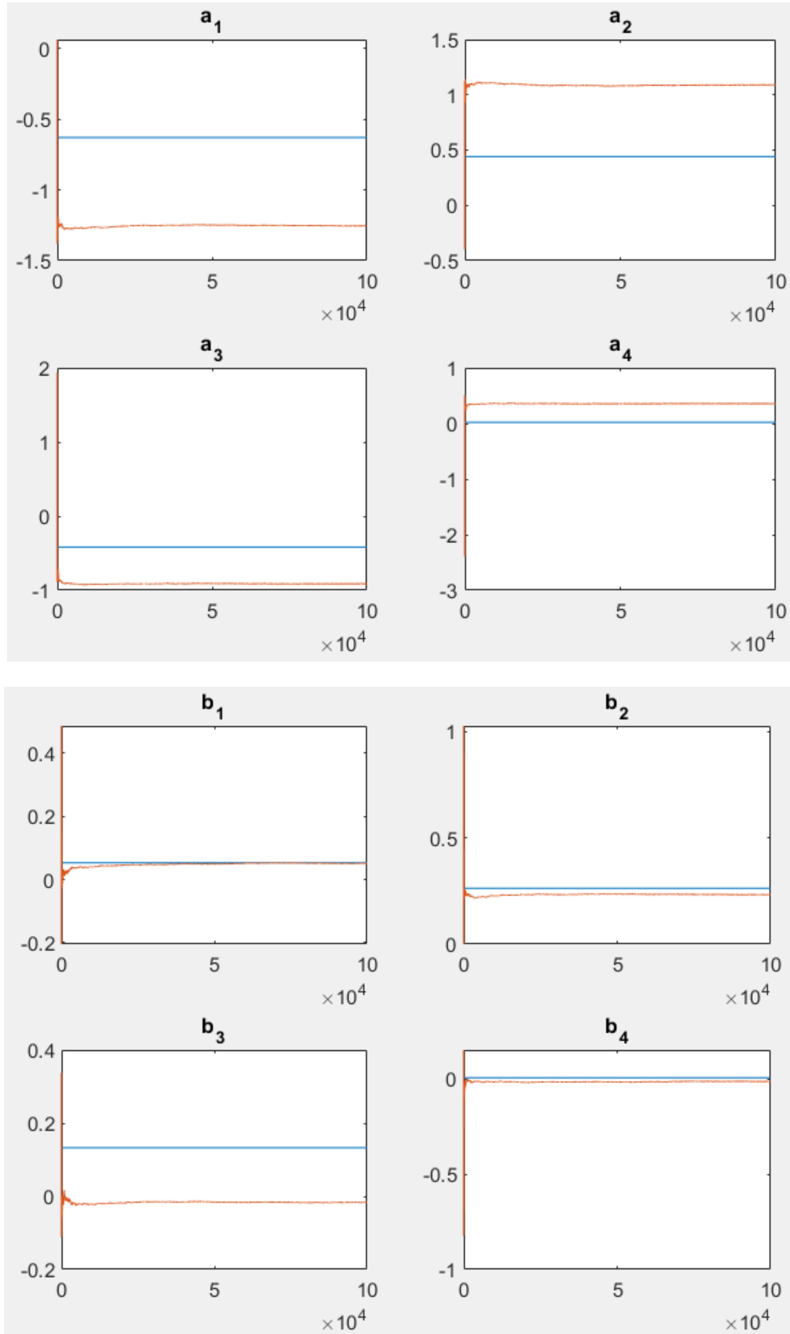
در این حالت، مقدار تابع هزینه برابر ۴۹۶.۲۳ است. با توجه به اینکه مقدار تابع هزینه در حالت تعداد پارامتر درست برابر ۴۹۶.۲۸ بود، و در نظر گرفتن این نکته که تعداد ایتریشن‌های ما بسیار زیاد بوده و هر ایتریشن هزینه‌ای در حد چند هزارم تولید می‌کند، بنابراین می‌توان گفت که مقادیر حالت اورپارامتر با حالت اصلی در نظر گرفته شده یکسان تقریبا نزدیک به هم هستند و حالت آندرپارامتر، هزینه‌ی زیادی تولید کرده که باید بهبود یابد. پس همان حالت در نظر گرفته شده (یعنی صورت از درجه ۳ و مخرج از درجه ۴، حالت بهینه بوده است).

۲-۵- بررسی اثر نویزهای سفید و رنگی بر دقت شناسایی

حالت نویز سفید، در بخش‌های قبلی بررسی شده است. به دلیل اینکه سیگنال ورودی آغشته به نویز PE از مرتبه بی‌نهایت است، در نتیجه می‌تواند کمک کند تا در روش RLS، مقادیر پارامترهای تخمینی به پارامترهای اصلی همگرا شوند. اما در ادامه‌ی این بخش، حالت نویز رنگی را بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنم نویز ورودی بدین صورت است:

$$e(t) =\ noise(t) + 0.01 * noise(t-1)$$

که خود noise، نویز سفیدی با واریانس ۰.۰۱ است. بنابراین، نویز ورودی دارای دینامیک است. به دلیل وجود این دینامیک، انتظار داریم الگوریتم RLS نتواند به خوبی پارامترها را تخمین بزند. خروجی مدل RLS برابر است با:

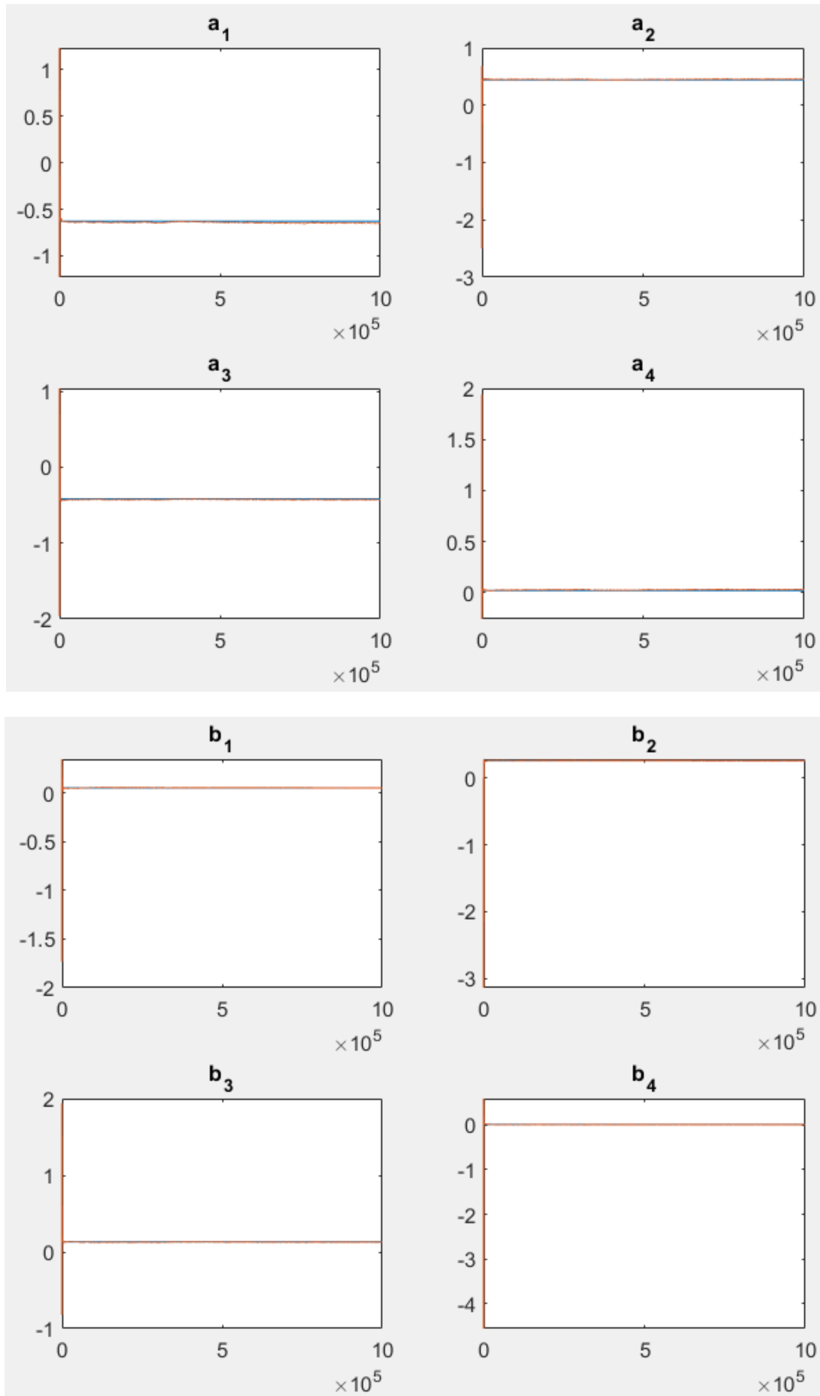


شکل ۶: شناسایی سیستم دارای نویز رنگی با روش RLS

که ملاحظه می‌شود مقادیر تخمین زده شده، فاصله بسیاری با حالت اصلی دارند.

۲-۶- الگوریتم ELS

حال به سراغ الگوریتم ELS رفته و پارامتر c1 را نیز به پارامترهای مجهول سیستم اضافه می‌کنیم. مقادیر تخمینی بدین صورت در می‌آیند:



شکل ۷: شناسایی سیستم دارای نویز رنگی با روش ELS

که ملاحظه می‌شود به پارامترهای سیستم همگرا شده‌اند.

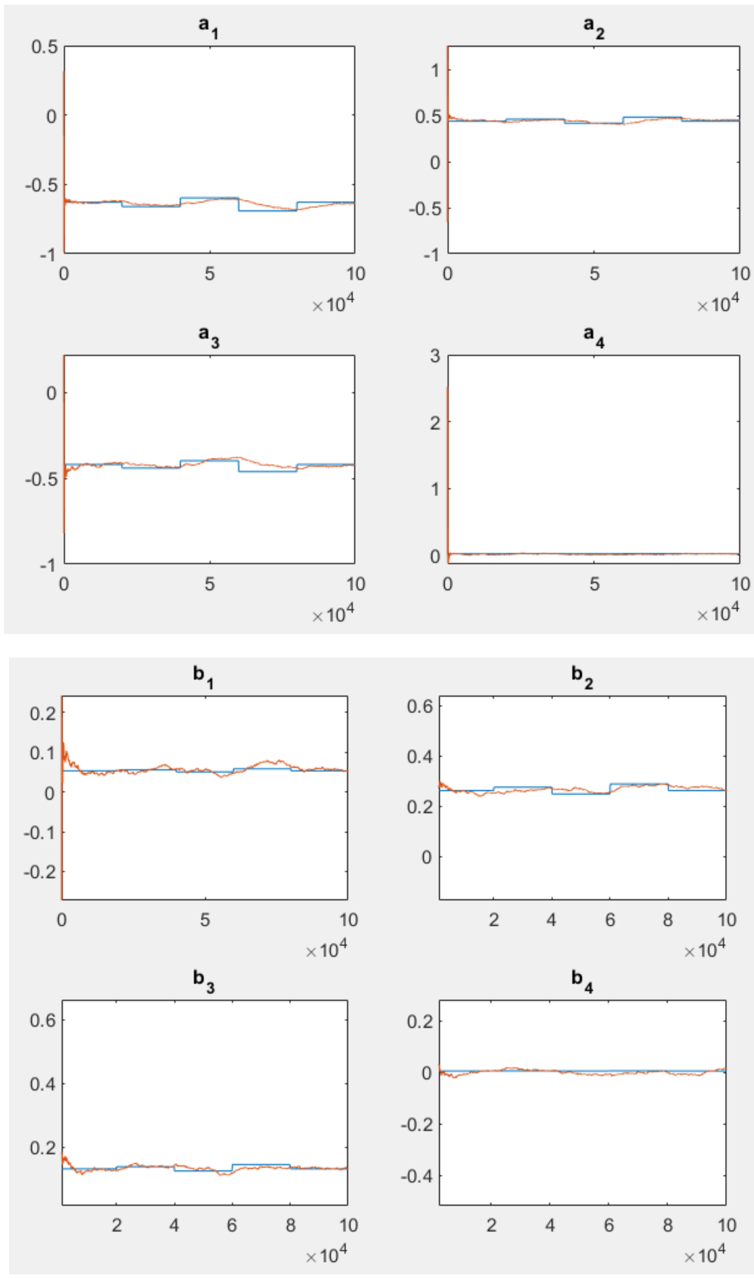
۲-۷- بررسی تغییرات پارامترهای سیستم

در این بخش، پارامترهای سیستم را یک بار به صورت ناگهانی و یک بار به صورت آرام تغییر داده و سعی می‌کنیم به کمک روش‌های Forgetting factor و Covariance resetting، پارامترها را به درستی تخمین بزنیم.

روش Forgetting factor

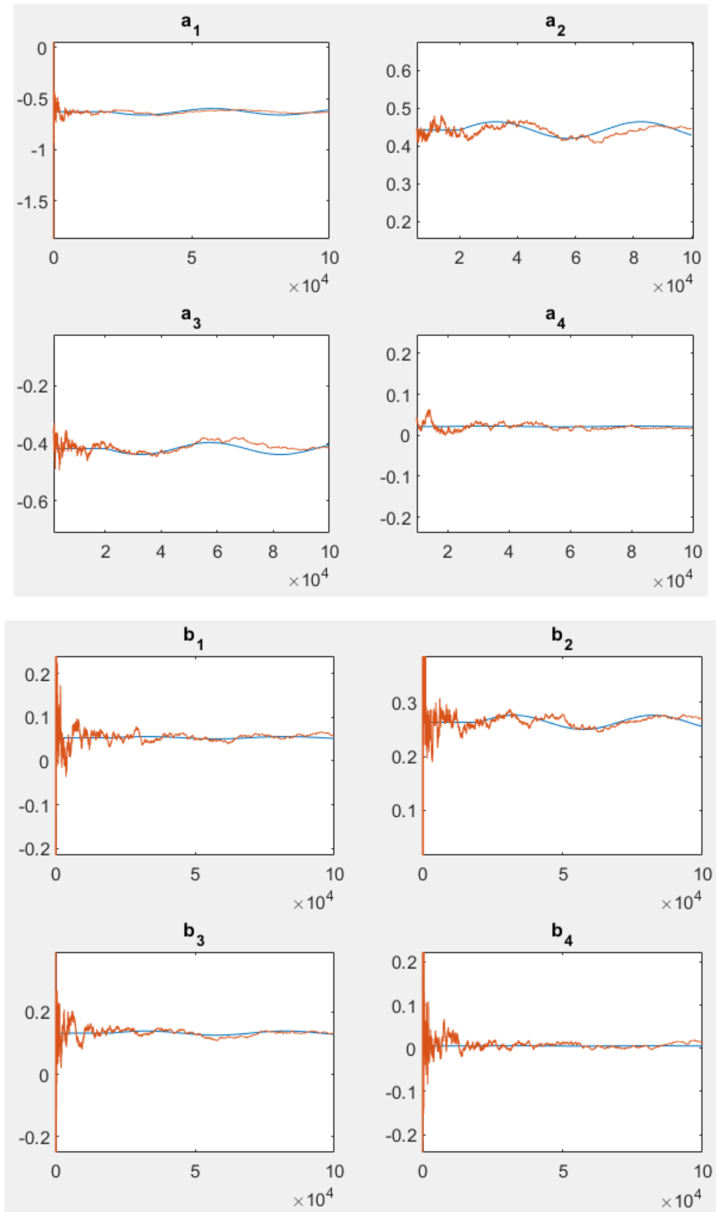
در این روش، یک پارامتر λ تعریف می‌شود که اثر پارامترهای ابتدایی را در پیشبینی آینده کمتر می‌کند و اثر ورودی وخروجی‌های اخیر را بیشتر در نظر می‌گیرد.

در حالت تغییرات ناگهانی، بازه زمانی به ۵ قسمت تقسیم شده و در قسمت اول، پارامترها برابر مقدار حقیقی خود هستند، در یک پنجم بعدی، ۵ درصد به مقادیر آنها اضافه می‌شود، در بخش بعدی به ۰.۹۵ مقدار اولیه خود می‌رسند، در بخش بعدی به ۱.۱ مقدار اولیه و در بخش انتهایی نیز به مقادیر اولیه خود باز می‌گردند. مقدار پارامتر فراموشی نیز ۰.۹۹۹ در نظر گرفته شده است. نمودارهای حاصل بدین صورت است:



شکل ۸: شناسایی سیستم با تغییرات سریع بوسیله‌ی روش فاکتور فراموشی

در بخش بعدی، تغییرات به آهستگی صورت می‌گیرد (هر پارامتر به صورت سینوسی و با دوره‌ی ۵۰ هزار سمپل و حداکثر دامنه ۰.۰۵ حول مقدار اصلی خود نوسان می‌کند). نمودارهای حاصله به صورت زیر است:

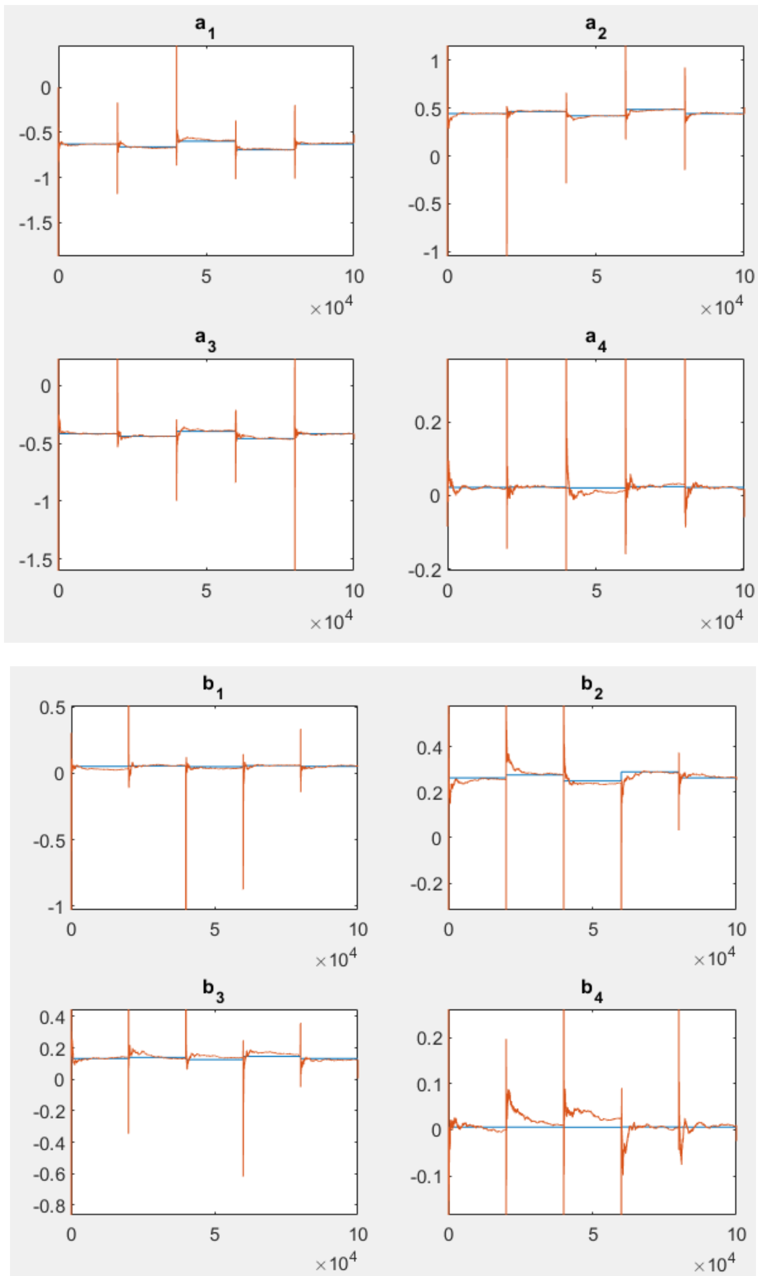


شکل ۹: شناسایی سیستم با تغییرات کند بوسیله‌ی روش فاکتور فراموشی

مشاهده می‌شود با اندکی تاخیر، سیستم با دقت خوبی پارامترهای اصلی را دنبال کرده و شناسایی می‌کند. روش ضریب فراموشی برای تغییرات اندکی عملکرد بهتری دارد. چرا که ماتریس کوواریانس آن به مرور زمان کاهش یافته و تغییرات سریع را نمی‌تواند دنبال کند. اما برای تغییرات اندک، با توجه به آنکه وزن بیشتری به پارامترهای موخر می‌دهد، روش مناسبی است.

روش Covariance resetting

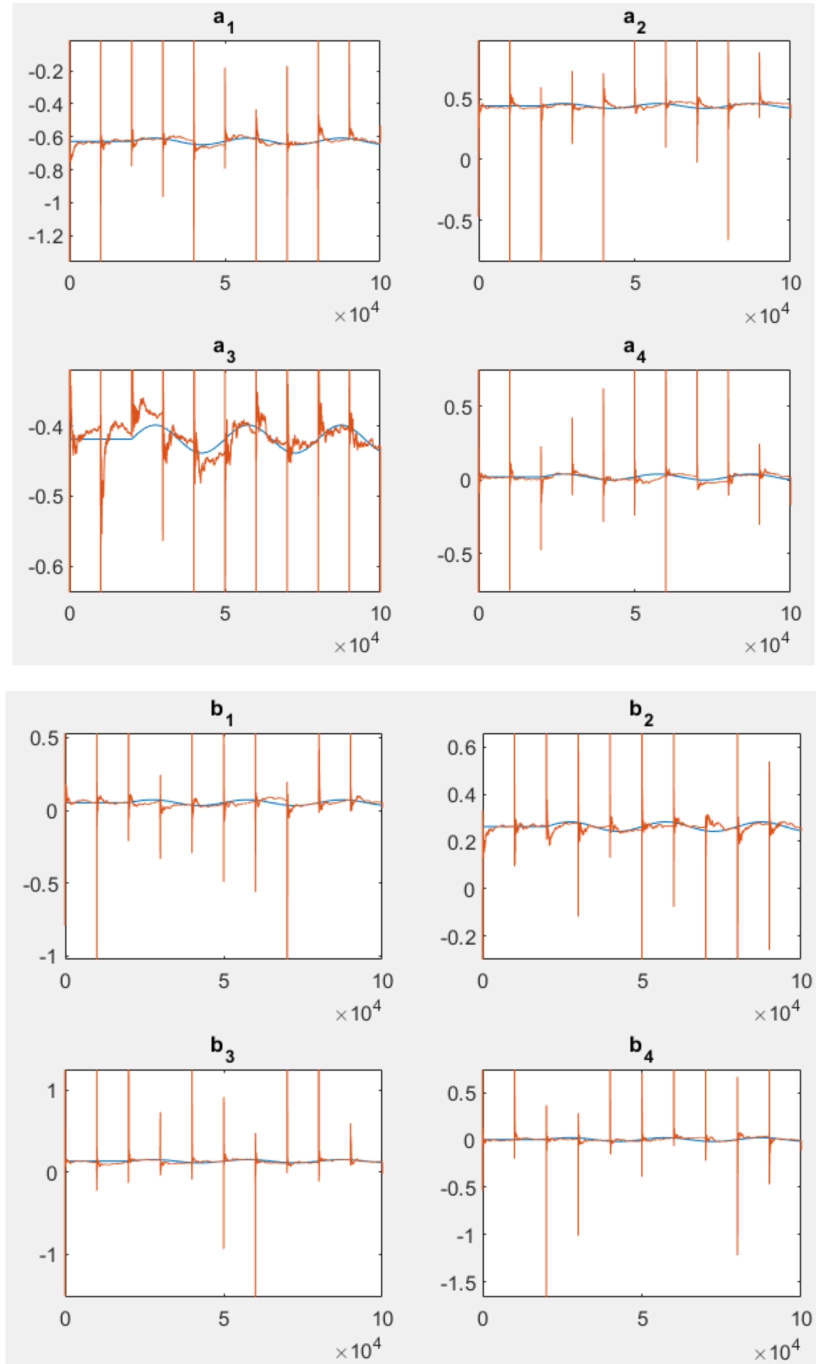
در این روش، ماتریس P هر چند وقت یکبار مجددا به مقدار اولیه خود (که مقدار بزرگی انتخاب شده‌است) ریست می‌شود و در نتیجه، سرعت همگرایی افزایش می‌یابد. مجددا برای حالت تغییرات سریع پارامتر، این روش بکار گرفته می‌شود. و در هر ۲۰ هزار سمپل، این فرایند ریست کردن انجام می‌گیرد. نمودار حاصله بدین شرح است:



شکل ۱۰: شناسایی سیستم با تغییرات سریع بوسیله‌ی روش کوواریانس ریست

دیده می‌شود که مقادیر به سرعت به پارامترهای اصلی همگرا می‌شوند.

حال در حالت تغییرات آرام پارامترها، کوواریانس ریستینگ را بررسی می‌کنیم:



شکل ۱۱: شناسایی سیستم با تغییرات کند بوسیله‌ی روش کوواریانس ریست

ملاحظه می‌شود در این حالت، مقادیر تخمینی پرش بسیاری دارند. همچنین اگر بخواهیم مدام تغییرات را دنبال کنیم، باید فرایند ریست کردن در فواصل زمانی کوتاه‌تری انجام گیرد که باعث می‌شود خطا در سمپل‌های زیادی، مقدار بزرگی داشته باشد.

در نتیجه روش فاکتور فراموشی برای تغییرات آرام پارامترها و روش کوورایانس ریستینگ برای تغییرات سریع پارامترها مناسب‌تر هستند.

۲-۸- بررسی روش‌های SA، PA، LMS و RLS

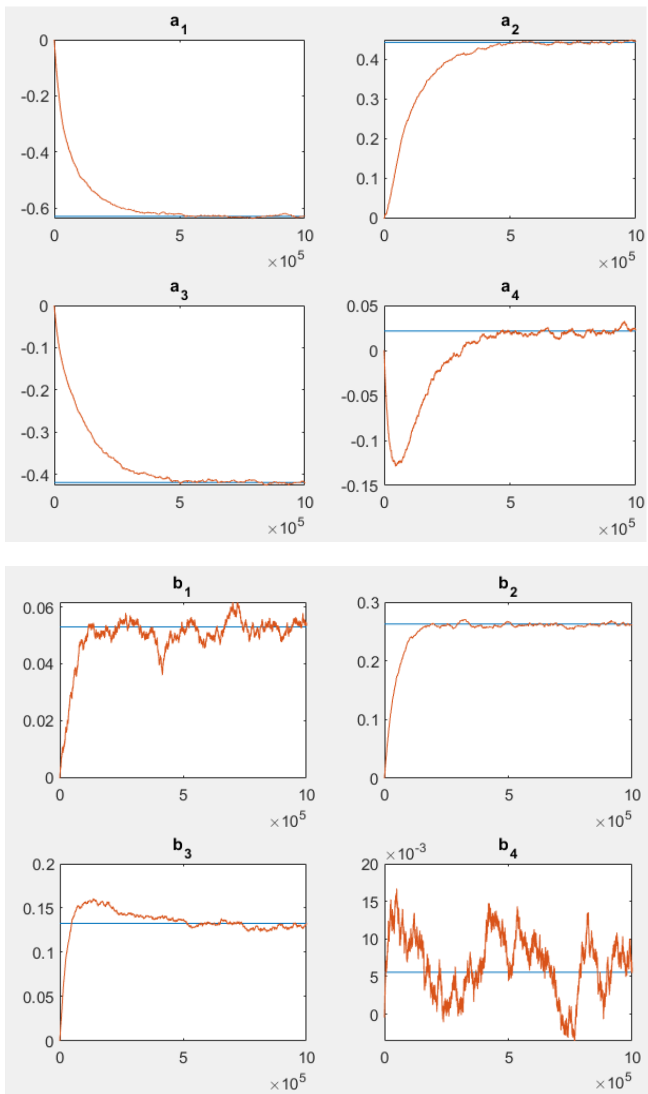
در این بخش، از روش‌های ساده‌سازی شده‌ای استفاده می‌کنیم تا پارامترها را تخمین بزنیم. اولین روش مورد استفاده، روش PA است.

روش PA:

در این روش، پارامترها بدین صورت آپدیت می‌شوند:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\gamma\varphi(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right)$$

مقادیر مختلفی برای پارامتر گاما برررسی شدکه در نهایت، مقدار ۰.۰۰۰۲ مقدار مناسبی بود. مقدار آلفا نیز 1e-5 انتخاب شد که صرفا از صفر شدن مخرج جلوگیری کند. نمودارهای حاصله بدین شرح است:



شکل ۱۲: تخمین پارامترها با استفاده از روش PA

این روش سرعت محاسبه بالایی دارد، اما اولا باید پارامتر گاما به گونه مناسبی انتخاب شود، ثانیا همگرایی آن بسیار کند است.

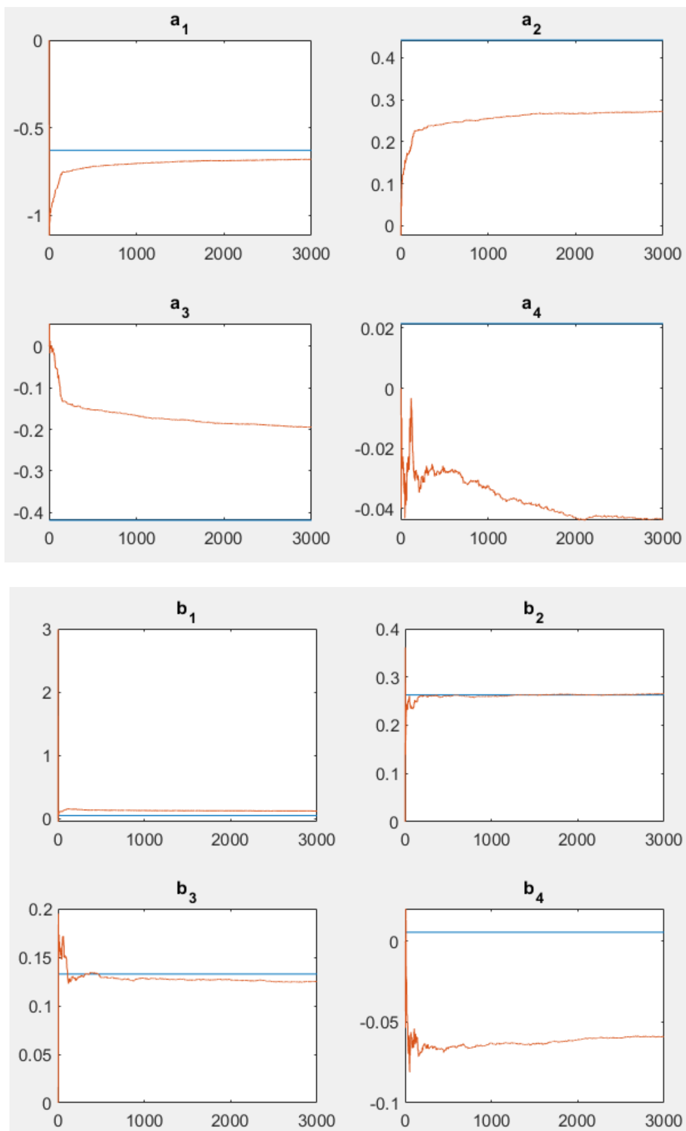
روش SA:

در این روش، آپدیت شدن پارامترها بدین صورت خواهد بود:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)\big(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\big)$$

$$P(t) = \left(\sum_{i=1}^{t} \varphi^T(i)\varphi(i)\right)^{-1}$$

این روش به دلیل محاسبه‌ی بسیار پیچیده برای بدست آوردن P، زمان محاسبه‌ی طولانی مدتی دارد. بر خلاف روش‌های دیگر، محاسبه‌ی این روش برای ۳ هزار سمپل صورت گرفته‌است که نمودار آن در قابل مشاهده است:



شکل ۱۳: تخمین پارامترها با استفاده از روش SA

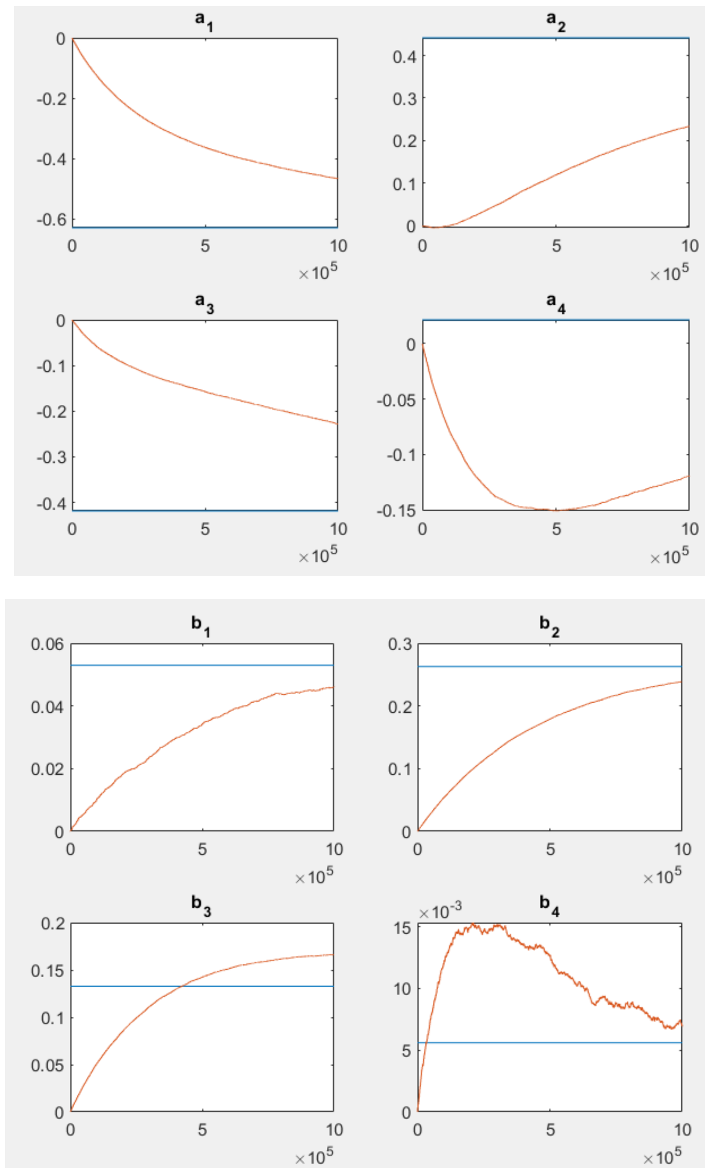
مشاهده می‌شود بسیاری از پارامترها همگرا نشده‌اند و به تعداد بسیار بیشتری تکرار نیاز دارند.

روش LMS:

در این روش، آپدیت شدن پارامترها مطابق فرمول زیر است:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma\varphi(t)\big(y(t) - \varphi^{T}(t)\hat{\theta}(t-1)\big)$$

که گاما عددی ثابت است و برابر ۰.۰۰۰۲ در نظر گرفته شده است. پارامترهای تخمینی به صورت زیر هستند:



شکل ۱۴: تخمین پارامترها با استفاده از روش LMS

در اینجا نیز مشاهده می‌شود که پارامترها پس از تعداد سمپل بسیار زیاد، همچنان مقادیر پاراترهای تخمینی به مقادیر نهایی همگرا نشده‌اند.

روش RLS:

این روش به تفصیل در بخش‌های قبلی مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌است.

مقایسه‌ی کلی روش‌ها:

از آنجا که روش SA به دلیل هزینه محاسباتی بسیار بالا، محدود کننده تعداد سمپل‌هاست، تعداد سه هزار سمپل در نظر گرفته شده‌است و مقادیر زیر محاسبه شده‌اند:

روش	مجموع مربع خطای تخمین خروجی	مجموع مربع خطای تخمین پارامترها	سرعت همگرایی
RLS	14.21	0.0058	زیاد
PA	26.5427	0.7736	کم
SA	54.47	0.5556	کم (هزینه محاسباتی بالا)
LMS	26.83	0.8458	بسیار کم

در نهایت، مشاهده می‌شود که روش RLS بهترین روش از نظر دقت و سرعت همگرایی است، و در میان روش‌های ساده‌سازی شده نیز به نظر می‌آید روش PA گزینه مناسب‌تری باشد.

۳- بررسی اثر فیدبک

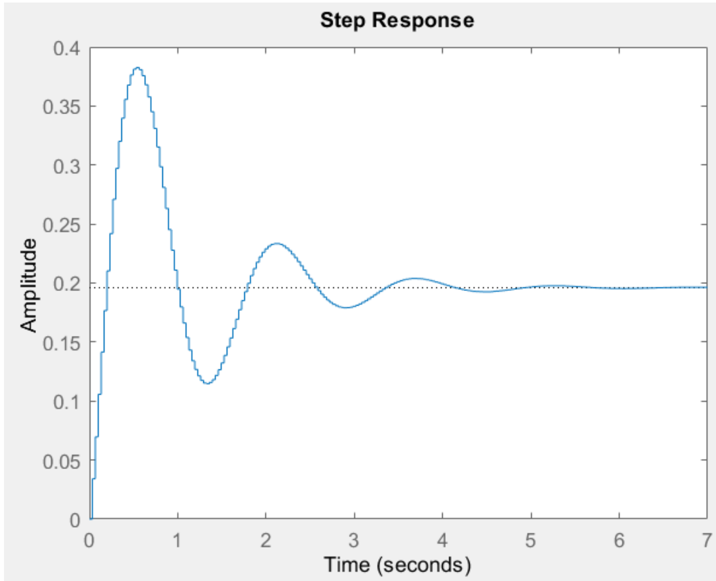
۳-۱- سیستم پایدار

در این بخش، یک سیستم دلخواه با سه قطب و دو صفر در نظر گرفته می‌شود و با طراحی یک کنترلر مناسب، سیستم حلقه بسته را تشکیل می‌دهیم. سپس تلاش می‌کنیم تا پارامترهای سیستم را شناسایی کنیم:

تابعی که در نظر می‌گیریم، دارای قطب‌هایی در 1-4i-، 1+4i- و 3- است. همچنین صفرهایی در 2- و 5- دارد. شکل تابع تبدیل آن به صورت زیر است:

$$G(z) = \frac{0.03412\, z^2 - 0.06082\, z + 0.02704}{z^3 - 2.823\, z^2 + 2.672\, z - 0.8472}$$

همچنین پاسخ پله آن بدین صورت است:

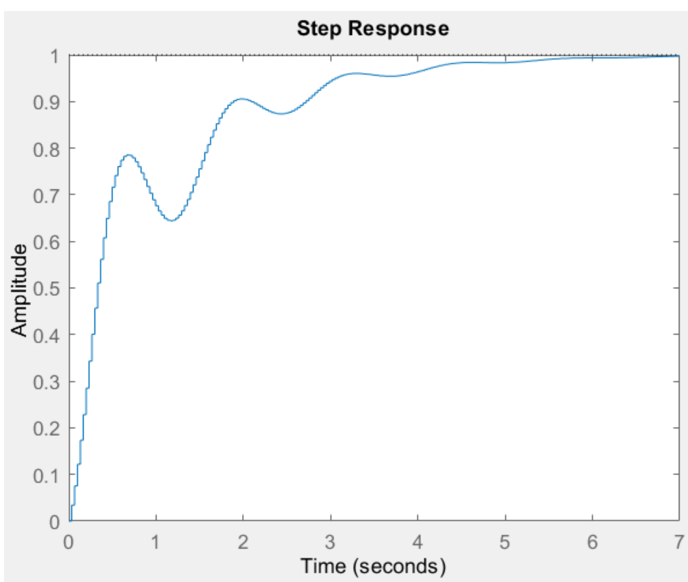


شکل ۱۵پاسخ پله سیستم حلقه باز مساله شماره ۳-۱

با طراحی کنترلر مناسب، سعی می‌کنیم تا خطای مانا و اورشوت آن را برطرف کنیم. کنترلر را از نوع PI در نظر می‌گیریم و با کمک تولباکس PID Tuner متلب، کنترلر مناسب را طراحی می‌کنیم.

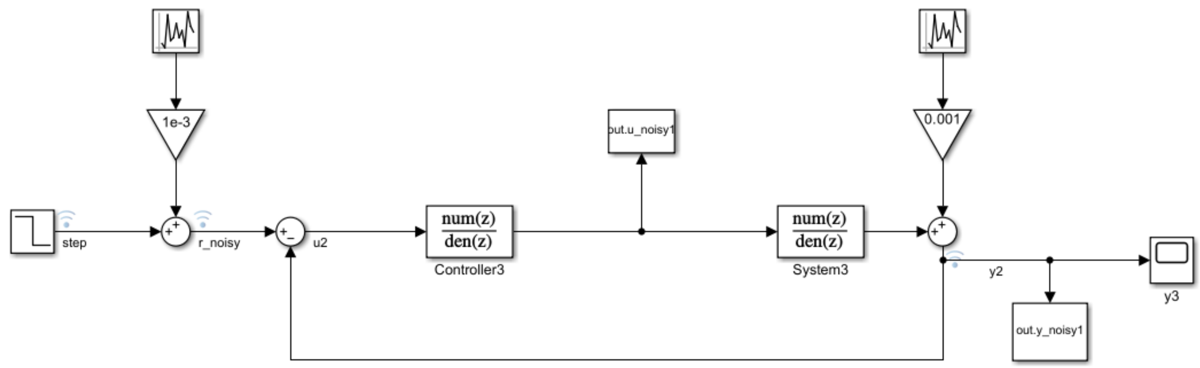
$$C = 1 + 5.82 * \frac{0.0332}{z - 1}$$

پاسخ پله تابع حلقه بسته، بدین صورت خواهد بود:



شکل ۱۶: پاسخ پله سیستم حلقه بسته مساله شماره ۳-۱

حال به سراغ طراحی بلوک دیاگرام می‌رویم. بلوک دیاگرام برای شناسایی سیستم را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

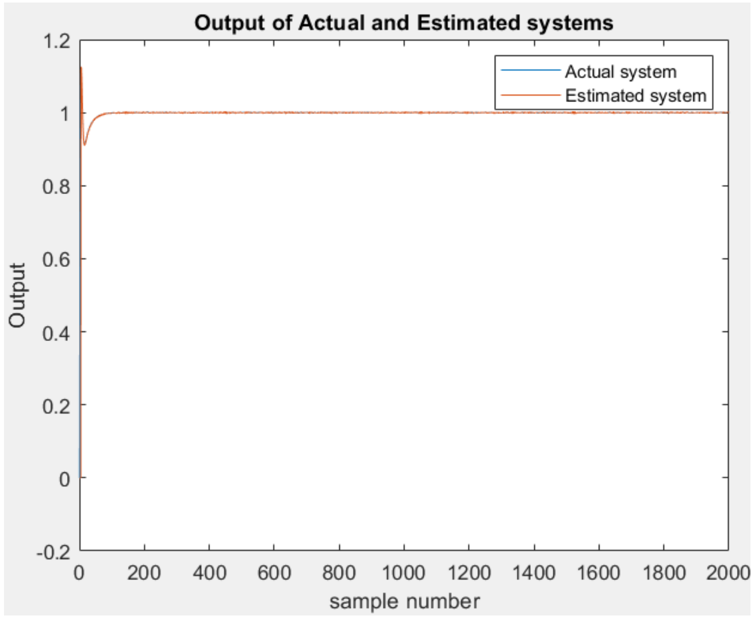


شکل ۱۷: بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته

در شناسایی سیستم‌های حلقه بسته، ممکن است ستون‌های ماتریس Phi به یکدیگر وابسته شوند. برای جلوگیری از وقوع این اتفاق، سیگنال مرجع را مقداری غیر صفر در نظر گرفته و نویز کوچکی نیز به آن اعمال می‌کنیم تا مرتبه PE مورد نیاز بدست آید. مدل سیمولینک را با پارامترهای بدست آمده در بخش قبلی اجرا کرده و مقادیر u و y را ذخیره می‌کنیم. سپس به کمک روش LS، مقادیر پارامترهای سیستم را بدست می‌آوریم. نتایج در جدول زیر گردآوری شده است:

پارامتر	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3
مقدار واقعی	-2.8231	2.6720	-0.8472	0.0341	-0.0608	0.0270
مقدار تخمینی	-2.8231	2.6720	-0.8472	0.0341	-0.0608	0.0270

مشاهده می‌شود که مقادیر با دقت بالایی تخمین خورده‌اند و پارامترهای سیستم شناسایی شده‌اند. تابع خروجی تخمین زده شده توسط سیستم نیز بدین صورت خواهد بود که منطبق بر سیستم اصلی است.



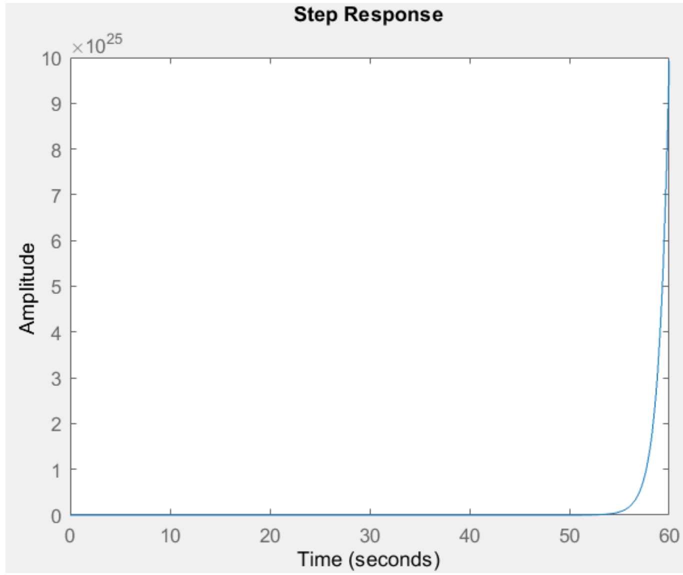
شکل ۱۸: خروجی حقیقی و تخمینی سیستم حلقه بسته مساله ۳-۱

۳-۲- سیستم ناپایدار

در این بخش، یک سیستم ناپایدار در نظر گرفته شده‌است که دارای قطب‌هایی در 1-4i-، 1+4i- و 1 است. همچنین صفرهایی در 2- و 5- دارد. شکل تابع تبدیل آن به صورت زیر است:

$$G(z) = \frac{0.06423\, z^2 - 0.106\, z + 0.04341}{z^3 - 2.903\, z^2 + 2.846\, z - 0.9461}$$

همچنین پاسخ پله آن بدین صورت است:

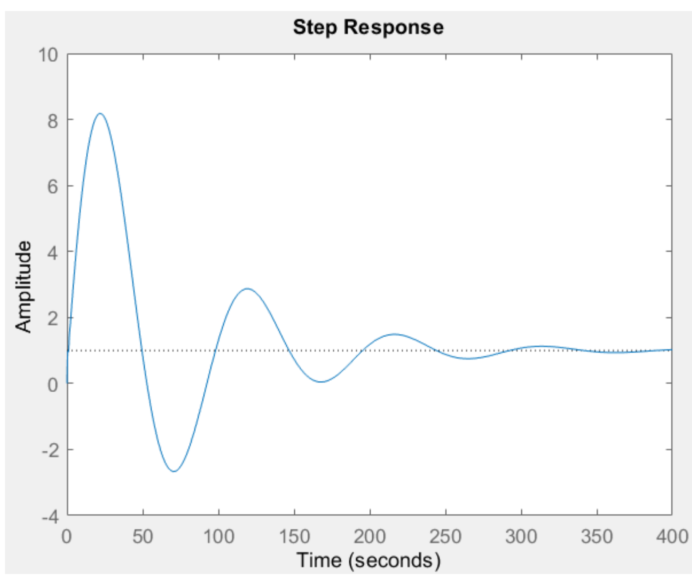


شکل ۱۹: پاسخ پله مدار حلقه باز سیستم ناپایدار مساله ۳-۲

با طراحی کنترلر مناسب، سعی می‌کنیم تا سیستم را پایدار کنیم. کنترلر را از نوع PI در نظر می‌گیریم و با کمک تولباکس PID Tuner متلب، کنترلر مناسب را طراحی می‌کنیم.

$$C = 1.77 + 0.0117 * \frac{0.0554}{z-1}$$

پاسخ پله تابع حلقه بسته، بدین صورت خواهد بود:

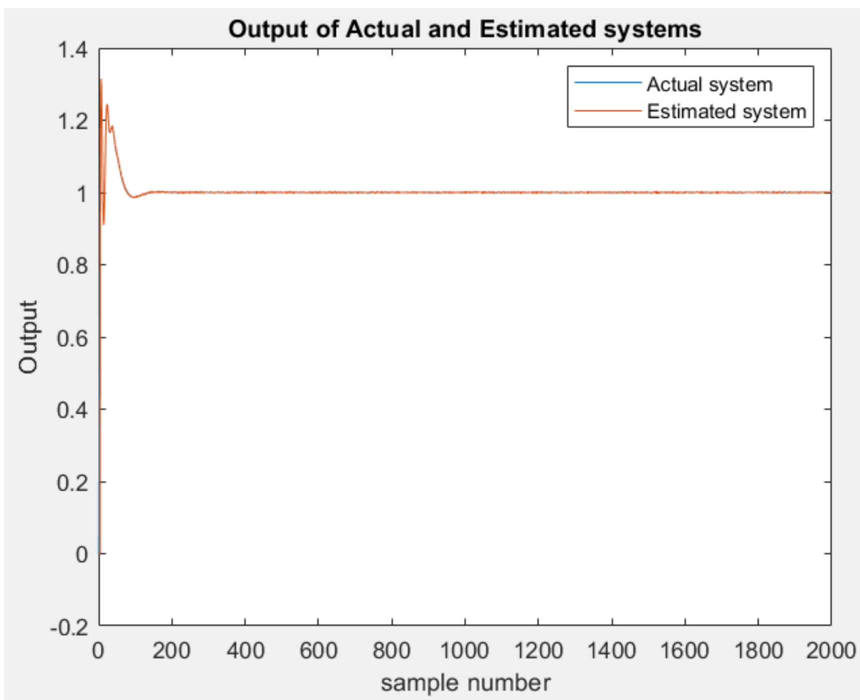


شکل ۲۰: پاسخ پله مدار حلقه بسته سیستم ناپایدار مساله ۳-۲

مدل سیمولینک را با پارامترهای بدست آمده در بخش جدید اجرا کرده و مقادیر u و y را ذخیره می‌کنیم. سپس به کمک روش **LS**، مقادیر پارامترهای سیستم را بدست می‌آوریم. نتایج در جدول زیر گردآوری شده است:

پارامتر	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3
مقدار واقعی	-2.9030	2.8463	-0.9461	0.0642	-0.1060	0.0434
مقدار تخمینی	-2.9030	2.8463	-0.9461	0.0642	-0.1060	0.0435

مشاهده می‌شود که مقادیر با دقت بالایی تخمین خورده‌اند و پارامترهای سیستم شناسایی شده‌اند. تابع خروجی تخمین زده شده توسط سیستم نیز بدین صورت خواهد بود که منطبق بر سیستم اصلی است.

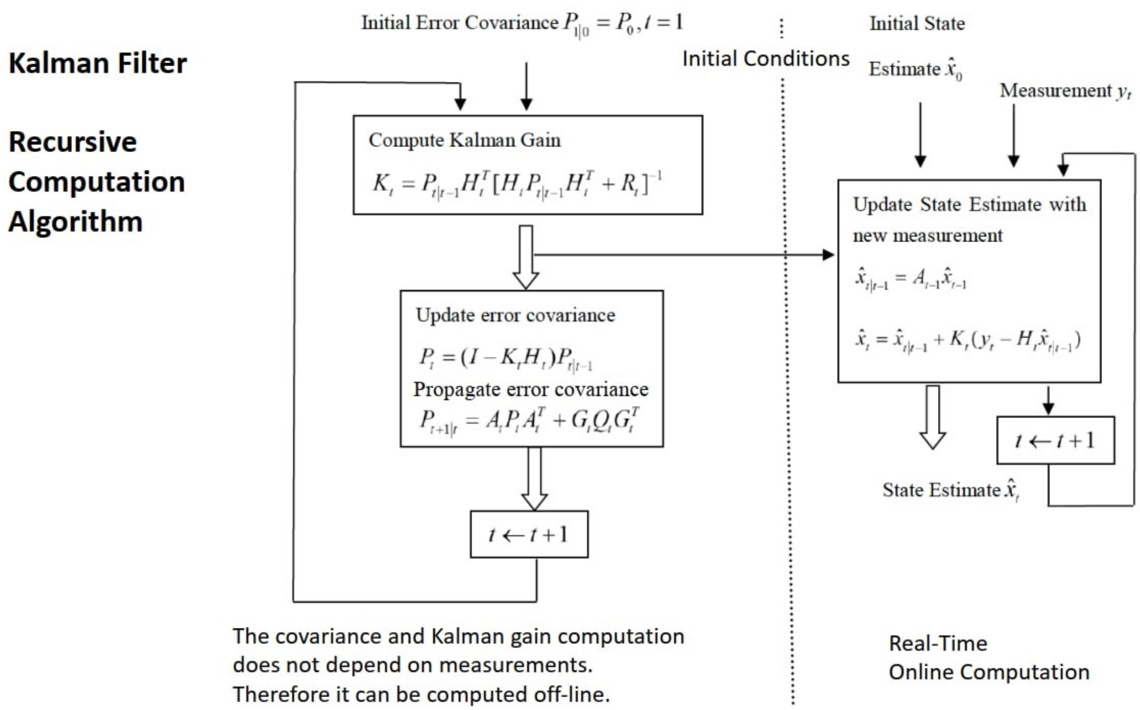


شکل ۲۱: خروجی حقیقی و تخمینی سیستم حلقه بسته مساله ۳-۲

۴- شناسایی با فیلتر کالمن

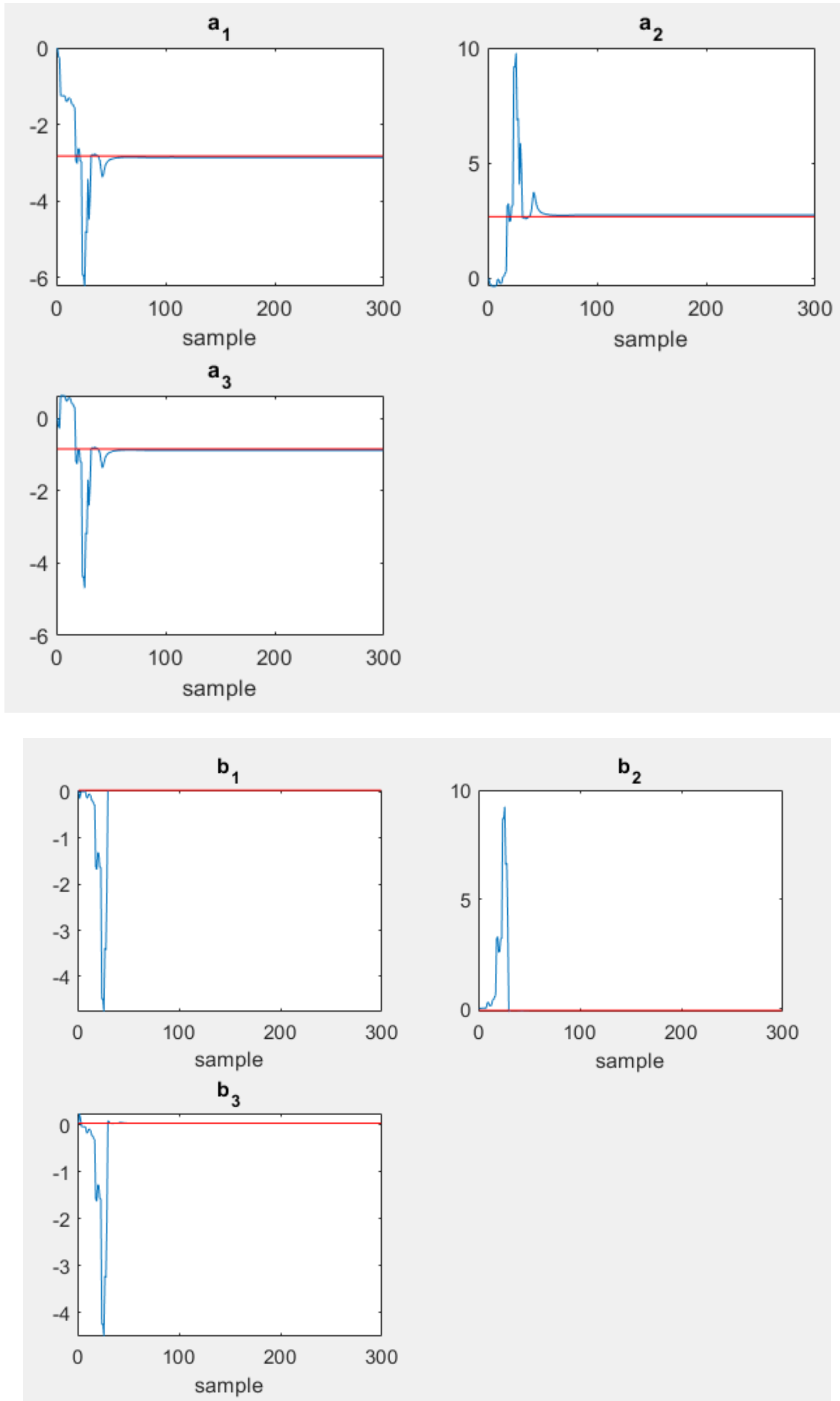
۴-۱- شناسایی پارامترها با استفاده از فیلتر کالمن

در این بخش، سیستم بخش قبلی (بخش ۳-۱) در نظر گرفته شده و پارامترها به وسیله‌ی فیلتر کالمن تخمین زده می‌شوند. الگوریتم کلی فیلتر کالمن، بدین صورت است:



شکل ۲۲: الگوریتم کلی روش فیلتر کالمن

که در کد متلب پیاده‌سازی شده‌است. مجددا ورودی و خروجی‌ها توسط مدل سیمولینک محاسبه شده و به متلب منتقل می‌شود. نمودار پارامترهای تخمین زده‌شده توسط متلب، بدین صورت است:

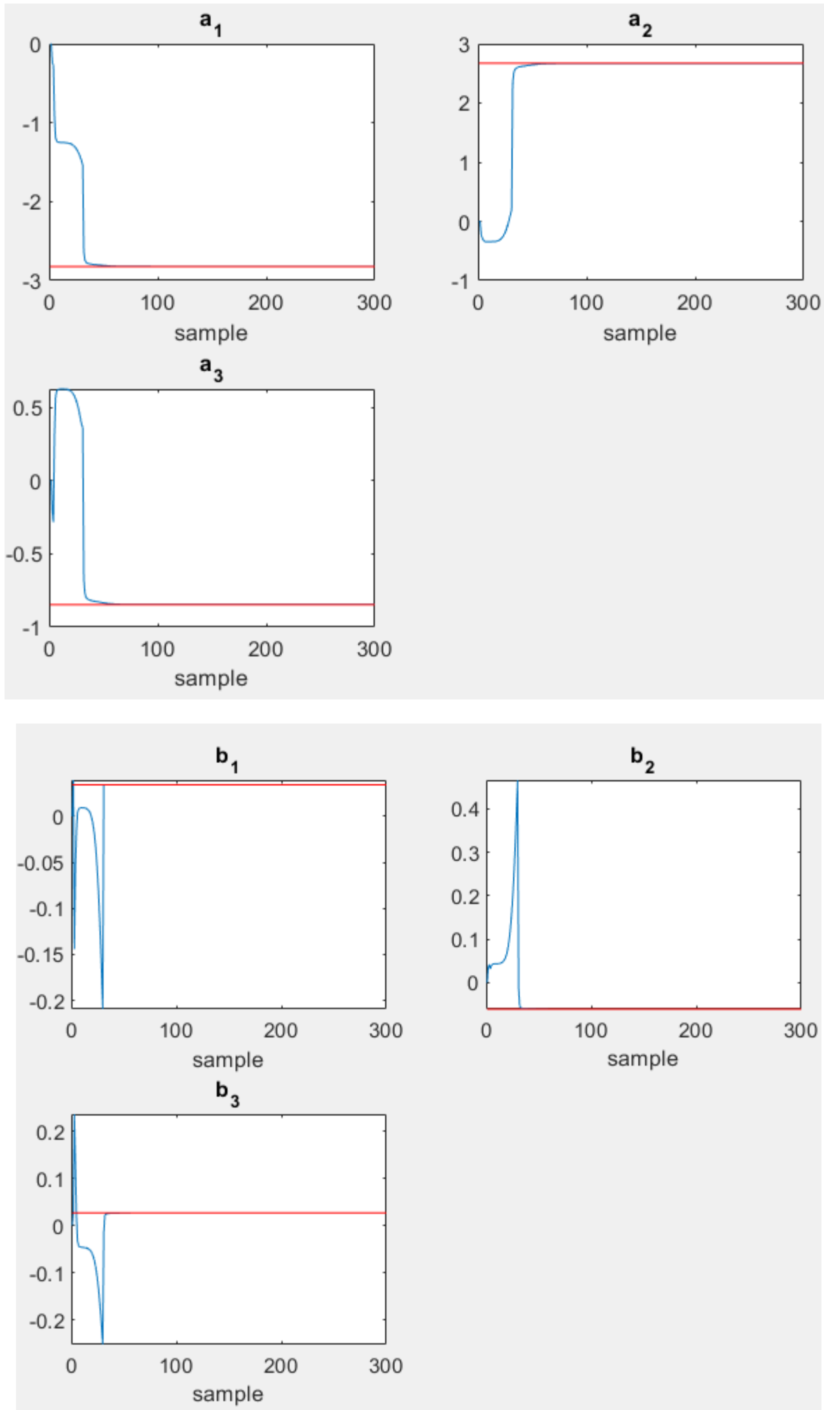


شکل ۲۳: پارامترهای شناسایی شده توسط روش کالمن

که به مقادیر نهایی همگرا شده‌اند.

۴-۲- شناسایی پارامترها با استفاده از روش RLS

در این بخش، سیستم این بار با الگوریتم RLS شناسایی شده‌است. نتیجه‌ی این فرایند به صورت زیر است:



شکل ۲۴: پارامترهای شناسایی شده توسط روش RLS

برای سیستم بدون نویز، عملکرد هر دو روش تقریبا همانند هم است. اما برای حالتی که سیستم نویز داشته باشد، فیلتر کالمن به عنوان یک فیلتر نیز عمل می‌کند و می‌تواند مقادیر را به گونه‌ای بهتر شناسایی کند. البته برای سیستم‌های غیرخطی، ممکن است فیلترهای درجات بالاتری باشند که از فیلتر کالمن بهتر عمل کنند. اما در بین روش‌های خطی، فیلتر کالمن بهترین فیلتر است.