هوالمحبوب

پاسخ سوالات فصل ۶ پردازش سیگنال های گسسته

عسل نائینی

۶.۱

ما با به‌دست‌آوردن تابع تبدیل برای هر یک از شبکه‌ها شروع می‌کنیم.

برای شبکه ۱:

$$Y(z) = ۲r\cos\theta \cdot z^{-1}Y(z) - r^2z^{-2}Y(z) + X(z)$$

یا:

$$H_1(z) = Y(z) / X(z) = ۱ / (۱ - ۲r\cos\theta \cdot z^{-1} + r^2z^{-2})$$

برای شبکه ۲، $W(z)$ را مانند شکل زیر تعریف می‌کنیم:

سپس:

$$W(z) = X(z) - r\sin\theta \cdot z^{-1}Y(z) + r\cos\theta \cdot z^{-1}W(z)$$

و:

$$Y(z) = r\sin\theta \cdot z^{-1}W(z) + r\cos\theta \cdot z^{-1}Y(z)$$

$W(z)$ را حذف می‌کنیم تا به دست آوریم:

$$H_2(z) = Y(z) / X(z) = (r\sin\theta \cdot z^{-1}) / (۱ - ۲r\cos\theta \cdot z^{-1} + r^2z^{-2})$$

بنابراین دو شبکه قطب‌های یکسانی دارند.

۶.۲

تنها ورودی به گره $y[n]$ یک شاخه‌ی یکه از گره‌ی $x[n]$ است .بقیه‌ی شبکه تاثیری بر رابطه‌ی ورودی–خروجی ندارد .معادله‌ی تفاضلی:

$$y[n] = x[n]$$

۶.۳

$$H(z) = (۲ + \tfrac{1}{2}z^{-1}) \,/\, (۱ + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{3}{8}z^{-2})$$

سیستم (d) قابل شناسایی به عنوان پیاده‌سازی transposed direct form II برای $H(z)$ است.

۶.۴

(a)از نمودار جریان داریم:

$$Y(z) = ۲X(z) + (\tfrac{1}{4}z^{-1}X(z) - \tfrac{1}{4}z^{-1}Y(z) + \tfrac{3}{8}z^{-2}Y(z))$$

یعنی:

$$Y(z)(۱ + \tfrac{1}{4}z^{-1} - \tfrac{3}{8}z^{-2}) = X(z)(۲ + \tfrac{1}{4}z^{-1})$$

تابع سیستم به این صورت است:

$$H(z) = Y(z) \,/\, X(z) = (۲ + \tfrac{1}{4}z^{-1}) \,/\, (۱ + \tfrac{1}{4}z^{-1} - \tfrac{3}{8}z^{-2})$$

(b)برای به‌دست آوردن معادله تفاضلی، تبدیل Z را برمی‌گردانیم:

$$y[n] + \tfrac{1}{4}y[n-۱] - \tfrac{3}{8}y[n-۲] = ۲x[n] + \tfrac{1}{4}x[n-۱]$$

۶.۵

(a)

$$w[n] = x[n] + ۳w[n-۱] + w[n-۲]$$

$$y[n] = w[n] + y[n-۱] + ۲y[n-۲]$$

(b)

$$W(z) = X(z) + ۳z^{-1}W(z) + z^{-2}W(z)$$

$$Y(z) = W(z) + z^{-1}Y(z) + ۲z^{-2}Y(z)$$

در نتیجه:

$$H(z) = Y(z) / X(z) = ۱ / ((۱ - z^{-1} - ۲z^{-2})(۱ - ۳z^{-1} - z^{-2}))$$

$$= ۱ / (۱ - ۴z^{-1} + ۷z^{-2} + ۲z^{-3})$$

(c)در بالا ۴ جمع و ۲ ضرب واقعی در هر نقطه خروجی وجود دارد.

(d)امکان کاهش تعداد ثابت‌ها وجود ندارد. پیاده‌سازی $H(z)$ در حالت مستقیم دوم نیز به ۴ ثبات نیاز دارد.

۶.۶

پاسخ ضربه‌ای هر سیستم در نمودار زیر نمایش داده شده است.

۶.۷

$H(z) = (-\frac{1}{4} + z^{-2}) / (۱ - \frac{1}{2}z^{-2})$

شکل direct form II به صورت زیر است.

۶.۸

با نگاه به نمودار، داریم:

$y[n] = ۲y[n-۲] + ۳x[n-۱] + x[n-۲]$

۶.۹

(a)

$w_1[n] = x[n] - w_3[n] + ۴w_4[n-۱]$

$w_2[n] = w_1[n]$

$w_3[n] = w_2[n-۱]$

$w_4[n] = ۲w_3[n]$

$y[n] = w_2[n] + x[n-۱] + w_4[n]$

$H(z) = (۱ + ۳z^{-1} + z^{-2} - ۸z^{-3}) / (۱ + z^{-1} - ۸z^{-2})$

معادله تفاضلی:

$y[n] + y[n-۱] - ۸y[n-۲] = x[n] + ۳x[n-۱] + x[n-۲] - ۸x[n-۳]$

پاسخ ضربه‌ای:

$$h[n] + h[n-۱] - ۸h[n-۲] = \delta[n] + ۳\delta[n-۱] + \delta[n-۲] - ۸\delta[n-۳]$$

$$h[۰] = ۱, h[۱] = ۳, h[۰] = ۲$$

(b)

$$y[n] + y[n-۱] - ۸y[n-۲] = x[n] + ۳x[n-۱] + x[n-۲] - ۸x[n-۳]$$

۶.۱۰

(a)

$$w[n] = \tfrac{1}{2}v[n] + x[n]$$

$$v[n] = \tfrac{1}{2}v[n] + ۲x[n] + w[n-۱]$$

$$y[n] = v[n-۱] + x[n]$$

(b)

$$H(z) = Y(z) / X(z) = (۱ + ۲z^{-1} + z^{-2}) / (۱ - \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})$$

بازنویسی:

$$H(z) = (۱ + z^{-1})(۱ + z^{-1}) / ((۱ + \tfrac{1}{2}z^{-1})(۱ - z^{-1}))$$

ساختار آبشاری به دست می‌آید.

(c)تابع سیستم دارای قطب‌هایی در $z = -\tfrac{1}{2}$ و $z = ۱$ است .چون یکی از قطب‌ها روی دایره واحد قرار دارد، سیستم ناپایدار است.

۶,۱۱

(a)

$H(z)$ میتواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$H(z) = (z^{-1} - ۶z^{-2} + ۸z^{-3}) / (۱ - z^{-1})$

ما بنابراین نمودار جریان مستقیم نوع II زیر را بهدست میآوریم:

نمودار شامل بلوکهای با ضرایب ½، -۶ و ۸، با تاخیرهای(z^{-1})

(b)

برای بهدستآوردن فرم ترانهاده(transposed) ، فقط جهت فلشها را معکوس میکنیم و نقش ورودی و خروجی را جابهجا میکنیم. نمودار میتواند به شکل زیر دوباره ترسیم شود:

(نمودار با جهت معکوس شده و ضرایب مانند بالا)

۶,۱۲

ما متغیرهای میانی $w_1[n]$ ، $w_2[n]$ و $w_3[n]$ را به صورت زیر تعریف میکنیم:

مودار با مسیرهای حاوی ضرایب ۱، ۲، و تاخیرهای(z^{-1})

بنابراین روابط زیر را داریم:

$w_1[n] = -x[n] + w_2[n] + w_3[n]$

$w_2[n] = x[n-۱] + ۲w_3[n]$

$w_3[n] = w_1[n-۱] + w_1[n-۱]$

$y[n] = ۲w_3[n]$

تبدیل Z روابط بالا و بازآرایی و گروهبندی آنها، میدهد:

$$H(z) = Y(z) / X(z) = (-۲ + ۶z^{-1} + ۲z^{-2}) / (۱ - ۸z^{-1})$$

گرفتن تبدیل معکوسZ ، معادله تفاضلی زیر را به دست میدهد:

$$y[n] - ۸y[n-۱] = -۲x[n] + ۶x[n-۱] + ۲x[n-۲]$$

۶,۱۳

$$H(z) = (۱ - ½z^{-2}) / (۱ - ¼z^{-1} - ⅛z^{-2})$$

پیاده سازی فرم مستقیم نوع I به صورت زیر است:

نمودار با بلوکهای دارای ضرایب -½، ¼، ⅛ و تاخیرهای(z^{-1})

۶,۱۴

$$H(z) = (۱ + ⅚z^{-1} + ½z^{-2}) / (۱ - ½z^{-1} - ⅙z^{-2})$$

پیادهسازی فرم مستقیم نوع II به صورت زیر است:

نمودار با ضرایب ½، ⅚، ⅙ و تاخیرهای(z^{-1})

۶,۱۵

$$H(z) = (۱ - ⅚z^{-1} + ½z^{-2}) / (۱ + z^{-1} + ½z^{-2})$$

برای به دست آوردن پیاده سازی فرم مستقیم نوع II ترانهاده، ابتدا فرم مستقیم II را رسم میکنیم:

(نمودار با ضرایب -۱، -۷/۶، -½، ۱/۶)

اکنون، جهت فلش ها را معکوس کرده و نقش ورودی و خروجی را جابه جا میکنیم تا فرم ترانهاده مستقیم نوع II به دست آید:

(نمودار معکوس شده با همان ضرایب)

۶,۱۶

(a)

ما فقط جهت فلش ها را معکوس کرده و نقش ورودی و خروجی را جابه جا میکنیم، به دست میآید:

(نمودار با ضرایب -½، ¼، -۲، ۳ و تاخیرهای z^{-1})

(b)

سیستم اصلی یک آبشار از دو ساختار فرم مستقیم II ترانهاده است، بنابراین تابع سیستم داده میشود توسط:

$$H(z) = ((۱ - ۲z^{-1} + ۳z^{-2}) / (۱ - ½z^{-1})) (۱ / (۱ - ½z^{-1}))$$

از طرفی، نمودار ترانهاده، آبشار دو ساختار فرم مستقیم II است، بنابراین تابع سیستم به صورت زیر داده میشود:

$$H(z) = (۱ - ½z^{-1})(۱ - ۲z^{-1} + ۳z^{-2}) / (۱ - ½z^{-1})$$

این تایید میکند که هر دو نمودار تابع سیستم $H(z)$ یکسان دارند.

۶,۱۸

نمودار جریان صرفاً یک آبشار از دو ساختار فرم مستقیم II ترانهاده است، بنابراین تابع سیستم بهصورت زیر داده میشود:

$$H(z) = ((1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2}) / (1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})) (1 / (1 - az^{-1}))$$

که میتوان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H(z) = ((1 + 2z^{-1})(1 - \tfrac{1}{2}z^{-1})) / ((1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})(1 - az^{-1}))$$

برای پیاده سازی این تابع سیستم با نمودار جریان فرم مستقیم دوم از مرتبه دوم، باید حذف صفر-قطب اتفاق بیفتد. این زمانی اتفاق میافتد که $a = \tfrac{2}{3}$ ، یا $a = -2$ ، یا $a = 0$.

اگر $a = \tfrac{2}{3}$ ، تابع سیستم کلی:

$$H(z) = (1 + 2z^{-1}) / (1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})$$

اگر $a = -2$ ، تابع سیستم کلی:

$$H(z) = (1 - 3/2z^{-1}) / (1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})$$

و در نهایت اگر: $a = 0$

$$H(z) = ((1 + 2z^{-1})(1 - \tfrac{1}{2}z^{-1})) / (1 + \tfrac{1}{2}z^{-1} - \tfrac{1}{2}z^{-2})$$

۶,۱۹

با استفاده از بسط کسر جزئی، تابع سیستم را میتوان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H(z) = -8 / (1 - \tfrac{1}{2}z^{-1}) + 1 / (1 + \tfrac{1}{3}z^{-1}) + 9$$

اکنون میتوان نمودار جریان را ترسیم کرد که این سیستم را به عنوان ترکیب موازی از بخشهای فرم مستقیم II ترانهاده مرتبه اول پیاده سازی میکند:

(نمودار با شاخه های موازی و ضرایب -۸، ۱، ۹، و مسیرهای دارای تاخیر و ضرایب ۱/۳، -۲/۳)

۶,۲۰

تابع تبدیل میتواند بهصورت زیر بازنویسی شود:

$$H(z) = (1 + 2z^{-1} + \tfrac{1}{2}z^{-2}) / ((1 + z^{-2})(1 - \tfrac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}))$$

که میتواند به صورت آبشاری از دو بخش فرم دوم ترانهاده مرتبه دوم پیاده سازی شود:

(نمودار با دو بخش شامل ضرایب ۲، ۵/۴، -¼ و ۵/۲، -۱)

۶,۲۱

$$h[n] = e^{(j \omega_0 n)}u[n] \Rightarrow H(z) = 1 / (1 - e^{(j \omega_0)}z^{-1}) = Y(z)/X(z)$$

پس:

$$y[n] = e^{(j \omega_0 n)} = y_r[n] + j\, y_i[n]$$

بگذارید:

$$y[n] = y_r[n] + j\, y_i[n]$$

پس:

$$y[n] = (\cos\omega_0 + j \sin\omega_0)(y_r[n-1] + j\, y_i[n-1])$$

قسمت حقیقی و موهومی را جدا میکنیم:

$$y_r[n] = \cos\omega_0\, y_r[n-1] - \sin\omega_0\, y_i[n-1]$$

$$y_i[n] = \sin\omega_0\, y_r[n-1] + \cos\omega_0\, y_i[n-1]$$

(نمودار مربوط به اجرای این رابطه با تاخیر و ضرایب سینوس و کسینوس)

۶,۲۲

$H(z) = (1 + z^{-1})^2 / ((1 - ½z^{-1})(1 - ½z^{-1}))$

$H(z) = ((1 + z^{-1}) / (1 - ½z^{-1})) ((1 + z^{-1}) / (1 - ½z^{-1}))$

(نمودارهای مختلف از پیاده سازی های مختلف این تابع شامل مسیرهایی با ضرایب ¼، ½، و زنجیره های تاخیر)

۶,۲۳

میخواهیم یک سیستم علی H(z) را با استفاده از نمودار قطب-صفر زیر پیاده سازی کنیم. برای تمام بخش های این مسئله، z۱، z۲، p۱، و p۲ اعداد حقیقی هستند، و یک ضریب بهره که مستقل از فرکانس است میتواند در عبارت K در هر دیاگرام جریان وارد شود.

(a) نمودار جریان زیر را با استفاده از متغیرهای z۱ ، z۲، p۱، و p۲ کامل کنید.

(b) نمودار جریان زیر را با استفاده از متغیرهای z۱ ، z۲، p۱، و p۲ کامل کنید.

(c) دستگاه معادلات خطی برای متغیرهای A ، B، ...، G را برحسب متغیرهای z۱ ، z۲، p۱، و p۲ بنویسید.

(d) برای دقیقترین جایگذاری صفرها، کدام ساختار را انتخاب میکنید: مستقیم، آبشاری، یا موازی؟ به اختصار توضیح دهید.

۶,۲۴

.۱

(۱. ساختار مستقیم نوع اول(Direct Form I

(۲. ساختار مستقیم نوع دوم(Direct Form II

۳. ساختار آبشاری (Cascade Form)

۴. ساختار موازی (Parallel Form)

۵. ساختار مستقیم نوع دوم ترانهاده (Transposed Direct Form II)

۲. گره های داخلی ساختار مستقیم نوع دوم ترانهاده را با نام های v۰[n], v۱[n], v۲[n], v۳[n] از بالا به پایین نامگذاری کنید. سپس داریم:

۶,۲۵

A.

H(z) = (۱ + ۰.۸۱z^-۲)/(۱ - ۰.۳z^-۱ - ۰.۴z^-۲) * (۱ + ۲z^-۱)/(۱ + ۰.۸z^-۱)

B. بله، کل سیستم پایدار است. تمام قطب ها درون دایره واحد قرار دارند، که برای سیستم علی پایداری را تضمین میکند.

C. خیر، سیستم حداقل فاز نیست. یک صفر در خارج دایره واحد در z = -۲ قرار دارد.

D.

H(z) = (۱ + ۲z^-۱ + ۰.۸۱z^-۲ + ۱.۶۲z^-۳)/(۱ + ۰.۵z^-۱ - ۰.۶۴z^-۲ - ۰.۳۲z^-۳)

۶,۲۶

سیستم علی LTI با تابع تبدیل زیر:

H(z) = (۱ - ۱/۲z^-۱)/((۱ - ۱/۲z^-۱ + ۱/۳z^-۲)(۱ + ۱/۲z^-۱))

(a)

(۱) ساختار مستقیم نوع اول (Direct Form I)

(۲)ساختار مستقیم نوع دوم(Direct Form II)

(۳)ساختار آبشاری با استفاده از بخشهای مرتبه اول و دوم مستقیم نوع دوم

(۴)ساختار موازی با استفاده از بخشهای مرتبه اول و دوم مستقیم نوع دوم

میتوانیم تابع تبدیل را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$H(z) = (۲۷/۱۲۵)/(۱ + z^{-۱}) + (-۳۶/۱۲۵z^{-۱})/(۱ + z^{-۱})$

(۵)ساختار مستقیم نوع دوم ترانهاده

ساختار مستقیم نوع دوم بهدستآمده در بخش (ii) را گرفته، پیکانها را معکوس کرده و نقش ورودی و خروجی را نیز جابهجا میکنیم. سپس نمودار جریان را دوباره ترسیم میکنیم.

(ب) برای بهدست آوردن معادله تفاضلی مربوط به نمودار جریان بخش (v) در(a) ، ابتدا متغیرهای میانی $w_۱[n], w_۲[n], w_۳[n]$ را تعریف میکنیم. داریم:

(۱) $w_۱[n] = x[n] + w_۲[n - ۱]$

(۲) $w_۲[n] = ۱/۴\ y[n] + w_۳[n - ۱] - ۱/۵\ x[n]$

(۳) $w_۳[n] = ۵/۲۴\ y[n] - ۱/۱۲\ y[n - ۱]$

(۴) $y[n] = w_۱[n]$

ترکیب این معادلات بالا میدهد:

$y[n] - ۱/۴\ y[n - ۱] + ۵/۲۴\ y[n - ۲] + ۱/۱۲\ y[n - ۳] = x[n] - ۱/۵\ x[n - ۱]$

با گرفتن تبدیل Z از این معادله و ترکیب کردن جملات، به تابع تبدیل زیر میرسیم:

$H(z) = (۱ - ۱/۲z^{-۱})/(۱ - ۱/۴z^{-۱} + ۵/۲۴z^{-۲} + ۱/۱۲z^{-۳})$

که برابر با تابع تبدیل اولیه است.

۶,۲۷

(a)

$$H(z) = ۱ / (۱ - az^{-1})$$

$$y[n] = x[n] + ay[n - ۱]$$

$$H\_T(z) = ۱ / (۱ - az^{-1}) = H(z)$$

(b)

$$H(z) = (۱ + \tfrac{1}{2}z^{-1}) / (۱ - \tfrac{1}{2}z^{-1})$$

$$y[n] = x[n] + \tfrac{1}{4}x[n - ۱] + \tfrac{1}{2}y[n - ۱]$$

$$H\_T(z) = (۱ + \tfrac{1}{2}z^{-1}) / (۱ - \tfrac{1}{2}z^{-1}) = H(z)$$

(c)

$$H(z) = a + bz^{-1} + cz^{-2}$$

$$y[n] = ax[n] + bx[n - ۱] + cx[n - ۲]$$

$$H\_T(z) = a + bz^{-1} + cz^{-2} = H(z)$$

(d)

$$H(z) = (\sin\theta\, z^{-1}) / (۱ - ۲r\cos\theta\, z^{-1} + r^2 z^{-2})$$

نمودار بلوکی به همراه روابط:

$$V = X + z^{-1}U$$

$$U = r\cos\theta\, V - r\sin\theta\, Y$$

$W = r\ \sin\theta\ V + r\ \cos\theta\ U$

$Y = z^{-1}W$

$Y / X = H\_T(z) = (\sin\theta\ z^{-1}) / (۱ - ۲r\ \cos\theta\ z^{-1} + r^2\ z^{-2}) = H(z)$

۶,۲۸

(a)

$H(z) = [۱ / (۱ - z^{-1})] * [(۱ - ½z^{-1}) / (۱ - ¾z^{-1} + z^{-2})]$

$= [(۲ + z^{-1}) / (۱ - ½z^{-1} - ½z^{-2})] * [(۱ - ½z^{-1}) / (۱ - ¾z^{-1} + z^{-2})]$

(b)

$y[n] = ۲x[n] + (۹/۸)x[n - ۱] + (۹/۸)x[n - ۲] + (۱۱/۸)x[n - ۳] + (۷/۸)x[n - ۴] +$
$(۱۱/۸)y[n - ۱] - (۵/۴)y[n - ۲] - (۳/۴)y[n - ۳] + (۷/۸)y[n - ۴]$

(c)

استفاده از فرم مستقیم نوع دوم

(نمودار فلو با ضرایب مشخص)

۶,۲۹

(a)

$H(z) = [(۱ + z^{-1})^2 / (۱ + z^{-1} + ½z^{-2})] \times [(۱ + z^{-1})^2 / (۱ + z^{-1} + ½z^{-2})] \times [۱ / (۱ - ۲z^{-1} + ⅛z^{-2} + ۰.۲)]$

نمودار فلو برای ساختار چندبخشی(FIR)

(b)

$u[n] = x[n] + ۲x[n - ۱] + x[n - ۲] + \frac{1}{2}x[n - ۱] - w[n - ۲]$

$v[n] = u[n] - v[n - ۱] - \frac{1}{2}v[n - ۲]$

$w[n] = v[n] + ۲v[n - ۱] + v[n - ۲]$

$y[n] = w[n] + ۲w[n - ۱] + w[n - ۲] + ۲y[n - ۱] - \frac{7}{8}y[n - ۲]$

۶,۳۰

مسئله:

ساخت و رسم پیاده سازی فیلتر شبکه ای برای سیستم تمام قطب علی با تابع انتقال زیر:

$H(z) = ۱ / (۱ + (۳/۲)z^{-1} - z^{-2} + (۳/۴)z^{-3} + ۲z^{-4})$

آیا سیستم پایدار است؟

پاسخ:

ضرایب:

$a_1^{(4)} = ۳/۲, a_2^{(4)} = ۱, a_3^{(4)} = -\frac{3}{4}, a_4^{(4)} = -۲$

با استفاده از بازگشت معکوس، ضرایب بازتاب به دست می‌آیند و نمودار نهایی فیلتر رسم شده است.

۶,۳۱

(a)برای یافتن:$y[۱]$

$y[۱] = ۱ + (-۱)(½) = ½$

(b)

نمودار فلو برای فیلتر معکوس شامل مراحل FIR با ضرایب k به ترتیب معکوس

(c)

$h\_FIR[n] = \delta[n] + (-۱ + (-۱)(-½))\delta[n - ۱] - ½\delta[n - ۲]$

$H\_FIR(z) = ۱ - ½z^{-1} - ½z^{-2}$

$H(z) = ۱ / (۱ - ½z^{-1} - ½z^{-2})$

۶,۳۲

(a)

ترانهاده = معکوس کردن پیکانها و جابجایی ورودی/خروجی

(b)

$w_1[n] = ۲x[n] + w_3[n]$

$w_2[n] = x[n] + w_2[n - ۱]$

$w_3[n] = w_2[n] + ۲y[n - ۱]$

$y[n] = w_2[n] + y[n - ۱]$

معادله اختلافی:

$y[n] = ½y[n - ۱] - ۲y[n - ۲] = x[n] + ۲x[n - ۱]$

(c)

$H(z) = (۱ + ۲z^{-1}) / (۱ - ½z^{-1} - ۲z^{-2})$

(d)

$y[۲] = x[۲] + ۲x[۱] + ۳/۲y[۱] + ۲y[۰] = ¼ + ۱ + ۳/۲ + ۲ = ۱۹/۴$

۶,۳۳

مسئله:

ساختار شبکهای FI R در شکل ۱ را در نظر بگیرید.

(a)

تابع سیستم از x[n] به v[n] را تعیین کنید) نه(y[n]

(b)

تابع G(z) حاصل از h[n] بزرگشده با ضریب ۲ است $g[n] = h[n]↑۲$:

پارامترهای k برای پیادهسازی G(z) را بیابید.

۶,۳۴

(a)

$h_2[n] = (½)^(n/۴) * u[n],$ اگر n مضرب صحیح ۴ باشد، وگرنه ۰ است.

$h_2[n]$یک فیلتر I I R است.

(b)

توابع انتقال:

$H_1(z) = ۱ + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$

$H_2(z) = ۱ / (۱ - ½z^{-4})$

(نمودار فلو فیلترهای سری و فشرده ساز)

(c)

هر ۴ ورودی، یکی از فشرده ساز عبور میکند و در ½ ضرب میشود.

بنابراین ¼ ضرب به ازای هر ورودی و یک ضرب به ازای هر خروجی خواهیم داشت.

۶,۳۵

(ب) ابتدا، $e_0[n]$ یک سیستم سه نقطه ای است، اما از تقارن میتوان برای کاهش تعداد ضربها به دو استفاده کرد.

سپس، $e_1[n]$ برای هر نمونه خروجی سه ضرب نیاز دارد.

سپس، $e_2[n]$ برای هر نمونه خروجی سه ضرب نیاز دارد. با این حال، $e_2[n]$ میتواند با استفاده از حذف صفر-قطب به صورت نشان داده شده پیاده سازی شود. این فقط به دو ضرب برای هر نمونه خروجی نیاز دارد.

در نهایت، $e_3[n]$ برای هر نمونه خروجی سه ضرب نیاز دارد.

در مجموع این ۱۰ ضرب برای هر نمونه خروجی است.

فشرده ساز نرخ مورد نیاز ضربها را نسبت به نمونه های ورودی کاهش میدهد. ما نیاز داریم: ۱۰ / ۴ = ۲,۵ ضرب برای هر نمونه ورودی.

(ج)

سیستم داده شده اکنون به صورت زیر است:

[نمودار بلوکی جریان سیستم]

که معادل است با:

[نمودار معادل دیگر با z^{-2} و ↓۴]

تابع سیستم برابر است با:

$$H(z) = E_0(z^4) + z^{-2}E_2(z^4)$$

که پاسخ فرکانسی زیر را میدهد:

$$H(e^{j\omega}) = E_0(e^{j\omega/4}) + e^{-j2\omega}E_2(e^{j\omega/4})$$

مولفه های پاسخ فرکانسی به صورت زیر نشان داده شده اند:

[نمودارهای E_0 و E_2 و H]

۶,۳۶

(الف) $H_1(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega+\pi)})$

(ب) برای $H_1(z) = H(-z)$، هر x^{-1} را با $-x^{-1}$ جایگزین کنید. به طور جایگزین، هر ضریب مربوط به تأخیرهای فرد را با منفی آن جایگزین کنید.

(ج) [نمودار جریان مربوطه]

۶,۳۷

(الف)

[نمودار بلوکی]

با حذف :$w[n]$

$$y[n] = x[n] - ab\, y[n-1] - b\, y[n-1] + ab\, y[n]$$

در نهایت:

$$H(z) = 1 / (1 + b z^{-1})$$

(ب) [نمودار ساده شده]

۶,۳۸

(الف) [ساختار خطی ضربها با توانهای مختلف a تا a^7]

(ب) از جمع هندسی نتیجه میشود:

$$\Sigma_{n=0}^{7} a^n z^{-n} = (1 - a^8 z^{-8}) / (1 - a z^{-1})$$

(ج) [ساختار فیلتر دیگر با a و a^8]

(د)

(۱)ساختار (ج) بیشترین حافظه را دارد: ۹ در برابر ۷

(۲)ساختار (الف) بیشترین عملیات حسابی را دارد: ۷ جمع + ۷ ضرب در برابر ۲ ضرب + ۲ جمع برای هر نمونه

۶,۳۹

(ب)

H(z) = (۱ / ۱۵) Σ_ {n=۰}^{۱۴} [۱ + cos(۲π/۱۵ (n-n_0))] z^{-n}

و فرمهای مختلف حاصل از جمع نمایی ها و حاصل ضربها...

(ج)

[... = H(e^{j ω})فرمولهای شامل سینوس، e و j و نمایش پاسخ فرکانسی سیستم برای n_0= ۲/۱۵ و n_0= ۰ به همراه نمودارهای مربوطه]

(د)

بازنویسی H(z) به صورت:

[H(z) = (۱ - z^{-15}) / ۱۵ ※ ۱ / (۱ - z^{-1}) ※ فرمولهای حاوی cos و z^{-1}و پیاده سازی فیلتر به صورت نمودار بلوکی.

که در آن:

α = cos(۲πn_0/۱۵)، β = -cos(۲π(n_0+۱)/۱۵)، γ = ۲cos(۲π/۱۵)

۶,۴۰

(الف)

[ساختار سیستم با فیدبک ها و فیدفورواردها و ضرایب وابسته به r و G]

(ب)

بیان W(z)، U(z) و Y(z) و استخراج $H_1(z) = G(۱+r)/(۱ + ۲r\ z^{-1} + z^{-2})$

(ج)

بیان $H_2(z) = z^{-2}\ H_1(z)$ و بازنویسی بر اساس روابط اولیه

۶,۴۱

(الف)

$y_1[n] = (۱ + r_{12})x_1[n] + r_{22}x_2[n]$

$y_2[n] = -r_{21}x_1[n] + (۱ - r_{22})x_2[n]$

(ب)، (ج): حالت های دیگر ضریب دهی با پارامترهای α، β، ε، d، f برای کاهش ضربها

(د)مزیت شبکه های B و C نسبت به A:

(۱)خطای کوانتیزاسیون ضرایب، به ویژه وقتی r کوچک باشد

(۲)پیچیدگی محاسباتی کمتر در B و C با ضرب کمتر در هر خروجی

۶,۴۲

(الف) سیستم داده شده:

$$H(z) = (z^{-1} - ۰.۵۴) / (۱ - ۰.۵۴z^{-1})$$

(ب) با ضرایب کوانتیزه شده، سیستم معمولاً all pass نخواهد بود مگر در شرایط خاص

(ج) [ساختار بلوکی با ضرایب ۰,۵۴ و -۱]

(د) بله، زیرا فقط یک مقدار برای کوانتیزه شدن وجود دارد

(هـ)

$$H(z) = [(z^{-1} - a)/(۱ - az^{-1})] * [(z^{-1} - b)/(۱ - bz^{-1})]$$

در حالت ترکیب دو بخش مانند (ج)، با ترکیب تأخیرها، نمودار سادهتر میشود

(و) همان دلیل بخش (د)

۶,۴۳

(الف)

ساختار دیاگرام مشخص است. ابتدا روابط زیر استخراج میشوند:

۱. $w_1[n] = x[n] + w_1[n-۱]$

۲. $w_2[n] = x[n] + w_3[n-۱]$

۳. $w_3[n] = ۲w_1[n] + w_4[n-۱]$

۴. $w_4[n] = w_3[n]$

۵. $y[n] = w_4[n] - w_2[n]$

با اعمال تبدیل Z به روابط بالا و ساده سازی داریم:

$$(1 - z^{-1})Y(z) + z^{-1}Y(z) = (2 + z^{-1})X(z)$$

=>

$$H(z) = Y(z) / X(z) = (2 + z^{-1}) / (1 + z^{-1} - z^{-2})$$

ب)

در سیستم دوم، روابط استخراج شده:

۱. $w_1[n] = x[n] + w_2[n-1]$

۲. $w_2[n] = x[n] + w_5[n-1]$

۳. $w_3[n] = 2w_1[n]$

۴. $w_4[n] = -w_3[n-1] + w_6[n-1]$

۵. $w_5[n] = w_4[n]$

۶. $y[n] = w_5[n]$

=>

$$H(z) = Y(z)/X(z) = (2(1 + z^{-1})(1 - z^{-1})) / (1 - 2z^{-2})$$

سؤال ۶٫۴۴

(الف)

ساختار اولیه تابع انتقال:

H(z) = (z^{-1} - ۱/۳) / (۱ - (۱/۳)z^{-1})

در نمودار: دو تأخیر و دو ضریب.

(ب)

با اعمال معکوس Z:

y[n] - (۱/۳)y[n-۱] = - (۱/۳)x[n] + x[n-۱]

=>

y[n] = (۱/۳)(y[n-۱] - x[n]) + x[n-۱]

(ج)

H(z) = ((z^{-1} - ۱/۳)/(۱ - (۱/۳)z^{-1})) * ((z^{-1} - ۲)/(۱ - ۲z^{-1}))

که قابل پیادهسازی به صورت دوتایی است. در بازآرایی نمودار نهایی: دو ضریب و سه تأخیر دیده میشود.

سؤال ۶٫۴۵

(الف)

طبق رابطه ۶٫۱۲۰:

$x\_max < ۱ / \Sigma|h[n]|$

برای: $h[n] = ba^n u[n]$

$x\_max < ۱ / \Sigma|ba^n| = ۱ / (|b| \Sigma|a|^n) = (۱ - |a|) / |b|$

(ب)

سه سیستم شامل نویز $e_1[n], e_2[n], e_0[n]$ با واریانس σ^2 هستند.

(ج)

برای سیستم ۱:

$H_1(z) = b / (۱ - az^{-1})$

$\Phi\_\{f_1\}(e^\{j\omega\}) = \sigma^2\_\{B\} |H_1(e^\{j\omega\})|^2 + \sigma^2\_\{B\}$

=>

$= \sigma^2\_\{B\} b^2 / (۱ + a^2 - ۲a \cos \omega) + \sigma^2\_\{B\}$

برای سیستم ۲:

$H_2(z) = ۱ / (۱ - az^{-1})$

$\Phi\_\{f_2\}(e^\{j\omega\}) = ۲\sigma^2\_\{B\} / (۱ + a^2 - ۲a \cos \omega)$

(د)

انتگرالگیری طیفی:

$\sigma^2\_\{f_1\} = (\sigma^2\_\{B\} b^2) / (۱ - a^2) + \sigma^2\_\{B\}$

$\sigma^2\_\{f_2\} = (۲\sigma^2\_\{B\}) / (۱ - a^2)$

سؤال ۶,۴۶

(الف)

سیستم: all pass

$H(z) = ((z^{-1} - a^*)(z^{-1} - a)) / ((1 - az^{-1})(1 - a^*z^{-1}))$

=>

$= z^{-2} - 2r\cos\theta\, z^{-1} + r^2 / 1 - 2r\cos\theta\, z^{-1} + r^2 z^{-2}$

در دو شکل مختلف پیاده سازی (FormI , II)

(ب و ج)

نویزهای اضافه شده و ساختارهای آن در دیاگرام.

(د)

در: FormII

$\Phi_f(e^{j\omega}) = 2\sigma^2_B |H(e^{j\omega})|^2 + 2\sigma^2_B = 4\sigma^2_B$

در: FormI

$\Phi_f(e^{j\omega}) = 4\sigma^2_B / |(1 - ae^{-j\omega})(1 - ae^{j\omega})|^2$

(هـ)

در: FormII

$\sigma^2_f = 4\sigma^2_B$

در: FormI

$\sigma^2_f = 4\sigma^2_B ((1 + r^2)/(1 - r^2)) / (1 - 2r\cos(2\theta) + r^2)$

سؤال ۶,۴۷

(الف)

دو نمودار جریان با ترتیب متفاوت منابع نویز.

(ب)

طیف توان خروجی برای: Fl ow#۱

$\Phi(e^{j\omega}) = \sigma^2\_B / |۱ - ae^{-j\omega}|^2$

$\sigma^2\_y = \sigma^2\_B / (۱ - a^2)$

(ج)

Fl ow#۲دارای قطب روی دایره واحد در ω = ۰ است، در نتیجه خروجی آن نویز بیشتری خواهد داشت (حتی بینهایت).

سؤال ۶,۴۸

(الف)

نمودار شامل نویزهای $e_1[n], e_2[n], e_3[n]$ با ضرایب مختلف.

(ب)

$H_1(z) = ۰.۵ / (۱ - ۰.۸z^{-1})$

$H_2(z) = ۱ / (۱ + ۰.۹z^{-1})$

$$\Phi_y(e^{j\omega}) = \sigma^2_B\left[(۰.۵)^2 / (۱ - ۰.۸e^{-j\omega})^2 + ۲\sigma^2 / (۱ + ۰.۹e^{-j\omega})^2 + \sigma^2\right]$$

(ج)

$$\sigma^2_y = ۰.۲۵\sigma^2_B / (۱ - ۰.۸^2) + ۲\sigma^2_B / (۱ - ۰.۹^2) + \sigma^2_B$$

$$= ۱۲.۲\sigma^2_B$$

سؤال ۶,۴۹

(الف)

$$x_{max} < ۱ / \Sigma|h[m]| = ۱ / (۰.۴ + ۰.۸ + ۰.۴) = ۰.۶۲۵$$

(ب)

$$\sigma^2_B = ۲^{-۲\times۱۶} / ۱۲ = ۷۷.۶ \times ۱۰^{-12}$$

(ج)

$$\sigma^2_y = \sigma^2_B \times [۰.۴^2 + ۰.۸^2 + ۰.۴^2 + ۳] = ۳۰۷ \times ۱۰^{-12}$$

(د)

$$\Phi_y(e^{j\omega}) = \sigma^2_B|H(e^{j\omega})|^2 + ۳\sigma^2_B$$

$$= \sigma^2_B(۰.۴ + ۰.۸e^{-j\omega} + ۰.۴e^{-۲j\omega})^2 + ۳\sigma^2_B$$

$$= (۳.۹۶ + ۱.۲۸\cos\omega + ۰.۳۲\cos ۲\omega)\sigma^2_B$$