



تمرین شماره سه

نکات مهم

- موعد تحویل این تمرین، ساعت ۱۸:۰۰ روز جمعه ۷ اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳ است.
- به نکته اشاره‌شده در این پیام تلگرامی حتماً توجه کنید.
- در صورت انجام تمرین‌ها و مینی‌پروژه‌ها به‌صورت گروهی، گزارش مربوطه فقط توسط یکی از اعضا روی سامانه VC بارگذاری شود؛ اما لازم است همه اعضا روی حساب‌های گیت‌هاب مجزای خود قرار دهند.
- استفاده از ابزارهای هوشمند (مانند ChatGPT) مجاز است؛ اما لازم است تمام جزئیات مواردی که در خروجی‌های مختلف گزارش خود عنوان می‌کنید را به خوبی خوانده، درک و تحلیل کرده باشید. استفاده از ابزارهای هوشمند در نوشتن گزارش و انجام تحلیل مجاز نیست.
- استفاده از هرگونه کمک و مشورت گروه‌های دیگر مجاز نیست.

۱ سوال یک: مربوط به سیستم انتخابی در تمرین شماره یک

ماتریس انتقال حالت سیستم انتخابی خود را به‌دست آورید.
پاسخ حلقه‌باز سیستم خطی‌سازی‌شده خود را به‌ازای حداقل دو ورودی مختلف و شرایط اولیه متفاوت بررسی و تحلیل کنید.
در ادامه، سیستم غیرخطی خود را وارد محیط سیمولینک متلب کنید و پاسخ حلقه‌باز سیستم را به‌ازای حداقل دو ورودی مختلف بررسی کنید. همین کار را با قراردادن ماتریس سیستم خطی‌شده در متلب تکرار کنید و نتایج خود را راستی‌آزمایی، تحلیل و مقایسه کنید.
اگر می‌توانید، محدوده معتبربودن سیستم خطی‌سازی‌شده خود را بیابید.

۲ سوال دو

۱. تبدیل همانندی‌ای را بیابید که ماتریس A را به فرم بلوکی جردن تبدیل نماید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۲. ماتریس B را با شرایط زیر در نظر بگیرید:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \quad \text{rank}(B - 2I) = 4 \\ \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = -2, \quad \text{rank}(B + 2I) = 3$$

فرم کانونیکال جردن ماتریس B را بدست آورید.

۳ سوال سه

برای ماتریس انتقال حالت زیر، ماتریس حالت سیستم (A) را بیابید و اگر می‌توانید در مورد قطب و صفرهای سیستم نظر دهید.

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} e^t & e^{3t} - e^t & 0 \\ 0 & e^{3t} & 0 \\ 3e^{2t} - 3e^t & 4e^{3t} - 7e^{2t} + 3e^t & e^{2t} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

۴ سوال چهار

ماتریس سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۱. با استفاده از قضیه کیلی-همیلتون وارون ماتریس (A^{-1}) و A^k را به ازای هر عدد صحیح k محاسبه نمایید.

۲. ماتریس انتقال حالت e^{At} را با استفاده از خاصیت قطری بلوکی بودن ماتریس A به دست آورید.

۵ سوال پنج

۱. معادلات دینامیکی سیستمی به صورت زیر است:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 3y(t) = u(t) \quad (۴)$$

با فرض اینکه $x_3(t) = \ddot{y}(t)$, $x_2(t) = \dot{y}(t)$, $x_1(t) = y(t)$ باشد، فرم معادلات را به صورت زیر بنویسید:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (۵)$$

۲. ماتریس انتقال حالت را برای ماتریس A ، با هر سه روش (لاپلاس، قطری‌سازی و کیلی-همیلتون) بدست آورید و سپس، معادله مشخصه و مقادیر ویژه ماتریس A را محاسبه کنید.

۳. اگر $\ddot{y}(0) = \dot{y}(0) = 0$ و $y(0) = 1$ و $u(t)$ پله واحد باشد، $x(t)$ و $y(t)$ را بدست آورید.

۴. اگر $z_1(t) = y(t)$, $z_2(t) = \dot{y}(t) + y(t)$ و $z_3(t) = \ddot{y}(t)$ باشد، فرم معادلات را به صورت زیر بنویسید:

$$\dot{z}(t) = Gz(t) + Hu(t) \quad (۶)$$

اگر می‌توانید، یک تبدیل همانندی $x = Tz$ بین نمایش بخش ۱ و بخش ۴ بیابید.