



تمرین شماره شش

نکات مهم

- موعد تحویل این تمرین، ساعت ۱۸:۰۰ روز شنبه ۱۲ خردادماه ۱۴۰۳ است.
- مطابق روندی که در ارائه نمرات مشاهده فرمودید، فرآیند نمره‌دهی مربوط به سوالات اول که مربوط به سیستم انتخابی است از سایر سوالات تمرین جداست و امکان تکمیل و تصحیح موارد مربوط به این سوال تا پایان ترم وجود خواهد داشت.
- در صورت انجام تمرین‌ها و مینی‌پروژه‌ها به صورت گروهی، گزارش مربوطه فقط توسط یکی از اعضا روی سامانه VC بارگذاری شود؛ اما لازم است همه اعضا روی حساب‌های گیت‌هاب مجزای خود قرار دهند.
- استفاده از ابزارهای هوشمند (مانند ChatGPT) مجاز است؛ اما لازم است تمام جزئیات مواردی که در خروجی‌های مختلف گزارش خود عنوان می‌کنید را به خوبی خوانده، درک و تحلیل کرده باشید. استفاده از ابزارهای هوشمند در نوشتن گزارش و انجام تحلیل مجاز نیست.
- استفاده از هرگونه کمک و مشورت گروه‌های دیگر مجاز نیست.

۱ پرسش یک: مربوط به سیستم انتخابی در تمرین شماره یک

با توجه به سیستم انتخابی خود در تمرین شماره یک، به سوالات زیر پاسخ دهید:

- آ. با توجه به محدودیت‌های فیزیکی و عملکردی سیستم خود، معیار(های) عملکردی مناسب تعریف کنید. این معیار می‌تواند شامل زمان نشست، درصد فراجش، و غیره باشد. سپس، با توجه به معیار تعریف‌شده، سیستم حلقه‌بسته با فیدبک خروجی واحد را تشکیل داده و سیستم کنترلی مناسبی جهت دستیابی به این معیارها طراحی کنید.
- ب. محدودیت‌های عملکردی احتمالی و عدم کارایی کنترل ورودی-خروجی (I/O) را بررسی و لزوم استفاده از مفاهیم کنترل مدرن را توجیه نمایید (راهنمایی: برای این منظور می‌توانید شرایط عملکردی‌ای را در نظر بگیرید که با کنترل ورودی-خروجی نتوان به آن دست یافت).
- ج. با توجه به معیار تعریف‌شده در بخش (آ)، قطب‌های مطلوب را تعیین کرده و با پیشنهاد کنترل‌کننده فیدبک حالت مناسب و انتقال قطب‌های سیستم، آن را شبیه‌سازی کرده و رفتار آن را با توجه به معیار عملکردی تعیین‌شده تحلیل کنید. نتایج حاصل از مدل غیرخطی و خطی را نیز مقایسه کنید. همچنین، می‌توانید برای رسیدن به معیار عملکرد تعریف‌شده، با استفاده از سعی و خطای هدفمند، قطب‌ها را به نقاط مناسب منتقل نموده و شبیه‌سازی‌ها را بر اساس موارد ذکرشده مجدداً انجام دهید و نتایج را با حالت قبل مقایسه کنید.
- د. هدف این بخش «طراحی کنترل فیدبک حالت بهینه» است. شاخص عملکرد خود را بر اساس معیارهای مطرح‌شده در بخش (آ) بصورت متعارف معرفی نموده و دلیل خود را ذکر نمایید. سپس، کنترل‌کننده بهینه‌ای طراحی و شبیه‌سازی نمایید و تاثیر ضرایب ماتریس‌های وزنی روی عملکرد سیستم را توجیه نمایید.
- ه. بخش‌های قبلی را با تشکل جدولی شامل میزان خطا، سیگنال کنترلی و غیره، به صورت دقیق مقایسه کنید.

به صورت اختیاری و امتیازی می‌توانید به سوالات زیر در مورد سیستم انتخابی خود پاسخ دهید:

و. به سیستم خود یک ورودی کنترل پذیر اضافه کنید. بخش (ج) مجموعه سوالات قبل را برای آن به گونه ای تکرار کنید که سریع ترین پاسخ برای خروجی بدست آید.

ز. می خواهیم کنترل کننده بهینه ای طراحی کنیم که علاوه بر پایداری سیستم، معیارهای عملکردی مطلوب را نیز برآورده نماید. با فرض شاخص عملکردی زیر:

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta x^T Q \Delta x + \Delta u^T R \Delta u) dt$$

ماتریس های Q و R را در ابتدا به گونه ای انتخاب کنید که از متغیرهای نرمالیزه شده در تابع هدف استفاده شود. سپس، با سعی و خطای هدفمند و در جهت رسیدن به معیارهای عملکردی مطلوب ماتریس های وزنی را تغییر دهید. توجه نمایید که این ماتریس ها می توانند غیر قطری باشند. در ادامه، شبیه سازی ها را بر اساس موارد ذکر شده در قبل مجدداً انجام دهید.

ح. مقایسه ای دقیق بین بهترین نتایج بخش قبلی و قسمت های قبل تر آن انجام دهید. برای این منظور جدولی تشکیل داده و در آن نرم دو و بی نهایت خطا، نرم دو و بی نهایت سیگنال کنترلی، زمان نشست، فراجش، میزان محاسبات و غیره را لحاظ نمایید (فقط برای مدل غیر خطی). در این بخش می توانید از دستور norm نرم افزار MATLAB استفاده نمایید. کدامیک از روش های کنترلی مورد استفاده در این سوال تمرین بهتر است؟

۲ پرسش دو

در سیستم زیر:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, P_d = (-5, -1 \pm i)$$

آ. ابتدا بررسی کنید که آیا می توان به کمک فیدبک حالت قطب های سیستم حلقه بسته را در محل مورد نظر قرار داد؟

ب. عملیات جابجایی قطب را با روش های مستقیم، تبدیل همانندی، فرمول آکرمن و بس و گیورا انجام دهید.

۳ پرسش سه

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

آ. فرض کنید فیدبک حالتی به صورت $u = -kx$ به سیستم اعمال شود، مقادیر ویژه سیستم جدید را بیابید.

ب. فیدبک حالت سیستم را به گونه ای طراحی کنید که پاسخ سیستم حلقه بسته دارای زمان نشست کمتر از ۴ ثانیه و فراجش کمتر از ۱۵ درصد باشد. قطب های مطلوب حلقه بسته را هم تعیین کنید.

ج. اگر قانون کنترل به صورت رابطه $u = -kx + r$ باشد، بهره k را برای این که سیستم حلقه بسته دارای مشخصات حلقه قسمت قبل باشد، به سه روش بس و گیورا، آکرمن و کانونیکال رویتر محاسبه کنید.

د. با استفاده از دستور place در MATLAB، بهره k را به دست آورده و پاسخ خود را شبیه سازی کنید.

ه. پیش جبران ساز استاتیکی را به گونه ای طراحی کنید که خطای حالت دائم به ورودی پله صفر باشد.

و. یک فیدبک حالت با پیش جبران ساز انتگرالی را به گونه ای طراحی کنید که بدون خطای حالت دائم یک ورودی پله را دنبال کند و قطب های حلقه بسته در $\{-4, -2, -1 \pm i\}$ قرار بگیرند.

ز. با اعمال یک سیگنال اغتشاش ثابت در ورودی کنترلی سیستم، عملکرد کنترل کننده‌های طراحی شده در بخش‌های (ه) و (و) را در ردیابی ورودی پله مقایسه کنید (استفاده از شبیه‌سازی MATLAB الزامی است).

ح. با در نظر گرفتن نامعینی دلخواه در پارامترهای سیستم، عملکرد کنترل کننده‌های طراحی شده در بخش‌های (ه) و (و) را در ردیابی پله مقایسه نمایید. به عنوان مثال، نامعینی در ماتریس حالت را می‌توانید به صورت جمع‌شونده $A \rightarrow (A + \Delta A)$ مدل کنید که در آن ΔA نامعینی است (استفاده از شبیه‌سازی MATLAB الزامی است).

۴ پرسش چهار

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

کنترل کننده فیدبک حالت را به گونه‌ای طراحی کنید که معیار عملکردی زیر کمینه شود:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^2(t)] dt$$

که در آن $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است. قطب‌های سیستم حلقه بسته را نیز بدست آورید.