

## ۱ سوال یک: مربوط به سیستم انتخابی در تمرین شماره یک

اگر می توانید تابع تبدیل و یک تحقق را برای سیستم انتخابی خود به دست آورید.  
وضعيت پایداری را برای سیستم خود (با تعاریف مختلف آن) بررسی کنید.

حقیقیت زیر برای مطالعه متعادله است:  $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$

mysys2 =

A =

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
x1	-24	-8.359	-3.281	0	0	0	0	0	0	0
x2	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x3	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
x4	0	0	0.25	0	0	0	0	0	0	0
x5	0	0	0	0.25	0	0	0	0	0	0
x6	0	0	0	0	0	-24	-8.359	-3.281	0	0
x7	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0
x8	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0
x9	0	0	0	0	0	0	0	0.25	0	0
x10	0	0	0	0	0	0	0	0	0.25	0

B =

	u1	u2		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
x1	8	0		y1	0	0	0	7.656	0	0	0	0	0
x2	0	0		y2	0	0	0	0	0	0	0	0	7.656
x3	0	0											
x4	0	0											
x5	0	0											
x6	0	8											
x7	0	0											
x8	0	0											
x9	0	0											
x10	0	0											

C =

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
u1	0	0	0	0	7.656	0	0	0	0	0
u2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.656

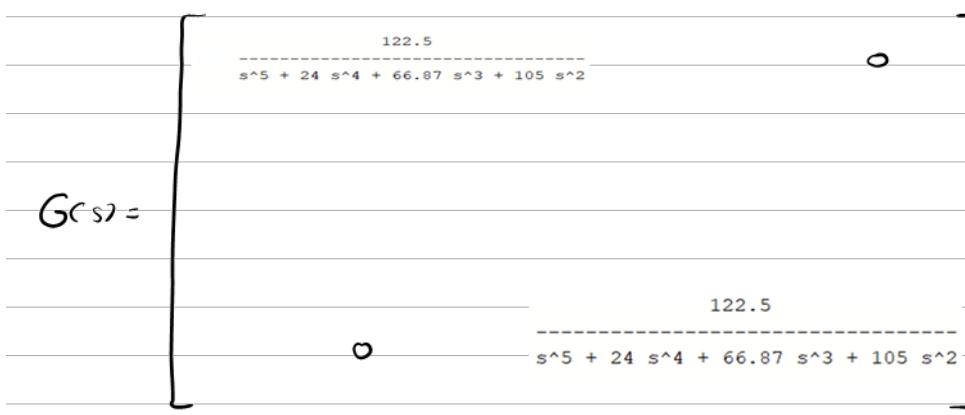
D =

	u1	u2
y1	0	0
y2	0	0

mysys =

```
From input 1 to output...
1: ----- 122.5
   s^5 + 24 s^4 + 66.87 s^3 + 105 s^2
2: 0

From input 2 to output...
1: 0
2: ----- 122.5
   s^5 + 24 s^4 + 66.87 s^3 + 105 s^2
```



BIBO

بررسی پایه ای

122.5

>> pole(mysys(1,1))

ans =

$$\begin{array}{c} 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i \\ -21.0618 + 0.0000i \\ -1.4691 + 1.6814i \\ -1.4691 - 1.6814i \end{array}$$



لذوق ممکن باشد

①

لذوق بیشتر است

②

آنچه داشتیم ممکن باشد لذوق ممکن باشد را داشتیم

لذوق ممکن باشد را داشتیم (معنادل) لذوق ممکن باشد را داشتیم

لذوق ممکن باشد را داشتیم ← ← ←

③

لذوق ممکن باشد را داشتیم

>> Q = eye(10)

Q =

```

1   0   0   0   0   0   0   0   0   0
0   1   0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   1   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   1   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0   1   0   0   0   0   0
0   0   0   0   0   1   0   0   0   0
0   0   0   0   0   0   1   0   0   0
0   0   0   0   0   0   0   1   0   0
0   0   0   0   0   0   0   0   1   0
0   0   0   0   0   0   0   0   0   1

```

->> P = lyap(A, Q)  
-P =

0	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	0	0
0	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0

>> eig(P)

ans =

1.0e+33 \* ↗ P is not Positive Definit.

```

-0.0000
-0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
5.9936
5.9936

```

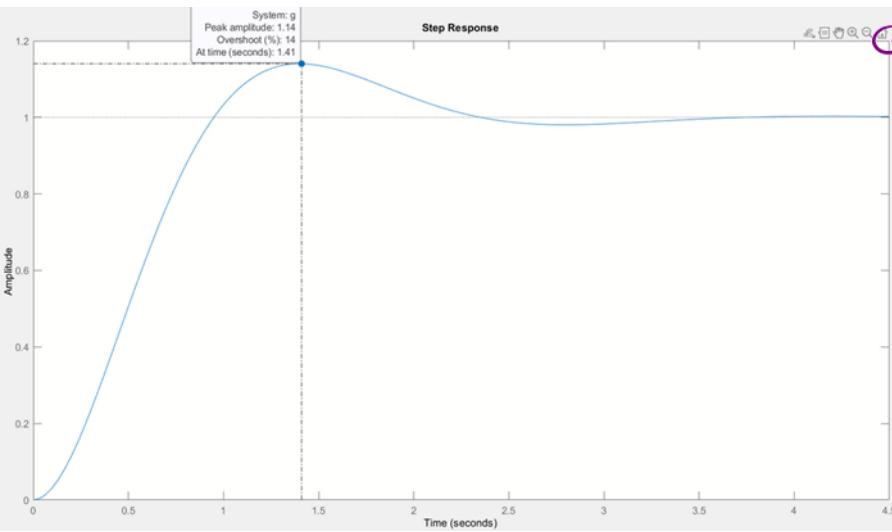
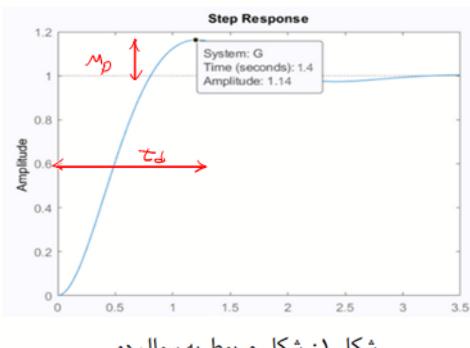
پاسخ حلقه باز یک سیستم درجه دو به صورتی است که در شکل ۱ آورده شده است (بهره سیستم را ۲.۴ در نظر بگیرید).

تحقیق های کانونی کنترل کننده، کنترل پذیری، رویتگر و رویت پذیری سیستم را بدست آورید.

$$M_p = \exp\left(\frac{-\pi\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\right), T_d = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\eta^2}}$$

$$\rightarrow 1.14 - 1 = \exp\left(\frac{-\pi\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\right) \rightarrow \eta = 0.5365$$

$$1.4 = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-(0.53)^2}} \rightarrow \omega = 2.6472$$



$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} = \frac{7.008}{s^2 + 2.808 s + 7.008}$$

$$\frac{7.008}{s^2 + 2.808 s + 7.008} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.008 & -2.808 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [7.008 \ 0] x$$

حکم کننده

$$\frac{7.008}{s^2 + 2.808 s + 7.008} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -7.008 \\ 1 & -2.808 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 7.008 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ 1] x$$

حکم رویتگر

$$\frac{7.008}{s^2 + 2.808 s + 7.008} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.008 & -2.808 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} u^{(t)}, y = [1 \ 0] x$$

$$\begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2.808 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 7.008 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.008 \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.008 & -2.808 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.008 \end{bmatrix} u^{(t)}$$

$$y = [1 \ 0] x$$

حکم رویت پذیری

$$\frac{7.008}{s^2 + 2.808 s + 7.008} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -7.008 \\ 1 & -2.808 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ 7.008] x$$

حکم کننده پذیر

$[h_0 \ h_1]$

برای ماتریس‌های تابع تبدیل زیر تحقیق‌های خواسته شده را بباید و در مورد کاهش ناپذیر بودن آن بحث کنید.

۱. تحقیق کانونی کنترل‌کننده:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{(s+3)(s+2)} \\ \frac{1}{(s+3)(s-2)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

۲. تحقیق کانونی رویت‌گر:

$$G(s) = \begin{bmatrix} -\frac{6s+3}{(3s+21)(s-1)} & \frac{18s+9}{3s+21} \end{bmatrix} \quad (2)$$

۱) تحقیق کنترل کننده

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{(s+3)(s+2)} \\ \frac{1}{(s+3)(s-2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{(s+3)(s+2)(s-2)} \begin{bmatrix} b_1(s) \\ (s+2)(s-2) \\ b_2(s) \end{bmatrix}$$

$$a(s) = s^3 + 3s^2 - 4s - 12$$

$$b_1(s) = s^2 + 5 - 4$$

$$b_2(s) = s + 2$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 12 & 4 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad \text{و} \quad y = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

$$\frac{(s+2)}{(s+3)(s+2)} = \frac{1}{s+3} \quad \text{از نماینده مجهود نیز لمس کار} \rightarrow \text{زیرا:}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)} \begin{bmatrix} s-2 \\ s+2 \end{bmatrix} \rightarrow a(s) = s^2 + s - 6$$

$$b_1(s) = s - 2 \quad b_2(s) = s + 2 \quad \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \text{و} \quad y = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x$$

تحقیق که مجهود نیز به صورت زیر می‌باشد:

۲) تحقیق رویت‌گر

$$G(s) = \left[ -\frac{6s+3}{(3s+21)(s-1)} \quad \frac{18s+9}{3s+21} \right] \rightarrow G_1(s) \quad G_2(s)$$

$$G = G_1 + D \rightarrow G_2(s) = \frac{18s+9}{3s+21} = 6 + \frac{-117}{3s+21}$$

$$\rightarrow \frac{1}{(s+7)(s-1)} \begin{bmatrix} -(2s+1) \\ -39(s-1) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & -7 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 & 39 \\ -2 & -39 \end{bmatrix} u \quad \text{و} \quad y = [0 \ 1] x$$

$$a(s) = s^2 + 6s - 7$$

$$b_1(s) = -2s - 1$$

$$b_2(s) = -39s + 39$$

یک سیستم SISO دارای تابع تبدیل زیر است:

$$H(S) = \frac{s^2 + (3 + \alpha)s + 3\alpha}{s^3 + (3 + \alpha)s^2 + (3\alpha + 2)s + 2\alpha} \quad (3)$$

۱. تحقق کانونی کنترل کننده سیستم را به دست آورید. آیا این تحقق به ازای تمام مقادیر  $\alpha$  کاهش ناپذیر است؟

۲. تحقق کاهش ناپذیر سیستم را به ازای مقادیر بدست آمده از بخش قبلی به دست آورید.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2\alpha & -(3\alpha+2) & -(3+\alpha) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 3\alpha & (3+\alpha) & 1 \end{bmatrix} x \quad \leftarrow 1$$

$$H(S) = \frac{s^2 + (3 + \alpha)s + 3\alpha}{s^3 + (3 + \alpha)s^2 + (3\alpha + 2)s + 2\alpha} = \frac{s^2 + (3 + \alpha)s + 3\alpha}{(s+1)(s^2 + (2+\alpha)s + 2\alpha)}$$

$$\rightarrow H(S) = \frac{s^2 + 5s + 6}{(s+1)(s^2 + 4s + 4)} = \frac{(s+2)(s+3)}{(s+1)(s+2)^2} = \frac{(s+3)}{(s+1)(s+2)} = \frac{s+3}{s^2 + 3s + 2}$$

$\boxed{\alpha=2}$  فرض نموده

لذا ب از این بعده مقادیر  $\alpha$  بین تحقق ماهی پذیر است. علاوه بر این  $\alpha=2$  کنترل شده

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} x$$

۲ سوال پنج  
BIBO دلایل این سیستم پایدار است

سوال پنج

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

۱. پایداری BIBO و پایداری داخلی سیستم را بررسی کنید.

$$[1 \ -0.5 \ 1] \times \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ -1 & 0 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 0 \rightarrow \text{MATLAB}$$

$$G(s) = \frac{1.5s - 1.5}{s^3 + 2.22e-16s^2 + 6.661e-16s - 1} \xrightarrow{\text{min real}}$$

۲. ماتریس ورودی را به صورت  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  در نظر بگیرید. مجدد پایداری BIBO سیستم را بررسی کنید. از مقایسه

نتایج بدست آمده چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

$$G(s) = \frac{1.5}{s^2 + s + 1} \rightarrow$$

نمایه BIBO پایدار است

حرانه طبق روش هورونر همچنان است  
نمایه BIBO پایدار است

نمایه سیستم پایدار (حالتی است)

چون که مقادیر ورودی  $s=1$  نمایه قدر دله حرف سه است و همان معنای  
نمایه قصبه  $s=1$  در نسبت کننده سیستم را داشته باشد ممکن نباشد

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow G_2(s) = C(SI - A)^{-1}B + D \rightarrow [1 \ -0.5 \ 1] \times \begin{bmatrix} S & -1 & 0 \\ 0 & S & -1 \\ -1 & 0 & S \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 0$$

G =

$$\frac{s^2 - 0.5s + 1}{s^3 + 2.22e-16 s^2 + 6.661e-16 s - 1} \rightarrow \frac{s^2 - 0.5s + 1}{s^3 - 1} = \frac{s^2 - 0.5s + 1}{(s-1)(s^2+s+1)} \rightarrow s=1 \rightarrow \text{صف}$$

نایابی می‌شود

سیمی پایه‌ی دخلی را که باعث بدل ورودی سیم (BIBO) نباشد به بزرگی صفر نباشد.

منفی نباید که نزد طرادی  $v_1 = v_{out}$  باشد زیرا مقدار ریز خنده مقدار ریز است  $s=1$  باید حداکثر صفر باشد.

$$x(t) = v_{out} e^{\lambda t} \quad \text{and } \lambda = 1 \rightarrow v_{out} e^t \rightarrow \infty \rightarrow \text{نایابی دخلی}$$

که سیم می‌تواند در فحص BIBO پایلی باشد فیلم صفحه‌های نایابی و پایلی را می‌بینیم یا پایلی در فحص داشت. همچنان که مفهوم BIBO یک منطقی است و دیدنی است و لذت‌بخش است. با این دیدگاه می‌توانیم دخلی سیم اطلاعاتی را در نظر نداشته باشیم.

## ۶ سوال شش

نشان دهید مقادیر ویژه ماتریس  $A$  بخش حقیقی کمتر از  $\mu$  - دارند، اگر و تنها اگر، برای هر ماتریس متقارن مثبت معین  $Q$ ، یک پاسخ یکتاً متقارن مثبت معین برای معادله زیر وجود داشته باشد:

$$A^T P + PA + 2\mu P = -Q$$

طبق فرض سوال  $Q$  مثبت معین است  $\leftarrow$  متفقین اس

$$A^T P + PA + 2\mu P = -Q \rightarrow (A^T + \mu I)P + P(A + \mu I) = -Q$$

$P$  مثبت معین است و  $Q$  نیز مثبت صورت است  $\leftarrow$

$$\rightarrow \operatorname{Real}(\lambda_i(A + \mu I)) < 0$$

$$\lambda_i(A + \mu I) = \lambda_i(A) + \mu < 0 \rightarrow \operatorname{Real}(\lambda_i(A)) < -\mu$$

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -10 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

پایداری BIBO و پایداری داخلی سیستم را بررسی کرده و با دستور lyap در نرم افزار MATLAB مقایسه کرده و نتایج را در محیط Simulink نیز بررسی کرده و نمایش دهید.

حق نهاده شده که حق تسلیمه است:

$$G(s) = \frac{s^3}{s^4 + 4s^3 + 10s^2 + 2s + 1}$$

سیستم پایداری BIBO یعنی قطبها در سیم صفر مستقر واقع شوند لذا سیستم پایدار است.

بررسی پایداری (خن): اولین دستیار صحیح تطبیق و متر حذف شده است و لذ کاره است

بررسی پایداری (خن): سیستم پایدار است و تمام قطبها منتهی چپ هستند بعترق مُد دینامیکی و خودشان که در حالت ورودی صفر به بیان این صحیح شناخته اند اولین راهنمایی خوبی و این خواهد شد

```
>> pole(G)
ans =
-1.9142 + 2.3602i
-1.9142 - 2.3602i
-0.0858 + 0.3177i
-0.0858 - 0.3177i
```

عمل پایداری برای معادله ماتریس متن (Q) عرفه شد

Lyapunov Equation:  $A^T P + PA = -Q$

برای سیستم ماتریس Q را ماتریس 4x4 متنظر می کنیم:

$A =$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -10 & -4 \end{bmatrix}$$

$\gg P = \text{lyap}(A, Q)$

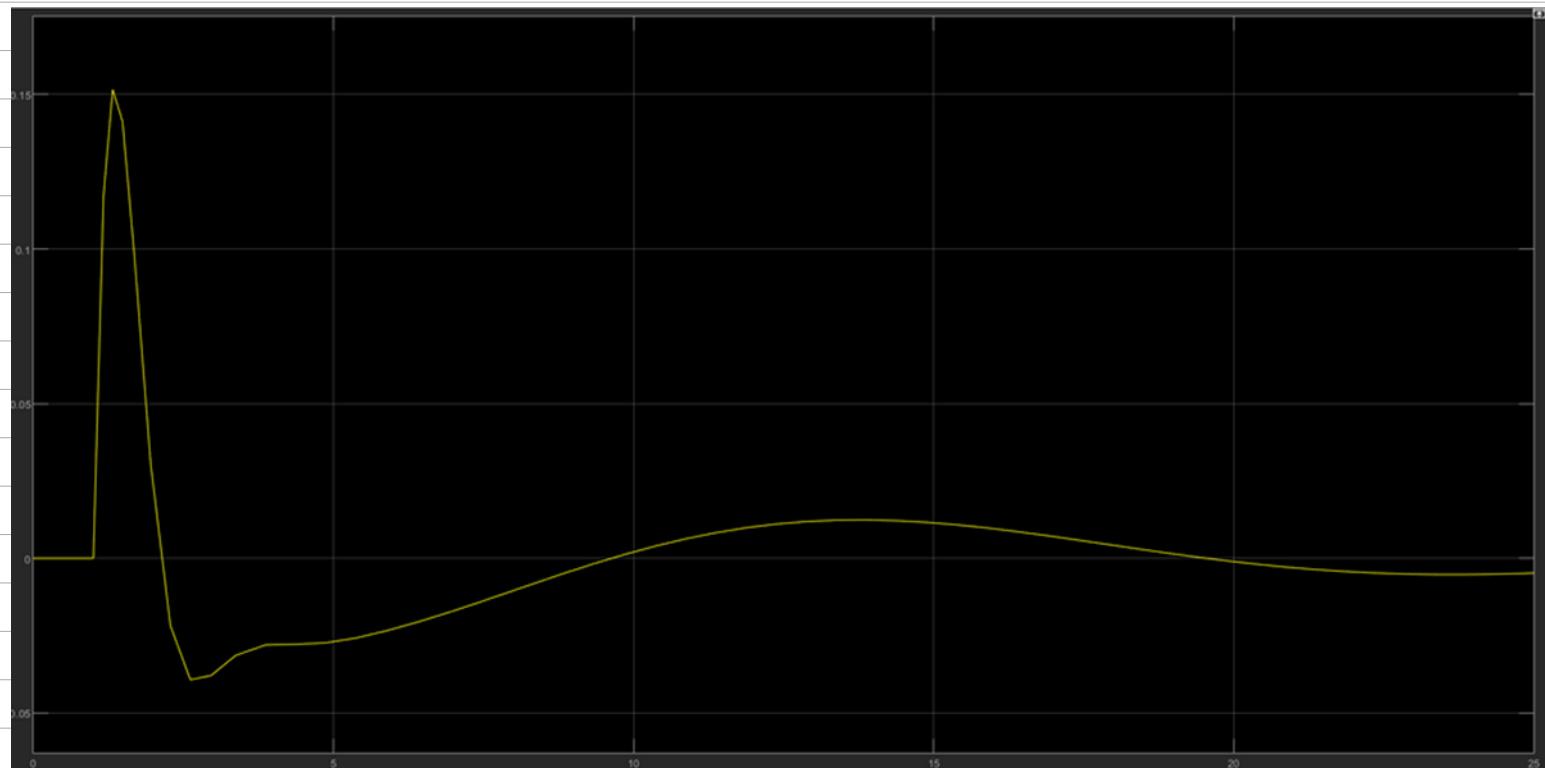
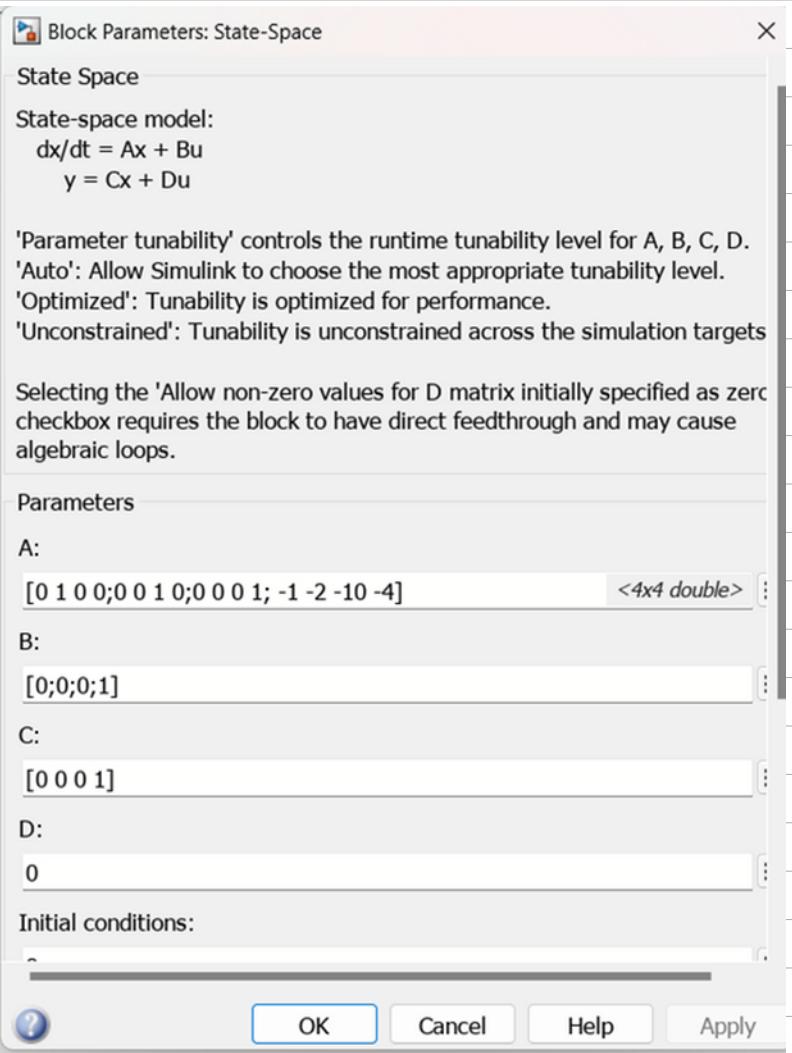
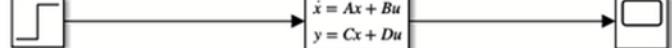
$P =$

$$P = \begin{bmatrix} 41.1000 & -0.5000 & -4.3000 & 0.5000 \\ -0.5000 & 4.3000 & -0.5000 & -0.9000 \\ -4.3000 & -0.5000 & 0.9000 & -0.5000 \\ 0.5000 & -0.9000 & -0.5000 & 1.7000 \end{bmatrix}$$

$\gg \text{eig}(P)$

$$\text{ans} = \begin{bmatrix} 0.1396 \\ 1.6825 \\ 4.6099 \\ 41.5680 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow \lambda_i > 0 \rightarrow$   
ماتریس P مثبت می باشد لذا  
پایداری یافته شد



البيانات المنشورة في الشاشة هي البيانات المنشورة في الشاشة.