



## تمرین شماره چهار

### نکات مهم

- موعد تحویل این تمرین، ساعت ۱۸:۰۰ روز جمعه ۱۴ اردیبهشت ماه ۱۴۰۳ است.
- به نکته اشاره شده در این پیام تلگرامی حتماً توجه کنید.
- در صورت انجام تمرین‌ها و مینی‌پروژه‌ها به صورت گروهی، گزارش مربوطه فقط توسط یکی از اعضا روی سامانه VC بارگذاری شود؛ اما لازم است همه اعضا روی حساب‌های گیت‌هاب مجزای خود قرار دهند.
- استفاده از ابزارهای هوشمند (مانند ChatGPT) مجاز است؛ اما لازم است تمام جزئیات مواردی که در خروجی‌های مختلف گزارش خود عنوان می‌کنید را به خوبی خوانده، درک و تحلیل کرده باشید. استفاده از ابزارهای هوشمند در نوشتن گزارش و انجام تحلیل مجاز نیست.
- استفاده از هرگونه کمک و مشورت گروه‌های دیگر مجاز نیست.

### ۱ سوال یک: مربوط به سیستم انتخابی در تمرین شماره یک

وضعیت رویت‌پذیری و کنترل‌پذیری سیستم انتخابی خود را بررسی کنید.

سیستم انتخابی خود را به فرم قطری بلوکی جردن تبدیل کرده و ماتریس تبدیل آن را تعیین کنید. سپس، شرایط اولیه را به صورتی تعیین کنید که پاسخ ورودی صفر، فرکانس مشخصی از سیستم شما را تحریک نکند.

### ۲ سوال دو

مدل فضای حالت سیستمی به صورت زیر است:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ \alpha & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (1)$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x \quad (2)$$

۱. به ازای چه مقادیری از  $\alpha$  سیستم کنترل ناپذیر است؟ تجزیه کنترل ناپذیر / کنترل پذیر سیستم را انجام دهید.

۲. به ازای چه مقادیری از  $\alpha$  سیستم رویت ناپذیر است؟ تجزیه رویت ناپذیر / رویت پذیر سیستم را انجام دهید.

### ۳ سوال سه

کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم زیر را بررسی کنید.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (3)$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix} x \quad (4)$$

#### ۴ سوال چهار

با استفاده از ماتریس کنترل‌پذیری و گرامیان کنترل‌پذیری، کنترل‌پذیری سیستم زیر را بررسی کنید.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1.5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

#### ۵ سوال پنج

با استفاده از متلب یا پایتون برای سیستم زیر؛ کنترل‌پذیری، رویت‌پذیری، مودهای رویت‌ناپذیر، مودهای کنترل‌ناپذیر (در صورت وجود)، تجزیه کنترل‌پذیر-کنترل‌ناپذیر، تجزیه رویت‌پذیر-رویت‌ناپذیر را به دست آورید.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(t) \quad (7)$$

#### ۶ سوال شش

مدل خطی و تقریبی یک هواپیما در شرایط خاص پروازی توسط متغیرهای حالت و ورودی زیر قابل نمایش است.

$$\mathbf{x} = [p \quad r \quad \beta \quad \phi]^T, \quad \mathbf{u} = [\delta_a \quad \delta_r]^T$$

که در آن  $p$  و  $r$  نرخ تغییرات حرکت چرخشی (roll) و حرکت یاو (yaw) هستند.  $\beta$  زاویه انحراف هواپیما در امتداد محور طول و  $\phi$  زاویه چرخش یا (roll) است. ورودی هواپیما زاویه باله‌های افقی (aileron) در باله‌های اصلی هواپیما ( $\delta_a$ ) و زاویه چرخش بالک عمودی (rudder) در پشت هواپیما ( $\delta_r$ ) است. برای چنین سیستمی مدل فضای حالت به فرم زیر است:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 20 & 2.8 \\ 0 & -3.13 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

حال فرض کنید در اثر اصابت گلوله‌ای به بالک عمودی ( $\delta_r$ ) دیگر به خوبی عمل نکند و همچنین در سیستم‌های ابزار دقیق هواپیما تنها نرخ چرخش رول،  $p$  اندازه‌گیری شود، تجزیه کالمن سیستم را بدست آورید و دیاگرام بلوکی آن را رسم کنید (در صورت نیاز از متلب یا پایتون کمک بگیرید).