



هوش مصنوعی

زمستان ۱۴۰۱

استاد: محمدحسین رهبان

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: روزبه پیراعیادی، محمد مهدی ابوترابی، علی ونکی فراهانی و فخرالدین عبدی

مقدمه و جست و جو، جست و جوی محلی، بهینه سازی پیوسته مهلت ارسال: ۱۰ اسفند

تمرین اول

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه ی تمرین تا سقف ۷ روز و در مجموع ۱۵ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز ۱۲ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
- همکاری و هم فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۱۵ + ۱۵۰ نمره)

۱. (۲۰ نمره) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را ذکر دلیل یا بیان مثال نقض مشخص کنید:
 - (آ) هر عاملی ^۱، که رفتار عقلانی ^۲ دارد را می توان به صورت عاملی که درک محیط خود را از سنسورها و عوامل محرک بدست می آورد تعریف کرد.
 - (ب) یکی از عواملی که عقلانی بودن یک عامل به آن وابسته است، دانش پیشین عامل نسبت به محیط خود است.
 - (ج) در مسئله چند وزیر ^۳ اگر از روش Hill Climbing استفاده کنیم و به یک مینیمم محلی برسیم برای اینکه بتوانیم به مینیمم سراسری برسیم، شروع از حالت های اولیه ی مختلف، عملکرد بهتری نسبت به استفاده از حرکتهای sideways برای رفتن از یک حالت به حالت دیگر دارد.
 - (د) روش Uniform-cost Search زمانی که تابع هزینه مسیر هیچگاه کاهش نیابد یک الگوریتم بهینه و کامل است.
 - (ه) فضایی که الگوریتم Simulated Annealing اشغال می کند از $O(\text{constant})$ است و همانند روش Genetic Algorithm می تواند از دام بهینه های محلی فرار کند و در آن ها گیر نکند.

۲. (۳۰ + ۱۵ نمره) n کاوشگر متمایز از یکدیگر توسط یک فضاپیما بر روی سطح سیاره ای ناشناخته پیاده شده اند. برای راحتی کار و مدل سازی آسان تر دانشمندان سطح این سیاره را به شکل صفحه ای $n * n$ در نظر گرفته اند و طبق برنامه ریزی که برای فضاپیما حامل این کاوشگرها انجام داده اند، این فضاپیما در ابتدای کار هر یک از کاوشگرها را در یکی از خانه های موجود در سطر نخست این صفحه $n * n$ پیاده کرده است. بنابراین در لحظه نخست بر روی هر یک از خانه های $(1, 1)$ تا $(n, 1)$ این سیاره کاوشگری وجود خواهد داشت. هدف هر یک از این کاوشگرها این است که برای انجام عملیات تحقیقاتی خود به نقطه ای مشخص از سمت دیگر سیاره برسند. بنابراین در ابتدای کار تمام کاوشگرها بر روی سطر اول سیاره مفروض قرار دارند و هدف هر

^۱ Agent

^۲ Rational

^۳ n-queens

یک از آن‌ها این است که به خانه‌ای مشخص در سطر پایانی (سطر n ام) سیاره برسند. هم‌چنین طبق برنامه‌ریزی انجام شده، برای آن که هر یک از کاوشگرها بتوانند به درستی عملیات تحقیقاتی خود را انجام دهند، بایستی ترتیب آن‌ها در سطر پایانی برعکس ترتیب آن‌ها در سطر نخست و هنگام پیاده‌شدن از فضاپیما باشد. به بیانی دیگر هدف کاوشگری که در ابتدا در خانه $(i, 1)$ قرار دارد آن است که به خانه $(n - i + 1, n)$ برسد.

در هر لحظه از زمان هر یک از این کاوشگرها می‌تواند به جهت شمال، جنوب، غرب یا شرق حرکت کند و یا این که در سر جای خود ثابت باقی بماند. هم‌چنین با توجه به سنسورهایی که بر روی این کاوشگرهای تعبیه شده است این امکان وجود ندارد که تصادف رخ داده و دو کاوشگر همزمان در یک خانه وجود داشته باشند. از طرفی حرکت هر یک از کاوشگرها یک واحد هزینه در بر خواهد داشت ولی در صورتی که کاوشگری در لحظه‌ای از زمان حرکتی نکند، هزینه‌ای متحمل نخواهیم شد.

با توجه به این توضیحات به سوالات زیر پاسخ دهید.

- (آ) فضای مسئله را به صورت کارآمد به گونه‌ای پیکربندی کنید که حالت‌ها^۴، کنش‌ها^۵، هزینه هر کنش و هدف^۶ مشخص شوند. (در این قسمت حالت شروع را نیز مشخص کنید)
- (ب) اندازه فضای مسئله^۷ را بر حسب n و به فرمت O بزرگ به دست آورید.
- (ج) در بدترین حالت^۸ اندازه ضریب انشعاب^۹ مسئله چه مقدار می‌تواند باشد؟ (کران بالای مناسبی برای ضریب انشعاب به دست آورید)
- (د) حال فرض کنید که تنها یک کاوشگر در مسئله وجود داشته و در ابتدای کار این کاوشگر در خانه $(i, 1)$ قرار داشته و هدف مسئله این است که این کاوشگر به خانه هدف متناظر با خود انتقال داده شود. تابع اکتشافی^{۱۰} قابل قبول^{۱۱} و غیربدهی^{۱۱} $h_i(x_i, y_i)$ برای انتقال کاوشگر موردنظر از خانه (x_i, y_i) به خانه مقصد کاوشگر یعنی $(n - i + 1, n)$ ارائه دهید و توضیح دهید که چرا این تابع قابل قبول می‌باشد. در صورتی که کاوشگرهای دیگری در مکان‌های مختلفی از سیاره حضور داشته باشند، آیا باز هم تابع پیشنهادی یک تابع قابل قبول خواهد بود.
- (ه) با توجه به توضیحات قسمت قبل، کدام یک از توابع زیر یک تابع اکتشافی قابل قبول برای مسئله اصلی خواهد بود؟ برای مواردی که تابع موردنظر یک تابع اکتشافی قابل قبول است، اثباتی ارائه دهید و در غیر این صورت با مثال نقض نشان دهید که تابع موردنظر قابل قبول نیست.

$$\begin{array}{ll} \sum_i h_i & \bullet \quad \min(h_1, \dots, h_n) \\ \max(h_1, \dots, h_n) & \bullet \quad n \min(h_1, \dots, h_n) \\ n \max(h_1, \dots, h_n) & \bullet \quad \frac{\sum_i h_i}{n} \end{array}$$

- (و) امتیازی: حال مسئله جدیدی را در نظر بگیرید که در آن در هر لحظه تنها یک کاوشگر می‌تواند حرکت کند. در واقع، به علت ارتباطهایی که بین کاوشگرها وجود دارد، در این حالت امکان نخواهد داشت که در زمانی واحد دو کاوشگر به صورت همزمان حرکت کنند. هم‌چنین در مسئله جدید علاوه بر این که هر کاوشگر بایستی به مقصد موردنظر خود برسد، ترتیب زمانی رسیدن کاوشگرها نیز اهمیت دارد. برای مثال فرض کنید که می‌خواهیم ابتدا کاوشگری که در مکان $(1, 1)$ قرار دارد به مقصد خود یعنی خانه (n, n) برسد و بعد از آن کاوشگری که در خانه $(2, 1)$ قرار دارد به مقصد خود برسد و ...

^۴States

^۵Actions

^۶Goal

^۷State space

^۸Worst-case

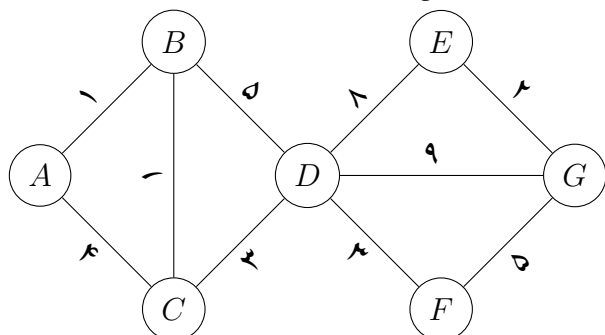
^۹Branching factor

^{۱۰}Heuristic

^{۱۱}Admissible

در مسئله جدید، پاسخ قسمت‌های (الف)، (ب) و (ج) را به دست آورید. (هم‌چنین برای فهم بهتر مسئله توصیه می‌شود که قسمت‌های (د) و (ه) را نیز برای مسئله جدید حل کنید)

۳. (۴۰ نمره) گراف زیر نشان‌دهنده شهرهایی از یک کشور می‌باشد که از طریق خطوط راه‌آهن به یک‌دیگر متصل شده‌اند. رئوس گراف نشان‌دهنده شهرهای مختلف بوده و بین هر دو شهری که خط راه‌آهن مستقیمی وجود داشته باشد، یالی وجود دارد. وزن هر یال نیز نشان‌دهنده میزان طول راه‌آهن بین آن دو شهر با مقیاس ۱۰۰ کیلومتر می‌باشد. حال قصد داریم که یک محموله بسیار مهم را به صورت فوری از شهر A از طریق خطوط راه‌آهن به شهر G انتقال دهیم. بدین منظور بایستی طول کوتاه‌ترین فاصله بین دو شهر A و G را به دست آوریم. برای این کار دو تابع اکتشافی h_1 و h_2 به شکل زیر در اختیار ما قرار داده شده است.



Node	h_1	h_2
A	۹/۵	۱۰
B	۹	۱۲
C	۸	۱۰
D	۷	۸
E	۱/۵	۱
F	۴	۴/۵
G	۰	۰

با توجه به گراف فوق و جدول توابع اکتشافی داده شده، به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) دو تابع اکتشافی h_1 و h_2 را از لحاظ یک‌نوا^{۱۲} بودن و قابل قبول بودن بررسی کنید.

(ب) حال فرض کنید که می‌خواهیم کوتاه‌ترین مسیر بین دو شهر A و G را با استفاده از الگوریتم‌های جست‌وجوی گراف پیدا کنیم. در جدول زیر مسیرهایی که با استفاده از هر یک از این الگوریتم‌ها امکان دارد به دست بیاید را علامت بزنید و درباره مسیرهایی که با استفاده از الگوریتم A^* به دست می‌آید مختصری توضیح دهید.

	A-B-D-G	A-C-D-G	A-B-C-D-F-G
جست‌وجوی عمق اول ^{۱۳}			
جست‌وجوی سطح اول ^{۱۴}			
جست‌وجوی هزینه یکنواخت ^{۱۵}			
جست‌وجوی A^* با تابع اکتشافی h_1			
جست‌وجوی A^* با تابع اکتشافی h_2			

(ج) حال فرض کنید که تابع اکتشافی h_3 به شکل زیر می‌باشد. همان‌طور که در جدول زیر مشخص است تمامی مقادیر برای این تابع اکتشافی مشخص است به غیر از مقدار $h_3(B)$.

Node	A	B	C	D	E	F	G
h_3	۱۰	?	۹	۷	۱/۵	۴/۵	۰

با توجه به این تابع اکتشافی، به ازای چه مقادیری از $h_3(B)$ تابع اکتشافی h_3 یک تابع قابل قبول می‌باشد؟ (بزرگ‌ترین بازه قابل قبول برای $h_3(B)$ را به دست آورید)

(د) به ازای چه مقادیری از $h_3(B)$ تابع اکتشافی h_3 یک تابع یک‌نوا می‌باشد؟ (بزرگ‌ترین بازه قابل قبول برای $h_3(B)$ را به دست آورید)

(ه) بزرگ‌ترین مجموعه مقادیری از $h_3(B)$ را به دست آورید که به ازای آن‌ها در هنگام اجرای الگوریتم جست‌وجوی گرافی A^* ابتدا رأس A ، سپس رأس C ، سپس رأس B و در نهایت رأس D بسط داده می‌شوند؟

^{۱۲}Consistent

۴. (۲۵ نمره) جهانگردی انگلیسی‌زبان هنگام گشت‌وگذار در جنگل‌های آمازون به دست قبیله‌ای ناشناخته اسیر می‌شود. متأسفانه جهانگرد با زبان قبیله‌نشین‌ها آشنایی ندارد و متوجه نمی‌شود که آن‌ها به یک‌دیگر چه چیزی می‌گویند. با این حال بعد از مدتی آشنایی با مردمان قبیله موفق می‌شود که تعدادی از کلمات زبان آن‌ها را یاد بگیرد. هرچند جهانگرد موردنظر به علت پیچیدگی بیش از حد زبان قبیله‌نشین‌ها نمی‌داند که به چه ترتیبی بایستی کلمات را پشت سر هم بیان کند تا در نهایت جمله‌ای معنادار به زبان قبیله‌نشین‌ها تولید کند. هم‌چنین جهانگرد برای رهایی از اسارت نیاز دارد که هر طور شده با بزرگان قبیله ارتباط برقرار کند و از آن‌ها بخواهد که او را آزاد کنند.

برای مثال فرض کنید که مردمان قبیله به زبان فارسی صحبت می‌کنند!! با این فرض، جهانگرد می‌خواهد جمله‌ی "خواهش می‌کنم هرچه زودتر من را آزاد کنید" را به بزرگان قبیله بیان کند ولی تنها کلمات تشکیل‌دهنده این جمله را می‌شناسد و از دستور زبان فارسی اطلاعی ندارد.

به دلیل نداشتن وقت کافی جهانگرد تصمیم می‌گیرد که از روش‌های تقریبی برای ساخت جمله موردنظر خود استفاده کند. هم‌چنین جهانگرد برنامه‌ای را توسعه داده است که جمله‌ای به زبان قبیله‌نشین‌ها دریافت می‌کند و میزان معنادار بودن آن را تشخیص داده و عددی را به آن نسبت می‌دهد. با توجه به این توضیحات به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) در صورتی که جهانگرد بخواهد با استفاده از n کلمه جمله‌ای به زبان قبیله‌نشین‌ها تولید کند، فضای حالت مسئله چه اندازه‌ای خواهد داشت؟

(ب) برای حل مشکل بیان شده جهانگرد قصد دارد از الگوریتم‌های جست‌وجو استفاده کند. در این صورت دو حالت^{۱۶} همسایه و مجاور با یک‌دیگر چه ویژگی دارند؟ (به بیانی دیگر کدام دو حالتی همسایه یک‌دیگر محسوب می‌شوند) برای دنباله "هرچه زودتر خواهش می‌کنم آزاد کنید من را" دو حالت همسایه مثال بزنید.

(ج) آیا جهان‌گرد لزوماً می‌تواند با استفاده از الگوریتم Hill Climbing در مدت زمانی محدود جمله‌ای معنادار به زبان قبیله‌نشین‌ها تولید کند؟ در صورتی که با استفاده از روش‌هایی مانند Random Walk و Random Restart عامل شانس را نیز در الگوریتم دخیل کند چگونه؟

(د) فرض کنید که جهان‌گرد می‌خواهد با استفاده از الگوریتم ژنتیک مسئله را حل کند. در این صورت مراحل مختلف این الگوریتم را برای رسیدن به جمله "خواهش می‌کنم هرچه زودتر من را آزاد کنید" بیان کنید. توجه کنید که در این بخش بایستی توابعی مناسب برای قسمت‌های crossover و mutation پیشنهاد دهید.

۵. (۳۵ نمره)

(آ) مقدار گرادیان را برای هر یک از توابع زیر محاسبه کنید.

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \|x\|_2^2$$

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \|Ax\|_2^2$$

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \|Ax - b\|_2^2 + \gamma \|x\|_2^2$$

توجه کنید که A یک ماتریس $m \times n$ بوده و $b \in \mathbb{R}^m$.

(ب) برای هر یک از توابع فوق الگوریتم کاهش گرادیان را برای مسئله بهینه‌سازی زیر بنویسید.

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

^{۱۶} State

(ج) نشان دهید که تابع $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ به شکل $g(x) = \|x\|_2^2$ یک تابع محدب می‌باشد.

(د) حال نشان دهید که اگر تابع $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع محدب باشد آنگاه تابع $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ به شکل $g(x) = f(Ax - b)$ نیز تابعی محدب است. در این حالت ماتریس A یک ماتریس $m \times n$ بوده و $b \in \mathbb{R}^m$.

(ه) با توجه به دو قسمت قبل نتیجه‌گیری کنید که تابع $f(x) = \|Ax - b\|_2^2$ تابعی محدب است.

سوالات عملی (۲۰۰ نمره)

۱. (۱۰۰ نمره) برای این سوال به نوت‌بوک A_Star.ipynb مراجعه کنید.

۲. (۱۰۰ نمره) برای این سوال به نوت‌بوک Simulated_Annealing.ipynb مراجعه کنید.