



هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۲

استاد: محمدحسین رهبان

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآوردگان: محمدجواد ماهرالنقش، علی ونکی فراهانی، مهدی جعفری و سینا الهی منش

مهلت ارسال: ۲۲ اردیبهشت

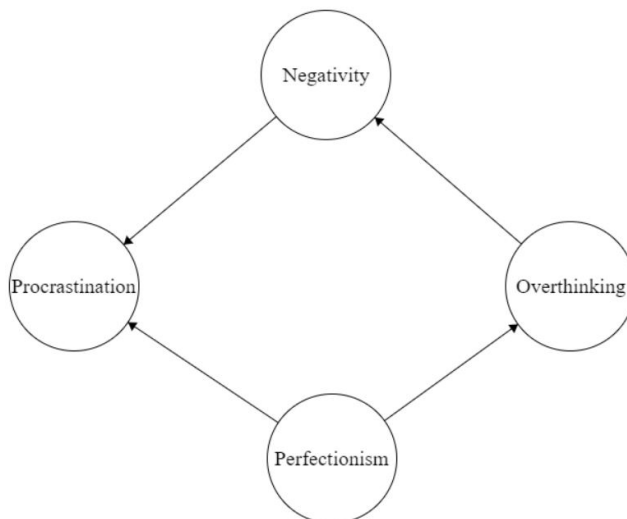
شبکه‌های بیزین

تمرین چهارم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه‌ی تمرین تا سقف ۷ روز و در مجموع ۱۵ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ‌های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز ۱۲ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
- همکاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ‌های ارسال هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۹۵ نمره)

۱. (۱۵ نمره) کمالگرایی^۱ می‌تواند به دو شیوه مثبت و منفی بروز پیدا کند. اما به طور کلی، کمالگرایی می‌تواند موجب فکر بیش از حد^۲ و اهمالکاری^۳ شود. فکر بیش از حد می‌تواند موجب بدبینی^۴ و بدبینی نیز موجب اهمالکاری شود (مدل گفته شده یک مدل ساده شده است و مسائل واقعی روانشناختی بسیار پیچیده تر می‌توانند باشند).



(آ) تمام روابط استقلال و استقلال شرطی بین متغیرها را مشخص کنید.

(ب) برای محاسبه $P(\text{Negativity} | \text{Perfectionism} = \text{True})$ به کمک الگوریتم

Variable Elimination مجموعه فاکتورهایی که در طول اجرای الگوریتم به دست می‌آیند را مشخص کنید (ترتیب حذف را دلخواه در نظر بگیرید).

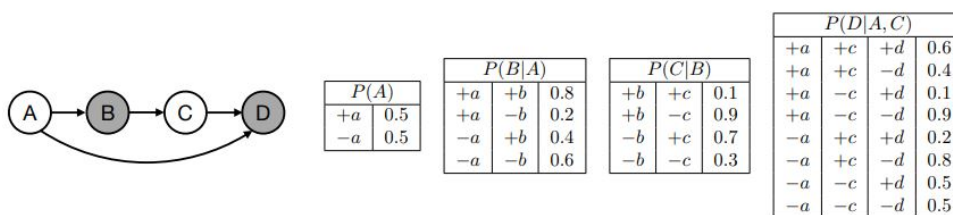
^۱Perfectionism

^۲Overthinking

^۳Procrastination

^۴Negativity

۲. (۱۵ نمره) در شبکه بیزین زیر، $B = +b$ و $D = +d$ دیده شده‌اند (اینها را می‌دانیم). مطابق با اطلاعات داده‌شده، به سوالات پاسخ دهید.



(آ) در روش *GibbsSampling* ابتدا مقداردهی اولیه به صورت $+a, +b, +c, +d$ انجام داده و سپس مقدار C را برمی‌داریم (اکنون مقدار آن مجهول است). احتمال اینکه مقدار C در گام بعدی *GibbsSampling* برابر با $+c$ باشد را حساب کنید.

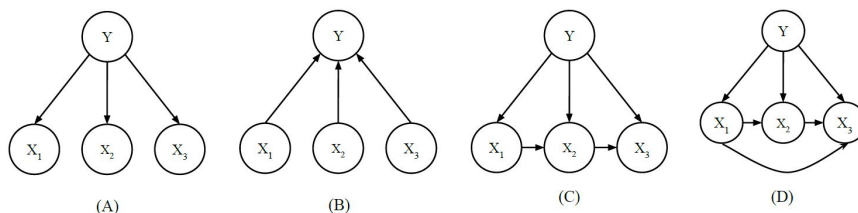
(ب) در صورتی که از روش *RejectionSampling* استفاده کنیم، کدام یک از نمونه‌های زیر رد^۵ می‌شوند؟

$-a \quad -b$
 $+a \quad +b$
 $+a \quad -b$
 $-a \quad +b$

(ج) با توجه به نمونه‌های زیر، در صورتی که از روش *LikelihoodWeighting* استفاده کنیم، احتمال $P(+a | +b, +d)$ را حساب کنید.

$-a \quad +b \quad -c \quad +d$
 $+a \quad +b \quad -c \quad +d$
 $+a \quad +b \quad -c \quad +d$
 $-a \quad +b \quad +c \quad +d$
 $+a \quad +b \quad +c \quad +d$

۳. (۲۰ نمره) به ازای هر کدام از شبکه‌های بیزین زیر، کمترین تعداد متغیر لازم را برای ذخیره هر کدام با ذکر دلیل بنویسید.



۴. (۳۰ نمره) در یک کلاس هوش مصنوعی دانشکده مهندسی کامپیوتر دانشگاه شریف، استاد درس به طور مداوم مشاهده می‌کرد که دانشجویان سر کلاس می‌خوانند! به همین دلیل استاد تصمیم گرفت که تا با یک مدل‌سازی ساده متوجه شود که آیا دانشجویان به اندازه کافی می‌خوانند یا خیر. به همین دلیل هر روز صبح استاد درون دفتری ثبت می‌کرد که آیا دانشجویان سر کلاس خواب هستند و همچنین ثبت می‌کرد که آیا چشم‌های آن‌ها از خستگی قرمز شده است یا خیر.

فرض کنید که متغیرهای تصادفی S_t ، R_t و C_t را به ترتیب تعداد دانشجویانی که در روز t به اندازه کافی خوابیده‌اند، تعداد دانشجویانی که رنگ چشم آن‌ها در روز t قرمز است و تعداد دانشجویانی که در روز t سر کلاس خوابیده‌اند، تعریف کنیم. در این صورت استاد درس هوش مصنوعی بعد از تحقیقات خود به گزاره‌های درست زیر دست پیدا کرده است.

- با توجه به دانش قبلی می‌دانیم که احتمال به اندازه خوابیدن در زمان t بدون هیچ‌گونه مشاهده‌ای برابر $۰/۶$ می‌باشد.

^۵Reject

- احتمال به اندازه خوابیدن در زمان t به شرطی که در زمان قبل آن به اندازه کافی خوابیده شده باشد برابر $0/9$ بوده و در غیر این صورت برابر $0/2$ می باشد.
- در صورتی که دانشجو به اندازه کافی خوابیده باشد، احتمال آن که چشمهایش قرمز باشد برابر $0/1$ بوده و در غیر این صورت برابر $0/7$ می باشد.
- در صورتی که دانشجو به اندازه کافی خوابیده باشد، احتمال آن که سر کلاس بخوابد برابر $0/2$ بوده و در غیر این صورت برابر $0/4$ می باشد.

(آ) اطلاعات به دست آمده را به شکل یک شبکه پویای بیزی^۶ مدل سازی کنید. توجه داشته باشید که علاوه بر کشیدن دیاگرام مربوطه بایستی جدولهای احتمالاتی مربوط به مدل را نیز کامل کنید.

(ب) با توجه به شبکه پویای بیزی که در قسمت قبل رسم کردید، هر یک از موارد زیر را به دست آورید.

- مقدار $P(S_t | r_{1:t}, c_{1:t})$ به ازای هر یک از مقادیر $t = 1, 2, 3$.
- مقدار $P(S_t | r_{1:3}, c_{1:3})$ به ازای هر یک از مقادیر $t = 2, 3$.

(ج) در مسئله مورد نظر، استاد در هر زمان t از $t = 1$ تا n زوج مرتبهایی به شکل (r_t, c_t) را در دفتر خود ثبت کرده است. حال با استفاده از این مشاهدات و همچنین با دانستن مقدار $P(S_k | r_{1:k}, c_{1:k})$ که در قسمت قبل به دست آوردید، مقدار $P(S_k | r_{1:n}, c_{1:n})$ را به ازای $0 \leq k \leq n$ به دست آورید. (در حقیقت فرمولی برای محاسبه عبارت مورد نظر نیاز داریم)

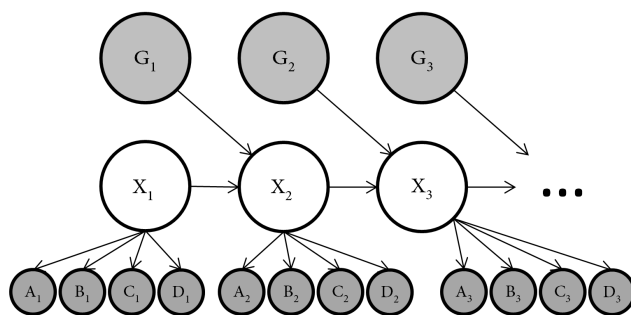
(د) مسئله مورد نظر را به شکل یک مدل پنهانی مارکوف^۷ مدل سازی کنید. توجه داشته باشید که علاوه بر کشیدن دیاگرام مربوطه بایستی جدولهای احتمالاتی مربوط به مدل را نیز کامل کنید.

(ه) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در صورت استفاده از HMM به جای DBN ، مقادیر احتمالاتی محاسبه شده در قسمت های (ب) و (ج) متفاوت از مقادیری که پیش تر به دست آوردیم خواهند بود.

۵. (۱۵ نمره) در این مسئله قصد داریم که موقعیت مکانی ربات زباله جمع کنی را در شهر تهران با استفاده از سنسورهای موجود تعیین کنیم. در این مسئله شهر تهران را به شکل ناحیه هایی به صورت مربعی 4×4 ، مطابق شکل زیر، مدل می کنیم. همچنین برای این مسئله ساختار شبکه بیزی پویا به شکل زیر می باشد که در آن متغیر X نشان دهنده موقعیت ربات در صفحه است، G مقداری است که از روی سنسورهای موجود در زباله ها تعیین می شود و $\{A, B, C, D\}$ مقادیری هستند که از روی سنسورهای حرکتی ربات به دست می آیند.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16



سنسور زباله G در هر زمانی مقداری از مجموعه $\{1, 2, \dots, 16\}$ به خود می گیرد و نشان دهنده آن است که در کدام خانه از صفحه 4×4 بیشترین مقدار زباله در زمان t وجود دارد. ربات زباله جمع کن هوشمند مفروض در مسئله برنامه ریزی شده است تا به طور خودکار به سمت خانه ای با بیشترین مقدار زباله حرکت کند اما به دلیل مشکلات موجود در برنامه ریزی، این ربات تنها در $0/8$ مواقع عملکرد بهینه دارد. در هر لحظه از زمان، این ربات می تواند در جای خود ثابت بماند یا آن که به یکی از خانه های مجاور خود حرکت کند. در حالتی که

^۶Dynamic Bayesian network

^۷hidden Markov model

کنش‌های مختلفی وجود دارد که به یک میزان ربات موردنظر را به مقصد خود نزدیک می‌کنند، احتمال یکسانی برای انجام هر یک از کنش‌های مفروض وجود خواهد داشت. به شکل مشابه، اگر ربات در انجام کنش بهینه موفق نباشد، احتمال یکسانی برای او وجود دارد تا هر یک از کنش‌های غیربهینه را انجام دهد. (به طور خلاصه، ربات با احتمال $0/8$ کنش‌های بهینه را انجام می‌دهد که هر یک احتمال یکسانی با هم دارند و به احتمال $0/2$ کنش‌های غیر بهینه انجام می‌دهد که آن‌ها هم احتمال یکسانی با هم خواهند داشت.)

برای مثال اگر در لحظه t داشته باشیم $X_t = 2$ و $G_t = 15$ ، آنگاه جدول انتقال به شکل زیر خواهد بود.

X_{t+1}	$P(X_{t+1} X_t = 2, G_t = 15)$
1	0/1
2	0/1
3	0/4
6	0/4

سنسورها حرکتی $\{A, B, C, D\}$ در هر لحظه از زمان مقداری از مجموعه $\{ON, OFF\}$ به خود می‌گیرند. در زمان t سنسور حرکتی که در مجاورت ربات زیاده جمع‌کن قرار داشته باشد حتما مقدار ON خواهد داشت. با این حال به دلیل وجود عدم قطعیت در محیط سنسورهای دیگر نیز در $0/4$ حالات مقدار ON داشته و در $0/6$ مواقع خاموش هستند. برای مثال در صورتی که ربات در مکان 6 قرار داشته باشد، خواهیم داشت:

D	$P(D)$
ON	0/4
OFF	0/6

C	$P(C)$
ON	0/4
OFF	0/6

B	$P(B)$
ON	0/4
OFF	0/6

A	$P(A)$
ON	1
OFF	0

با توجه به توضیحات داده شده به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) فرض کنید که نمونه‌های اولیه که اختیار داریم به شکل $\{X_t = 2, X_t = 12, X_t = 13\}$ باشند. همچنین فرض کنید که مشاهدات زیر را از سنسورهای موجود دریافت کرده باشیم.

$$A = ON, B = OFF, C = ON, D = OFF, G_{t-1} = 2$$

وزن هر یک از نمونه‌های اولیه را به دست آورید.

(ب) حال فرض کنید که متوجه می‌شویم که سنسور C خراب شده است و همواره مقدار ON را نشان می‌دهد. در این صورت با توجه به این دانش، وزن هر یک از نمونه‌ها را بار دیگر تعیین کنید.

(ج) حال فرض کنید که برای نمونه‌های $\{X_t = 8, X_t = 14, X_t = 11\}$ وزن‌هایی مطابق جدول زیر به دست آمده است.

Particle	Wiegth
$X_t = 8$	0/24
$X_t = 14$	0/1
$X_t = 11$	0/16

در این صورت، اگر بخواهیم 100 نمونه جدید به دست آوریم، تعداد مورد انتظار برای نمونه‌هایی با $X = 11$ را محاسبه کنید.

سوالات عملی (100 نمره)

1. (100 نمره) برای حل سوال عملی به نوت‌بوک PHW4.ipynb مراجعه کنید.