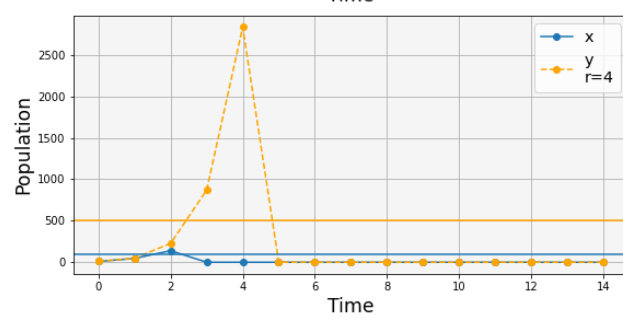
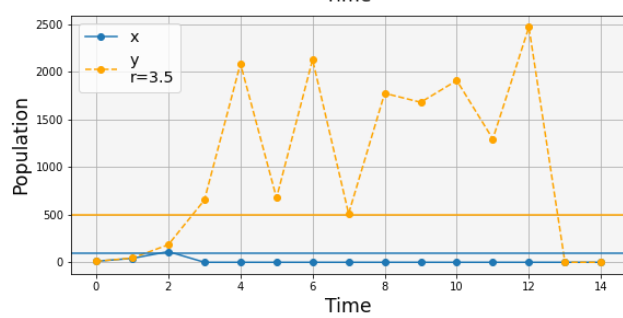
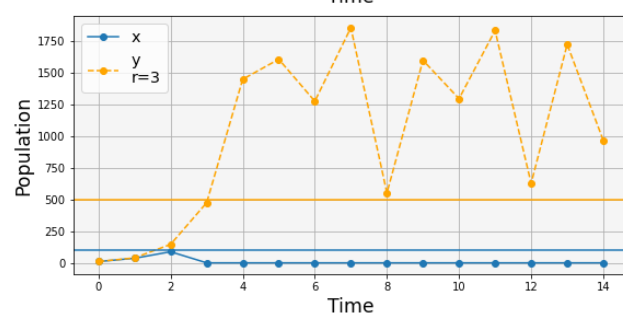
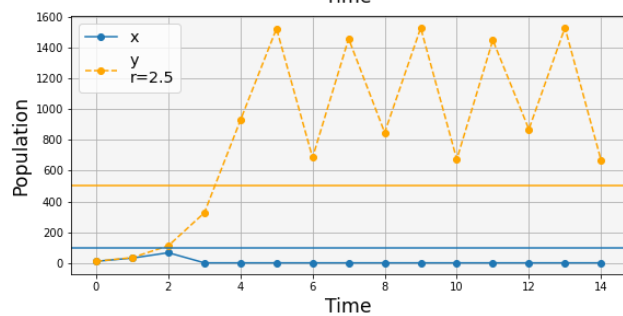
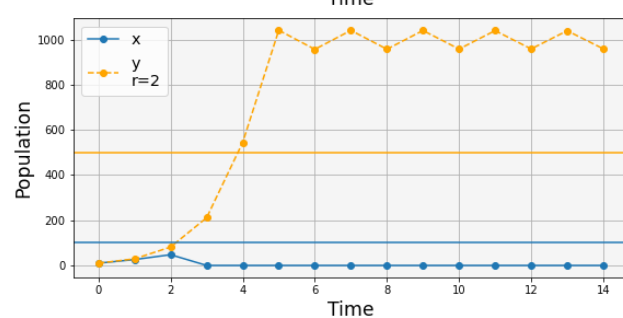
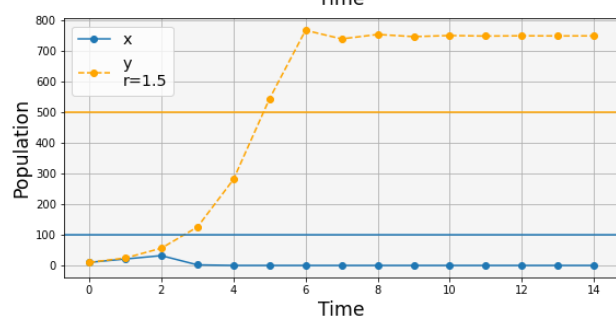
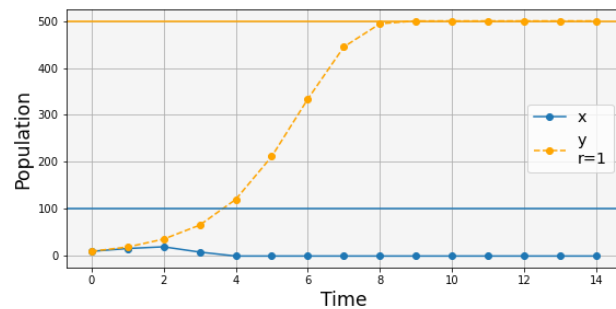
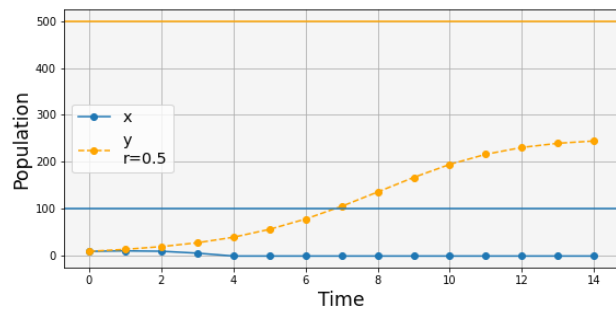


در علم بوم شناسی، مفهومی تحت عنوان Niche Separation وجود دارد و به این معنا است که گونه‌ها رقیب به گونه‌ای از محیط استفاده می‌کنند که بتوانند هم‌زیستی داشته باشند. قانون competitive exclusion بیان می‌کند که اگر دو گونه بر سر یک niche یکسان رقابت کنند، حتما یکی از گونه‌ها گونه دیگر را وادار به انقراض می‌کند. همینطور این قانون بیان می‌کند که دو گونه نمی‌توانند حداقل به صورت پایدار در یک niche کاملاً یکسان هم‌زیستی داشته باشند. اگر گونه‌ها niche خود را جدا کنند دیگر احتیاجی به رقابت شدید ندارند و می‌توانند راحت‌تر هم‌زیستی داشته باشند. این تغییر niche می‌تواند به صورت‌های متفاوتی از جمله تغییر غذای مصرفی، تغییر محیط زندگی و ... باشد.

اگر بخواهیم تعداد جمعیت دو گونه در یک niche یکسان را با مدل ریاضی بیان کنیم و فرض کنیم که تعداد اعضای جامعه به صورت پیوسته نباشند می‌توان تعداد اعضای جامعه x و y را به صورت زیر نوشت.

$$\begin{aligned}x_{t+1} &= (1 + r) * x_t - (x_t + y_t)^2 / k_1 \\ y_{t+1} &= (1 + r) * y_t - (x_t + y_t)^2 / k_2\end{aligned}$$

اگر بخواهیم این معادلات را تحلیل کنیم، با توجه به رفتار آشوبناکی که تعداد اعضا با ضریب رشدی بیشتر از ۳ از خود نشان می‌دهند تصمیم بر آن شد که از برنامه کامپیوتری برای تحلیل این معادلات استفاده شود. اگر فرض کنیم که تعداد اعضای اولیه هر دو جامعه برابر ۱۰ باشد ولی ثابت‌های k_1 و k_2 به ترتیب برابر ۱۰۰ و ۵۰۰ باشند و این مقادیر به معنای این هستند که ظرفیت محیط برای جامعه y ۵ برابر این مقدار برای جامعه x است. حال تعداد اعضای جامعه در طی ۱۵ نسل در نمودار زیر با مقادیر متفاوت ضریب رشد نشان داده شده است. با بررسی این نمودارها مشاهده می‌شود که جمعیت x که ظرفیت محیط برای آن کمتر است همواره مقداری رشد می‌کند ولی سپس جامعه y رشد بسیار بیشتری می‌کند و x را وادار به انقراض می‌کند. همچنین دیده می‌شود که با ضرایب رشد بیشتر از ۲ جامعه y رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهد به گونه‌ای که حتی با مقادیر ۳.۵ و ۴، y نیز منقرض می‌شود. کد برنامه در ادامه آورده شده است.



```

import matplotlib.pyplot as plt

r_list = [0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4]
k1 = 100
k2 = 500
fig, ax = plt.subplots(4, 2, figsize=(20, 20))

for i, r in enumerate(r_list):
    x_pop = [10]
    y_pop = [10]
    generation = [0]
    for gen in range(1, 15):
        xt = x_pop[-1]
        yt = y_pop[-1]
        xt1 = (1+r)*xt - (xt+yt)**2/k1
        yt1 = (1+r)*yt - (xt+yt)**2/k2
        x_pop.append(0 if xt1 < 0 else xt1)
        y_pop.append(0 if yt1 < 0 else yt1)
        generation.append(gen)
    ax[i//2][i%2].plot(generation, x_pop, marker='o', label='x')
    ax[i//2][i%2].plot(generation, y_pop, marker='o', linestyle='dashed',
color= 'orange', label=f'y\nr={r}')
    ax[i//2][i%2].axhline(y=k1)
    ax[i//2][i%2].axhline(y=k2, color='orange')
    ax[i//2][i%2].legend(fontsize='x-large')
    ax[i//2][i%2].grid(True)
    ax[i//2][i%2].set_facecolor("#f5f5f5")
    ax[i//2][i%2].set_xlabel('Time', fontsize='xx-large')
    ax[i//2][i%2].set_ylabel('Population', fontsize = 'xx-large')

```