

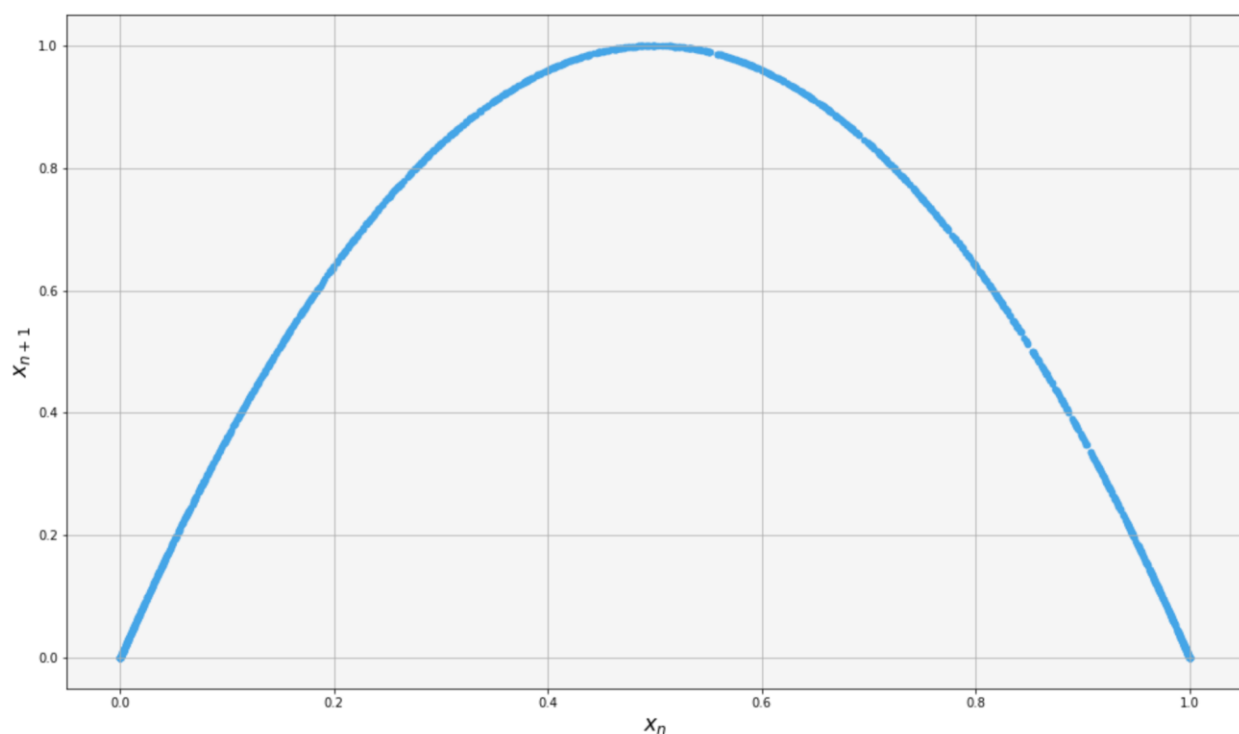
«شبیه سازی نمودار آشوب»

مهدی کافی ۹۹۲۱۰۷۵۳

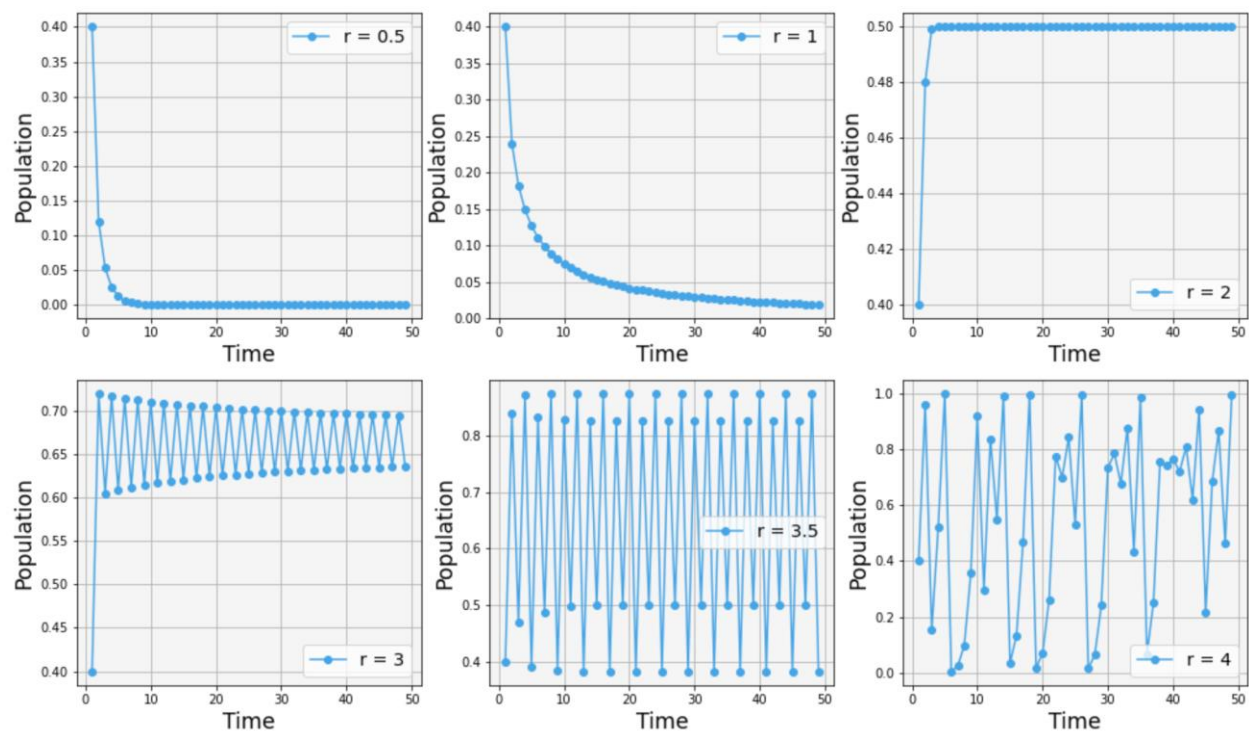
اگر فرض کنیم که در نسل n ، نسبت تعداد خرگوشان به تعداد خرگوشی که زمین ظرفیت آن‌ها را دارد برابر با x_n باشد، می‌خواهیم برای این نسبت در نسل بعدی مقداری محاسبه کنیم، ساده‌ترین راه حلی که به نظر می‌رسد ضرب کردن ضریبی مانند r به نام ضریب رشد در x_n است. حال اگر این ضریب را برابر ۲ در نظر بگیریم به این معنا است که در هر نسل تعداد خرگوشان به صورت نمایی بیشتر خواهد شد، پس این راه حل نیاز به بخشی دارد که از رشد نمایی آن جلوگیری کند. با اضافه کردن این بخش به فرمول زیر می‌رسیم:

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$$

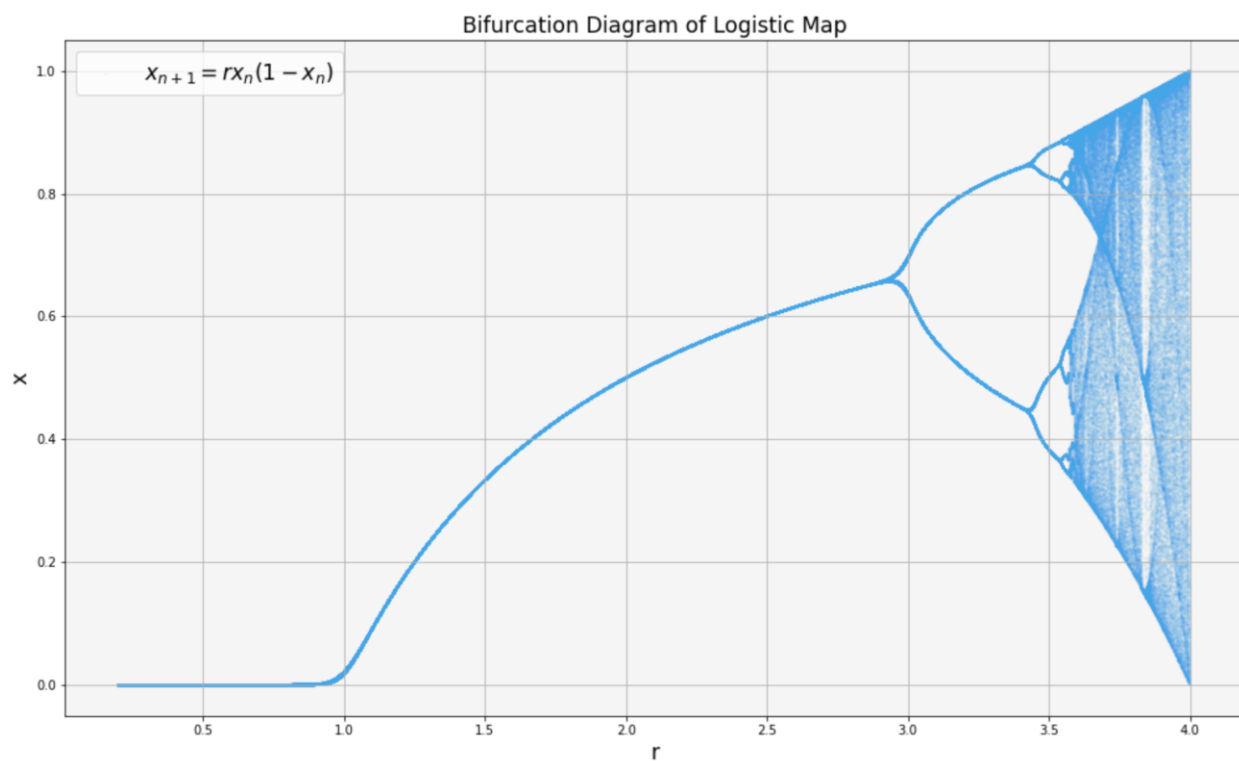
نمودار این فرمول به صورت زیر است:



حال می‌خواهیم رابطه تعداد اعضا و ضریب رشد را بررسی کنیم، مشخص است که ضریب رشد کمتر از ۱ باعث همگرا شدن جمعیت به سمت صفر می‌شود و هنگامیکه ضریب رشد از ۱ بیشتر می‌شود، جمعیت بیشتر شده و به مقداری خاص همگرا می‌شود ولی به محض اینکه مقدار ضریب رشد به ۳ می‌رسد، جمعیت رفتار عجیبی از خود نشان می‌دهد، در زیر نمودار جمعیت به ازای ۶ مقدار ضریب رشد آمده‌است.



حال اگر نموداری برای مقدار تعادل جمعیت بر اساس ضریب رشد رسم کنیم، نموداری مانند شکل زیر ایجاد می‌شود که به پدیده آشوب و Bifurcation diagram of logistic map نیز شناخته می‌شود.



کد برنامه در زیر آمده‌است.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

r_values = np.linspace(0.2, 4, num=100000)
points_y = []
points_r = []
for r in r_values:
    x = 0.4
    for i in range(50):
        y = r*x*(1-x)
        if i >= 40:
            points_r.append(r)
            points_y.append(y)
    x = y
fig, ax = plt.subplots(figsize=(17, 10))
ax.scatter(points_r, points_y, alpha=0.07, edgecolors='none', s=21,
          marker='.', color='#4da4eb', label=r'$x_{n+1} = r x_n(1-x_n)$')
ax.grid(True)
ax.set_facecolor("#f5f5f5")
ax.set_xlabel("r", fontsize="xx-large")
ax.set_ylabel("x", fontsize="xx-large")
ax.set_title("Bifurcation Diagram of Logistic Map", fontsize="xx-large")
ax.legend(loc='upper left', fontsize='xx-large')

```