



دانشگاه اصفهان

دانشکده مهندسی کامپیوتر

عنوان:

تمرین اول هوش محاسباتی: الگوریتم‌های ژنتیک

Genetic Algorithms

نگارش

دانیال شفیعی

مهدی مهدیه

امیررضا نجفی

استاد راهنما

دکتر کارشناس

اسفند ۱۴۰۳

فهرست مطالب

۲	۰ مقدمه
۳	۱ مبانی و مفاهیم الگوریتم ژنتیک
۴	۲ درک و حل مسائل با الگوریتم ژنتیک
۸	۳ پیاده‌سازی، ارزیابی و تجزیه و تحلیل الگوریتم ژنتیک

۰ مقدمه

هدف از این تمرین آشنایی بیشتر با الگوریتم‌های ژنتیک و استفاده‌ی بیشتر از آن‌ها در کاربردهای عملی است.

۱ مبانی و مفاهیم الگوریتم ژنتیک

۲ درک و حل مسائل با الگوریتم ژنتیک

۱. (آ) اگر هیچ گره‌ای نباید دو بار دیده شود، یک کروموزوم باید یک دور بین همه‌ی گره‌ها باشد که این دور شامل طی ترتیب طی کردن ۱۰ گره یا معادل طی کردن ۱۰ یال است. پس کروموزوم ما شامل ۱۰ ژن است.

(ب) اینکه بین کدام شهرها ارتباط وجود داشته باشد پیش فرض‌های مسئله است اما به طور کلی می‌توان گفت اگر گراف کامل و بدون طوقه باشد، از هر گره‌ای به همه‌ی گره‌های دیگر یال وجود دارد. ما در نظر گرفتیم این یال‌ها جهت‌دار است پس اگر از یک گره به گره‌ی دیگر رفت برگشت نیازی نیست. با این اوصاف تعداد کل ژن‌های ممکن $n \times \frac{n-1}{2}$ یال می‌شود. که اینجا $n = 10$ است پس $10 \times \frac{9}{2} = 45$ ژن وجود دارد.

۲. (آ) ژن‌ها را به تابع fitness می‌بریم:

$$\text{fit}(x_1) = 6 + 5 - 4 - 1 + 3 + 5 - 3 - 2 = 9$$

$$\text{fit}(x_2) = 8 + 7 - 1 - 2 + 6 + 6 - 0 - 1 = 23$$

$$\text{fit}(x_3) = 2 + 3 - 9 - 2 + 1 + 2 - 8 - 5 = -16$$

$$\text{fit}(x_4) = 4 + 1 - 8 - 5 + 2 + 0 - 9 - 4 = -19$$

به ترتیب x_2, x_1, x_3 و x_4 برازنده هستند.

(ب) عملیات ترکیب

• ترکیب نقطه‌ای: در این روش به دو فرزند جدید می‌رسیم.

$$x_{21} = 8712|3532$$

$$x_{21} = 6541|6601$$

• ترکیب دو نقطه‌ای: با استفاده از این روش به دو فرزند جدید می‌رسیم. ما فرض می‌کنیم منظور از نقاط b و f یعنی بعد از این نقاط ترکیب اتفاق می‌افتد

$$x_{131} = 65|9212|35$$

$$x_{313} = 23|4135|85$$

• ترکیب یکنواخت: برای انجام این ترکیب نیازمند به یک ماسک هستیم. این ماسک یک ژن تصادفی با مقادیر دودویی است که نشانگر این است که آن ژن را از کروموزوم اول بگیریم یا دوم. که انتخاب اول یا دوم هم احتمال است. ما با استفاده از

برنامه ۱: تولید ماسک تصادفی

```

۱ import random
۲ mask = ''.join(random.choice('01') for _ in range(8))
۳ print(mask)

```

یک رشته‌ی تصادفی از ۰ و ۱ تولید می‌کنیم. ما فرض می‌کنیم ۰ معادل رشته‌ی اول و ۱ معادل رشته‌ی سوم باشد.

$$\text{mask} = 01001010$$

$$x_{13} = 8|3|12|1|6|8|1$$

$$x_{31} = 2|7|92|6|2|0|5$$

(ج) برازش فرزندان: با استفاده از تکه کد زیر برازندگی هر فرزند را محاسبه می‌کنیم:

برنامه ۲: محاسبه‌ی برازندگی

```

۱ chromosome = input()
۲ a, b, c, d, e, f, g, h = [int(char) for char in chromosome]
۳ fitness = a + b - c - d + e + f - g - h
۴ print(fitness)

```

$$\text{fit}(x_{21}) = 87123532 = 15$$

$$\text{fit}(x_{21}) = 65416601 = 17$$

$$\text{fit}(x_{131}) = 65921235 = -5$$

$$\text{fit}(x_{313}) = 23413585 = -5$$

$$\text{fit}(x_{23}) = 83121681 = 6$$

$$\text{fit}(x_{32}) = 27926205 = 1$$

تعبیر بهتر شدن و بدتر شدن تعبیر نا دقیقی است. ما دو شاخص را برای بهتر شدن و بدتر شدن در نظر می‌گیریم.

۱. بالاترین برازندگی: در والدها بالاترین برازندگی ۲۳ بود که به ۱۷ کاهش یافت یعنی بدتر شده.

۲. میانگین برازندگی: در شرایط قبلی برازندگی معادل $-0.75 = \frac{-3}{4} = \frac{9+23-16-19}{4}$ می‌شود و در فرزندان $\frac{15+17-5-5+6+1}{6} = \frac{29}{6} \approx 4.83$ می‌شود که رشد قابل توجهی است.

(د) برای پیشینه کردن برازندگی، ژن‌های a, b, e و f باید مقدار ۹ داشته باشند و c, d, g و h باید مقدار ۰ را داشته باشند. برازندگی بهینه برابر $36 = 4 \times 9 - 0$ می‌شود.

(ه) ما سعی کردیم بهترین ترکیب را بسازیم و آن $x_{\text{optimal}} = 87116601$ خواهد بود که برازندگی آن ۲۴ خواهد شد. پس نمی‌توان بدون جهش به نقطه‌ی بهینه رسید و حداقل ۱۲ تا فاصله با نقطه‌ی برازندگی وجود خواهد داشت.

۳. (آ) مقدار برازندگی به ازای هر x:

$$\text{fit}(x_1) = 1 - 4 + 7 = 4$$

$$\text{fit}(x_2) = 8 - 16 + 7 = -1$$

$$\text{fit}(x_3) = 27 - 36 + 7 = -2$$

$$\text{fit}(x_4) = 64 - 64 + 7 = 7$$

(ب) بله. می‌توانیم با اضافه کردن $c \geq 2$: $\forall c$ همه‌ی مقادارها را نامنفی کنیم. مثلاً اگر $c = 3$ در نظر بگیریم رابطه‌ی برازندگی $\text{fit}(x) = x^3 - 4x^2 + 10$ خواهد شد.

(ج) به هر برازندگی مقدار ثابت ۲ اضافه می‌شود پس

$$\text{TotalFitness} = (4 + 3) \times 2 + (-1 + 3) \times 3 + (-2 + 3) \times 3 + (7 + 3) \times 2$$

$$= 14 + 6 + 3 + 20 = 43$$

(د) مقدار برازندگی نسبی برای هر نمونه‌ی x به صورت زیر خواهد شد:

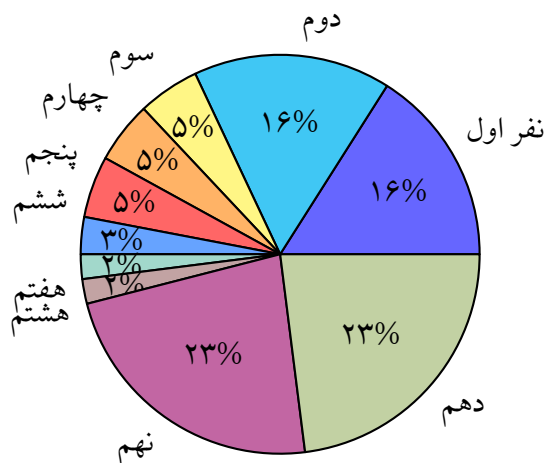
$$P(x = 1) = \frac{7}{43} = 0.1628$$

$$P(x = 2) = \frac{2}{43} = 0.0465$$

$$P(x = 3) = \frac{1}{43} = 0.0233$$

$$P(x = 4) = \frac{10}{43} = 0.2326$$

می‌توانیم آن را به صورت یک گردونه هم نشان دهیم



شکل ۱: گردونه‌ی شانس برای این نمونه از جمعیت

(ه) مزیت تابع جدید این است که به ازای هر مقدار x ، تابع برازندگی همواره نامنفی است. برای محاسبه‌ی $g(x)$ تمام مقادیر بدست آمده در بخش آ را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\text{fit}(x_1) = 4^2 = 16$$

$$\text{fit}(x_2) = (-1)^2 = 1$$

$$\text{fit}(x_3) = (-2)^2 = 4$$

$$\text{fit}(x_4) = 7^2 = 49$$

- (و) فشار انتخاب: فشار انتخاب یعنی درجه‌ی اینکه افراد برازنده‌تر چقدر شانس زنده ماندن دارند. برعکس اضافه کردن مقدار ثابت، در «به توان رساندن» فشار انتخاب زیاد می‌شود. البته این تا حدودی بستگی به روش انتخاب هم دارد. مثلاً اگر از الگوریتم انتخاب رتبه پایه^۱ استفاده کنیم دیگر این مسئله جدی نیست.
- همگرایی: می‌توان گفت با افزایش فشار انتخاب، همگرایی سریع‌تر می‌شود اما خطر گیر کردن در یک نقطه‌ی بهینه‌ی محلی وجود دارد.
- تنوع: افزایش فشار انتخاب باعث کاهش تنوع و همگرایی سریع به یک قله‌ی محلی خاص می‌شود که ممکن است بهترین نباشد. با افزایش فشار انتخاب تنوع در انتخاب گونه‌ها را از دست می‌دهیم.

^۱rank-based selection

۳ پیاده‌سازی، ارزیابی و تجزیه و تحلیل الگوریتم ژنتیک جهت انتخاب بهترین ویژگی برای مسئله‌ی واقعی دسته‌بندی مشتریان