

گزارش بخش اول پروژه رباتیک پیشرفته به دست آوردن مدل حرکت چرخشی ربات در محیط شبیه‌سازی Gazebo

عرفان خوب شه‌میری

۸۱۰۱۰۳۱۱۲

۲ خرداد ۱۴۰۴

استادان درس: دکتر مرادی - دکتر نصیری
دستیاران آموزشی: ارشیا افتخاری، پارسا ستاری، کامیار رحمانی

۱ مقدمه و اهداف پروژه

این گزارش به تشریح مراحل و نتایج بخش اول پروژه رباتیک پیشرفته، با تمرکز بر مدل‌سازی حرکت چرخشی یک ربات در محیط شبیه‌سازی Gazebo می‌پردازد. هدف اصلی این بخش، شناسایی و کمی‌سازی خطاهای ذاتی ربات هنگام اجرای دستورات چرخش است. در دنیای واقعی و همچنین در شبیه‌سازی‌های دقیق، حرکت ربات‌ها به ندرت کاملاً ایده‌آل است. برای حرکت چرخشی، انحراف از حالت ایده‌آل می‌تواند به دو صورت عمده بروز کند: اولاً، خطا در زاویه نهایی چرخش نسبت به زاویه دستور داده شده؛ و ثانیاً، جابجایی ناخواسته مرکز ربات در طول اجرای مانور چرخش، که به معنای چرخش حول یک مرکز موثر متفاوت از مرکز هندسی ربات است. درک و مدل‌سازی این خطاها برای کاربردهای عملی رباتیک، از جمله ناوبری دقیق، محلی‌سازی، و برنامه‌ریزی مسیر بسیار حائز اهمیت است. مدلی که بتواند رفتار واقعی ربات را با دقت مناسبی پیش‌بینی کند، امکان طراحی کنترلرهای بهتر و الگوریتم‌های مقاوم‌تر در برابر عدم قطعیت‌ها را فراهم می‌آورد. در این پژوهش آزمایشگاهی، پارامترهای کلیدی برای توصیف کمی این خطاها تعریف و محاسبه شده‌اند. این پارامترها عبارتند از:

- μ (یا δ): ضریب جابجایی جانبی که نشان‌دهنده میزان انحراف یا "کجی" در مسیر چرخش است.
 - r^* : شعاع چرخش موثر، که فاصله از نقطه شروع تا مرکز موثر چرخش را نشان می‌دهد.
 - $\hat{\omega}$ (نمایش داده شده با ω_hat در داده‌ها): سرعت زاویه‌ای موثر، محاسبه شده بر اساس تغییر زاویه حول مرکز موثر چرخش.
 - $\hat{\gamma}$ (نمایش داده شده با γ_hat در داده‌ها): یک پارامتر که به صورت $\hat{\gamma} = \hat{y} - \hat{\omega}$ محاسبه می‌شود، که در آن \hat{y} سرعت زاویه‌ای مستقیم مبتنی بر تغییرات یاو $(\frac{\theta' - \theta}{\Delta t})$ است.
 - \hat{v} : سرعت مماسی موثر در طول مسیر چرخش موثر.
- تحلیل آماری این پارامترها، از جمله محاسبه میانگین، واریانس و بررسی توزیع احتمال آن‌ها، به ما در درک بهتر ماهیت و میزان این خطاها کمک خواهد کرد.

۲ روش‌شناسی و اجرای آزمایش

روند انجام آزمایش‌ها به منظور جمع‌آوری داده‌های لازم برای مدل‌سازی حرکت چرخشی ربات به شرح زیر بوده است:

۱.۲ کالیبراسیون سرعت زاویه‌ای ربات

یکی از مشاهدات اولیه در کار با ربات در محیط شبیه‌سازی، وجود اختلاف بین سرعت زاویه‌ای دستور داده شده به ربات و سرعت زاویه‌ای که ربات عملاً در شبیه‌ساز از خود نشان می‌دهد، بود. برای جبران این اختلاف سیستماتیک، یک مرحله کالیبراسیون پیش از آزمایش‌های اصلی انجام گرفت.

۱. ربات برای ۳ بار متوالی در مبدأ و با زاویه صفر قرار داده شد.

۲. در هر بار، دستور چرخش به میزان ۹۰ درجه با سرعت زاویه‌ای هدف اولیه $V_{target_ang} = 0.5$ رادیان بر ثانیه به ربات داده شد.

۳. زاویه چرخش واقعی ربات ($\Delta\theta_{actual_calib}$) و مدت زمان واقعی اجرای دستور (Δt_{actual_calib}) پس از هر بار چرخش اندازه‌گیری شد.

۴. سرعت زاویه‌ای واقعی مشاهده شده در هر بار کالیبراسیون به صورت $V_{obs_ang_calib} = \Delta\theta_{actual_calib} / \Delta t_{actual_calib}$ محاسبه گردید.

۵. میانگین سرعت‌های زاویه‌ای مشاهده شده ($\bar{V}_{obs_ang_calib}$) محاسبه شد.

۶. ضریب تصحیح سرعت (k_{corr}) به صورت زیر به دست آمد:

$$k_{corr} = \frac{V_{target_ang}}{\bar{V}_{obs_ang_calib}}$$

مقدار ضریب تصحیح محاسبه شده در آزمایش‌های ما برابر با 2.031 بود. این ضریب در ادامه برای تعیین سرعت زاویه‌ای دستوری در آزمایش‌های اصلی مورد استفاده قرار گرفت، به طوری که سرعت زاویه‌ای که به ربات دستور داده می‌شد برابر با $V_{cmd_corrected} = V_{target_ang} \times k_{corr}$ بود. هدف از این کار، دستیابی به سرعت زاویه‌ای واقعی نزدیک به $V_{target_ang} = 0.5$ رادیان بر ثانیه در طول آزمایش‌های اصلی بود. سرعت زاویه‌ای تصحیح شده مورد استفاده در آزمایش‌ها برابر با 1.016 رادیان بر ثانیه بود.

۲.۲ آزمایش‌های اصلی مدل‌سازی حرکت چرخشی

پس از کالیبراسیون، آزمایش‌های اصلی برای جمع‌آوری داده‌های مربوط به خطای حرکت چرخشی انجام شد:

۱. تنظیمات اولیه برای هر آزمایش: قبل از شروع هر یک از ۴۰ آزمایش (۲۰ آزمایش ساعتگرد و ۲۰ آزمایش پادساعتگرد)، موقعیت و جهت ربات با استفاده از سرویس `/gazebo/set_model_state` به مبدأ مختصات ($x = 0, y = 0$) و زاویه اولیه $\theta = 0$ (رادیان، معادل جهت‌گیری در راستای محور x مثبت) بازنشانی (reset) شد. این عمل تضمین می‌کند که هر آزمایش از شرایط اولیه یکسان و شناخته‌شده‌ای آغاز می‌شود.

۲. دستور حرکت چرخشی: به ربات دستور داده شد تا به میزان 90 درجه (معادل $\pi/2$ رادیان) دوران کند. این دوران با اعمال سرعت زاویه‌ای تصحیح‌شده $V_{cmd_corrected}$ (محاسبه شده در بخش کالیبراسیون) انجام شد. مدت زمان اعمال این سرعت (Δt) به گونه‌ای محاسبه شد که اگر ربات با سرعت زاویه‌ای هدف $V_{target_ang} = 0.5$ رادیان بر ثانیه حرکت می‌کرد، دقیقاً 90 درجه می‌چرخید:

$$\Delta t = \frac{\pi/2 \text{ رادیان}}{V_{target_ang}} = \frac{\pi/2}{0.5} \approx 3.14159 \text{ ثانیه}$$

این Δt به عنوان زمان مرجع برای محاسبات بعدی استفاده شد.

۳. جمع‌آوری داده‌ها:

- موقعیت و جهت اولیه ربات (x_i, y_i, θ_i) پس از بازنشانی و بلافاصله قبل از اعمال دستور چرخش، از طریق موضوع اودومتری ربات ثبت شد. (انتظار می‌رود این مقادیر بسیار نزدیک به (0, 0, 0) باشند).
- دستور چرخش با سرعت $V_{cmd_corrected}$ برای مدت زمان Δt اجرا گردید.
- پس از اتمام حرکت و توقف کامل ربات (با ارسال دستور سرعت صفر)، موقعیت و جهت نهایی ربات (x_f, y_f, θ_f) مجدداً از طریق اودومتری ثبت شد.
- این فرآیند برای $N = 20$ بار برای چرخش ساعتگرد، با اعمال سرعت زاویه‌ای منفی و $N = 20$ بار برای چرخش پادساعتگرد، با اعمال سرعت زاویه‌ای مثبت تکرار گردید.

۴. محاسبه پارامترهای مدل خطا: برای هر یک از $2 \times N$ آزمایش انجام شده، پارامترهای زیر با استفاده از موقعیت‌های اولیه (x_i, y_i, θ_i)، موقعیت‌های نهایی (x_f, y_f, θ_f) و مدت زمان مرجع $\Delta t \approx 3.14159$ ثانیه محاسبه شدند:

- ضریب جابجایی جانبی (μ یا δ): این پارامتر میزان ”کجی“ یا انحراف جانبی مسیر چرخش را نسبت به یک دوران ایده‌آل حول مرکز اولیه نشان می‌دهد.

$$\mu = \frac{(x_i - x_f) \cos \theta_i + (y_i - y_f) \sin \theta_i}{2((y_i - y_f) \cos \theta_i - (x_i - x_f) \sin \theta_i)}$$

- مختصات مرکز چرخش موثر (x^*, y^*): نقطه‌ای که ربات به طور موثر حول آن چرخیده است.

$$x^* = \frac{x_i + x_f}{2} + \mu(y_i - y_f)$$

$$y^* = \frac{y_i + y_f}{2} + \mu(x_f - x_i)$$

- شعاع چرخش موثر (r^*): فاصله از نقطه شروع اولیه (x_i, y_i) تا مرکز چرخش موثر (x^*, y^*).

$$r^* = \sqrt{(x_i - x^*)^2 + (y_i - y^*)^2}$$

- زاویه چرخش واقعی حول مرکز موثر ($\Delta\theta_{actual}$): تغییر زاویه بردار موقعیت ربات نسبت به مرکز موثر (x^*, y^*).

$$\Delta\theta_{actual} = \text{atan2}(y_f - y^*, x_f - x^*) - \text{atan2}(y_i - y^*, x_i - x^*)$$

(این زاویه به بازه $[-\pi, \pi]$ نرمالایز می‌شود تا از پرش‌های ناشی از عبور از 2π جلوگیری شود.)

- سرعت زاویه‌ای موثر ($\hat{\omega}$)، که در فایل CSV با نام `omega_hat_rad_s` ذخیره شده است:

$$\hat{\omega} = \frac{\Delta\theta_{actual}}{\Delta t}$$

- پارامتر $\hat{\gamma}$ (که در فایل CSV با نام `gamma_hat_rad_s` ذخیره شده است): این پارامتر به صورت تفاضل سرعت زاویه‌ای مستقیم (محاسبه شده از تغییرات یاو اودومتری) و سرعت زاویه‌ای موثر $\hat{\omega}$ تعریف شده است:

$$\hat{\gamma} = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t} \quad (\text{با نرمال‌سازی زاویه})$$

$$\hat{\gamma} = \hat{\gamma} - \hat{\omega}$$

- سرعت مماسی موثر (\hat{v})، که در فایل CSV با نام `v_hat_m_s` ذخیره شده است:

$$\hat{v} = r^* \hat{\omega}$$

تمامی داده‌های خام و پارامترهای محاسبه شده در یک فایل CSV با نام `rotation_experiment.csv` برای تحلیل‌های بعدی ذخیره گردیدند.

۳ نتایج و تحلیل آماری

پس از جمع‌آوری داده‌ها، تحلیل آماری بر روی پارامترهای محاسبه‌شده انجام گرفت. این تحلیل شامل محاسبه میانگین و واریانس برای هر پارامتر در دو جهت چرخش ساعتگرد (CW) و پادساعتگرد (CCW) و همچنین رسم نمودارهای هیستوگرام و تابع چگالی احتمال (PDF) برازش داده شده است.

۱.۳ نتایج آماری چرخش ساعتگرد (CW)

جدول ۱ خلاصه‌ای از مقادیر میانگین و واریانس پارامترهای کلیدی برای ۲۰ آزمایش چرخش ساعتگرد را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مقادیر میانگین و واریانس پارامترهای خطا برای چرخش ساعتگرد (CW)

پارامتر	نماد	میانگین	واریانس
ضریب جابجایی جانبی	μ (بدون واحد)	0.592	8.74×10^{-7}
شعاع چرخش موثر	r^* (متر)	0.00597	2.43×10^{-10}
سرعت زاویه‌ای موثر	$\hat{\omega}$ (rad/s)	0.4464	2.46×10^{-7}
پارامتر گاما	$\hat{\gamma}$ (rad/s)	-0.9494	1.64×10^{-7}
سرعت مماسی موثر	\hat{v} (m/s)	0.00267	1.72×10^{-11}

میانگین زاویه نهایی مشاهده‌شده از اودومتری (θ_f) برای چرخش‌های ساعتگرد برابر با -90.53° بود که نشان‌دهنده دقت مناسب در دستیابی به زاویه هدف -90° پس از کالیبراسیون است.

۲.۳ نتایج آماری چرخش پادساعتگرد (CCW)

جدول ۲ خلاصه‌ای از مقادیر میانگین و واریانس پارامترهای کلیدی برای ۲۰ آزمایش چرخش پادساعتگرد را نشان می‌دهد.

جدول ۲: مقادیر میانگین و واریانس پارامترهای خطا برای چرخش پادساعتگرد (CCW)

پارامتر	نماد	میانگین	واریانس
ضریب جابجایی جانبی	μ (بدون واحد)	-0.4444	9.77×10^{-7}
شعاع چرخش موثر	r^* (متر)	0.00688	2.46×10^{-10}
سرعت زاویه‌ای موثر	$\hat{\omega}$ (rad/s)	-0.5374	4.95×10^{-7}
پارامتر گاما	$\hat{\gamma}$ (rad/s)	1.0401	3.00×10^{-7}
سرعت مماسی موثر	\hat{v} (m/s)	-0.00370	1.34×10^{-11}

میانگین زاویه نهایی مشاهده‌شده از اودومتری (θ_f) برای چرخش‌های پادساعتگرد برابر با $+90.48^\circ$ بود، که این نیز نزدیکی بسیار خوبی به زاویه هدف $+90^\circ$ را نشان می‌دهد.

۴ بحث و تفسیر نتایج

۱.۴ اثربخشی کالیبراسیون و دقت زاویه چرخش

نتایج نشان می‌دهند که فرآیند کالیبراسیون سرعت زاویه‌ای تاثیر مثبتی بر دقت زاویه چرخش نهایی ربات داشته است. میانگین زوایای نهایی برای هر دو جهت چرخش بسیار به مقدار هدف (± 90 درجه) نزدیک بود. این امر اهمیت شناسایی و جبران خطاهای سیستماتیک در کنترل ربات، حتی در محیط شبیه‌سازی را برجسته می‌سازد.

۲.۴ تحلیل پارامترهای خطا

پارامتر μ (ضریب جابجایی جانبی): مقادیر میانگین μ برای جهت ساعتگرد (0.592) و پادساعتگرد (-0.4444) غیر صفر بوده و دارای علامت‌های متفاوتی بودند. این نشان می‌دهد که ربات در حین چرخش، تمایل به انحراف جانبی دارد و این تمایل برای دو جهت چرخش متفاوت است، که می‌تواند ناشی از عدم تقارن‌های جزئی در مدل دینامیکی ربات یا اندرکنش آن با سطح در شبیه‌ساز باشد.

پارامتر r^* (شعاع چرخش موثر): مقادیر میانگین r^* در حدود 0.0064 متر به دست آمد. این مقادیر کوچک نشان می‌دهند که با وجود انحراف جانبی (که توسط μ توصیف می‌شود)، مرکز موثر چرخش ربات فاصله زیادی از مبدأ (نقطه شروع ایده‌آل) نداشته است. به عبارت دیگر، ربات عمدتاً حول ناحیه‌ای نزدیک به مرکز اولیه خود چرخیده است، هرچند این چرخش کاملاً متقارن و بدون لغزش نبوده است.

پارامتر $\hat{\omega}$ (سرعت زاویه‌ای موثر): این پارامتر، سرعت زاویه‌ای ربات را حول مرکز موثر چرخش (x^*, y^*) توصیف می‌کند. مقادیر میانگین آن برای ساعتگرد 0.4464 rad/s و پادساعتگرد -0.5374 rad/s مشاهده شد. نکته قابل توجه، علامت این پارامتر بود. بر اساس داده‌های CSV، برای چرخش ساعتگرد (که $\theta_f - \theta_i$ منفی است)، $\hat{\omega}$ مثبت به دست آمد و برای چرخش پادساعتگرد (که $\theta_f - \theta_i$ مثبت است)، $\hat{\omega}$ منفی به دست آمد. این رفتار در علامت $\Delta\theta_{actual}$ (که $\hat{\omega}$ از آن مشتق می‌شود) ریشه دارد و به موقعیت نسبی مرکز موثر (x^*, y^*) نسبت به مسیر حرکت ربات و نحوه محاسبه تغییر زاویه با تابع atan2 مربوط می‌شود. این نشان می‌دهد که زاویه چرخش محاسبه شده حول این مرکز موثر، ممکن است جهتی متفاوت از تغییرات مستقیم یاو داشته باشد.

پارامتر $\hat{\gamma}$ (تفاضل سرعت‌های زاویه‌ای): این پارامتر که به صورت $\hat{\gamma} = \hat{y} - \hat{\omega}$ تعریف شده است، اختلاف بین سرعت زاویه‌ای مبتنی بر تغییرات مستقیم یاو اودومتري و سرعت زاویه‌ای موثر حول مرکز (x^*, y^*) را نشان می‌دهد. مقادیر میانگین آن (-0.9494 برای ساعتگرد و 1.0401 برای پادساعتگرد) نشان‌دهنده این اختلاف است. این پارامتر می‌تواند به عنوان شاخصی از میزان "پیچیدگی" چرخش و عدم تطابق آن با یک دوران ساده حول یک محور ثابت تلقی شود.

پارامتر \hat{v} (سرعت مماسی موثر): این پارامتر که از ضرب $r^*\hat{\omega}$ به دست می‌آید، نشان‌دهنده سرعت خطی نقطه شروع ربات حول مرکز موثر چرخش است. مقادیر کوچک آن با توجه به کوچک بودن r^* قابل انتظار است.

۳.۴ تحلیل توزیع خطاها (هیستوگرام‌ها)

نمودارهای هیستوگرام برای پارامترهای محاسبه شده رسم گردیدند (رجوع شود به پیوست). در نگاه اولیه به هیستوگرام‌ها، مشاهده می‌شود که توزیع برخی از پارامترها ممکن است با ۲۰ آزمایش انجام شده، هنوز به طور کامل شکل یک توزیع گوسی کلاسیک را نشان ندهد. برای دستیابی به یک تصویر واضح‌تر از توزیع گوسی زیربنایی، نیاز به تعداد آزمایش‌های بیشتری می‌باشد. برای مثال، برای پارامتر $\hat{\omega}$ ، شکل هیستوگرام دارای چولگی خاصی می‌باشد که با افزایش تعداد نمونه‌ها، انتظار می‌رود به سمت یک توزیع شناخته‌شده‌تر (مانند گوسی) همگرا شود، البته اگر فرآیند زیربنایی واقعاً گوسی باشد. برازش تابع چگالی احتمال گوسی که بر روی هیستوگرام‌ها انجام شده است، یک تقریب اولیه ارائه می‌دهد. میانگین و واریانس حاصل از این برازش در جداول ذکر شده‌اند. با این حال، برای تحلیل دقیق‌تر ماهیت تصادفی این خطاها، به خصوص اگر فرضیه گوسی بودن به طور کامل صادق نباشد، ممکن است نیاز به بررسی مدل‌های توزیع دیگر یا روش‌های ناپارامتری باشد که فراتر از محدوده این بخش از پروژه است. در این مرحله، ما به گزارش مشاهدات و نتایج حاصل از برازش گوسی اکتفا می‌کنیم و فرض می‌کنیم که با افزایش تعداد آزمایش‌ها، توزیع‌ها وضوح بیشتری خواهند یافت.

۴.۴ نتیجه‌گیری نهایی و پیشنهادات

این بخش از پروژه با موفقیت توانست جوانبی از خطاهای حرکت چرخشی ربات را در محیط شبیه‌سازی Gazebo کمی‌سازی کند. فرآیند کالیبراسیون سرعت زاویه‌ای نقش مهمی در افزایش دقت دستیابی به زاویه چرخش هدف ایفا کرد. پارامترهای تعریف شده $(\mu, r^*, \hat{\omega}, \hat{\gamma}, \hat{v})$ اطلاعات مفیدی در مورد جابجایی مرکز چرخش و مشخصات سرعت‌های زاویه‌ای مختلف ارائه دادند. تحلیل‌های آماری و هیستوگرام‌ها نشان دادند که خطاهای حرکتی دارای ماهیت تصادفی هستند. اگرچه با تعداد آزمایش‌های فعلی، شکل دقیق توزیع‌ها ممکن است کاملاً واضح نباشد، اما میانگین و واریانس محاسبه شده، برآوردهای اولیه‌ای از مرکز و پراکندگی این خطاها ارائه می‌دهند. برای کارهای آتی، پیشنهاد می‌شود:

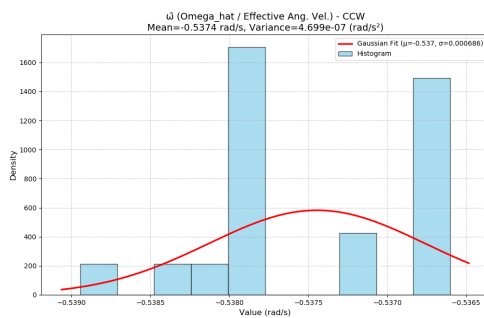
- افزایش تعداد آزمایش‌ها برای هر جهت چرخش به منظور دستیابی به تخمین‌های آماری قوی‌تر و بررسی دقیق‌تر شکل توزیع خطاها.
- بررسی تاثیر سرعت‌های زاویه‌ای مختلف بر روی پارامترهای خطا.

- تحقیق در مورد علل ریشه‌ای مشاهده شده برای پارامتر μ و رفتار علامت \hat{w} .
نتایج این مطالعه می‌تواند به عنوان پایه‌ای برای توسعه مدل‌های حرکتی دقیق‌تر برای ربات و بهبود عملکرد آن در وظایف ناوبری و تعامل با محیط مورد استفاده قرار گیرد.

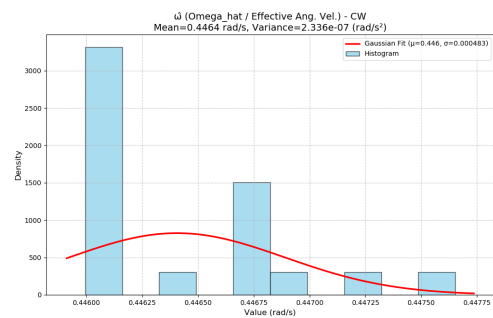
۵ کد منبع پیاده‌سازی

کد کامل پایتون که برای انجام آزمایش‌ها، کالیبراسیون، جمع‌آوری داده‌ها، محاسبه پارامترها و تولید نمودارها مورد استفاده قرار گرفته است، با نام `rotation_experiment.py` به همراه این گزارش ارائه شده است.

پیوست: نمودارهای توزیع پارامترها

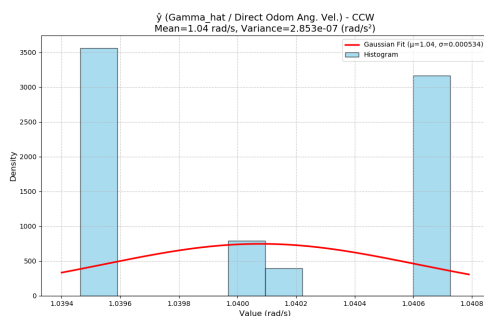


(ب) توزیع پارامتر $\hat{\omega}$ (rad/s) (پادساعتگرد)

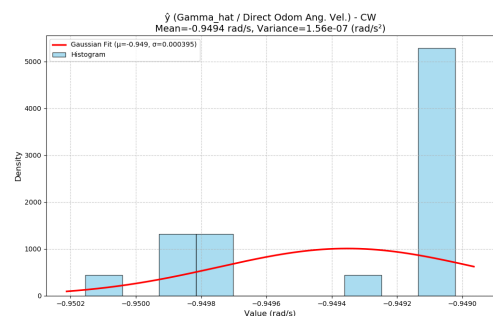


(آ) توزیع پارامتر $\hat{\omega}$ (rad/s) (ساعتگرد)

شکل ۱: نمودارهای توزیع پارامتر $\hat{\omega}$ برای چرخش ساعتگرد و پادساعتگرد.

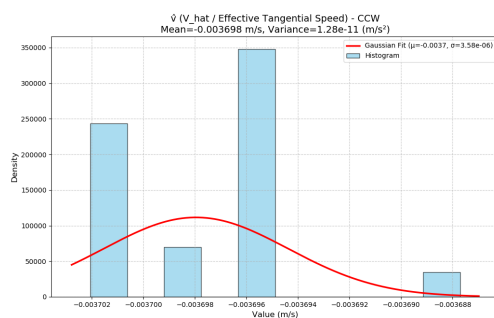


(ب) توزیع پارامتر $\hat{\gamma}$ (rad/s) (پادساعتگرد)

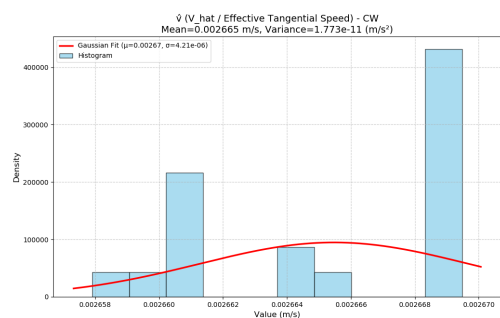


(آ) توزیع پارامتر $\hat{\gamma}$ (rad/s) (ساعتگرد)

شکل ۲: نمودارهای توزیع پارامتر $\hat{\gamma}$ برای چرخش ساعتگرد و پادساعتگرد.



(ب) توزیع پارامتر \hat{v} (m/s) (پادساعتگرد)



(آ) توزیع پارامتر \hat{v} (m/s) (ساعتگرد)

شکل ۳: نمودارهای توزیع پارامتر \hat{v} برای چرخش ساعتگرد و پادساعتگرد.