

● نحوه بازنمایی مسئله

در این مساله میخواهیم یک مجموعه داده‌ی دو بعدی را کاهش بعد داده و یک مجموعه داده یک بعدی بدست بیاوریم به طوری که مجموعه یک بعدی بدست آمده بیشترین انحراف معیار را داشته باشند (تا X و Y ها روی نقاط متمایزی بازنمایی شوند). برای اینکار دو مجموعه داده در اختیار داریم که شامل تعدادی X و Y هستند که مطابق فرمول زیر قرار است کاهش بعد داده شوند.

$$z = a * x + b * y$$

در این مسئله هر کروموزوم یک ژن دارد که همان a و b مسئله است که مقداری رندوم بین مینیمم و ماکسیمم تعریف شده ای دارند.

طول کروموزوم همان طول مجموعه داده است و شایستگی هر کروموزوم انحراف معیار Z های بدست آمده بر اساس ژن آن کروموزوم دارد.

برای حل از مساله از الگوریتم evolution strategy استفاده میکنیم.

مراحل الگوریتم تکاملی ES:

۱. تولید جمعیت اولیه
۲. انتخاب والدین
۳. جهش
۴. باز ترکیبی
۵. ارزیابی
۶. انتخاب بازماندگان
۷. شرط خاتمه

● نحوه ترکیب کروموزم‌ها با همدیگر و مقدار احتمال ترکیب و تاثیر آن در

سرعت همگرایی

در اینجا به اندازه ی احتمال باز ترکیبی * اندازه جمعیت کروموزوم انتخاب میشوند و دو به دو ژن های آنها باهم باز ترکیبی میشوند. به این صورت که a ها باهم و b ها باهم.

```
crossovered = []
toCrossover = int(crossover_probability * len(lambdaParent) / ۲)
for j in range(toCrossover):
    index۱ = random.randint(۰, len(lambdaParent) - ۱)
    chromosome۱ = lambdaParent.pop(index۱)
    index۲ = random.randint(۰, len(lambdaParent) - ۱)
    chromosome۲ = lambdaParent.pop(index۲)
```

[Type here]

```
crossovered.extend(crossover(chromosome1, chromosome2, alpha))  
lambdaParent.extend(crossovered)
```

مقادیر مختلفی برای مینیمم و ماکسیمم ژن ها انتخاب شد که از نتایج بدست آمده، که تعدادی برای نمونه در انتهای گزارش ذکر شده، مقادیر زیر انتخاب شد.

min = ۰

max = ۱

به ازای احتمال بازترکیبی ۰/۴ همگرایی در $t=68$ اتفاق می افتد و برای کروموزوم نهایی داریم:

به ازای احتمال بازترکیبی ۰/۴ همگرایی در $t=32$ اتفاق می افتد و برای کروموزوم نهایی داریم:

best fitness: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۴۱

worst: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۴۱

average fitness: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۳۸۸

به ازای احتمال بازترکیبی ۰/۶ همگرایی در $t=8$ اتفاق می افتد و برای کروموزوم نهایی داریم:

best fitness: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۴۱

worst: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۴۱

average fitness: ۱۶,۷۷۲۲۷۷۰,۲۸۵۵۴۳۸۸

هرچه احتمال بازترکیبی کمتر باشد همگرایی دیرتر اتفاق می افتد.

• نحوه جهش و نحوه تعیین گام جهش و تاثیر جهش در سرعت همگرایی

با روش deterministic به این صورت که در هر مرحله، sigma برای هر کروموزوم با فرمول زیر محاسبه میشود.

$$\sigma(t) = \sigma_{\max} + (\sigma_{\min} - \sigma_{\max}) * t / N$$

که sigma min دقت انتخاب را مشخص میکند و sigma max معمولاً ضریبی از بیشترین فاصله را در نظر میگیرد.

Smin = ۱

k = ۰,۱۲۵

max_node = max(Mu, key=lambda node: node.fitness)

min_node = min(Mu, key=lambda node: node.fitness)

Smax = k * (max_node.fitness - min_node.fitness)

که $k=0,125$ به صورت آزمایشی نتیجه بهتری گرفت؛ به این صورت که سرعت همگرایی کمتر بود و هم شایستگی کروموزوم نهایی بهتر بود. نتایج این آزمایش ها نیز در انتهای گزارش آورده شده است. جهش باعث کاهش سرعت همگرایی میشود.

• نحوه انتخاب والدین و بازماندگان

با روش q-tournament q برابر به اندازه $2 < q < 5$ کروموزوم بخ صورت رندوم انتخاب کرده و بهترین آنها (از نظر شایستگی) را انتخاب کرده و از مجموعه $\lambda + \mu$ حذف میکنیم.

[Type here]

q-tournament بدون جایگزینی تنوع بیشتر و سرعت همگرایی کمتری دارد.
برای انتخاب والدین به تعداد اندازه جمعیت q-tournament را صدا میزنیم.

● تعداد جمعیت و تعداد فرزندان

در الگوریتم تکاملی ES داریم: $\lambda = \gamma * \mu$

با ثابت نگه داشتن $\mu = 10$

$\lambda = 5 * \mu$ در $t=16$ به ۱۶,۷۷ همگرا میشود و برای کروموزوم نهایی داریم:

$t=100$

best fitness: ۱۶,۷۷۱۱۲۹۲۰۵۴۹۷۶

worst: ۱۶,۷۷۱۱۲۹۲۰۵۴۹۷۶

average fitness: ۱۶,۷۷۱۱۲۹۲۰۵۴۹۷۶۲

$\lambda = \gamma * \mu$ در $t=27$ به ۱۶,۷۷ همگرا میشود و برای کروموزوم نهایی داریم:

$t=100$

best fitness: ۱۶,۷۷۳۰۱۰۲۳۳۴۴۹۱۳

worst: ۱۶,۷۷۳۰۱۰۲۳۳۴۴۹۱۳

average fitness: ۱۶,۷۷۳۰۱۰۲۳۳۴۴۹۱۳۵

$\lambda = 9 * \mu$ در $t=72$ به ۱۶,۷۷ همگرا میشود و برای کروموزوم نهایی داریم:

$t=100$

best fitness: ۱۶,۷۷۷۳۷۸۹۱۰۴۶۹۱۸

worst: ۱۶,۷۷۷۳۷۸۹۱۰۴۶۹۱۸

average fitness: ۱۶,۷۷۷۳۷۸۹۱۰۴۶۸۹

با ثابت نگه داشتن $\lambda = \gamma * \mu$

$\mu=5$ در $t=43$ همگرا میشود و برای کروموزوم نهایی داریم:

$t=100$

best fitness: ۱۶,۷۷۱۹۰۶۵۳۸۹۶۱

worst: ۱۶,۷۷۱۹۰۶۵۳۸۹۶۱

average fitness: ۱۶,۷۷۱۹۰۶۵۳۸۹۶۱۰۳۷

$\mu=15$ در $t=8$ همگرا میشود و برای کروموزوم نهایی داریم:

[Type here]

t=۱۰۰

best fitness: ۱۶,۷۷۱۲۰۰۴۴۹۴۵۸۹۴

worst: ۱۶,۷۷۱۲۰۰۴۴۹۴۵۸۹۴

average fitness: ۱۶,۷۷۱۲۰۰۴۴۹۴۵۸۹۲۷

با کاهش اندازه جمعیت همگرایی سریع تر اتفاق می افتد و با افزایش lambda همگرایی دیرتر اتفاق می افتند.

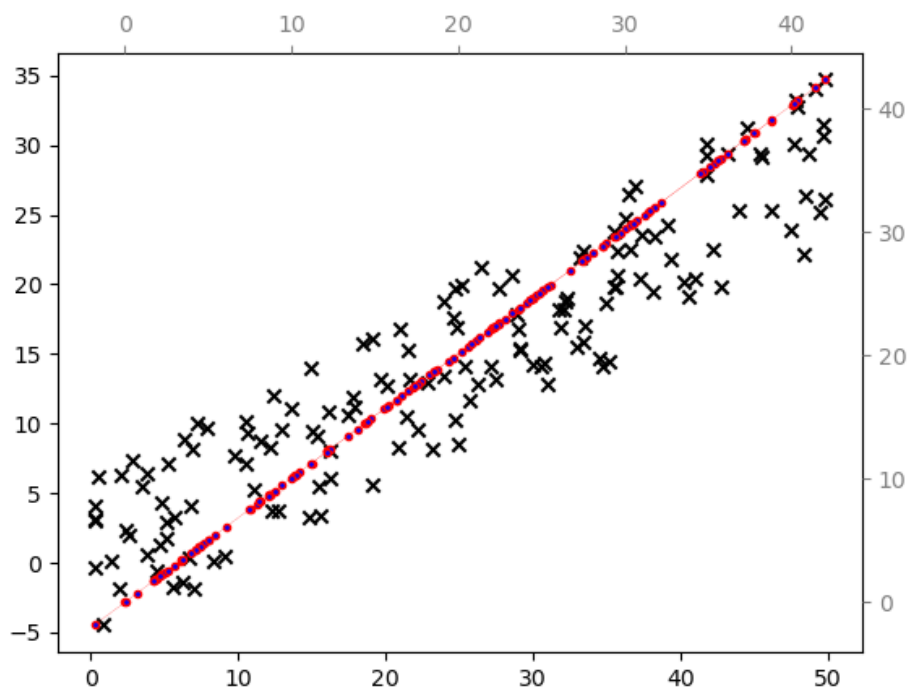
• شرط خاتمه الگوریتم تکاملی

مراحل ۱ تا ۶ را در یک حلقه با تکرار N تکرار میکنیم.

و در نهایت نتیجه به ازای :

```
MuSize = ۱۰  
crossover_probability = ۰,۴  
N = ۱۰۰  
min_ab = ۰  
max_ab = ۱  
chromosome_length = len(x)  
alpha = ۰,۵  
Smin = ۱  
k = ۰,۱۲۵  
Mu = ۱۰  
Lambda = ۷*Mu
```

[Type here]



t=100

best fitness: ۱۶,۷۷۱۵۳۲۲۴۸۵۴۶۹۷۶

worst: ۱۶,۷۷۱۵۳۲۲۴۸۵۴۶۹۷۶

average fitness: ۱۶,۷۷۱۵۳۲۲۴۸۵۴۶۹۳

in best chromosome:

a = ۰,۷۰۷۱۲۹۶۹۷۲۴۹۰۰۸۸ b = ۰,۷۰۷۰۸۳۸۶۴۳۸۱۳۹۳۶

پیوست :

[Type here]

نتایج آزمایش برای انتخاب min و max مناسب

شایستگی های ذکر شده برای بهترین کروموزوم Nمین جمعیت است

min = ۰ max=۱ min_sigma=۱ k=۴

best fitness: ۱۶,۷۷۱۴۰۱۲۴۷۱۱۷۷۹

worst: ۱۶,۷۷۱۴۰۱۲۴۷۱۱۷۷۹

average fitness: ۱۶,۷۷۱۴۰۱۲۴۷۱۱۷۸۲۶

min = ۰ max=۰ min_sigma=۱ k=۴

best fitness: ۱۶,۷۷۱۵۲۳۶۱۷۵۸۹۹۶۳

worst: ۱۶,۷۷۱۵۲۳۶۱۷۵۸۹۹۶۳

average fitness: ۱۶,۷۷۱۵۲۳۶۱۷۵۸۹۹۸۸

min = ۲ max=۰ min_sigma=۱ k=۴

best fitness: ۱۶,۷۷۱۱۶۷۰۶۲۰۰۰۰۰۷

worst: ۱۶,۷۷۱۱۶۷۰۶۲۰۰۰۰۰۷

average fitness: ۱۶,۷۷۱۱۶۷۰۶۱۹۹۹۹۹۳

بین حالات امتحان شده برای مینیمم و ماکسیمم a و b مقادیر ۰ و ۱ بهترین نتیجه را داشت

نتایج آزمایش برای انتخاب k مناسب

min => max=۱ min_sigma=۱ k=۲

best fitness: ۱۶,۷۷۱۲۴۷۱۶۰۲۵۲۴۷۵

worst: ۱۶,۷۷۱۲۴۷۱۶۰۲۵۲۴۷۵

average fitness: ۱۶,۷۷۱۲۴۷۱۶۰۲۵۲۴۹

min => max=۱ min_sigma=۱ k=۱

best fitness: ۱۶,۷۷۱۶۱۴۵۲۹۱۴۸۴۵۴

[Type here]

worst: ۱۶,۷۷۱۶۱۴۵۲۹۱۴۸۴۵۴

average fitness: ۱۶,۷۷۱۶۱۴۵۲۹۱۴۸۴۷۶

min => max=۱ min_sigma=۱ k=۶

best fitness: ۱۶,۷۷۱۳۸۴۲۰۸۷۱۷۸۵۵

worst: ۱۶,۷۷۱۳۸۴۲۰۸۷۱۷۸۵۵

average fitness: ۱۶,۷۷۱۳۸۴۲۰۸۷۱۷۸۲۶

min => max=۱ min_sigma=۱ k=۰.۵

best fitness: ۱۶,۷۷۲۰۵۰۵۱۱۳۸۴۳۲۵

worst: ۱۶,۷۷۲۰۵۰۵۱۱۳۸۴۳۲۵

average fitness: ۱۶,۷۷۲۰۵۰۵۱۱۳۸۴۳۴۷

min => max=۱ min_sigma=۱ k=۰.۲۵

best fitness: ۱۶,۷۷۳۱۲۱۸۸۹۲۹۱۸۶۵

worst: ۱۶,۷۷۳۱۲۱۸۸۹۲۹۱۸۶۵

average fitness: ۱۶,۷۷۳۱۲۱۸۸۹۲۹۱۸۲۶

k=۰,۱۲۵ نتیجه بهتری گرفت؛ به این صورت که سرعت همگرایی کمتر بود