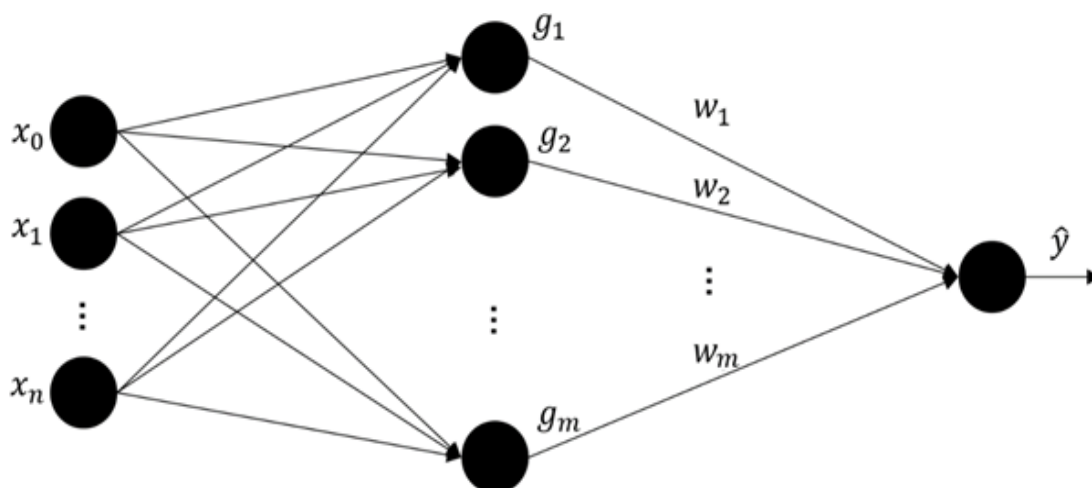


هدف پروژه:

پیاده سازی شبکه عصبی مصنوعی RBF و آموزش آن با استفاده از fcm برای طبقه بندی چند کلاسه

تعریف پروژه:

در این پروژه قصد داریم شبکه عصبی rbf را با استفاده الگوریتم خوشه بندی فازی [fcm](#) آموزش دهیم و از آن برای طبقه بندی چندکلاسه استفاده نماییم.



شکل بالا، شبکه عصبی rbf را نشان میدهد که در آن x_0 تا x_n داده‌های اولیه هستند.

لایه اول شبکه عصبی به صورت یک تابع radial Basis عمل میکند و فضای x ها را به فضای G تبدیل میکند. با فرض اینکه مجموعه داده n تایی باشد و m مرکز خوشه با الگوریتم [fcm](#) به دست آمده باشند (در قدم اول قبل از آموزش شبکه عصبی، باید با استفاده از خوشه بندی فازی، fcm مرکز خوشه‌ها را به دست آورید)، ماتریس G به این صورت خروجی‌های لایه اول را نشان می‌دهد:

$$G = \begin{bmatrix} g_1(X^1) & \cdots & g_m(X^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_1(X^n) & \cdots & g_m(X^n) \end{bmatrix}$$

عنصر \mathbf{a}_m تابع \mathbf{G} برای داده X_k بدین صورت تعریف می‌شود:

$$g_i(X_k) = e^{-\gamma (X_k - V_i)^T C^{-1} (X_k - V_i)}$$

که در آن γ شعاع نظیر مرکز خوشه، V_i مرکز خوشه \mathbf{a}_m که توسط fcm به دست آمده است و ماتریس کواریانس C یک ماتریس مربعی $n \times n$ است بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$C_i = \frac{\sum_{k=1}^{Ndata} (u_{ki})^m (X_k - V_i)(X_k - V_i)^T}{\sum_{k=1}^{Ndata} u_{ki}^m}$$

که در آن u_{ki} تعلق داده‌ی X_k به خوشه‌ی V_i می‌باشد.

حال در ادامه با تبدیل خطی می‌توان خروجی \hat{Y} را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\hat{Y} = \text{argmax}(\mathbf{G} \times \mathbf{W})$$

ماتریس وزن‌ها، \mathbf{W} را به این صورت محاسبه نماییم:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Y}$$

که در آن ماتریس \mathbf{Y} یک ماتریس $n \times c$ است که n تعداد داده‌ها و c تعداد کلاس‌هاست و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{label}(x_i) = y \rightarrow Y[i][y] = 1, Y[i][j \neq y] = 0$$

در واقع اگر داده x_i مثلاً متعلق به کلاس ۳ باشد، سومین خانه از سطر \mathbf{a}_m (با فرض شروع از درایه صفر، درایه ۲) ماتریس \mathbf{Y} ، یک و بقیه خانه‌های سطر صفر هستند.

پس از به دست آوردن ماتریس \mathbf{G} و \mathbf{W} ، با توجه به اینکه \mathbf{G} یک ماتریس $n \times m$ و \mathbf{W} یک ماتریس $m \times c$ می‌باشد، ماتریس حاصل از $\mathbf{G} \times \mathbf{W}$ یک ماتریس $n \times c$ می‌باشد.

حال بردار \hat{Y} که همان بردار برچسب‌های داده‌هاست، ایندکس‌های بزرگترین مقدار هر سطر از ماتریس $\mathbf{G} \times \mathbf{W}$ است.

برای مثال اگر دو داده ی سه کلاسه را در نظر بگیریم، اگر ماتریس حاصل ضرب گفته شده به صورت زیر باشد:

$$G \times W = \begin{bmatrix} 1.5 & 2.5 & 3.5 \\ 7.5 & 2.1 & 0.4 \end{bmatrix}$$

در سطر اول 3.5 و در سطر دوم 7.5 بیشترین مقادیر هستند که به ترتیب ایندکس 3 و 1 را دارند. بنابراین:

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

یعنی شبکه عصبی به داده اول برچسب 3 و به داده دوم برچسب 1 داده است.

محاسبه دقت خروجی:

دقت خروجی شبکه عصبی، نسبت تعداد برچسب‌های درست به کل داده‌هاست.

به عبارت دیگر:

$$accuracy(y, \hat{y}) = 1 - \frac{\sum (abs(sign(y - \hat{y})))}{n}$$

(sign، تابع علامت است که مقادیر مثبت را به یک و مقادیر منفی را به منفی یک و صفر را به صفر نگاشت می‌کند)

پارامترهای مسئله

همانطور که در طول تعریف پروژه بیان شد، پارامترهای مسئله عبارتند از:

- **m:** تعداد خوشه‌ها برای خوشه‌بندی فازی.
- **γ :** شعاع خوشه‌ها. این پارامتر را می‌توانید برای بار اول 0.1 در نظر بگیرید و با افزایش یا کاهش گاما تاثیر آن را روی دقت به دست آمده ببینید.

نحوه آموزش شبکه عصبی:

دیتاست را به دو بخش داده‌های آموزشی و داده‌های تست تقسیم نمایید. به این منظور 70% از دیتاست را به داده‌های آموزش و 30% را به داده‌های تست اختصاص دهید. بدیهی است که تقسیم بندی باید به صورت رندوم انجام شود.

همانطور که کامل تر بیان شد، داده‌های آموزشی را با توجه به پارامتر m خوشه‌بندی کرده و سپس با استفاده از مراکز خوشه‌ها و محاسبه ماتریس G و W شبکه عصبی خود را آموزش دهید. سعی کنید پارامترهای مسئله را طوری تغییر دهید که بیشترین درصد دقت را از داده‌های آموزشی بگیرید.

تست شبکه عصبی:

حال با m مرکز خوشه به دست آمده از مرحله آموزش، ماتریس G' را برای داده‌های تست حساب به دست آورده و با محاسبه‌ی $\text{argmax}(G' \times W)$ که برچسب‌های داده تست می‌باشد، دقت را برای داده‌های تست به دست آورید. دقت کنید که ماتریس W را از مرحله آموزش داریم.

علاوه بر این، لازم است که پس از برچسب‌زنی داده‌های تست، آنها را نمایش دهید؛ به این صورت که داده‌هایی که در یک کلاس هستند و درست برچسب‌گذاری شده‌اند با یک رنگ نمایش داده شوند (و طبیعتاً رنگ کلاس‌ها با هم تفاوت دارد) و تمام داده‌هایی که برچسب نادرست گرفته‌اند با یک رنگ (مثلاً قرمز) رسم شوند. علاوه بر برچسب‌گذاری‌ها، **مرکزهای خوشه‌ها** هم رسم شوند.

گزارش پروژه

شامل موارد زیر است:

- پارامترهای مسئله و دقت‌های به دست آمده:

تعداد خوشه‌ها (m) و اندازه شعاع مرکزها (γ). مسئله را با مقادیر مختلف پارامترها حل کنید تا به بهترین دقت آموزش و تست برسید. دقت آموزش و تست را گزارش نمایید.

- مسئله را برای حالتی حل کنید که با شعاع مرکز 0.1، تعداد خوشه‌ها را زیاد در نظر بگیریم (برای مثال 40 خوشه). دقت برای داده‌های آموزش و تست را گزارش کرده و تحلیل کنید.

- مسئله را برای حالتی حل کنید که تعداد خوشه‌ها را 3 و شعاع مرکزها را 1 در نظر بگیریم. دقت برای داده‌های آموزش و تست را گزارش کرده و تحلیل کنید.

- رسم نتایج:

نتایج مسئله (طبقه‌بندی داده‌ها و مراکز خوشه‌ها) مشابه آنچه در بخش تست شبکه عصبی توضیح داده شد، رسم شوند.

نکات تکمیلی

- برای آموزش و تست شبکه عصبی خود می‌توانید از دیتاست پیوست استفاده نمایید.
- پیاده‌سازی پروژه به صورت تک نفره می‌باشد و زبان برنامه نویسی آزاد است.
- تحویل به صورت حضوری خواهد بود و تسلط روی کد و مفاهیم مطرح شده در پروژه بخش مهمی از معیارهای ارزیابی است.
- ددلاین پروژه تا ساعت ۲۳:۵۵ شنبه ۵ بهمن می‌باشد.
- برای مطرح کردن سوالات و اشکالات خود می‌توانید با ایمیل ci.fall2019@gmail.com در ارتباط باشید.
- کد های پیاده سازی شده و گزارش خود را در قالب یک فایل زیپ و با فرمت ID_FName LName.zip در مودل درس بارگزاری نمایید.