

توجه: تحویل تکلیف کامپیوتری به شکل گزارش است. گزارش را با word تهیه کنید. شکل‌های لازم را از Matlab با استفاده از گزینه metafile به فایل word انتقال دهید. در انتهای هر تمرین برنامه آن تمرین را به صورت text به فایل word انتقال دهید. سپس گزارش را به فرمت pdf ذخیره کرده و در CW بارگذاری کنید. در صورت لزوم توضیحات شفاهی نیز از شما خواسته خواهد شد. تمامی محورها و نمودارها را توسط دستوره‌های xlabel، ylabel و title نام‌گذاری کنید.

۱- معادله تفاضلی سیستم سببی زیر را در نظر بگیرید.

$$y[n] - 0.5y[n-1] + 0.25y[n-2] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-3]$$

الف) بدون استفاده از تبدیل Z پاسخ ضربه سیستم برای $0 \leq n \leq 100$ بدست آورده و نمایش دهید. (برای این کار می‌توانید از روش بازگشتی استفاده کنید.)
 ب) حال با استفاده از تبدیل Z ابتدا پاسخ ضربه سیستم را بدست آورده و در مورد پایداری سیستم توضیح دهید. (می‌توانید پس از بدست آوردن دستی تبدیل Z، سیستم را با استفاده از دستور tf برای تبدیل Z تعریف کرده و پاسخ ضربه آن را نمایش دهید. برای این کار لازم است مطالب مربوط به این دستور را به خوبی مطالعه کنید.)
 پ) با استفاده از تبدیل Z پاسخ سیستم به ورودی زیر را بدست آورید.

$$x[n] = (5 + 3 * \cos(0.2\pi n) + 4 \sin(0.6\pi n))u[n]$$

ت) دامنه پاسخ فرکانسی سیستم را با استفاده از دستور freqz در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.

ث) فاز پاسخ فرکانسی سیستم را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید. یک بار به صورت پیوسته (unwrapped) و یک بار با برد $[-\pi, \pi]$ (wrapped).

ج) صفر و قطب‌های سیستم را با دستور tf2zp محاسبه کنید و با استفاده از دستور pzplot نمودار صفر و قطب‌ها را رسم کنید.

۲- سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + 0.9z^{-1} + 0.6 * z^{-2} + 0.05z^{-3}}$$

با استفاده از تجزیه به کسرهای جزئی، پاسخ ضربه سیستم سببی را بدست آورید. (با دستور residue یا residuez)

۳- سیگنال زیر یک chirp خطی نامیده می‌شود:

$$x(t) = \cos(\pi\mu t^2 + 2\pi f_1 t + \phi)$$

الف) فرکانس لحظه‌ای سیگنال را بدست آورید. (فرکانس لحظه‌ای برابر است مشتق آرگومان تابع کسینوسی)

ب) فرض کنید $f_1 = 4kHz$ ، $\mu = 600kHz/s$ و ϕ دلخواه است. اگر مدت زمان کل سیگنال ۵۰ میلی ثانیه باشد، بازه فرکانسی که سیگنال در آن sweep می‌کند را تعیین کنید.

پ) سیگنال را با فرکانس نمونه‌برداری $f_s = 8kHz$ نمونه‌برداری می‌کنیم. نمودار سیگنال گسسته را رسم کنید.

ت) توجه کنید هنگامی که فرکانس ظاهری خیلی کم می‌شود فواصلی در سیگنال در زمان ایجاد می‌شود. در واقع فرکانس لحظه‌ای در این لحظات از صفر می‌گذرد. به کمک نمودار این زمان‌ها را پیدا کنید.

ث) آیا ارتباطی بین محاسبات قسمت ت و aliasing وجود دارد؟

۴- الف) سیگنال‌های $x_1[n] = \frac{\sin^2(\frac{\pi}{10}n)}{(\frac{\pi}{10}n)^2}$ و $x_2[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{10}n)}{(\frac{\pi}{10}n)}$ را رسم کنید و تبدیل فوریه آن را در بازه $[-\pi, \pi]$ محاسبه و رسم کنید. این دو تبدیل فوریه را مقایسه کنید و توجیهی برای این شکل‌های فرکانسی بیاورید. (برای محاسبه تبدیل فوریه از توابع fft و fftshift استفاده کنید).

ب) سیگنال‌های زیر را از روی سیگنال $x_2[n]$ تولید و رسم کنید. سپس تبدیل فوریه آنها را محاسبه و در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم نمایید. این نمودارها را با نمودار قسمت الف مقایسه نمایید.

$$y_1[n] = x_2[2n]$$

$$y_2[n] = \begin{cases} x_2[\frac{n}{2}] & n \text{ is even} \\ 0 & n \text{ is odd} \end{cases}$$

$$y_3[n] = x_2[n] \times \sin(2\pi \times 0.3 \times n)$$

۵- در این سوال مجاز به استفاده از توابع آماده Matlab نیستید.

الف) تابعی به نام `sinc_interpolation` بنویسید که بردار یک سیگنال زمانی نمونه برداری شده و بردار زمانی نظیر آن و همچنین بردار زمانی سیگنال مورد انتظار خروجی را دریافت کرده و در خروجی سیگنال درونیابی شده با `sinc` را بدهد. در این بخش برای درونیابی از `sinc` با طول معادل با سیگنال اولیه استفاده کنید. (ب) تابع خود را با نمونه برداری از سیگنال

$$\sin(1000\pi t) + \sin(2000\pi t)$$

در بازه صفر تا ۰,۰۲ ثانیه با فواصل زمانی ۵۰۰ میکروثانیه تست کرده، در خروجی سیگنالی با فواصل زمانی ۵۰ میکروثانیه دریافت و سیگنال اولیه و درون یابی شده را در بازه صفر تا ۰,۰۲ ثانیه رسم کنید.

پ) تابعی به نام `limited_sinc_interpolation` مشابه قبل بنویسید با این تفاوت که در این بخش برای درونیابی از `sinc` با طول محدود استفاده کنید. (منظور از طول محدود این است که طول سیگنال `sinc` را کمتر از طول سیگنال اولیه در نظر بگیرید. برای این کار از تنها ۹ لوب `sinc` استفاده کنید.) (ت) بخش ب را این بار با تابع `limited_sinc_interpolation` تکرار کنید. نتیجه را با بخش ب مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ (ث) فرکانس نمونه‌برداری اولیه و ثانویه را چندین بار تغییر دهید و نمودار هر دو سیگنال را برای هر یک از حالات و همچنین هر دو تابع بخش الف و پ رسم کنید. نتایج را مقایسه کنید. در حالات گوناگون این درون‌یابی‌ها چه میزان موفق عمل می‌کنند؟