PEMODELAN ARMA-GARCH DAN ARMA-APARCH TERHADAP DATA INFLASI BEBERAPA KOMODITAS INDONESIA

HANIF DWITAMA PUTERA

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2020

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi berjudul Pemodelan ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH Terhadap Data Inflasi Beberapa Komoditas Indonesia adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2020

Hanif Dwitama Putera
NIM G54150019

ABSTRAK

HANIF DWITAMA PUTERA. Pemodelan ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH Terhadap Data Inflasi Beberapa Komoditas Indonesia. Dibimbing oleh WINDIANI ERLIANA dan RETNO BUDIARTI.

Inflasi merupakan suatu proses meningkatnya harga-harga secara umum dan terus-menerus berkaitan dengan mekanisme pasar yang dapat disebabkan oleh beberapa faktor seperti konsumsi masyarakat yang meningkat. Pada penelitian ini dilakukan pemodelan inflasi pada data beberapa komoditas Indonesia dengan menggunakan model ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH, serta membandingkan hasil pemodelan dari kedua model tersebut. Berdasarkan hasil penelitian, pada data inflasi kelompok kesehatan periode Januari 2006 sampai Desember 2017, model yang diperoleh adalah ARMA(1,1)-GARCH(1,2) dan ARMA(1,1)-APARCH(1,2). Pada kasus ini, model ARMA(1,1)-APARCH(1,2) lebih baik daripada model ARMA(1,1)-GARCH(1,2).

Kata kunci: Inflasi, model APARCH, model ARCH, model ARMA, model GARCH, pemodelan

ABSTRACT

HANIF DWITAMA PUTERA. The Modeling of ARMA-GARCH and ARMA-APARCH to Inflation Data on Several Indonesian Commodities. Supervised by WINDIANI ERLIANA and RETNO BUDIARTI.

Inflation is a process of increasing prices generally and continuously related to market mechanisms that can be caused by several factors such as increased public consumption. In this research, inflation modeling is done on the data of several Indonesian commodities using the ARMA-GARCH and ARMA-APARCH models and also comparing the results from the two models. The results from the two models are then compared. Based on the research results, the models obtained for health group inflation data for the period January 2006 to December 2017 are ARMA (1,1) -GARCH (1,2) and ARMA (1,1) -APARCH (1,2). In this case, the ARMA(1,1)-APARCH(1,2) model is better than the ARMA(1,1)-GARCH (1,2) model.

Keywords: APARCH model, ARCH model, ARMA model, GARCH model, inflation, modeling

PEMODELAN ARMA-GARCH DAN ARMA-APARCH TERHADAP DATA INFLASI BEBERAPA KOMODITAS INDONESIA

HANIF DWITAMA PUTERA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika
pada
Departemen Matematika

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2020

Judul Skripsi : Pemodelan ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH Terhadap Data Inflasi Beberapa Komoditas Indonesia
Nama : Hanif Dwitama Putera
NIM : G54150019

Disetujui oleh

Windiani Erliana, SSi, MSi
Pembimbing I

Dr Ir Retno Budiarti, MS
Pembimbing II

Diketahui oleh

Dr Ir Endar Hasafah Nugrahani, MS
Ketua Departemen

Tanggal Lulus: 2 5 AUG 2020

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Januari 2019 ini ialah matematika ekonomi, dengan judul Pemodelan ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH Terhadap Data Inflasi Beberapa Komoditas Indonesia. Proses penyusunan karya ilmiah ini tidak lepas dari bantuan banyak pihak. Untuk itu ungkapan terima kasih sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada:

1. nenek penulis yang penulis cintai yaitu Siti Mutmainah, serta kedua orang tua penulis, Arry Mudiyanto dan Sri Sumarni untuk seluruh doa, ridho dan kasih sayang kepada penulis,
2. kakak penulis, Dini Adani Putri, yang selalu memberikan dukungan moril maupun materil kepada penulis dalam menyelesaikan karya ilmiah ini,
3. Ibu Windiani Erliana, SSi, MSi selaku dosen Pembimbing I dan Ibu Dr Ir Retno Budiarti, MS selaku dosen Pembimbing II yang telah memberikan waktu, arahan, motivasi dan ilmu yang bermanfaat kepada penulis selama proses pengerjaan karya ilmiah ini,
4. Dr Dra Berlian Setiawaty, MS selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran untuk karya ilmiah ini,
5. Sri Rahayu sebagai teman satu bimbingan yang selalu memberi semangat dan masukan selama pengerjaan karya ilmiah ini,
6. Husein Tejo Prabowo dan Musa Mahatir sebagai sahabat senasib penulis dari awal perkuliahan penulis yang selalu memberikan semangat dan dukungan serta terkadang menemani penulis,
7. Aldy Gunawan sebagai teman dan guru penulis yang selalu memberikan arahan dan masukan kepada penulis,
8. seluruh pimpinan Gumatika Kabinet Kartesian Periode 2017/2018, Husein Tejo Prabowo, Nurul Fathiah, Helicha Pratiwi, Aldy Gunawan, Atikah Lindriyani, Syaiful Ahmad Bahtiyar, Annisa Lubis, Melda Kurniasari, Nindia Kartikasari, Dian Sasmita, Khikmawati, Rini Marliya, Yoga Abdi Pratama, dan Sigit Wahyudi, terimakasih atas pengalaman dan kebahagiaan yang kalian berikan,
9. teman-teman angkatan 52 atas kebersamaannya, kakak-kakak angkatan 50 dan 51 serta teman-teman angkatan 53 atas pengalaman dan dukungan yang diberikan,
10. pihak-pihak lain yang telah banyak membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat.

Bogor, Agustus 2020

Hanif Dwitama Putera

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Inflasi merupakan suatu proses meningkatnya harga-harga secara umum dan terus-menerus berkaitan dengan mekanisme pasar yang dapat disebabkan oleh berbagai faktor seperti konsumsi masyarakat yang meningkat, berlebihnya dana kas yang masuk daripada yang keluar di pasar yang memicu konsumsi atau bahkan melakukan transaksi yang memiliki risiko yang tinggi, juga termasuk akibat adanya ketidaklancaran distribusi barang.

Berdasarkan sifatnya, inflasi terbagi menjadi 4 jenis, yaitu inflasi ringan/merayap (*creeping inflation*), inflasi sedang (*galloping inflation*), inflasi berat (*high inflation*), dan inflasi sangat berat (*hyper inflation*). Inflasi ringan/merayap ditandai dengan peningkatan laju inflasi yang rendah, biasanya kurang dari 10% per tahun. Inflasi sedang lebih tinggi dibandingkan inflasi ringan yaitu berkisar antara 10-30% per tahun. Kemudian, laju Inflasi berat mulai dari 30-100% per tahun, sedangkan inflasi sangat berat mencapai lebih dari 100% per tahun. Selain berdasarkan sifatnya, inflasi juga bisa dibedakan berdasarkan asalnya. Yang pertama inflasi yang berasal dari dalam negeri (*domestic inflation*). Inflasi jenis ini biasanya diawali dengan adanya defisit dalam Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (APBN). Jika pemerintah memutuskan untuk membiayai APBN dengan melakukan pencetakan uang baru, maka akan meningkatkan jumlah uang yang beredar. Meningkatnya jumlah uang yang beredar akan cenderung meningkatkan harga-harga kebutuhan masyarakat dan pada akhirnya akan menimbulkan inflasi dalam negeri. Yang kedua adalah inflasi yang berasal dari luar negeri (*imported inflation*). Inflasi ini timbul akibat naiknya harga-harga kebutuhan di luar negeri atau di negara-negara mitra dagang. Jika harga kebutuhan di luar negeri meningkat, maka harga barang tersebut pada saat dijual kembali di Indonesia juga akan menjadi tinggi dan mengakibatkan inflasi. Inflasi sendiri dapat memberikan dampak positif dan negatif. Pada kondisi tertentu, misalnya inflasi ringan, hal tersebut justru akan mendorong para pengusaha untuk memperluas produksi sehingga meningkatkan perekonomian. Namun, inflasi akan berdampak buruk bagi mereka yang berpenghasilan tetap karena nilai mata uangnya tetap sedangkan harga barang/jasa akan naik. Untuk itu maka diperlukan prediksi nilai inflasi yang akan datang. Beberapa model yang dapat digunakan untuk memprediksi hal tersebut adalah model ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH. Kedua model tersebut digunakan karena dapat mengatasi masalah ketidaksamaan ragam dari residual dan mengatasi reaksi yang berbeda pada peningkatan harga atau penurunan harga.

Pada karya ilmiah ini, pemodelan yang dibahas adalah pemodelan untuk beberapa komoditas Indonesia, yaitu kelompok kesehatan dengan menggunakan model ARMA-GARCH dan ARMA-APARCH. Kedua metode tersebut akan merepresentasikan nilai inflasi tahun berikutnya berdasarkan nilai inflasi beberapa tahun sebelumnya.

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah

1. memodelkan inflasi pada data beberapa komoditas Indonesia dengan menggunakan model ARMA-GARCH,
2. memodelkan inflasi pada data beberapa komoditas Indonesia dengan menggunakan model ARMA-APARCH,
3. membandingkan hasil pemodelan inflasi pada data beberapa komoditas Indonesia yang dimodelkan dengan ARMA-GARCH dan hasil pemodelan harga data beberapa komoditas Indonesia yang dimodelkan dengan ARMA-APARCH.

TINJAUAN PUSTAKA

Deret Waktu

Data deret waktu adalah urutan pengamatan yang berorientasi waktu pada variabel yang diamati. Analisis deret waktu dikenalkan oleh Box dan Jenkins pada tahun 1970. Dasar pemikiran dari analisis deret waktu adalah pengamatan sekarang (Z_t) dipengaruhi oleh satu atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-k}). Dengan kata lain, model runtun waktu dibentuk karena terdapat korelasi (dependen) antar deret pengamatan.

Aswi dan Sukarna (2006) mengungkapkan bahwa tahapan analisis data deret waktu secara umum ialah:

1. identifikasi model,
2. estimasi model,
3. verifikasi model,
4. peramalan.

Stasioneritas

Dalam melakukan analisis deret waktu, stasioneritas data merupakan hal yang penting. Suatu data dikatakan stasioner jika memiliki sifat-sifat statistik yang tidak berubah dengan adanya pergeseran waktu. Ketidakstasioneran pada data deret waktu meliputi ketidakstasioneran terhadap rata-rata maupun ragam. Pengujian stasioneritas data terhadap rata-rata dapat dilakukan dengan Uji *Augmented Dickey Fuller* (Wei 2006). Selain itu untuk mengatasi masalah ketidakstasioneran terhadap rata-rata dapat dilakukan dengan proses *differencing*. Proses *differencing* adalah suatu proses mencari selisih antara data ke-$t$dengan data ke-$(t-1)$ (Makridakis *et al.* 1999). Stasioneritas data terhadap ragam dapat dilihat dari plot deret waktu, jika data tidak menunjukkan adanya perubahan ragam yang jelas dari waktu ke waktu, maka data tersebut dapat dikatakan stasioner terhadap ragam. Untuk mengatasi masalah ketakstasioneritasan terhadap ragam dapat dilakukan dengan cara melakukan transformasi. Selain itu terdapat kondisi di mana nilai galat cenderung konstan ataupun tidak konstan.

White Noise

Proses $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ dikatakan proses *white noise* jika $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ merupakan *covariance stationary* dengan fungsi autokorelasi

$$\rho(h) = \begin{cases} 1, & h = 0 \\ 0, & h \neq 0. \end{cases}$$

Proses *white noise* memiliki rata-rata nol dengan ragam $\sigma^2 = Var(X_t)$ yang dinotasikan WN(0,σ^2).

(McNeil *et al.* 2005)

Uji Augmented Dickey Fuller (ADF)

Suatu data deret waktu disebut stasioner jika data tidak memuat akar-akar unit. Akar-akar unit dalam analisis deret waktu berkaitan dengan akar-akar polinomial autoregresifnya. Secara umum akar-akar unit model deret waktu autoregresif ordo $\big(AR(p)\big)$ dengan $p \geq 1$ dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut:

$$X_t = a_0 + a_1X_{t-1} + a_2X_{t-2} + \cdots + a_pX_{t-p} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2),$$

di mana X_t menyatakan pengamatan pada waktu *t.* Dalam operator *lag L*, persamaan X_t tersebut dapat ditulis sebagai:

$$\left(1 - a_1L - a_2L^2 - \cdots - a_pL^p\right)X_t = a_0 + \varepsilon_t,$$

dengan $L^iX_t = X_{t-i}$ dan $p(L) = (1 - a_1L - a_2L^2 - \cdots - a_pL^p)$ merupakan polinomial autoregresif X_t berordo p dalam L. Akar-akar polinomial autoregresif X_t adalah penyelesaian dari persamaan $p(L) = 0$. Menurut teorema dasar aljabar, polinomial $p(L)$ dapat difaktorkan

$$\left(1 - a_1L - a_2L^2 - \cdots - a_pL^p\right) = (1 - a_1L)(1 - a_2L)\ldots\left(1 - a_pL\right).$$

Jadi, polinomial $p(L)$ mempunyai akar-akar $L = {}^1/_{a_i}$ dengan $i = 1, 2, \ldots, p$ karena $p(L) = 0$. Jika salah satu dari $a_i = 1$, maka diperoleh $L = 1$, sehingga L dinamakan akar unit dan X_t dikatakan mempunyai akar unit. Jadi model deret waktu AR(p) dikatakan mempunyai akar unit apabila $p(1)$=0 atau $\sum_{i=1}^{p} a_i = 1$.

Uji akar unit merupakan pengujian yang formal yang dikenalkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller. Pengujian akar ini dilakukan untuk mengetahui apakah data yang digunakan stasioner atau tidak. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menguji kestasioneran, salah satunya adalah uji Augmented Dickey-Fuller (ADF) yang dikembangkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller. Uji ADF menggunakan tiga model regresi linear, yaitu:

$$\Delta X_t = \delta X_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta X_t = a_0 + \delta X_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta X_t = a_0 + \delta X_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

dengan $\varepsilon_t \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2), \Delta X_t = X_t - X_{t-1}$, $\delta = \sum_{i=1}^{p} a_i - 1$. Jika $\delta = 0$ yang berarti $\sum_{i=1}^{p} a_i = 1$, maka X_t mempunyai akar unit atau tidak stasioner. Dengan demikian, hipotesis dari uji ADF ialah:

$H_0: \delta = 0$ (data tidak stasioner).
$H_1: \delta < 0$ (data stasioner).

Pengujian dilakukan dengan menghitung nilai *t*-statistik dengan rumus:

$$t = \frac{\rho}{Se(\rho)}$$

dengan $\rho = \delta + 1$. Nilai *t*-statistik yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan *t-McKinnon Critical Values*. Jika nilai mutlak ADF statistik uji lebih kecil daripada nilai mutlak *Critical Values* pada taraf nyata sebesar β, maka terima H_0 pada taraf nyata β (Juanda dan Junaidi 2012).

Autocorrelation Function (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF)

Definisi 1 (*Autocorrelation Function* (ACF))
Ragam dari fungsi deret waktu model yang stasioner ialah

$$\sigma_t^2 = E[(X_t - E(X_t))^2]$$

di mana X_t menyatakan pengamatan pada waktu *t*. Korelasi dari sebuah variabel dengan dirinya sendiri pada waktu yang berbeda dikenal dengan autokorelasi. Jumlah jarak waktu antar variabel dikenal sebagai *lag*. Jika model deret waktu adalah stasioner orde kedua, maka dapat didefinisikan *Autocovariance Function* (ACVF) sebagai fungsi dari *lag k*:

$\gamma_k = E[(X_t - E(X_t))(X_{t+k} - E(X_t))]$, dengan $k =$ banyaknya *lag* yang di uji.

Fungsi γ_k tidak bergantung pada waktu, karena nilai harapannya sama pada semua waktu *t*. Parameter μ adalah rata-rata dari Y_t dan Y_{t+k}. *Lag k Autocorrelation Function* (ACF), ρ_k, didefinisikan dengan

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\sigma_t \sigma_{t+k}} = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(X_t - \mu)^2]E[(X_{t+k} - \mu)^2]}}$$

(Cowpertwait dan Metcalfe 2009)

Definisi 2 (*Partial Autocorrelation Function* (PACF))
Misal diberikan tiga peubah acak X, Y dan Z. Didefinisikan persamaan regresi linier sederhana dari X pada Z dan Y pada Z sebagai berikut

$$\hat{X} = a_1 + b_1 Z, \text{ di mana } b_1 = \frac{Cov(Z,X)}{Var(Z)}$$

dan

$$\hat{Y} = a_2 + b_2 Z, \text{ di mana } b_2 = \frac{Cov(Z,Y)}{Var(Z)}.$$

Nilai galat dapat ditentukan dari

$$X^* = X - \hat{X} = X - (a_1 + b_1 Z)$$

dan

$$Y^* = Y - \hat{Y} = Y - (a_2 + b_2 Z).$$

Partial correlation antara X dan Y dengan mengabaikan peubah Z didefinisikan sebagai korelasi antara X^* dan Y^*, yaitu $Corr(X^*,Y^*) = Corr(X - \hat{X}, Y - \hat{Y})$. Oleh karena itu, *partial correlation* dapat dilihat sebagai korelasi antara dua peubah dengan mengabaikan faktor umum yang mungkin mempengaruhi mereka (Montgomery *et al*. 2015).

Proses ARIMA

Proses *Autoregressive* (AR) adalah sebuah proses yang mengasumsikan bahwa variabel saat ini memiliki hubungan dengan variabel pada periode sebelumnya.

Definisi 3 (*Autoregresive* (AR))
Proses regresi diri *Autoregressive* berorder p, disingkat AR(p) adalah regresi deret X_t terhadap amatan waktu lampau dirinya sendiri. Bentuk persamaannya ialah

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \delta + \varepsilon_t$$

dengan:

X_t	=	nilai variabel pada waktu ke-t,
ε_t	=	nilai-nilai galat pada waktu t,
ϕ_i	=	koefisien regresi, $i = 1, 2, \dots, p$,
δ	=	konstanta yang berhubungan dengan rata-rata dari prosesstokastik,

p = ordo AR.

Jika proses AR(p) stasioner dengan rataan μ yang tidak bergantung terhadap waktu, maka:

$$E(X_t) = E(X_{t-1}) = E(X_{t-2}) = \cdots = \mu.$$

Jadi,

$$\mu = \phi_1\mu + \phi_2\mu + \cdots + \phi_p\mu + \delta$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p}.$$

Agar proses stasioner, maka μ harus berbatas sehingga diperlukan syarat:

$$\phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p < 1.$$

Kondisi ini merupakan syarat perlu agar proses AR(p) dikatakan stasioner. Selain itu ada kondisi lain yang diperlukan agar memenuhi kestasioneran, yaitu $|\phi_i| < 1$ untuk setiap $i, i = 1, 2, \ldots, p$ (Pindyck dan Rubinfeld 1998).

Pengidentifikasian ordo pada model AR dapat dilakukan dengan melihat PACF. Sebelumnya, ditentukan terlebih dahulu autokovarian dan ACF untuk proses AR dari ordo p pada persamaan:

$$\gamma_k = E[X_{t-k}(\phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t)]$$

dengan $k = 0,1,2, \ldots, p$, sehingga

$$\gamma_0 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_2 + \cdots + \phi_p\gamma_p + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = \phi_1\gamma_0 + \phi_2\gamma_1 + \cdots + \phi_p\gamma_{p-1}$$

$$\gamma_2 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_0 + \cdots + \phi_p\gamma_{p-2}$$

$$\vdots$$

$$\gamma_p = \phi_1\gamma_{p-1} + \phi_2\gamma_{p-2} + \cdots + \phi_p\gamma_0$$

untuk $k > p$, autokovarian ditentukan dengan

$$\gamma_p = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p}.$$

Dengan persamaan Yule-Walker, ACF dari AR(p) diberikan oleh

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \cdots + \phi_p\rho_{p-1}$$

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p\rho_{p-2}$$

$$\vdots$$

$$\rho_p = \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \cdots + \phi_p$$

untuk $k > p$, dari persamaan

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \cdots + \phi_k,$$

sehingga dapat dibuat notasi matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

atau

$$\mathrm{P}_k\Phi_k = \mathrm{R}_k; \mathrm{P}_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \Phi_k = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix}, \mathrm{R}_k = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}.$$

Jadi, penyelesaian untuk ϕ_k adalah

$$\phi_k = \mathrm{P}_k^{-1}\mathrm{R}_k$$

untuk setiap $k, k = 1,2, \ldots$, hingga koefisien terakhir ϕ_k disebut sebagai PACF dari proses pada lag p. Jika $\phi_k = 0$ untuk $k > p$, maka dapat dikatakan bahwa PACF *cut off* setelah *lag* p atau AR(p). Hal ini menunjukkan bahwa PACF dapat digunakan untuk mengidentifikasi ordo dari proses AR, sama seperti ACF yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi proses MA (Pindyck dan Rubinfeld 1998 dan Montgomery 2015).

Proses *Moving Average* (MA) merupakan sebuah proses di mana varian dipengaruhi oleh galat beberapa periode sebelumnya.

Definisi 4 (*Moving Average* (MA))
Proses *Moving Average* berordo q dinotasikan sebagai MA (q), memiliki persamaan sebagai berikut:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

dengan:

X_t	=	nilai variabel pada waktu ke-t,
ε_t	=	nilai-nilai galat pada waktu t,
θ_i	=	koefisien regresi, $i = 1, 2, \dots, q$,
q	=	ordo MA.

(Juanda dan Junaidi 2012)

Selanjutnya, karena (ε_t) merupakan proses *white noise*, diperoleh nilai harapan dari MA(q),

$$E(X_t) = E(\mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_1\varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q}) = \mu$$

dan varian (γ_o) dari MA(q) ialah

$$\begin{aligned} Var(X_t) &= \gamma_o = E[(X_t - \mu)^2] \\ &= \sigma_\varepsilon^2\left(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2\right). \end{aligned} \quad (1)$$

Demikian pula, autokovarian pada *lag* k dapat ditentukan dari

$$\begin{aligned} \gamma_k &= cov(X_t, X_{t+k}) \\ &= E[(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q})(\varepsilon_{t+k} - \theta_1\varepsilon_{t+k-1} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t+k-q})] \quad (2) \\ &= \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2\left(-\theta_k + \theta_1\varepsilon_{k-1} + \cdots + \theta_{q-k}\varepsilon_q\right), & k = 1,2,\dots,q \\ 0, & k > q. \end{cases} \end{aligned}$$

Dari persamaan (1) dan (2), diperoleh ACF dari proses MA(q) yaitu

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\varepsilon_{k-1} + \cdots + \theta_{q-k}\varepsilon_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2}, & k = 1,2,\dots,q \\ 0, & k > q. \end{cases} \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (3), ordo model MA(q) dapat diidentifikasi oleh ACF, yaitu dengan melihat autokorelasi yang *cut off* setelah *lag q* (Pindyck dan Rubinfeld 1998 dan Montgomery 2015).

Definisi 5 (*Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA))
Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) dikembangkan oleh Box dan Jenkins sehingga disebut juga metode deret waktu Box-Jenkins. Pada model ini terjadi proses *Autoregressive* (AR) berordo-p atau proses *Moving Average* (MA) berordo-q atau merupakan kombinasi dari keduanya. Jika data yang digunakan belum bersifat stasioner, akan dilakukan pembedaan sebanyak d hingga diperoleh data yang stasioner. Banyaknya pembedaan yang dilakukan akan menjadi ordo dari pembeda. Bentuk umum model ARIMA (p, d, q) adalah sebagai berikut (Liu et al. 1994):

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \theta_q a_t$$

dengan:

p	=	derajat *Autoregressive* (AR),
d	=	derajat pembeda,
q	=	derajat *Moving Average* (MA),
t	=	waktu,
B	=	operator *backshift,*
ϕ_p	=	parameter yang menjelaskan AR,
θ_q	=	parameter yang menjelaskan MA,
a_t	=	galat acak pada waktu ke-t yang diasumsikan menyebar normal bebas stokastik,
ϕ_p	=	$1-\phi_1B-\phi_2B^2-\cdots-\phi_pB^p$,
θ_q	=	$1-\theta_1B-\theta_2B^2-\cdots-\theta_qB^q$,
$B^k(X_t)$	=	Z_{t-k}.

(Juanda dan Junaidi 2012)

Uji ARCH-LM, Volatilitas dan Heteroskedastisitas

Uji ARCH-LM

Uji ARCH-LM digunakan untuk mengetahui masalah heteroskedastisitas dalam deret waktu yang dikembangkan oleh Engle pada tahun 1982. Menurut Franq dan Zakoian (2010), model ARCH(p) dituliskan sebagai berikut

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \theta_i\, \varepsilon_{t-i}^2,\;\; \omega > 0, \theta_i \geq 0.$$

Hipotesis dari uji ARCH-LM sebagai berikut:

$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \cdots = \theta_p = 0$ (tidak terdapat efek ARCH).
$H_1: \theta_1 \neq 0, i = 1,2, \dots, p$ (terdapat efek ARCH).

Misalkan taraf signifikansi sebesar α. Statistik uji ARCH-LM dirumuskan

$$LM = nR^2 \sim (\alpha, p)$$

dengan n merupakan banyaknya amatan dan R^2 adalah koefisien determinasi dari model galat kuadrat yang dibentuk. Daerah penolakan H_0 apabila $LM > \mathcal{X}_{\alpha,p}^2$ atau $p-value < \alpha$ yang artinya varian galat mengandung masalah ARCH (Enders 2004).

Volatilitas

Volatilitas adalah besaran perubahan inflasi yang menunjukkan fluktuasi pasar dalam satu periode tertentu. Volatilitas tinggi sedang terjadi jika inflasi terlihat melonjak tajam atau bahkan turun drastis melemah, sedangkan ketika harga terlihat dalam kondisi stabil, itu artinya sedang terjadi volatilitas rendah. Volatilitas dari *return* inflasi merepresentasikan risiko dari *return* inflasi. Volatilitas inflasi pada waktu ke-t diduga pada waktu ke-$(t-k)$, yang pada umumnya diukur menggunakan standar deviasi (Engle 2001).

Heteroskedastisitas

Kondisi ketika nilai galat pada tiap nilai prediksi bervariasi dan variasinya cenderung konstan disebut homoskedastisitas, sedangkan heteroskedastisitas adalah kondisi ketika nilai galat pada tiap nilai prediksi bervariasi dan variasinya cenderung tidak konstan (Cohen, West dan Aiken 2007).

Model ARCH, GARCH dan APARCH

Definisi 6 (*Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH))
Metode *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH) yang dikenalkan pertama kali oleh Engle (1982) mampu menggambarkan karakteristik dalam keuangan. Model tersebut memiliki ordo r atau disebut model ARCH(r). Model ARCH(r) dapat dituliskan sebagai berikut (Bollerslev 2008):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

dengan:
ε_t^2 = kuadrat galatpada waktu *t,*
σ_t^2 = ragam pada waktu *t,*
ω, α = konstanta.

Definisi 7 (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH))
Bollerslev (1986) mengembangkan model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH). Model ini dibangun untuk menghindari ordo yang besar pada model ARCH (Enders 1995). Model GARCH adalah pengembangan dari model ARCH dengan struktur model sebagai berikut :

$$\varepsilon_t = Z_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_i \sigma_{t-j}^2$$

dengan:
ε_t^2 = kuadrat galatpada waktu *t,*
σ_t^2 = ragam pada waktu *t,*
ω, α, β = konstanta.

GARCH (s, r) menghubungkan antara ragam galat pada waktu ke-t dengan ragam galat pada waktu sebelumnya dan kuadrat galat pada waktu sebelumnya.

Skewness

Skewness adalah ukuran ketidaksimetrisan dalam distribusi variabel (Gudivada VN 2017). *Skewness* atau kemencengan dapat dikatagorikan menjadi tiga jenis. Pertama adalah simetris yang artinya distribusi normal dimana nilai rataan dan nilai modusnya sama. Kedua adalah kemencengan kearah kiri yang artinya condong negatif dimana nilai modus lebih besar daripada nilai rataan. Terakhir adalah kemencengan kearah kanan yang artinya condong positif dimana nilai modus lebih kecil daripada nilai rataan.

Asimetris

Asimetris adalah keadaan di mana informasi yang positif dan negatif dengan kekuatan yang sama memberikan dampak yang berbeda terhadap volatilitas.

Uji *Asymmetric Volatility*

Kemencengan pada data dapat menyebabkan masalah ketidaksimetrisan. Untuk memeriksa keberadaan pengaruh *leverage effect* (efek asimetris) dapat menggunakan cara:

1. Data runtun waktu terlebih dahulu dimodelkan ke dalam model GARCH. Kemudian dari model tersebut diuji apakah memiliki efek asimetris dengan melihat korelasi antara ε_t^2 (standar residual kuadrat model *Ljung-Box*) dengan ε_{t-p} (lag standar residual model GARCH) dengan menggunakan *cross correlation* (korelasi silang). Kriteria pengujiannya adalah jika terdapat batang yang melebihi standar deviasi atau ditandai dengan adanya tanda bintang, maka nilai *cross correlation* berbeda signifikan dengan nol yang artinya memberi pengaruh asimetris terhadap volatilitas (Tagliafichi 2003).

2. Uji *Asymmetric Volatility* (Model APARCH)
   Hipotesis:

   H_0: Runtun waktu bersifat simetris.
   H_1: Runtun waktu bersifat asimetris.

   Taraf signifikansi α dan statistik bagi uji tersebut ialah

$$t_{hit} = \frac{\hat{\pi}_i}{s(\hat{\pi}_i)}$$

   dengan
   $\hat{\pi}_i$ = koefisien keasimetrisan,
   $s(\hat{\pi}_i)$ = simpangan baku duga.

   Tolak H_0 jika nilai $p - value < \alpha$ (Widarjono 2005).

Definisi 8 (*Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heterokedasticity* (APARCH))
Untuk mengatasi keterbatasan model GARCH, salah satu metode yang dapat digunakan adalah model *Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (APARCH). Pada tahun 1993, Ding, Granger dan Engle telah mengembangkan suatu model yang digunakan untuk memperbaiki kelemahan dari model ARCH dan GARCH dalam menangkap fenomena ketidaksimetrisan dalam volatilitas yaitu *Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (APARCH). Sifat asimetris artinya menampakkan reaksi yang berbeda pada peningkatan harga atau penurunan harga yang disebut *leverage effect*. Bentuk umum dari model APARCH(p,q) yaitu:

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \left(|\varepsilon_{t-i}| - \phi_i \varepsilon_{t-i}\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \, \sigma_{t-j}^{\delta} \tag{4}$$

di mana

$$\omega > 0,\quad \alpha > 0,\ \beta_j > 0, \delta > 0 \text{ dan } -1 < \phi_i < 1$$

dengan ω, α_i, β_j, ε_t dan γ_i merupakan parameter-parameter yang diestimasi, δ diestimasi menggunakan transformasi Box Cox, ϕ_i merupakan *leverage effect*. Sebuah data dapat dikatakan *bad news* ketika volatilitas mengalami kenaikan, sedangkan keadaan dikatakan *good news* ketika volatilitas mengalami penurunan secara berkala. Jika *leverage effect* bernilai positif, artinya *bad news* (berita buruk) memiliki pengaruh yang kuat dibandingkan dengan *good news* (berita baik), begitu pula sebaliknya (Laurent 2003). Jika $\beta = 0$ dan $\phi = 0$, maka akan diperoleh persamaan ARCH(p) yaitu:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2.$$

Berdasarkan model umum APARCH (p,q) pada persamaan (4), dimisalkan

$$\varepsilon_t = z_t h_t \tag{5}$$

di mana z_t adalah peubah acak yang bersifat independen dan terdistribusi secara identik dengan kepekatan yang simetris, memiliki nilai rataan nol dan memiliki $E\left([\varepsilon_t]^{2\delta}\right)$ yang berhingga. Dengan membuat $p = q$ untuk persamaan (4), maka

$$h_t^{\delta} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(|\varepsilon_{t-j}| - \phi_j \varepsilon_{t-j}\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \, h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\left|\frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}}\right| h_{t-j} - \phi_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}} h_{t-j}\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \, h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(|z_{t-j}|h_{t-j} - \phi_j z_{t-j} h_{t-j}\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\left(|z_{t-j}| - \phi_j z_{t-j}\right) h_{t-j}\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(|z_{t-j}| - \phi_j z_{t-j}\right)^{\delta} h_{t-j}^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} [\alpha_j \left(|z_{t-j}| - \phi_j z_{t-j}\right)^{\delta} + \beta_j] h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p} c_{\delta,t-j}\, h_{t-j}^{\delta}$$

$$= \alpha_0 + \textstyle\sum_{j=1}^{p} c_{\delta,t-j}\, h_{t-j}^{\delta} \tag{6}$$

di mana $c_{\delta,t-j} = \alpha_j(|z_{t-j}| - \phi_j z_{t-j})^{\delta} + \beta_j$.

Jika $p = 1$, maka persamaan (6) menjadi

$$h_t^{\delta} = \alpha_0 + c_{\delta,t-1} h_{t-1}^{\delta} \tag{7}$$

di mana $c_{\delta,t-1} = \alpha_1(|z_{t-1}| - \phi z_{t-1})^{\delta} + \beta_1$.

Teorema 1. Untuk model APARCH(1,1, δ) persamaan (5) dan persamaan (6), syarat perlu dan syarat cukup untuk adanya momen absolut ke-2δ, $\mu_{2\delta} = E|\varepsilon_t|^{2\delta}$, ialah

$$\gamma_{2\delta} < 1. \tag{8}$$

Bila persamaan (8) terpenuhi, maka

$$\mu_{2\delta} = \alpha_0^2 v_{2\delta}(1+\gamma_\delta)/\{(1-\gamma_\delta)(1-\gamma_{2\delta})\},$$

dan momen koefisiennya ialah

$$K_{2\delta} = \mu_{2\delta}/\mu_\delta^2 = K_{2\delta}(z_t)(1-\gamma_\delta^2\},$$

di mana $v_\Psi = E|z_t|^{\Psi}$ dan $K_{2\delta} = \frac{v_{2\delta}}{v_\delta^2}$. Selanjutnya fungsi autokorelasi dari $\{|\varepsilon_t|^{\delta}\}$ memiliki bentuk

$$\rho_n(\delta) = \rho\left(|\varepsilon_t|^{\delta}, |\varepsilon_{t-n}|^{\delta}\right), n \geq 1 \text{ dari } \{|\varepsilon_t|^{\delta}\}$$

$$= \frac{v_\delta \gamma_\delta^{n-1}\left[\bar{\gamma}\left(1-\gamma_\delta^2\right)-v_\delta \gamma_\delta\left(1-\gamma_{2\delta}\right)\right]}{v_{2\delta}\left(1-\gamma_\delta^2\right)-v_\delta^2\left(1-\gamma_{2\delta}\right)} \tag{9}$$

di mana $\bar{\gamma} = E\left(|z_t|^\delta c_{\delta t}\right)$ (Changli He dan Terasvirta 1997).

Khususnya, pada saat $\delta = 2$, kurtosis dari $\{\varepsilon_t^2\}$ setara dengan $K_4 = \frac{K_4(z_t)(1-\gamma_2^2)}{(1-\gamma_4)}$ dan $\rho_n(2) = \frac{K_4(z_t)\gamma_2^{n-1}(\bar{\gamma}_2-\gamma_2 K_4^{-1})}{(1-K_4^{-1})}, n \geq 1$ di mana $K_4(Z_t)$ adalah kurtosis dari $\{Z_t\}$.

Model APARCH diperkenalkan untuk mencirikan proses $\{\varepsilon_t\}$ yang mana $\rho(|\varepsilon_t|, |\varepsilon_{t-1}|)$ meluruh perlahan sebagai fungsi dari *n*. Berdasarkan persamaan (9) diperoleh

$$\rho_1(\delta) = \frac{v_\delta\left[\bar{\gamma}\left(1-\gamma_\delta^2\right)-v_\delta \gamma_\delta\left(1-\gamma_{2\delta}\right)\right]}{v_{2\delta}\left(1-\gamma_\delta^2\right)-v_\delta^2\left(1-\gamma_{2\delta}\right)}$$

sehingga

$$\rho_n(\delta) = \rho_1(\delta)\gamma_\delta^{n-1}, n \geq 1.$$

Kemudian dikarenakan sebaran simetris dari z_t, berdasarkan persamaan (9) kita dapat mengekspresikan $\gamma_\delta, \bar{\gamma}_\delta$ dan $\gamma_{2\delta}$ dengan:

$$\gamma_\delta = \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta + \beta_1 \tag{10}$$

$$\bar{\gamma}_\delta = \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_{2\delta} + \beta_1 v_\delta \tag{11}$$

$$\gamma_{2\delta} = \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta} v_{2\delta} + \alpha_1\beta_1\phi_\delta v_\delta + \beta_1^2 \tag{12}$$

di mana $\phi_\delta = (1+\phi)^\delta + (1-\phi)^\delta$ dan $\phi_{2\delta} = (1+\phi)^{2\delta} + (1-\phi)^{2\delta}$. Dengan menggunakan persamaan (10) kita dapat menulis persamaan (11) dan persamaan (12) menjadi:

$$\beta_1 = \gamma_\delta - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta$$

$$\bar{\gamma}_\delta = \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_{2\delta} + \left(\gamma_\delta - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta\right)v_\delta$$

$$\bar{\gamma}_\delta = \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_{2\delta} + \gamma_\delta v_\delta - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta^2$$

$$\bar{\gamma}_\delta = \gamma_\delta v_\delta + \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) \tag{13}$$

$$\gamma_{2\delta} = \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta} v_{2\delta} + \alpha_1\left(\gamma_\delta - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta\right)\phi_\delta v_\delta + \left(\gamma_\delta - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta\right)^2$$

$$\gamma_{2\delta} = \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta} + \alpha_1\gamma_\delta\phi_\delta v_\delta - \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2 + \gamma_\delta^2 - 2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta v_\delta \gamma_\delta + \left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2$$

$$\gamma_{2\delta} = \gamma_\delta^2 + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta} - \left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2. \tag{14}$$

Subtitusikan persamaan (13) dan persamaan (14) ke persamaan (8), sehingga

$$\rho_n(\delta) = \frac{v_\delta \gamma_\delta^{n-1}\left[\left(\gamma_\delta v_\delta + \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)\right)(1-\gamma_\delta^2) - v_\delta\gamma_\delta\left(1-(\gamma_\delta^2+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2)\right)\right]}{v_{2\delta}(1-\gamma_\delta^2) - v_\delta^2\left(1-(\gamma_\delta^2+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2)\right)}$$

$$\rho_1(\delta) = \frac{v_\delta\left[\left(\gamma_\delta v_\delta + \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)\right)(1-\gamma_\delta^2) - v_\delta\gamma_\delta\left(1-(\gamma_\delta^2+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2)\right)\right]}{v_{2\delta}(1-\gamma_\delta^2) - v_\delta^2\left(1-(\gamma_\delta^2+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^2)\right)}. \tag{15}$$

Dari persamaan (15), terlihat bahwa untuk nilai-nilai α_i, β_i dan ϕ yang diberikan adalah fungsi dari δ yang dinyatakan dalam ϕ_δ, $\phi_{2\delta}$, v_δ, dan $v_{2\delta}$. Selanjutnya, asumsikan $\phi = 0$, maka

$$\phi_\delta = (1+\phi)^\delta + (1-\phi)^\delta = 1 + 1 = 2,$$

$$\phi_{2\delta} = (1+\phi)^{2\delta} + (1-\phi)^{2\delta} = 1 + 1 = 2,$$

sehingga $\rho_1(\delta)$ menjadi:

$$\rho_1(\delta) = \frac{\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\gamma_\delta\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2 v_\delta^2\right)}{(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2 v_\delta^2\right)} \tag{16}$$

$$= \frac{\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta(2)(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\gamma_\delta\left((2)v_{2\delta}-\frac{1}{2}(2)^2 v_\delta^2\right)}{(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left((2)v_{2\delta}-\frac{1}{2}(2)^2 v_\delta^2\right)}$$

$$= \frac{\alpha_1 v_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2\gamma_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)}{(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2(v_{2\delta}-v_\delta^2)}$$

$$= \frac{(v_{2\delta}-v_\delta^2)(\alpha_1 v_\delta(1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2\gamma_\delta)}{(v_{2\delta}-v_\delta^2)\left((1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2\right)}$$

$$= \frac{\alpha_1 v_\delta(1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2\gamma_\delta}{(1-\gamma_\delta^2)+\alpha_1^2 v_\delta^2}.$$

Di sisi lain, dengan mensubtitusikan $\beta_1 = 0$ pada persamaan (16) maka

$$\rho_1(\delta) = \frac{\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\gamma_\delta\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)}{(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)}. \tag{17}$$

Selanjutnya, pembilang dari persamaan (17) dapat dituliskan menjadi

$$\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\gamma_\delta\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= \left(\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)\right)\left(1-\left(\frac{\alpha_1}{2}\phi_\delta v_\delta\right)^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\phi_\delta v_\delta\right)\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= \left(\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)\right)\left(1-\frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\phi_\delta v_\delta\right)\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)-\frac{\alpha_1^3}{8}\phi_\delta^3v_\delta^3(v_{2\delta}-v_\delta^2) + \left(\frac{\alpha_1^3}{4}\right)v_\delta^3\phi_\delta\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)-\frac{\alpha_1^3}{8}\phi_\delta^3v_\delta^3v_{2\delta}+\frac{\alpha_1^3}{8}\phi_\delta^3v_\delta^5+\left(\frac{\alpha_1^3}{4}\right)v_\delta^3\phi_\delta\phi_{2\delta}v_{2\delta} - \frac{\alpha_1^3}{8}\phi_\delta^3v_\delta^5$$

$$= \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)-\frac{\alpha_1^3}{8}\phi_\delta^3v_\delta^3v_{2\delta}+\left(\frac{\alpha_1^3}{4}\right)v_\delta^3\phi_\delta\phi_{2\delta}v_{2\delta}$$

$$= \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)v_\delta\phi_\delta(v_{2\delta}-v_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^3}{4}\right)v_\delta^3\phi_\delta v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2\right),$$

serta bagian penyebut pada persamaan (17), dapat dituliskan menjadi

$$(v_{2\delta}-v_\delta^2)(1-\gamma_\delta^2)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= (v_{2\delta}-v_\delta^2)\left(1-\left(\frac{\alpha_1}{2}\phi_\delta v_\delta\right)^2\right)+\left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right)v_\delta^2\left(\phi_{2\delta}v_{2\delta}-\frac{1}{2}\phi_\delta^2v_\delta^2\right)$$

$$= \left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right)\left(1 - \frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2 v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 \left(\phi_{2\delta} v_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2 v_\delta^2\right)$$

$$= \left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) - \frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2 v_\delta^2\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 \left(\phi_{2\delta} v_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2 v_\delta^2\right)$$

$$= \left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) - \frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2 v_\delta^2 v_{2\delta} + \frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2 v_\delta^4 + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 \phi_{2\delta} v_{2\delta} - \left(\frac{\alpha_1^2}{4}\right)\phi_\delta^2 v_\delta^4$$

$$= \left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) - \frac{\alpha_1^2}{4}\phi_\delta^2 v_\delta^2 v_{2\delta} + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 \phi_{2\delta} v_{2\delta}$$

$$= \left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2\right),$$

sehingga

$$\rho_1(\delta) = \frac{\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) v_\delta \phi_\delta\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^3}{4}\right) v_\delta^3 \phi_\delta v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2\right)}{\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) v_\delta \phi_\delta\left(\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2\right)\right)}{\left(v_{2\delta} - v_\delta^2\right) + \left(\frac{\alpha_1^2}{2}\right) v_\delta^2 v_{2\delta}\left(\phi_{2\delta} - \frac{1}{2}\phi_\delta^2\right)}$$

$$= \left(\frac{\alpha_1}{2}\right) v_\delta \phi_\delta. \tag{18}$$

Selanjutnya, dengan mengasumsikan tidak asimetris yaitu dengan menetapkan $\phi = 0$ pada persamaan (18) mengakibatkan

$$\rho_1(\delta) = \gamma_\delta = \alpha_1 v_\delta$$

yang analog dengan ekspresi fungsi autokorelasi dari model ARCH(1).

***Akaike's Information Criterion* (AIC)**

Metode AIC adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk memilih model regresi terbaik yang ditemukan oleh Akaike dan Schwarz (Grasa 1989). Kedua metode tersebut didasarkan pada metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

$$AIC = e^{\frac{2k}{n}} \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^{\,2}}{n}$$

dengan:

k	=	banyaknya parameter yang diestimasi dalam model regresi,
n	=	banyaknya observasi,
e	=	2.718,
ε	=	galat.

Menurut metode AIC, model regresi terbaik adalah model regresi yang mempunyai nilai AIC terkecil (Widarjono 2007).

Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan parameter ketetapan relatif dengan bentuk persentase yang menyatakan penyimpangan dari hasil peramalan. Secara matematis, MAPE dinyatakan sebagai berikut (Nasution dan Prasetyawan 2008):

$$MAPE = \frac{\sum \frac{|X_t - \hat{X}_t|}{X_t} \times 100\%}{n}$$

dengan $X_t - \hat{X}_t$ disebut galat, di mana X_t adalah inflasi aktual, $\hat{X}_t$ adalah inflasi ramalan dan n banyaknya amatan.

Inflasi

Inflasi merupakan suatu keadaan di mana terjadi kenaikkan tingkat harga dari berbagai macam barang secara umum dan terus-menerus (Mishkin 2004). Didasarkan pada sumber penyebabnya, inflasi dapat digolongkan menjadi (Soediyono 1983):

1. Inflasi Permintaan, merupakan inflasi yang timbul karena permintaan masyarakat akan berbagai barang terlalu kuat. Inflasi semacam ini disebut dengan *demand-pull inflation*.
2. Inflasi Penawaran, merupakan inflasi yang timbul karena kenaikan ongkos produksi. Jenis inflasi ini disebut dengan *cost push inflation*.

Laju inflasi bahan pangan dapat ditentukan menggunakan persentase perubahan indeks harga konsumen, indeks harga produsen, dan indeks harga perdagangan besar. Laju inflasi di Indonesia dapat dihitung menggunakan persentase perubahan (kenaikan) Indeks Harga Konsumen Indonesia (IHKI) yang ditentukan menggunakan 283 sampai dengan 397 macam barang dan jasa yang dikelompokkan ke dalam 7 macam kelompok komoditas di setiap kota dan secara keseluruhan terdiri dari 742 komoditas. Penghitungan IHKI ini dilakukan di 45 kota melalui survei bulanan tentang harga-harga komoditas di pasar tradisional maupun di pasar modern.

METODE PENELITIAN

Data

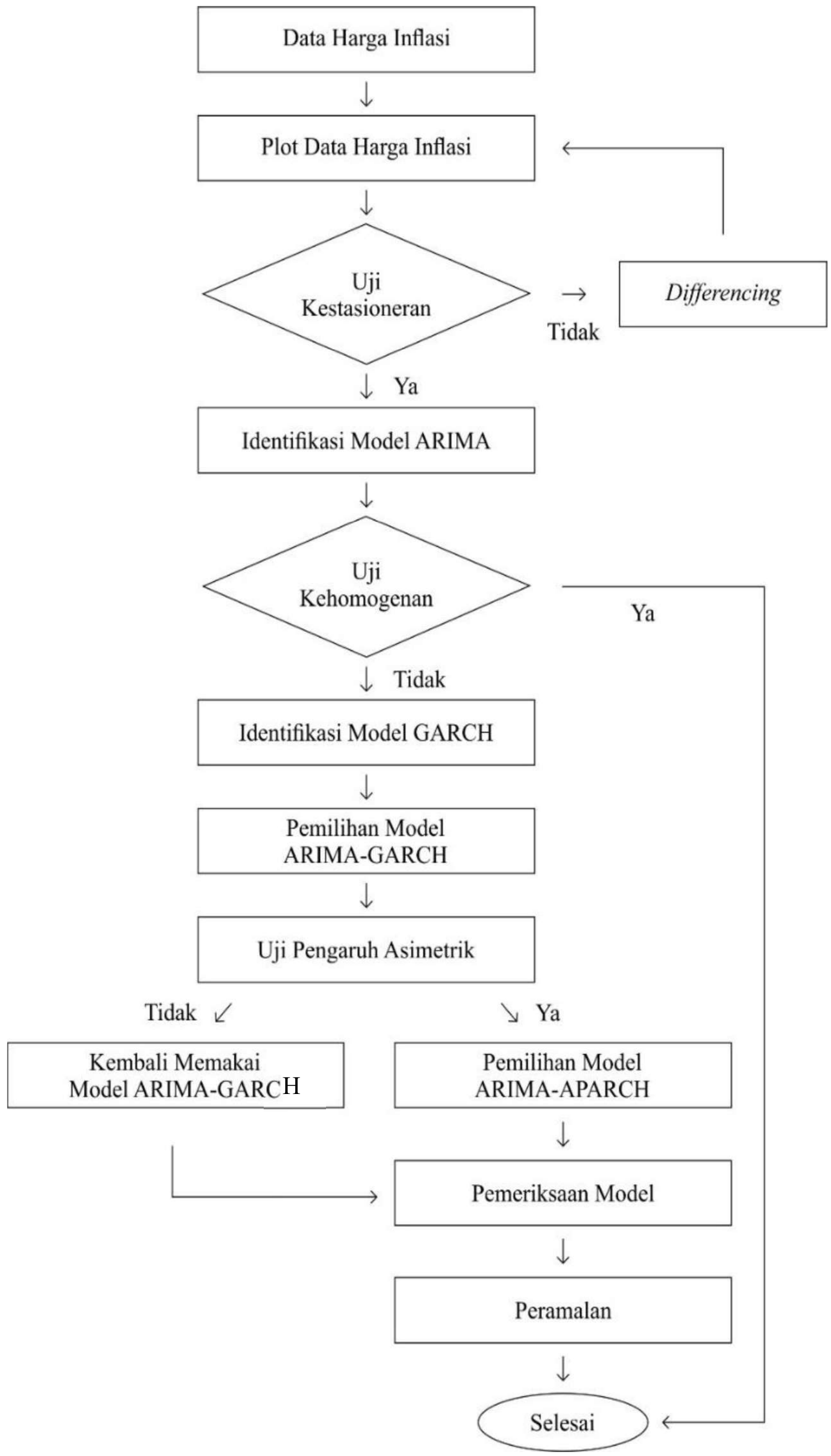
Data yang digunakan dalam karya ilmiah ini adalah data inflasi kelompok kesehatan dari Januari 2006 sampai Desember 2017. Data diperoleh dari situs resmi Badan Pusat Statistik (BPS).

Alat

Terdapat dua *software* utama yang digunakan dalam karya ilmiah ini yaitu Microsoft Excel dan *software* EViews 9. Microsoft Excel digunakan untuk mengolah data sehingga dapat digunakan pada *software* EViews 9, sedangkan *software* EViews 9 digunakan untuk melakukan uji-uji statistika, melakukan pemodelan ARIMA-GARCH serta pemodelan ARIMA-APARCH.

Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dimulai dengan membuat plot data deret waktu harga inflasi. Dari plot tersebut dapat diketahui kestasioneran harga inflasi. Selain itu, untuk melihat kestasioneran dapat digunakan plot ACF. Jika data belum stasioner, maka perlu dilakukan pembedaan (*differencing*) sampai data menjadi stasioner. Jika data telah stasioner, maka proses dapat dilanjutkan ke langkah berikutnya, yaitu pendugaan orde ARIMA dari plot ACF dan PACF yang telah stasioner. Berdasarkan pendugaan ini kemudian dilakukan estimasi dan uji signifikansi parameter dari beberapa dugaan model. Model yang terbaik dipilih berdasarkan nilai AIC terkecil dengan parameter yang memenuhi uji signifikansi. Langkah berikutnya adalah menguji nilai galat dari model ARIMA terbaik untuk melihat apakah korelasi antar galat sudah saling bebas. Galat yang diperoleh dari model ARIMA terbaik kemudian dilakukan uji efek heteroskedastisitas (ARCH), yaitu dengan melakukan uji ARCH-LM. Jika diketahui terdapat efek heteroskedastisitas berarti galat dari model ARIMA layak dimodelkan dengan GARCH. Selanjutnya dilakukan estimasi dan uji signifikansi parameter GARCH. Model GARCH terbaik dipilih berdasarkan parameter yang signifikan. Model ARIMA-GARCH yang telah diperoleh akan diuji keasimetrisannya, jika terdapat efek asimetris, maka akan dilanjutkan dengan melakukan pemilihan model APARCH. Jika tidak terdapat efek asimetris, maka model yang digunakan adalah model ARIMA-GARCH. Model ARIMA-APARCH terbaik yang telah diperoleh selanjutnya akan masuk ke tahap pemodelan. Hasil pemodelan yang didapat akan dibandingkan dengan data aktual inflasi. Diagram alir tahapan penelitian ditampilkan pada Gambar 1.

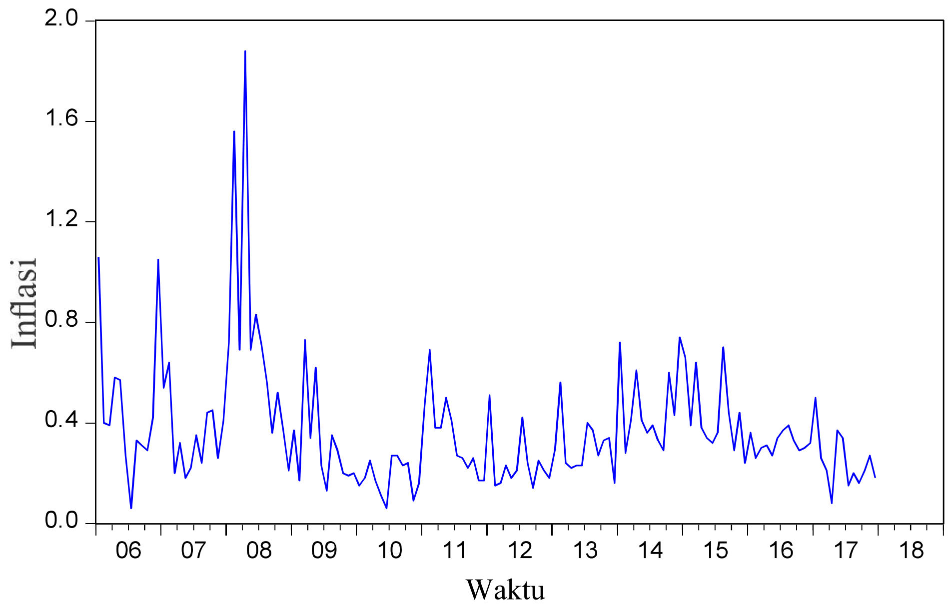


Gambar 1 Diagram alur tahapan penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data inflasi kelompok kesehatan. Data ini diperoleh dari www.bps.go.id. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data pada periode Januari 2006 hingga Desember 2017. Periode tersebut memiliki 144 data inflasi yang disajikan pada Lampiran 1, selanjutnya diplotkan seperti pada Gambar 2.



Gambar 2 Plot data inflasi periode Januari 2006 hingga Desember 2017

Uji Kestasioneran

Dalam menguji kestasioneran dari data inflasi dapat dilakukan dengan beberapa cara, salah cara yang dapat dilakukan adalah melalui ploting data inflasi. Selain itu, kestasioneran dapat juga dilihat dari uji ADF yang dilakukan pada data inflasi.

Tabel 1 Tabel uji ADF

Test	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test	-4.399344	0.0005
Test critical values: 5% *level*	-2.881830	

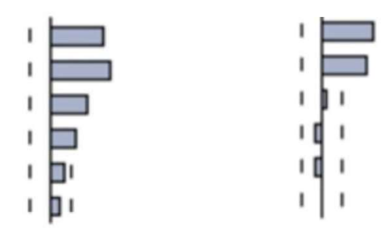
Pada Tabel 1 terlihat bahwa nilai uji ADF sebesar -4.399344 dan titik kritis (CV) pada taraf nyata 5% sebesar -2.881830. Karena nilai mutlak ADF statistik uji lebih besar daripada nilai mutlak titik kritis (CV) pada taraf nyata 5%, maka dapat disimpulkan bahwa data inflasi bersifat stasioner pada taraf nyata 5%.

Model ARMA

Setelah diketahui data stasioner, selanjutnya ialah mengidentifikasi model ARMA berdasarkan karakteristik ACF dan PACF. Plot ACF dan PACF dapat dilihat pada Tabel 2. Plot ACF menunjukkan ordo q dan plot PACF menunjukkan ordo p. Berdasarkan plot tersebut dapat terlihat beberapa model yang dapat diidentifikasi, di antaranya ialah ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(2,1) dan ARMA(2,2). Selanjutnya akan ditentukan parameter ordo p dan q melalui proses *trial and error* di sekitar ordo telah diduga, yaitu dengan cara memperkecil atau memperbesar ordo p atau q sehingga diperoleh pendugaan-pendugaan model ARMA yang akan dipilih menjadi model ARMA terbaik. Hasil dari pendugaan model dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 2 Plot ACF dan PACF

Autocorrelation	*Partial Correlation*



Tabel 3 Pendugaan parameter model ARMA

Model ARMA	Parameter	Koefisien Parameter	$p - value$	AIC
ARMA(1,0)	AR(1)	0.425096	0.0000	-0.130250
ARMA(2,0)	AR(1)	0.264278	0.0011	-0.260876
	AR(2)	0.377143	0.0000	
ARMA(3,0)	AR(1)	0.093801	0.0066	-0.247179
	AR(2)	0.056792	0.0000	
	AR(3)	0.117697	0.9036	

Tabel 3 Pendugaan parameter model ARMA (lanjutan)

Model ARMA	**Parameter**	**Koefisien Parameter**	$p - value$	**AIC**
ARMA(4,0)	AR(1)	0.258111	0.0083	-0.237461
	AR(2)	0.399070	0.0000	
	AR(3)	0.031890	0.7859	
	AR(4)	-0.066549	0.5975	
ARMA(5,0)	AR(1)	0.253946	0.0089	-0.225743
	AR(2)	0.399768	0.0000	
	AR(3)	0.052016	0.6521	
	AR(4)	-0.054168	0.6898	
	AR(5)	-0.048021	0.6378	
ARMA(1,1)	AR(1)	0.818945	0.0000	-0.211432
	MA(1)	-0.479108	0.0008	
ARMA(1,2)	AR(1)	0.628171	0.0001	-0.253808
	MA(1)	-0.373005	0.0454	
	MA(2)	0.305299	0.0000	
ARMA(1,3)	AR(1)	0.665634	0.0116	-0.240216
	MA(1)	-0.413427	0.1742	
	MA(2)	0.301290	0.0001	
	MA(3)	-0.028718	0.8498	
ARMA(2,1)	AR(1)	0.287986	0.2961	-0.247128
	AR(2)	0.367101	0.0043	
	MA(1)	-0.027748	0.9299	
ARMA(2,2)	AR(1)	0.571245	0.0792	-0.240203
	AR(2)	0.059437	0.8552	
	MA(1)	-0.318776	0.3209	
	MA(2)	0.265619	0.2726	
ARMA(2,3)	AR(1)	0.110803	0.9742	-0.226541
	AR(2)	0.354185	0.8691	
	MA(1)	0.141963	0.9671	
	MA(2)	0.089492	0.9447	
	MA(3)	0.135112	0.8984	
ARMA(3,1)	AR(1)	-0.730542	0.0000	-0.242796
	AR(2)	0.631620	0.0000	
	AR(3)	0.394683	0.0000	
	MA(1)	1.000000	0.9934	

Tabel 3 Pendugaan parameter model ARMA (lanjutan)

Model ARMA	Parameter	Koefisien Parameter	$p - value$	AIC
ARMA(3,2)	AR(1)	0.571545	0.5818	-0.226315
	AR(2)	0.059474	0.8678	
	AR(3)	-0.000190	0.9997	
	MA(1)	-0.319074	0.7569	
	MA(2)	0.265515	0.2960	
ARMA(3,3)	AR(1)	-0.481951	0.1134	-0.219336
	AR(2)	0.603189	0.0009	
	AR(3)	0.125744	0.6881	
	MA(1)	0.745085	0.9845	
	MA(2)	-0.017330	0.9049	
	MA(3)	0.237584	0.9956	

Tabel 3 menunjukkan bahwa terdapat empat model ARMA yang dapat menjadi model terbaik, yaitu ARMA(1,0), ARMA(2,0), ARMA(1,1), dan ARMA(1,2). Keempat model tersebut dapat dikatakan kandidat model terbaik dikarenakan nilai *p-value* kurang dari 0.05 dan dapat dikatakan bahwa keempat parameter model tersebut sudah signifikan. Penentuan model terbaik dari ketiga model yang signifikan dilakukan dengan melihat besar nilai AIC pada masing-masing model. Nilai AIC terkecil akan dipilih sebagai model terbaik, yaitu AR(2) dengan nilai AIC -0.260876.

Uji ARCH-LM

Setelah mendapatkan model ARMA yang baik, selanjutnya akan dilakukan pengujian terhadap varian galat untuk memeriksa keberadaan masalah heteroskedastisitas. Untuk itu salah satu uji yang dapat dilakukan adalah uji ARCH-LM.

Tabel 4 Uji ARCH-LM

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	12.55034	*Prob*. F(2,139)	0.0000
*Obs*R-squared*	21.72018	*Prob. Chi-Square*(2)	0.0000

Pada Tabel 4 dapat terlihat bahwa didapatkan nilai hitung $\mathcal{X}^2_{(0.05,2)}$ sebesar 21.72018, sedangkan nilai *chi-square* tabel $\mathcal{X}^2_{(0.05,2)}$ adalah 5.991. Nilai hitung $\mathcal{X}^2_{(0.05,2)}$ lebih besar daripada nilai *chi-square* tabel $\mathcal{X}^2_{(0.05,2)}$, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat efek ARCH pada model yang diestimasi dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%, sehingga dapat dikatakan bahwa data inflasi bersifat heteroskedastisitas.

Estimasi Model ARMA-GARCH

Model ARMA-GARCH yang terbaik dipilih berdasarkan kriteria signifikansi parameter. Berdasarkan Tabel 5, terdapat beberapa model yang dapat diidentifikasi, yaitu GARCH(1,2), GARCH(2,1), GARCH(2,2). Dikarenakan tidak terdapat model yang signifikan pada ARMA(2,0) dan ARMA(1,2), maka berdasarkan Tabel 6 didapatkan model terbaik yaitu ARMA(1,1)-GARCH(1,2). Hal ini dikarenakan uji signifikansi dari model tersebut menghasilkan nilai yang signifikan dalam model dengan $\alpha = 0.05$, sehingga model ARMA(1,1)-GARCH(1,2) merupakan model estimasi terbaik. Hasil estimasi ARMA(2,0) dan ARMA(1,2) dapat dilihat pada Lampiran 2 dan Lampiran 3.

Tabel 5 Plot residual kuadrat

Autocorrelation	*Partial Correlation*

Tabel 6 Nilai AIC dari model ARMA(1,1) terhadap data inflasi

Model	Signifikansi	AIC
ARCH(1)	Signifikan	-0.389576
ARCH(2)	Signifikan	-0.534872
ARCH(3)	Tidak signifikan	-
ARCH(4)	Tidak signifikan	-
ARCH(5)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,2)	Signifikan	-0.540916
GARCH(1,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,3)	Tidak signifikan	-

Tabel 7 Estimasi parameter model ARMA-GARCH

Variabel	Koefisien	Std. Error	*z-Statistic*	*p-value*
C	0.309319	0.036537	8.465993	0.0000
AR(1)	0.819256	0.083945	9.759391	0.0000
MA(1)	-0.507089	0.150450	-3.370477	0.0008
		Variance Equation		
C	0.016974	0.003032	5.599074	0.0000
RESID(-1)^2	0.712036	0.144663	4.922043	0.0000
RESID(-2)^2	0.247684	0.040089	6.178266	0.0000
GARCH(-1)	-0.133116	0.044565	-2.987005	0.0028

Pada Tabel 7 dapat terlihat bahwa nilai *p-value* kurang dari 0.05 sehingga dapat dikatakan model ARMA(1,1)-GARCH(1,2) sudah baik dan signifikan. Persamaan model ARMA(1,1)- GARCH(1,2) dapat ditulis sebagai berikut:

- **ARMA(1,1)**
  $$\hat{X}_t = \hat{\beta}_1 X_{t-1} - \hat{\alpha}_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$
  $$\hat{X}_t = (0.819256 X_{t-1} + 0.507089 \varepsilon_{t-1})$$

- **GARCH(1,2)**
  $$\hat{\sigma}_t^2 = (0.016974 + 0.712036 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.247684 \varepsilon_{t-2}^2 - 0.133116 \sigma_{t-2}^2)$$

- **ARMA(1,1)-GARCH(1,2)**
  $$\hat{X}_t = (0.819256 X_{t-1} + 0.507089 \varepsilon_{t-1})$$
  $$+(0.016974 + 0.712036 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.247684 \varepsilon_{t-2}^2 - 0.133116 \sigma_{t-2}^2)^{\frac{1}{2}} Z_t$$

Uji Pengaruh Asimetrik

Setelah didapatkan model ARMA-GARCH terbaik, maka langkah selanjutnya adalah memeriksa pengaruh asimetrik pada model. Pada Tabel 8, dengan memakai model ARMA(1,1)-GARCH(1,2) dapat terlihat bahwa masih terdapat nilai yang melebihi standar deviasi.

Tabel 8 Uji asimetrik

RESIDKU,RESID (-*i*)	RESIDKU,RESID (+*i*)	*i*	*lag*	*lead*
		0	0.7445	0.7445
		1	0.0953	-0.1182
		2	0.3250	0.2908

Estimasi Model ARMA-APARCH

Setelah melakukan uji pengaruh asimetrik, maka selanjutnya akan ditentukan model ARMA-APARCH terbaik. Model terbaik dipilih berdasarkan kriteria signifikansi parameter. Berdasarkan hasil estimasi parameter, didapatkan model terbaik yaitu ARMA(1,1)-APARCH(1,2). Hal ini dikarenakan uji signifikansi dari model tersebut menghasilkan nilai yang signifikan dalam model dengan $\alpha = 0.05$ dan memiliki nilai AIC yang terkecil, sehingga model ARMA(1,1)-APARCH(1,2) merupakan model estimasi terbaik.

Tabel 9 Nilai AIC dari model ARMA(1,1) terhadap data inflasi

Model	Signifikansi	AIC
ARCH(1)	Tidak signifikan	-
ARCH(2)	Tidak signifikan	-
ARCH(3)	Tidak signifikan	-
ARCH(4)	Tidak signifikan	-
ARCH(5)	Tidak signifikan	-
APARCH(1,1)	Tidak signifikan	-
APARCH(1,2)	Signifikan	-0.542199
APARCH(1,3)	Tidak signifikan	-
APARCH(2,1)	Tidak signifikan	-
APARCH(2,2)	Tidak signifikan	-
APARCH(2,3)	Tidak signifikan	-
APARCH(3,1)	Tidak signifikan	-
APARCH(3,2)	Tidak signifikan	-
APARCH(3,3)	Tidak signifikan	-

Tabel 10 Estimasi parameter model ARMA-APARCH

Variabel	Koefisien	Std. Error	z-Statistic	p-value
C	0.344707	0.041116	8.383685	0.0000
AR(1)	0.769386	0.106743	7.207832	0.0000
MA(1)	-0.478318	0.198997	-2.403642	0.0162
		Variance Equation		
C(4)	0.020716	0.013337	1.553327	0.1203
C(5)	0.449078	0.152843	2.938160	0.0033
C(6)	-0.578278	0.265583	-2.177391	0.0295
C(7)	-0.331211	0.033350	-9.931444	0.0000
C(8)	0.502190	0.141137	3.558172	0.0004
C(9)	1.653719	0.410861	4.025013	0.0001

Dapat dilihat dari Tabel 9 bahwa nilai *p-value* kurang dari 0.05 sehingga dapat dikatakan bahwa model ARMA(1,1)-APARCH(1,2) sudah baik dan signifikan. Persamaan model ARMA(1,1)-APARCH(1,2) dapat ditulis sebagai berikut:

- **ARMA(1,1)**

$$\hat{X}_t = \hat{\beta}_1 Z_{t-1} - \hat{\alpha}_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \sigma_t$$
$$X_t = (0.769386\mathrm{Z}_{t-1} + 0.478318\varepsilon_{t-1})$$

- **APARCH(1,2)**

$$\hat{h}_t^{1.653719} = (0.020716 + 0.449078(|\varepsilon_{t-1}| + 0.578278\varepsilon_{t-1})^{1.653719} - 00.331211h_{t-1}^{1.653719} + 0.502190h_{t-2}^{1.653719})$$

- **ARMA(1,1)-APARCH(1,2)**

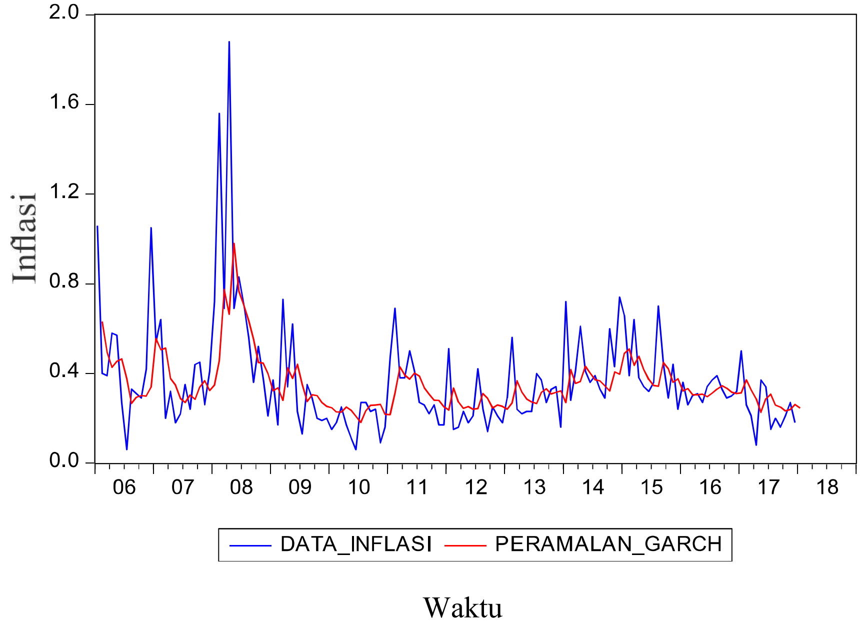
$$\hat{X}_t = (0.769386\mathrm{Z}_{t-1} + 0.478318\varepsilon_{t-1}) + [(0.020716 + 0.449078(|\varepsilon_{t-1}| + 0.578278\varepsilon_{t-1})^{1.653719} - 00.331211h_{t-1}^{1.653719} + 0.502190h_{t-2}^{1.653719})]^{\frac{1}{1.653719}} Z_t$$

Pemodelan Data Inflasi

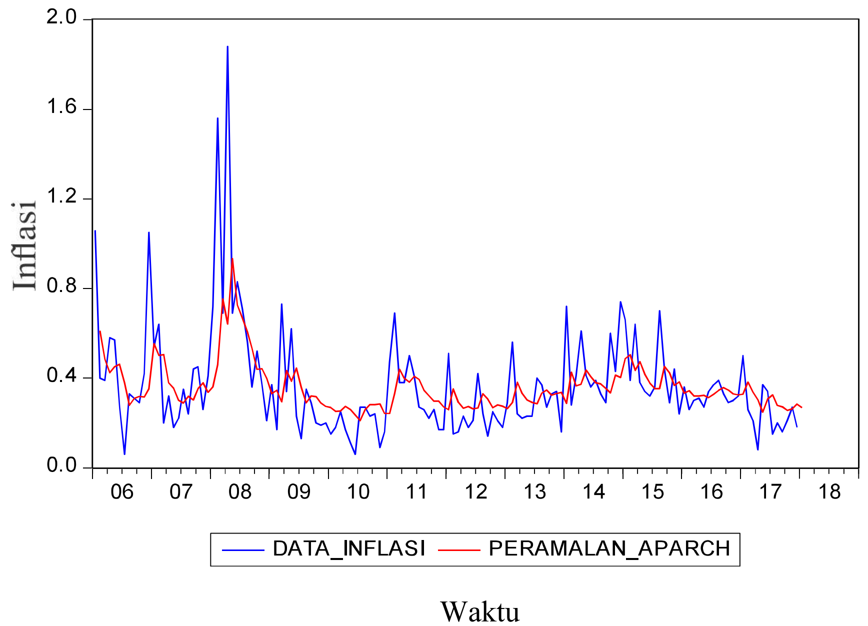
Pemodelan data inflasi dilakukan melalui model dugaan ARMA(1,1)-GARCH(1,2) dan ARMA(1,1)-APARCH(1,2) dengan menggunakan 144 data terakhir. Berdasarkan model, didapat plot hasil pemodelan pada Gambar 3 dan Gambar 4. Berdasarkan Gambar 3 dan Gambar 4, dapat dikatakan bahwa data pemodelan telah mengikuti pola data aktual. Selanjutnya, pengukuran keakuratan model pada penelitian ini akan dilakukan dengan menggunakan MAPE. Data yang digunakan adalah data inflasi periode Januari 2006 hingga Desember 2017.

$$MAPE = \frac{\sum \frac{|X_t - \hat{X}_t|}{X_t} \times 100\%}{n}$$

Dengan menggunakan data inflasi Januari 2006 hingga Desember 2017 maka didapatkan nilai MAPE pada pemodelan ARMA(1,1)-GARCH(1,2) sebesar 44.86% dan pemodelan ARMA(1,1)-APARCH(1,2) sebesar 42.24%.



Gambar 3 Hasil pemodelan ARMA(1,1)-GARCH(1,2) pada data inflasi Desember 2017



Gambar 4 Hasil pemodelan ARMA(1,1)-APARCH(1,2) pada data inflasi Desember 2017

SIMPULAN DAN SARAN

Pada data inflasi kelompok kesehatan periode Januari 2006 hingga Desember 2017, model yang diperoleh adalah ARMA(1,1)-APARCH(1,2), dengan persamaan yaitu:

$$\hat{X}_t = (0.819094X_{t-1} + 0.506073\varepsilon_{t-1}) + (0.020701+0.448911(|\varepsilon_{t-1}| + 0.578536\varepsilon_{t-1})^{1.654335} - 0.331477\sigma_{t-1}^{1.654335} + 0.502355\sigma_{t-2}^{1.654335})$$

Model ARMA(1,1)-APARCH(1,2) cukup baik memodelkan data inflasi untuk 50 periode ke depan dengan nilai AIC sebesar -0.542199. Hasil penelitian belum menggambarkan secara maksimal terhadap data inflasi. Hal ini ditunjukkan dengan adanya beberapa nilai parameter yang masih belum signifikan. Peneliti selanjutnya diharapkan untuk melakukan proses *trial and error* secara mendalam, dengan kombinasi ordo lebih banyak agar didapatkan model ARMA-APARCH dengan ordo terbaik. Selain itu peneliti selanjutnya diharapkan untuk menambah metode lainnya selain ARMA-APARCH sehingga hasil pemodelan yang didapat lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Aswi, Sukarna. 2006. Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi. Makassar (ID): Andira Publisher.

Cowpertwait PSP, Metcalfe AV. 2009. *Introductory Time Series with R*. USA: Springer.

Cohen P, West SG, Aiken LS. 2007. *Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioral sciences*. Mahwah (NJ): Erlbaum.

Cryer JD. 1986. Time Series Analysis. Boston (US): Duxbury Press.

Enders W. 1995. *Applied Econometric Time Series*. Hoboken (USA): John Wiley & Son, Inc.

Enders W. 2004. *Applied Econometric Time Series*. Ed ke-2. New Jersey (US): Willey.

Engle RF. 1982. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*. 50(4): 987–1007.

Engle RF. 2001. The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economics Perspectives*. 4:157-168.

Grasa AA. 1989. *Econometric Model Selection: A New Approach*. NLD:Springer Netherlands.

He Changli, Terasvirta T. 1998. Statistical Properties of the Asymmetric Power Arch Process. *Journal of Economics.*

Juanda B, Junaidi. 2012. Ekonometrioka Deret Waktu Teori dan Aplikasi. Bogor (ID): IPB Pr.

McNeil AJ, Frey R, Embrechts P. 2005. *Quantitative Risk Management*: *Concepts, Techniques and Tools*. USA: Princeton University Press.

Montgomery DC, Jennings CL, Kulahci M. 2015. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Ed ke-2. Hoboken, New Jersey(AS): John Wiley & Sons, Inc.

Nasution AH, Prasetyawan. 2008. Perencanaan dan Pengendalian Produksi. Yogyakarta(ID): Graha Ilmu.

Pindyck RS, Rubinfeld DL. 1998. Econometric Models and Economic Forecast. Ed ke-4. United States of America (US): The McGraw-Hill.

Laurent S. 2003. Analytical derivates of the APARCH model. *Journal of Computational Economics*. 24(1): 51-57.

Lo MS. 2003. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Time Series Model*. Thesis Department of Statistics and Actuaria Science. Simon Fraser University.

Makridakis. 1999. Metode dan Aplikasi Peramalan. Ed ke-2. Jakarta: Erlangga.

Gudivada VN. 2017. *Data Analytics. Data Analytics for Intelligent Transportation Systems.*Amsterdam (NLD): Elsevier Science Publishers. 31-67.

Widarjono A. 2005. Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya. Ekonisi. Yogyakarta (ID): Ekonisia.

Widarjono A. 2007. Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis, Yogyakarta: Ekonisia Fakultas Ekonomi Universitas Islam Indonesia.

Wei WW. 2006. *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Methods*. Ed ke-2. New York (USA): Pearson.

Lampiran 1 Data inflasi kelompok kesehatan

Tanggal	Data Inflasi	Tanggal	Data Inflasi
Jan-06	1.06	Aug-09	0.35
Feb-06	0.40	Sep-09	0.29
Mar-06	0.39	Oct-09	0.20
Apr-06	0.58	Nov-09	0.19
May-06	0.57	Dec-09	0.20
Jun-06	0.27	Jan-10	0.15
Jul-06	0.06	Feb-10	0.18
Aug-06	0.33	Mar-10	0.25
Sep-06	0.31	Apr-10	0.17
Oct-06	0.29	May-10	0.11
Nov-06	0.42	Jun-10	0.06
Dec-06	1.05	Jul-10	0.27
Jan-07	0.54	Aug-10	0.27
Feb-07	0.64	Sep-10	0.23
Mar-07	0.20	Oct-10	0.24
Apr-07	0.32	Nov-10	0.09
May-07	0.18	Dec-10	0.16
Jun-07	0.22	Jan-11	0.47
Jul-07	0.35	Feb-11	0.69
Aug-07	0.24	Mar-11	0.38
Sep-07	0.44	Apr-11	0.38
Oct-07	0.45	May-11	0.50
Nov-07	0.26	Jun-11	0.41
Dec-07	0.41	Jul-11	0.27
Jan-08	0.72	Aug-11	0.26
Feb-08	1.56	Sep-11	0.22
Mar-08	0.69	Oct-11	0.26
Apr-08	1.88	Nov-11	0.17
May-08	0.69	Dec-11	0.17
Jun-08	0.83	Jan-12	0.51
Jul-08	0.71	Feb-12	0.15
Aug-08	0.56	Mar-12	0.16
Sep-08	0.36	Apr-12	0.23
Oct-08	0.52	May-12	0.18
Nov-08	0.37	Jun-12	0.21
Dec-08	0.21	Jul-12	0.42
Jan-09	0.37	Aug-12	0.24
Feb-09	0.17	Sep-12	0.14
Mar-09	0.73	Oct-12	0.25
Apr-09	0.34	Nov-12	0.21
May-09	0.62	Dec-12	0.18
Jun-09	0.23	Jan-13	0.29
Jul-09	0.13	Feb-13	0.56

Lampiran 1 Data inflasi kelompok kesehatan (lanjutan)

Tanggal	Data Inflasi
Mar-13	0.24
Apr-13	0.22
May-13	0.23
Jun-13	0.23
Jul-13	0.40
Aug-13	0.37
Sep-13	0.27
Oct-13	0.33
Nov-13	0.34
Dec-13	0.16
Jan-14	0.72
Feb-14	0.28
Mar-14	0.41
Apr-14	0.61
May-14	0.41
Jun-14	0.36
Jul-14	0.39
Aug-14	0.33
Sep-14	0.29
Oct-14	0.60
Nov-14	0.43
Dec-14	0.74
Jan-15	0.66
Feb-15	0.39
Mar-15	0.64
Apr-15	0.38
May-15	0.34
Jun-15	0.32
Jul-15	0.36
Aug-15	0.70
Sep-15	0.44
Oct-15	0.29
Nov-15	0.44
Dec-15	0.24
Jan-16	0.36
Feb-16	0.26
Mar-16	0.30
Apr-16	0.31
May-16	0.27
Jun-16	0.34
Jul-16	0.37
Aug-16	0.39
Sep-16	0.33
Oct-16	0.29
Nov-16	0.30
Jan-17	0.50
Feb-17	0.26
Mar-17	0.21
Apr-17	0.08
May-17	0.37
Jun-17	0.34
Jul-17	0.15
Aug-17	0.20
Sep-17	0.16
Oct-17	0.21
Nov-17	0.27
Dec-17	0.18

Lampiran 2 Nilai AIC dari model ARMA(2,0) terhadap data inflasi

Model	Signifikansi	AIC
ARCH(1)	Tidak signifikan	-
ARCH(2)	Tidak signifikan	-
ARCH(3)	Tidak signifikan	-
ARCH(4)	Tidak signifikan	-
ARCH(5)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,3)	Tidak signifikan	-

Lampiran 3 Nilai AIC dari model ARMA(1,2) terhadap data inflasi

Model	**Signifikansi**	**AIC**
ARCH(1)	Tidak signifikan	-
ARCH(2)	Tidak signifikan	-
ARCH(3)	Tidak signifikan	-
ARCH(4)	Tidak signifikan	-
ARCH(5)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(1,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(2,3)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,1)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,2)	Tidak signifikan	-
GARCH(3,3)	Tidak signifikan	-

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Hanif Dwitama Putera, lahir di Jakarta 26 April 1997. Penulis merupakan anak bungsu dari dua bersaudara pasangan Ibu Sri Sumarni dan Bapak Arry Mudiyanto. Penulis menyelesaikan pendidikan sekolah dasar di SD Putra 1 Jakarta Timur pada tahun 2009. Pada tahun itu juga penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 139 Jakarta Timur dan tamat pada tahun 2012, kemudian melanjutkan sekolah menengah atas di SMA PU Albayan Sukabumi pada tahun 2012 hingga tahun 2015. Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan di Institut Pertanian Bogor (IPB) Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) pada Program Studi Matematika. Penulis menyelesaikan kuliah strata satu (S1) pada tahun 2020.

Selama masa perkuliahan, penulis secara aktif mengikuti berbagai aktivitas di dalam maupun di luar lingkungan prodi. Pada tahun 2016, penulis berpartisipasi dalam kepanitiaan MPKMB53 tepatnya dalam divisi Desain, Dekorasi dan Dokumentasi (DDD). Selain itu, penulis pernah menjabat sebagai Ketua Biro Kewirausahaan dalam Himpunan Profesi Gugus Mahasiswa Matematika (Gumatika) periode 2017/2018. Selain aktif dalam organisasi dan kepanitiaan, penulis juga memiliki kemampuan dalam bidang seni yaitu disain grafis dan *video editing*.