

# Feuille d'Exercices « Révisions générales »

## Exercice 1 : Résolution d'équations

Résoudre les équations suivantes :

1.  $x^2 + 3x + 40 = 0$
2.  $6x^4 - 5x^3 - 4x^2 = 0$
3.  $4x^6 + 10x^5 + x^4 = 0$
4.  $x^7 + 6x^4 - 16x = 0$  (Astuce : racine évidente + changement de variables)
5.  $x^{1/2} - 8x^{1/4} - 15 = 0$
6.  $\frac{x}{4x+5} + \frac{3x}{x-8} = 0$

## Exercice 2 : Équations exponentielles et logarithmiques

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

1.  $12 + 5 \exp(10x - 7) = 15$
2.  $4 \exp(2x + x^2) - 7 = 2$
3.  $4x^2 - 3x^2 \exp(2 - x) = 0$  (Astuce : factoriser)
4.  $16 + 4 \ln(x + 2) = 7$
5.  $\ln 3x + 1 - \ln x = -2$
6.  $2 \ln(x) - \ln(x^2 + 4x + 1) = 0$
7.  $11 - 5^{9x-1} = 3$
8.  $1 + 3^{x^2-2} = 5$

## Exercice 3 : Résolution d'équations

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

1.  $e^x + e^{-x} = 2$
2.  $(\ln x)^2 + 3 \ln x + 2 = 0$
3.  $x = \sqrt{x} + 2$
4.  $x^2 - 3x + 4 + \frac{8-6x}{x^2-2} = 0$

## Exercice 4 : Résolution d'inéquations

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

1.  $\ln(3x) < \ln(2x)$
2.  $3 \times 2^{3x-4} \geq 7^8$
3.  $5 \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 10^{-10}$
4.  $\sqrt{x} \geq x + 1$

## Exercice 5 : Injections, surjections, bijections

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des injections/surjections/bijections ?

1.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = e^x$
2.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  définie par  $f(x) = e^x$
3.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  définie par  $f(x) = x^2$
4.  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  définie par  $f(x) = x^2$
5.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
6.  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  définie par  $f(n) = 2n$
7.  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  définie par  $f(n) = \begin{cases} \lfloor n/2 \rfloor & \text{si } n \text{ pair} \\ -\lfloor n/2 \rfloor & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$

### Exercice 6 : Récurrence

Montrer les formules closes suivantes par récurrence :

1.  $S_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
2.  $S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3.  $S_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$  pour tout  $q \in \mathbb{R} - \{1\}$

### Exercice 7 : Équations trigonométriques

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  (sauf mention explicite du contraire) les équations trigonométriques suivantes :

1.  $10 \cos(8\theta) = -5$
2.  $2 \sin(\theta/4) = \sqrt{3}$
3.  $2 \sin(\theta/4) = \sqrt{3}$  dans  $[0, 16\pi]$
4.  $10 + 7 \tan(4\theta) = 3$  dans  $[-\pi, 0]$ .
5.  $3 - 4 \sin(4\theta) = 5$  dans  $[-3\pi/2, -\pi/2]$