RIJEŠENI PRIMJERI

Prof. dr. Nermin Suljanović

- Digitalna obrada signala –

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE UNIVERZITETA U TUZLI

Primjer 1: Kompresor

Kompresor je sistem opisan jednačinom $y[n] = x[m \cdot n]$. Ispitati vremensku invarijantnost, kauzalnost i stabilnost kompresora.

$\mathcal{R}$:

Kompresor djeluje na način da odbaci $(m - 1)$ uzoraka od m, odnosno formira novu sekvencu na način da zadržava svaki m-ti uzorak $(m > 0)$.

Sisteme je vremenski varijantan tako da o sistemu ne možemo zaključivati na osnovu impulsnog odziva. Da bi ispitali kauzalnost, posmatraćemo odziv u konkretnom trenutku $n = n_0$.

$$y[n_0] = y[m \cdot n_0]$$

S obzirom da je $m > 0, m \in \mathbb{Z}$, vrijedi $m \cdot n_0 > n_0$ za $m > 1$. Prema tome, kompresor je akauzalan sistem.

Za $m = 1$, ulaz se prenosi na izlaz bez kompresije.

Primjer 1: Kompresor

Da bi ispitali stabilnost, pretpostavićemo da je ulaz ograničen:

$$|x[n]| \leq B_x \leq \infty, \forall n$$

$$|y[n]| = |x[m \cdot n]| = |x[k]| \leq B_x < \infty$$

Vidimo da ograničen ulaz uzrokuje ograničen izlaz. Zaključujemo da je sistem stabilan.

Primjer 2: Odziv sistema

Za sistem prikazan na slici odredite tranzijentnu i stacionarnu komponentu odziva.

$$x[n] = e^{j\omega n}u[n] \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y[n] = y_t[n] + y_{ss}[n]$$

$\mathcal{R}$:

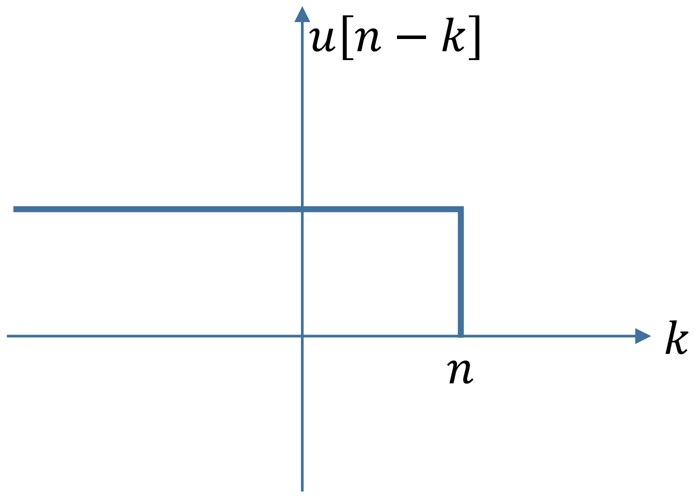
Ukupni odziv sistema ćemo odrediti pomoću konvolucione sume, a zatim izdvojiti tranzijentni i stacionarni odziv.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]e^{j\omega(n-k)}u[n-k], za\ n \geq 0$$

$$n < 0 \rightarrow x[n] = 0 \rightarrow y[n] = 0$$

Primjer 2: Odziv sistema



$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]e^{j\omega n}e^{-j\omega k} = \sum_{k=0}^{n} e^{j\omega n} \cdot \left(h[k]e^{-j\omega k}\right)$$

$$y[n] = e^{j\omega n} \sum_{k=0}^{n} h[k]e^{-j\omega k}, za\ n \geq 0$$

$$y[n] = \left(\sum_{k=0}^{\infty} h[k]\, e^{-j\omega k}\right) \cdot e^{j\omega n} - \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} h[k]\, e^{-j\omega k}\right) \cdot e^{j\omega n}$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]e^{-j\omega k} \Rightarrow$$

Za kauzalne sisteme vrijedi: $h[k] = 0$ *za* $k < 0$ *pa je:* $H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]e^{-j\omega k}$

$$\Downarrow$$

$$y[n] = H\left(e^{j\omega}\right) \cdot e^{j\omega n} - \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} h[k]\, e^{-j\omega k}\right) \cdot e^{j\omega n} = y_{ss}[n] + y_t[n]$$