Auditorne vježbe 2

DEFINICIJA:

Diskretni signal(sekvenca) $x[n]$ je periodičan ako postoji pozitivan cijeli broj N takav da važi

$$x[n] = x[n+N], \quad N \in Z \tag{2.1}$$

najmanja vrijednost perioda N za koju važi relacija 2.1 naziva se osnovni period i označava se N_0.

DEFINICIJA:

Kompleksna eksponencijalna sekvenca

$$x[n] = e^{j\Omega n}$$

je periodična sekvenca, ako je zadovoljena sljedeći uslov

$$\frac{\Omega}{2\pi} = \frac{m}{n} \in Q \tag{2.2}$$

DEFINICIJA:

Neka su $x_1[n]$ i $x_2[n]$ dvije periodične sekvence sa osnovnim periodima N_1 i N_2. Linearna kombinacija sekvenci $x_1[n]$ i $x_2[n]$

$$x_3[n] = ax_1[n] + bx_2[n], \quad a, b \in R \tag{2.3}$$

je periodična sekvenca ako i samo ako je odnos perioda N_1 i N_2 racionala broj, tj.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{m}{n} \in Q \tag{2.4}$$

Period sekvence $x_3[n]$ je $N_3 = mN_2 = nN_1$

DEFINICIJA:

Klasa vremenski kontinualnih ili vremenski diskretnih energetskih signala definisana je kao onaj skup signala koji imaju konačnu energiju tj $E < \infty$ i snagu jednaku 0.

$$E = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \tag{2.5}$$

DEFINICIJA:

Klasa vremenski kontinualnih ili vremenski diskretnih signala snage definisana je kao onaj skup signala koji imaju konačnu snagu tj $P < \infty$ i beskonačnu energiju.

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \tag{2.6}$$

Snaga periodičnih vremenski vremenski diskretnih signala se računa kao:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 \tag{2.7}$$

Zadatak 2.1

Provjeriti da li su sljedeći signali energetski signali, signali snage ili ni jedno od navedenog. Ako su signali snage odrediti snagu signala a ako su energetski signali odrediti energiju signala.

a)

$$x[n] = \begin{cases} n, & 0 \le n < 4 \\ n-4 & 4 \le t < 8 \\ 0, & ostalo \end{cases}$$

b)

$$x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n), & n \ge 4 \\ \\ 0, & ostalo \end{cases}$$

c) $x[n] = u[n]$

d) $x[n] = 2^n$

e) $x[n] = e^{jn}$

f) $x[n] = \sqrt{2}\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{pi}{4}\right)$

g) $x[n] = \frac{2}{n}u[n-1]$

Dodatak

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4} = \left[\sum_{i=1}^{n} i\right]^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$\sum_{i=0}^{n} i^s = \frac{(n+1)^{s+1}}{s+1} + \sum_{k=1}^{s} \frac{B_k}{s-k+1}\binom{s}{k}(n+1)^{s-k+1}$$

$$\sum_{i=0}^{N} q^n = \frac{q^{N+1}-1}{q-1}$$

Za sljedeće sume $|x| < 1$

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} = 1 + \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right),\ gdje\ je\ \ r > 0\ \ x = \frac{1}{1+r}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^{2i} = \frac{1}{1-x^2}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} i x^i = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i x^i = x\frac{1-x^n}{(1-x)^2} - \frac{nx^{n+1}}{1-x}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} i^2 x^i = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 x^i = \frac{x(1+x-(n+1)^2x^n+(2n^2+2n-1)x^{n+1}-n^2x^{n+2})}{(1-x)^3}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} i^3 x^i = \frac{x(1+4x+x^2)}{(1-x)^4}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} i^k x^i = Li_{-k}(x)$$