RI301 Strukture podataka

dr.sc. Edin Pjanić

FET-RI301 1/55

Pregled predavanja

- Lista kao apstraktni tip podatka (ATP)
- Implementacija ATP liste pomoću niza sukcesivnih memorijskih lokacija (nizom)
- Implementacija ATP liste pomoću povezanih memorijskih lokacija (jednostruko povezanih)

FET-RI301 2/55

Apstraktni tip podataka (ATP)

- Engl.: Abstract data type (ADT).
- Apstraktni tip podataka:
 - Tip podataka kod kojeg su njegova logička svojstva odvojena od detalja implementacije.
- Tri karakteristike ATP:
 - Ime tipa,
 - Domena (skup vrijednosti koje pripadaju tom tipu) i
 - Skup operacija nad podacima.
- Apstraktni tip podataka ne definiše konkretnu implementaciju (enkapsulacija).
- U implementaciji se mora osmisliti kako predstaviti podatke i napisati algoritme za definisane operacije.

FET-RI301 3/55

 Kolekcija elemenata, obično istog tipa, sa definisanim poretkom (pozicijom svakog elementa). Lista strijelaca

Primjeri:

Lista za kupovinu

mlijeқo hljeb jaja voda kafa

23 5 63 79 28 45 8 66 20 22 čokolada 55 57 neka igračkica 9 16

Bingo brojevi

fudbalske Džeko reprezentacije BiH Ibišević Misimović Bolić Barbarez Baljić Pjanić Muslimović Medunjanin Lista komandi Đurić Get L

Forward I

Turn left

Forward L/2

Dig 30 cm

4/55

Apstraktni prikaz liste:

```
< a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1} > ili (a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1})

ili < a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n > ili (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n)
```

- Još neki pojmovi:
 - Prazna lista (empty): lista nema elemenata < >.
 - Dužina ili veličina (length): broj elemenata u listi.
 - Glava (head): prednji kraj liste (prvi element).
 - Rep (tail): stražnji kraj liste (posljednji element).

FET-RI301 5/55

- Najčešće operacije koje se definišu nad listom kao ATP:
 - kreiranje liste,
 - dodavanje elementa u listu,
 - uklanjanje elementa iz liste,
 - dobijanje vrijednosti određenog elementa u listi,
 - dobijanje veličine liste itd.
- Pri implemetaciji operacija vrlo važan koncept je trenutna pozicija, koja označava mjesto gdje će se obaviti neka operacija (dodavanje, uklanjanje, ...).
- Ovaj koncept se implementira:
 - Internim stanjem (indeks, pokazivač i sl.).
 - Posebnim objektom koji predstavlja poziciju (iterator).

FET-RI301 6/55

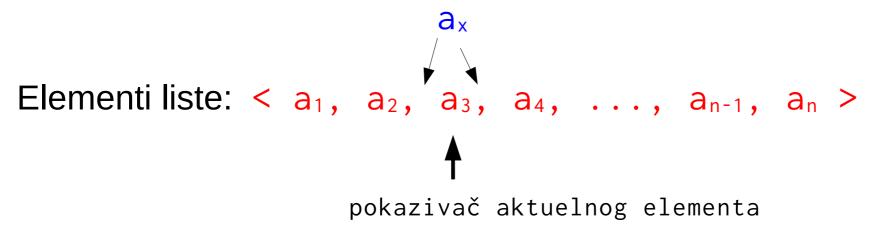
Lista (ATP) – kretanje po listi

Neke operacije sa aktuelnim (trenutnim) elementom:

- čitanje/mijenjanje vrijednosti
- brisanje elementa
- dodavanje novog elementa na tu poziciju

FET-RI301 7/55

Lista (ATP) – dodavanje novog elementa



Dodavati možemo:

- iza trenutnog elementa
 a₁, a₂, a₃, a_x, a₄, ..., a_{n-1}, a_n >
- ispred trenutnog elementa < a1, a2, ax, a3, a4, ..., an-1, an >



n+1 element

T-RI301 8/55

Lista (ATP) – primjer uklanjanja elementa

Nakon uklanjanja 'trenutnog' elementa:

FET-RI301 9/55

Lista – implementacija operacija

- Operacije nad strukturom podataka ćemo implementirati unutar metoda ili funkcija.
- Na osnovu prethodnog razmatranja mogli bismo navesti nazive nekih metoda/funkcija koje će imati naša Lista bez obzira na implementaciju:
 - dodaj, dodaj_ispred, dodaj_iza, insert, ...
 - ukloni, erase, ...
 - trenutni, current, *,
 - naprijed, forward, ++
 nazad, backward, --
 - velicina, size
 - itd.

10/55

Lista – specifikacija

Metode koje konkretna implementacija treba implementirati možemo specificirati u obliku:

```
template<typename TipElementa>
class Lista { //
  public:
    ~Lista();
    bool dodaj(iterator poz, const TipElementa& novi);
    bool dodajNaKraj(const TipElementa& novi);
    void ukloni();
    void isprazni();
    TipElementa& trenutniElement();
    void naPocetak();
    void naKraj();
    void naPrethodni();
    void naNaredni();
    void uradiNesto();
    size t velicina();
};
```

FET-RI301 11/55

Lista – specifikacija

Metode možemo predvidjeti i na engleskom jeziku (poželjno):

```
template<typename ElemType>
class List { // Klasa List kao ATP
  public:
    ~List();
    bool insert(iterator pos, const ElemType& val);
    bool push back(const ElemType& val);
    bool push front(const ElemType& val);
    ElemType pop_back(); // Ili void
    ElemType pop_front(); // Ili void
    ElemType & back();
    ElemType & front();
    void remove(const ElemType& val);
    void clear();
    size t size();
    iterator begin();
    iterator end();
};
```

FET-RI301 12/55

Primjer rada sa listom: std::list

```
#include <list>
                             Funkcija koja će zadani broj puta klonirati zadnji element u listi.
#include <iostream>
void repeat back(std::list<int>& numbers, size t count)
{
  auto num = numbers.back();
  for(size_t i=0; i<count; ++i){</pre>
    numbers.push back(num);
}
                             Funkcija koja će zadani broj puta klonirati prvi element u listi.
void repeat front(std::list<int>& numbers, size t count)
{
  auto num = numbers.front();
  for(size_t i=0; i<count; ++i){</pre>
    numbers.push front(num);
}
                             Funkcija koja će ispisati na standardni izlaz sve elemente u listi.
template<typename T>
void print(const std::list<T>& l, std::ostream& out)
{
  for(auto it=l.begin(); it!=l.end(); ++it)
    out << *it << ' ';
```

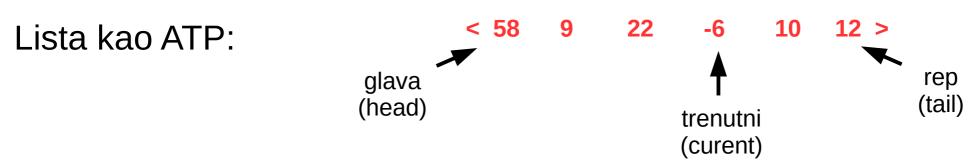
FET-RI301 14/55

- Neki načini implementacije:
 - nizom (array)
 - povezanim memorijskim lokacijama (linked memory)
- Performanse operacija zavise od načina implementacije.
- Posebni oblici ove strukture podataka su:
 - stack (stog),
 - queue (red).

FET-RI301 15/55

Lista – implementacija pomoću niza

 Elemente liste možemo smjestiti u niz, obično dinamički alociran. Primjer:



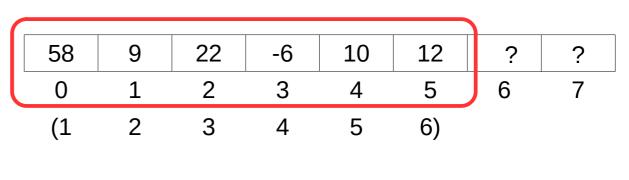
Implementacija liste pomoću niza:

trenutni (indeks): 3 veličina (liste): 6

glava: 0

rep: 5

kapacitet: 9



dio niza koji se koristi za listu

Ovdje ne smijemo poistovjećivati listu i niz. Niz se koristi kao prostor za smještanje elemenata liste.

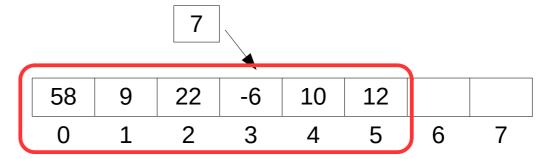
FET-RI301 16/55

Lista – dodavanje elementa

 Novi element u listu možemo dodati ispred ili iza trenutne pozicije. Primjer dodavanja ispred:

trenutni (indeks): 3

veličina: 6



				premjestiti				
			-			—		
58	9	22		-6	10	12		
0	1	2	3	4	5	6	7	

trenutni (indeks): 3

veličina: 7

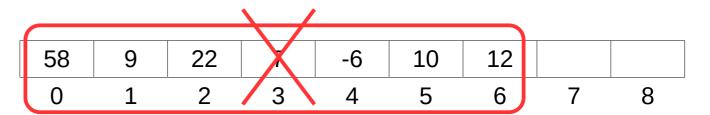
58	9	22	7	-6	10	12	
0	1	2	3	4	5	6	7

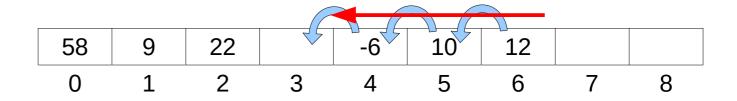
Složenost: O(n)

Lista – uklanjanje elementa

trenutni (indeks): 3

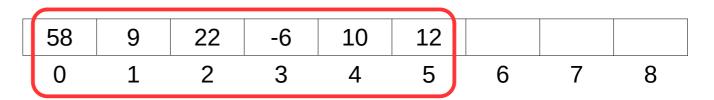
velicina: 7





trenutni (indeks): 3

velicina: 6



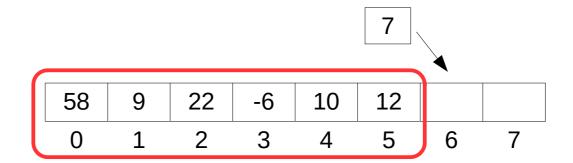
Složenost: O(n)

FET-RI301 18/55

Lista – dodavanje elementa na kraj liste

trenutni (indeks): 3

veličina: 6



trenutni (indeks): 3

veličina: 7

58	9	22	-6	10	12	7	
0	1	2	3	4	5	6	7

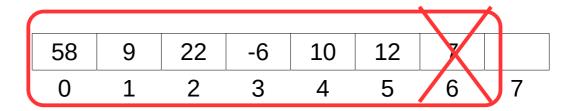
Složenost: O(1)

FET-RI301 19/55

Lista – uklanjanje elementa sa kraja liste

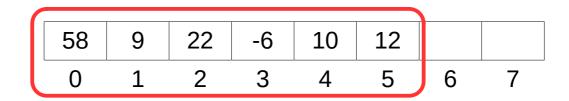
trenutni (indeks): 3

veličina: 7



trenutni (indeks): 3

veličina: 6



Koja je složenost uklanjanja/dodavanja na početak liste?

Složenost: O(1)

Lista nizom – složenost nekih operacija

- Pristup trenutnom elementu: O(1)
- Dodavanje novog elementa (na proizvoljnu lokaciju): O(n)
- Uklanjanje elementa (sa proizvoljne lokacije): O(n)
- Dodavanje novog elementa na kraj liste: O(1)
- Uklanjanje elementa sa kraja liste: O(1)
- Dodavanje novog elementa na početak liste: O(n)
- Uklanjanje elementa sa početka liste: O(n)
- Traženje elementa po vrijednosti: O(n)
- Ostale operacije?
- Iterator, tip iteratora...?

58	9	22	-6	10	12		
0	1	2	3	4	5	6	7

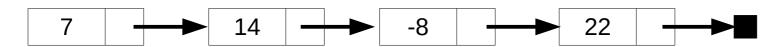
FET-RI301 21/55

Lista (ATP) – implementacija pomoću povezanih memorijskih lokacija

- Ideja je da ubrzamo dodavanje i uklanjanje elemenata tako što nema pomjeranja ostalih elemenata.
- Osnova svega je čvor (član, atom) koji sadrži element liste i vezu na naredni element.



Listu dobijemo uvezivanjem čvorova na slj. način:



Lista: (7, 14, -8, 22)

FET-RI301 22/55

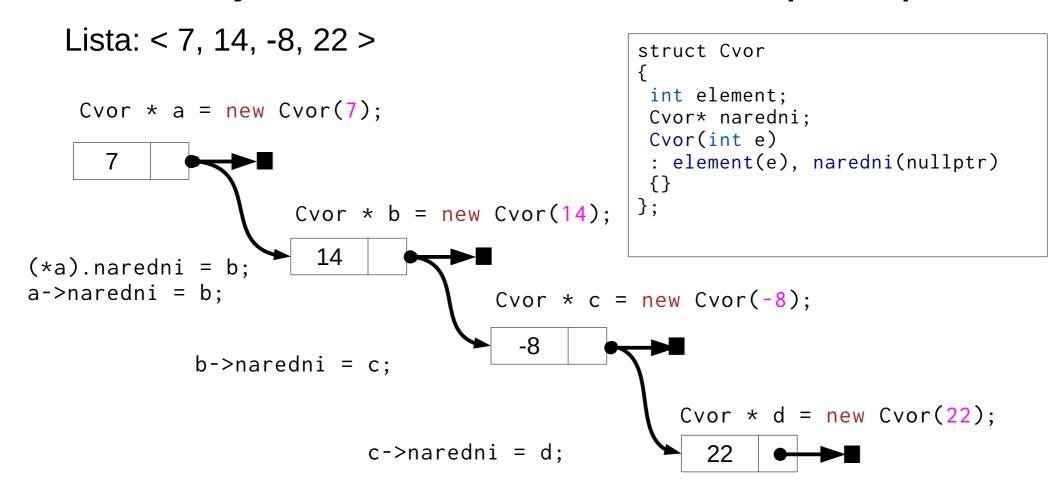
Čvor liste

};

```
struct Cvor
    int element;
    Cvor * naredni;
    Cvor(int e) : element(e), naredni(nullptr) {}
};
                element
                            naredni
template <typename Elem>
class Cvor
  public:
    Elem element;
    Cvor* naredni;
    Cvor(const Elem & e) : element(e), naredni(nullptr) {}
```

FET-RI301 23/55

Uvezivanje čvorova liste – osnovni principi



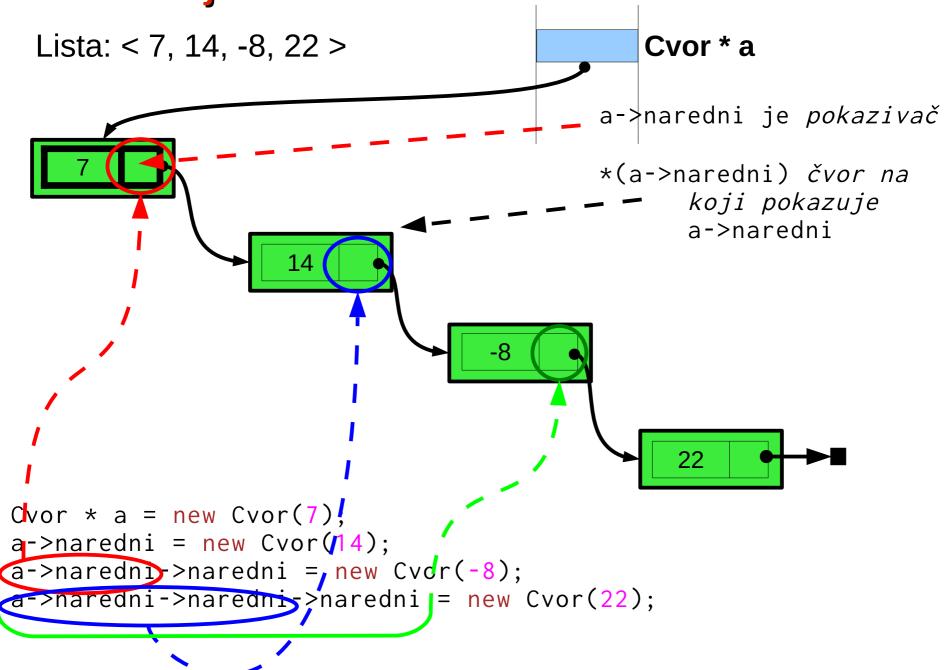
Svaki čvor se dinamički alocira.

Zadnji čvor pokazuje na null-pointer što nam je indikacija da nema više čvorova.

U nekim implementacijama zadnji čvor pokazuje na samog sebe. U nekima na specijalni čvor koji označava kraj liste.

24/55

Uvezivanje čvorova liste



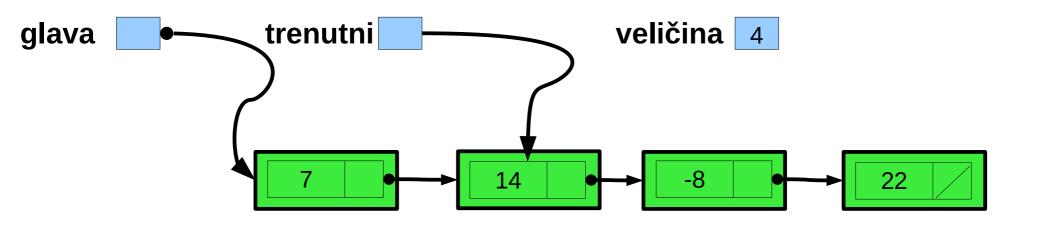
FET-RI301 26/55

Kretanje po čvorovima liste

Lista: < 7, 14, -8, 22 > 14 a void ispisi(Cvor *c) ispisi(a); while(c != nullptr) => 7 14 -8 22 KRAJ std::cout << c->element << " ";</pre> c = c->naredni; std::cout << " KRAJ" << std::endl;</pre>

FET-RI301 27/55

Lista – glavni elementi



- glava pokazivač na početak liste (prvi čvor). Ovaj pokazivač ne smijemo izgubiti inače bismo izgubili cijelu listu.
- trenutni pokazivač na trenutni element u listi koji je referenca za dodavanje ili uklanjanje čvora i sl. Obično je to eksterni objekat - iterator.

veličina – broj čvorova liste.

FET-RI301 28/55

Lista – implementacija (int)

```
class Lista
  private:
    class Cvor
      public:
         int element;
        Cvor* naredni;
        Cvor(int v) : element(v), naredni(nullptr) {}
    };
    Cvor * glava;
                                           Samo u edukativne svrhe (privremeno).
    Cvor * trenutni_cvor, ✓
                                           U stvarnosti se za kretanje po listi koristi
    size_t velicina_liste;
                                           iterator.
  public:
    Lista();
    ~Lista();
   void naprijed();
   void nazad();
   void dodaj_iza(int X);
                                    void dodaj(iterator it, int X);
   void dodaj_ispred(int X);
   // ostali metodi
                                    U opštem slučaju (template):
                                    void insert(iterator it, const T& x);
};
```

FET-RI301 29/55

Lista – konstruktor i destruktor

Konstruktor

Kreirati praznu listu (bez elemenata.)

Destruktor

- Svaki čvor je dinamički alociran.
- Dealocirati svu dinamički alociranu memoriju.

Proći kroz svaki čvor liste i dealocirati ga.

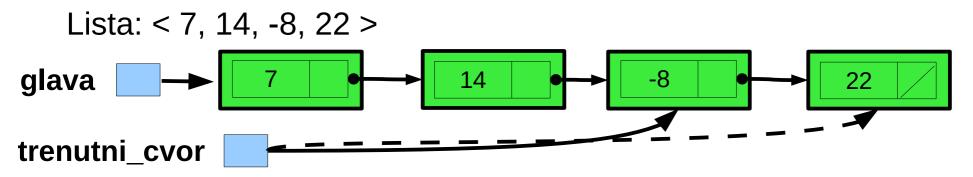
FET-RI301 30/55

Lista – konstruktor i destruktor

```
Lista::Lista() // kreira se prazna lista
: glava(nullptr),
  trenutni_cvor(nullptr),
                                       Složenost:
  velicina_liste(0)
                                          O(1)
{}
Lista::~Lista()
  Cvor *temp;
  while(glava)
    temp = glava->naredni;
                                       Složenost:
    delete glava;
                                          O(n)
    glava = temp;
                        14
                                             22
```

FET-RI301 31/55

Pomjeranje 'trenutnog' naprijed



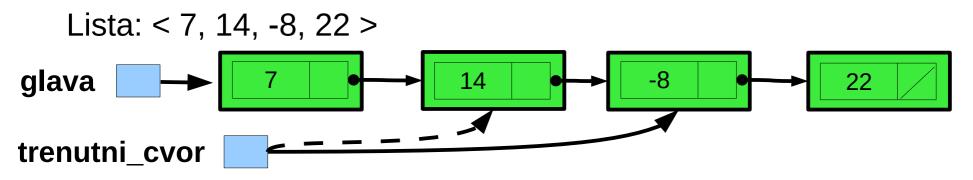
Da bismo trenutni marker (ili iterator) pomjerili naprijed potrebno je da trenutni_cvor (ili iterator) postavimo na naredni čvor onog na koji on pokazuje.

trenutni_cvor = trenutni_cvor->naredni;

Složenost: O(1)

FET-RI301 32/55

Pomjeranje unazad



Da bismo trenutni marker pomjerili nazad potrebno je da privatni član **trenutni_cvor** postavimo na čvor čiji član **naredni** pokazuje na trenutni čvor.

S obzirom na to da nikako ne možemo doći direktno do tog čvora jer su čvorovi uvezani samo u jednom smjeru, moramo krenuti od prvog čvora (**glava**) dok ne dođemo do traženog.

Dakle, prolazimo kroz čvorove. Kad naiđemo na čvor čiji pokazivač **naredni** pokazuje na trenutni (ima istu vrijednost kao **trenutni_cvor**) to je traženi čvor.

Složenost: O(n)

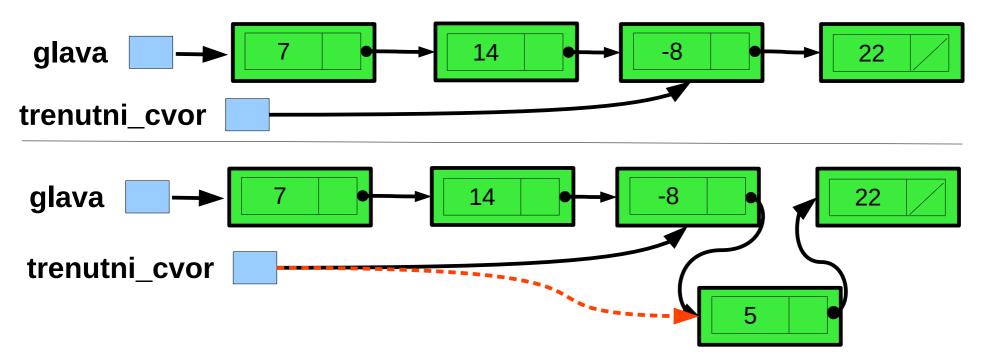
Lista – pomjeranje naprijed i nazad

```
void Lista::naprijed()
  if(trenutni_cvor && trenutni_cvor->naredni)
    trenutni_cvor = trenutni_cvor->naredni;
  else
    throw out_of_range("Ne mozemo nakon zadnjeg cvora.");
void Lista::nazad()
  if(trenutni_cvor == glava)
    throw out_of_range("Ne mozemo ispred prvog cvora.");
 Cvor *temp = glava;
  while (temp->naredni != trenutni_cvor)
    temp = temp->naredni;
  trenutni_cvor = temp;
```

Nemamo direktnu vezu na prethodni čvor, pa moramo krenuti od početka liste.

FET-RI301 34/55

Dodavanje novog čvora (iza trenutnog)



Da bismo dodali novi čvor u listu potrebno je kreirati novi čvor i samo promijeniti dva pokazivača: na redni novog čvora treba podesiti da pokazuje na čvor koji je bio poslije trenutnog a naredni trenutnog čvora treba podesiti da pokazuje na novi čvor.

Treba voditi računa o redoslijedu ovih operacija da ne bismo izgubili dio liste nakon trenutnog čvora.

Složenost: O(1)

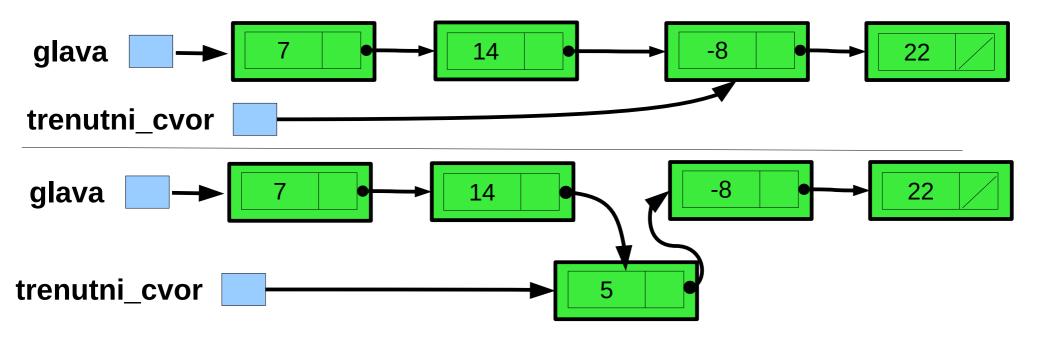
Dodavanje novog čvora (iza trenutnog)

Uvijek treba voditi računi i o posebnim slučajevima, kao što je dodavanje novog čvora u praznu listu.

```
void Lista::dodaj_iza(int X)
 Cvor * temp = new Cvor(X);
  if(velicina_liste != 0) // ako lista nije prazna
    temp->naredni = trenutni_cvor->naredni;
    trenutni_cvor->naredni = temp;
    trenutni_cvor = temp;
 else
    glava = temp;
    trenutni_cvor = temp;
 velicina_liste++;
```

FET-RI301 36/55

Dodavanje novog čvora (ispred trenutnog)



Da bismo dodali novi čvor u listu ispred trenutnog čvora, moramo nekako doći do čvora ispred trenutnog. Jedini način je da krenemo od početka liste.

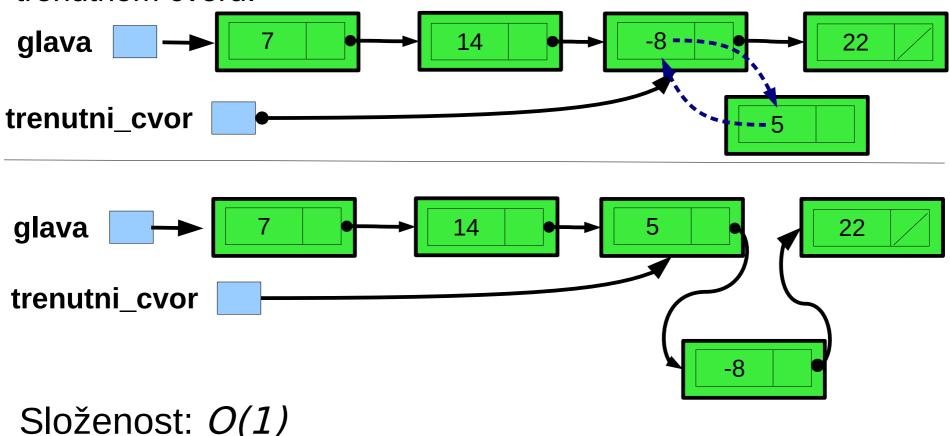
Nakon toga, manipulacija pokazivačima na naredni čvor je slična kao pri dodavanju čvora iza trenutnog.

Složenost: O(n)

Dodavanje novog čvora ispred trenutnog – druga verzija

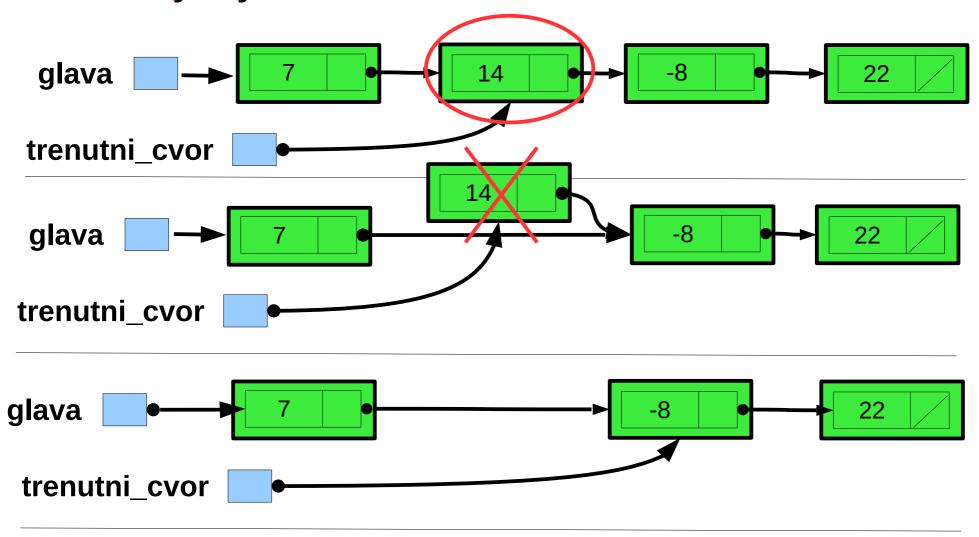
Možda ne moramo ići od početka liste?

Mogli bismo dodati čvor iza trenutnog a onda samo zamijeniti vrijednost elementa (podatka) u novom čvoru sa vrijednošću u trenutnom čvoru.



FET-RI301 38/55

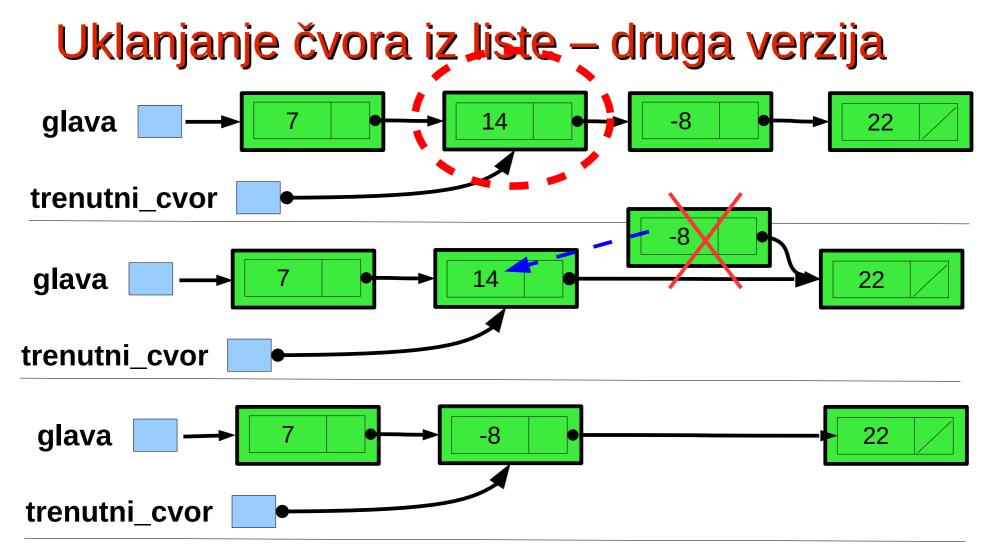
Uklanjanje čvora iz liste



Opet imamo problem sa manipulacijom čvora koji je ispred trenutnog čvora – moramo doći do njega od početka.

Složenost: *O(n)*

FET-RI301 39/55



Umjesto da fizički brišemo trenutni čvor, iskopiramo element (podatak) iz narednog čvora u trenutni a brišemo naredni čvor.

Podesiti pokazivače ispravno!

Imamo mali problem pri brisanju zadnjeg čvora. O(n)

Razmotriti i slučaj liste sa samo jednim čvorom.

Složenost: O(1)

Uklanjanje čvora (druga verzija)

```
void Lista::ukloni()
 Cvor *temp;
  if(trenutni_cvor == nullptr) return; // Ako nema cvorova
  if(trenutni_cvor->naredni){ // Ako nije zadnji cvor primijeni "trik"
    temp = trenutni_cvor->naredni;
    trenutni_cvor->element = temp->element;
    trenutni_cvor->naredni = temp->naredni;
                                                           O(1)
   delete temp;
 else if(velicina_liste == 1){ // Ako je samo jedan cvor izbrisi ga
   delete glava;
   glava = trenutni_cvor = nullptr;
  else { // Ako je zadnji cvor, nadji njegov prethodni od pocetka
    temp = glava:
   while(temp->naredni != trenutni_cvor) temp = temp->naredni;
    temp->naredni = nullptr;
    delete trenutni_cvor;
    trenutni_cvor = temp;
                                                            O(n)
  --velicina_liste;
```

FET-RI301 41/55

Pristup elementu liste po indeksu

 Ako bismo željeli implementirati pristup po indeksu korištenjem operatora [] na način:

```
Lista a; int e;
...
e = a[3];
```

- Da bismo došli do i-tog čvora moramo krenuti od početka liste.
- Liste rijetko imaju ovaj operator.

Složenost: O(n)

Operator [] - primjer implementacije

```
int Lista::operator[](size_t i)
  if(i >= velicina_liste)
    throw std::out_of_range("Indeks premasuje velicinu liste.");
 Cvor *temp = glava;
 while(i != 0)
    temp = temp->naredni;
    --i:
  return temp->element;
                                                    O(n)
```

FET-RI301 43/55

Korisni dodaci

- Ponekad je korisno imati mogućnosti:
 - direktnog dodavanja novog elementa na početak ili kraj liste
 - uklanjanje elementa sa početka ili kraja liste
 - Vezu od zadnjeg ka prvom elementu (ciklična lista)
- U tu svrhu bi trebalo definisati odgovarajuće metode (dodaj_na_pocetak, ukloni_sa_kraja, ...)
- Osim toga, da bi se efikasno realizovale ove operacije (metodi) potrebno je u klasu Lista dodati pokazivač koji uvijek pokazuje na zadnji čvor liste (rep).
- Korisno je definisati iterator za korištenje generičkih algoritama i sl.
- Metode imenovati na engleskom i što usklađenije sa standardima (push_back, clear, delete, insert, find)

FET-RI301 44/55

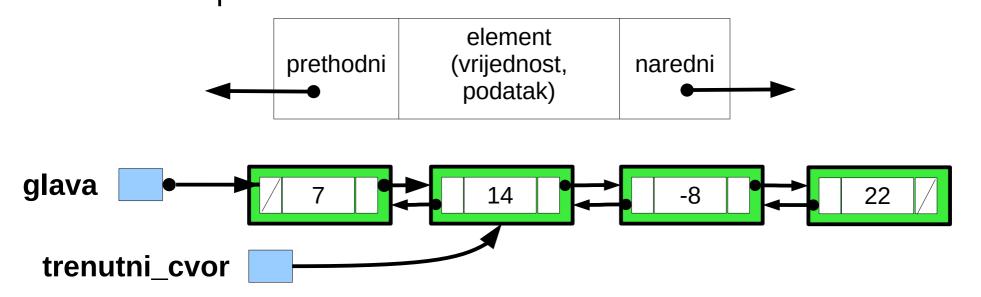
Sortirana lista

- Lista koju smo do sad analizirali je nesortirana lista u smislu da čvorovi nisu poredani po nekom posebnom kriteriju.
- Kod sortirane liste čvorovi su poredani po odgovarajućem kriteriju, najčešće od "najmanjeg" do "najvišeg" elementa.
- Kod ovakve liste:
 - nema smisla imati više metoda za dodavanje čvora
 - svako dodavanje zahtijeva traženje pozicije
 - ostale operacije su manje-više identične sa nesortiranom listom
 - prilikom prolaska kroz listu uvijek imamo sortirane elemente, što je zgodno u nekim slučajevima

FET-RI301 45/55

Dvostruko povezana lista

- Mane jednostruko povezane liste:
 - prolazak kroz listu samo u jednom smjeru
 - vraćanje unazad je O(n) (moramo ići od početka)
- Dvostruko povezane liste u svakom čvoru imaju vezu na oba kraja, tj.
 i na svog prethodnika i na svog sljedbenika u listi.
 STL lista std::list (zaglavlje <list>) je implementirana kao
 dvostruko povezana lista.



FET-RI301 46/55

Čvor liste

```
class Cvor
  public:
    int element;
    Cvor* prethodni;
    Cvor* naredni;
    Cvor(int e) : element(e), naredni(nullptr), prethodni(nullptr)
{}
                               element
                 prethodni
                              (vrijednost,
                                           naredni
                              podatak)
template <typename Elem>
class Cvor
  public:
    Elem element;
    Cvor* prethodni;
    Cvor* naredni;
    Cvor(const Elem & e) : element(e),
             prethodni(nullptr), naredni(nullptr) {}
};
```

FET-RI301 47/55

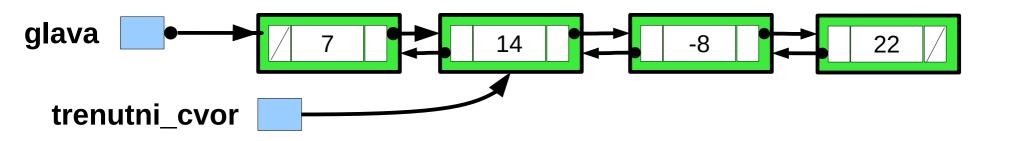
Neke karakteristike dvostruko povezane liste

- Dodatni pokazivač zahtijeva O(n) dodatne memorije, ali je to neznatno.
- Kretanje kroz listu je moguće u oba smjera na isti način O(1).
- Dodavanje ispred i iza datog elementa ima složenost O(1).
- Uklanjanje čvora ima složenost O(1).
- Dodavanje na početak ili kraj liste (zahtijeva poseban pokazivač, npr. rep) je O(1)
- Uklanjanje sa početka ili kraja liste (rep) je O(1)
- Traženje elementa po vrijednosti i dalje ima O(n) jer je potrebno proći kroz listu.

FET-RI301 48/55

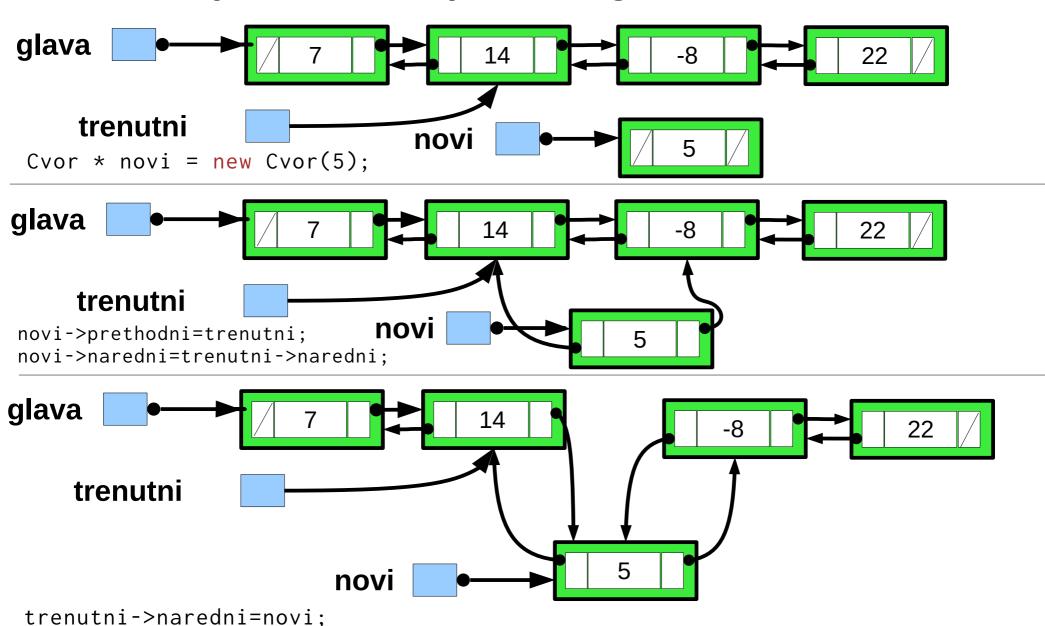
Dodavanje (uklanjanje) novog čvora (elementa)

- Dodavanje (uklanjanje) novog čvora je slično kao i kod jednostruko povezane liste. Međutim, potreban je dodatni oprez pri manipulaciji pokazivačima na naredni i prethodni čvor.
- Primjer: neka je data sljedeća lista u koju treba dodati novi element vrijednosti 5 iza trenutnog.



FET-RI301 49/55

Ilustracija dodavanja novog elementa

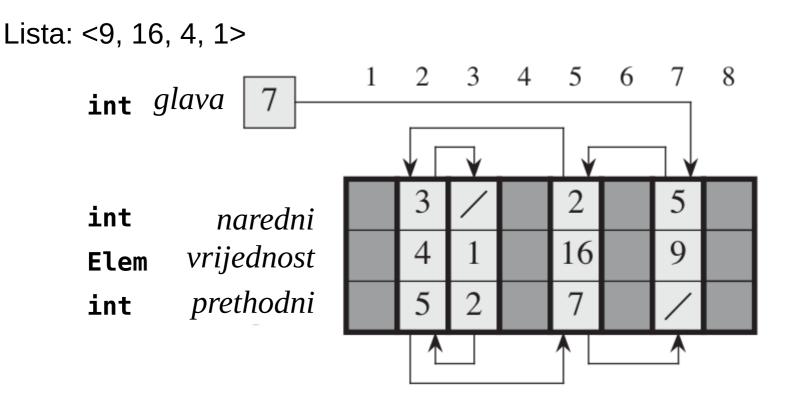


FET-RI301 50/55

novi->naredni->prethodni=novi;

Dvostruko povezana lista pomoću nizova (niza)

Na narednim slajdovima je dat primjer implementacije liste pomoću niza, kod koje su sve osnovne operacije složenosti O(1). Lista je implementirana po uzoru na dvostruko povezanu listu.

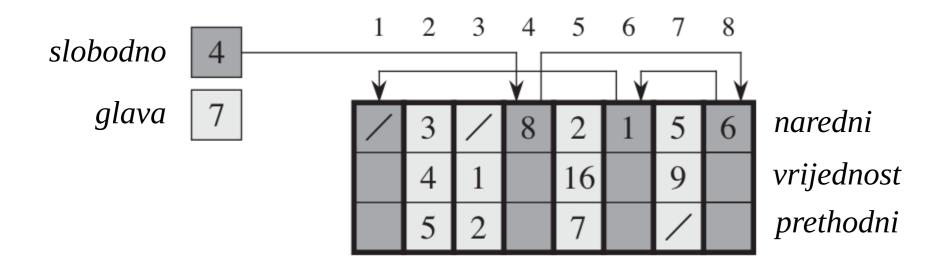


glava, naredni i prethodni čuvaju indekse.

Kako uklanjamo element iz liste? Kako dodajemo novi element u listu?

FET-RI301 51/55

Dvostruko povezana lista pomoću nizova (niza)

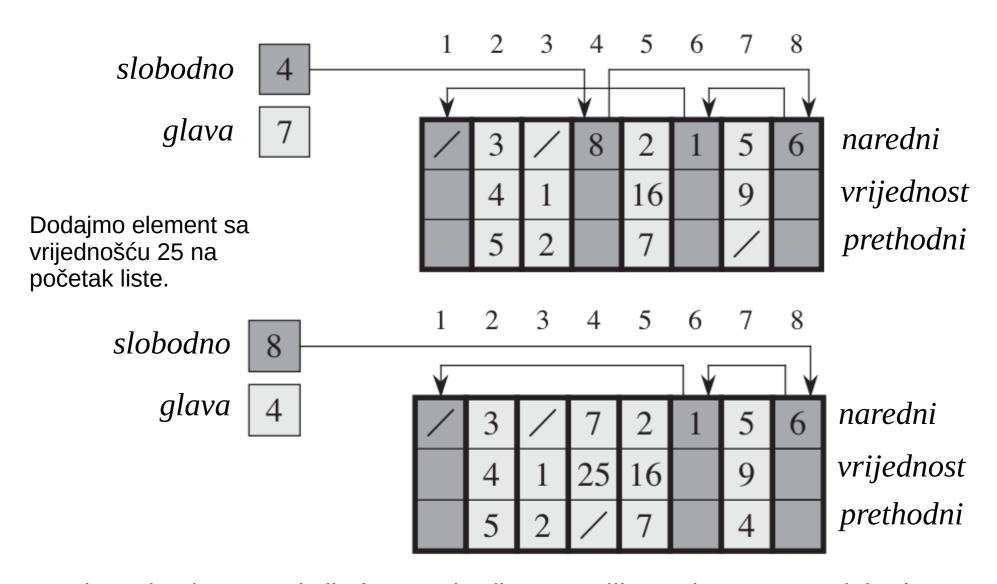


slobodno predstavlja početak liste sa slobodnim elementima niza.

Ovo nam omogućava da dodavanje u listu bude O(1).

FET-RI301 52/55

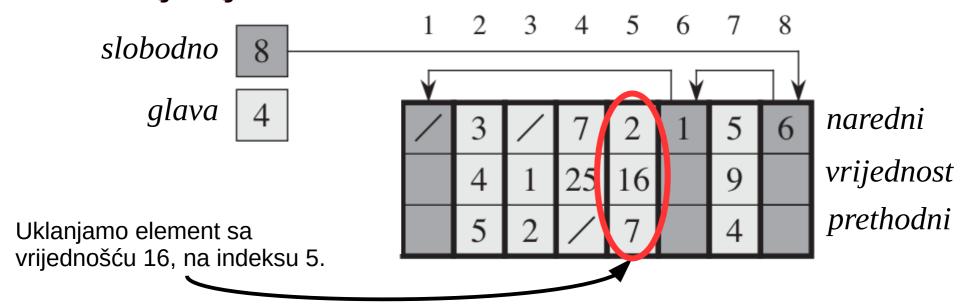
Dodavanje elementa



Dodavanje elementa (vrijednost 25) u listu se vrši na mjesto prvog slobodnog elementa niza (indeks slobodno), a slobodno poprima vrijednost narednog indeksa liste slobodnih elemenata. O(1)

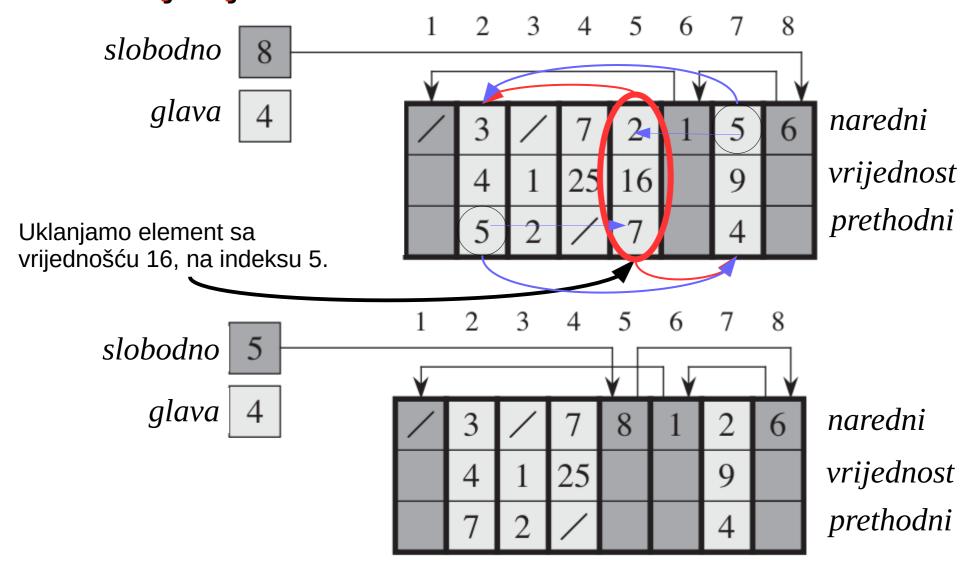
FET-RI301 53/55

Uklanjanje elementa



FET-RI301 54/55

Uklanjanje elementa



Uklanjanje elementa (indeks niza 5) iz liste se vrši tako što se "povežu" prethodni i naredni element elementa koji se uklanja.

Element koji se uklanja postaje prvi element liste slobodnih elemenata niza.

55/55

O(1)

Usporedba složenosti nekih operacija za različite implementacije liste

Operacija	Sukc. memorija (niz)	Jednostruko povezana lista	Dvostruko povezana lista
Konstruktor	O(1) ili O(n)	O(1)	O(1)
Copy konstruktor	O(n)	O(n)	O(n)
Destruktor	O(1) ili O(n)	O(n)	O(n)
operator=	O(n)	O(n)	O(n)
Brisanje cijele liste	O(1) ili O(n)	O(n)	O(n)
Dodavanje ispred	O(n)	O(1)	O(1)
Dodavanje iza	O(n)	O(1)	O(1)
Uklanjanje	O(n)	O(1), zadnji O(n)	O(1)
Dodavanje na početak	O(n)	O(1)	O(1)
Uklanjanje sa početka	O(n)	O(1)	O(1)
Dodavanje na kraj	O(1)	O(1)	O(1)
Uklanjanje s kraja	O(1)	O(n)	O(1)
Traženje vrijednosti	O(n)	O(n)	O(n)
Marker prema naprijed	O(1)	O(1)	O(1)
Marker unazad	O(1)	O(n)	O(1)
Pristup preko indeksa	O(1)	O(n)	O(n)

FET-RI301 57/55

Liste u standardnoj biblioteci C++

- Dvostruko povezana lista:
 - Tip: std::list<ElemType>
 - Header: #include <list>
- Jednostruko povezana lista (od C++11):
 - Tip: std::forward_list<ElemType>
 - Header: #include <forward list>
- Vektor (direktan pristup elementima []):
 - Tip: std::vector<ElemType>
 - Header: #include <vector>

FET-RI301 58/55