



UNIVERZITET U TUZLI
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE



Dizajn logičkih sklopova na bazi osnovnih/složenih logičkih kola

Dr. Sc. Asmir Gogić, vanr. prof.

Tuzla, 2021.

Cilj i ishod predavanja

- **Dizajn logičkih sklopova** na bazi osnovnih i složenih logičkih kola.
- Električne AC i DC karakteristike logičkih sklopova
- Arhitektura **FPGA i CPLD** čipova.
- Jezici za opis hardvera **HDL jezici**.
- Sintaksa **VHDL jezika**.
- Sinteza i simulacija HDL koda.
- **Programiranje i dizajn** logičkih sklopova na bazi FPGA i CPLD čipova.
- Predznanje: Boolova algebra, logička kola, FF, registri, brojači, multiplekseri...
- Predispitne aktivnosti: **Zadaje 2x po 30 bodova**.
- Završni ispit: projekat **40 bodova**

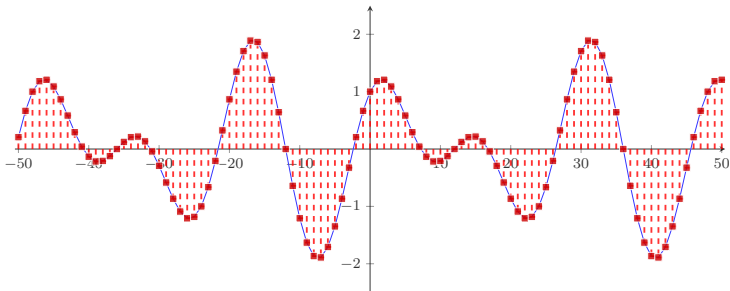
Struktura kursa

Predavanja		
Steлект	Ponedjeljak	08:00 - 11:00
AV - Vježbe		
Steлект	Petak	08:00 - 09:00
LV - Vježbe		
Steлект Lab	Petak	09:00 - 11:00

- **Prisustvo** na predavanjima je **obavezno!**
- Prije ulaska na predavanje **mobilne aparate isključiti**.
- **Studenti koji zakasne** na tekući čas predavanja moraju **sačekati početak narednog časa** kako bi mogli prisustvovati.
- Maksimalno **tri izostanka** sa predavanja se mogu **tolerirati**.
- Studenti koji nisu u mogućnosti prisustvovati ispitu obavezni su u roku od 7 dana obavijestiti nastavnika ili asistenta, o razlogu izostanka sa ispita (*putem email-a ili direktno*).

Fizički procesi

- Fizički procesi imaju za posljedicu **transformacije materije ili energije**.
- Svaki fizički proces karakterizira jedan ili viši parametara.
- Mjerljive parametre** nazivamo veličinama koje mogu biti **diskretne ili kontinualne** prirode.
- ... s ciljem analize fizičkih procesa uvodimo pojam **signala i sistema**.
- Signal** je fizički **nosilac informacije** koji obično mapira prostor ili vrijeme u neku mjerljivu veličinu.
- Informacija** je zapisana u obliku promjene nekog od parametara: **amplituda, faza ili frekvencija**.



Signali i sistemi

- **Sistem** je *matematički model fizičkog procesa* koji definira pravilo prema kojem se vrši transformacija ulaznog signala (pobude) u izlazni signal (odziv).
- Signali a i sistemi po svojoj prirodi mogu biti **kontinualni ili diskretni**.
- **Kontinualni signali** su signali kod kojih je nezavisno promjenljiva kontinualna veličina tj. iz skupa realnih brojeva.
- **Diskretni signali** se dobiju iz kontinualnih u procesu uzorkovanja a njihova nezavisno promjenljiva je diskretna tj. iz skupa cijelih brojeva.
- Uzorkovanje predstavlja prvi korak u procesu **analogno-digitalne konverzije ADC** signala.
- **Analogni signali** su ustvari kontinualni signali kod kojih je amplituda ograničena tj. pripada nekom intervalu (a, b) .
- ... digitalni signali su diskretni signali koji mogu poprimiti samo konačan broj vrijednosti.
- Proces konverzije analognih signal u digitalne uključuje sljedeće korake:
 - **Uzorkovanje** - koje predstavlja diskretizaciju signala po vremenu,
 - **Kvantizacija** - koja predstavlja diskretizaciju signala po amplitudi i
 - **Kodiranje** - predstavljanje signala u odgovarajućem brojnom sistemu

AD konverzija

- U **procesu AD konverzije** jedini gubitak informacije je evidentan prilikom kvantizacije.
- U procesu uzorkovanja **neće doći do gubitka informacije** ukoliko je zadovoljena *Nyquistova* teorema.

Neka kontinualni signal $x(t)$ ima ograničen spektar W . Signal $x(t)$ se može rekonstruirati na osnovu svojih uzoraka $x(nT_s)$ ukoliko je period uzorkovanja T_s signala odabran tako da važi $\frac{1}{T_s} \geq 2W$

- U procesu kodiranja diskretizovane vrijednosti **amplitude signala** se zapisuju u nekom od brojnih sistema.
- ...Najčešće je to binarni brojni sistem gdje se logička stanja 0 i 1 **predstavljaju sa naponskim nivoima** koji mogu biti npr (0V i 5V); (0V i 3.3V); (-5V i 5V) itd.
- U procesu detekcije naponskih nivoa, **detektori imaju određeni prag tolerancije** prema kojem mogu i niže odnosno više naponske nivo tretirati kao logičku jedinicu odnosno nulu tzv tvrda logika **hard decision**
- Naprednije verzije detektora koriste meku logiku **soft decision** na bazi vjerovatnoća.

Brojni sistemi

- ... **prvi brojni sistem** potječe iz Babilona 2000 BC i imao je bazu 60.

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎶𐎵 21	𐎶𐎶𐎶𐎵 31	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 41	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎶𐎵 22	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 42	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 50	

Brojni sistemi

- **Dekadski brojni sistem** koji danas koristimo razvijen je u Indiji u petom stoljeću nove ere
- ...oko 10-tog stoljeća "došao" je u Europu preko Arabije, gdje je dekadski brojni sistem proširen sa cifrom nula.
- **Svaki brojni sistem** sastoji se **baze i cifara**.
- Brojni sistemi koji danas koristimo su **pozicioni brojni sistemi**.

Cijeli broj N u pozicionom brojnom sistemu sa bazom B i ciframa c_i se može predstaviti na sljedeći način:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} c_i B^i$$

Brojni sistemi

- Neki od najčešće korištenih pozicionih **brojnih sistema** su:

BAZA	BROJNI SISTEM	CIFRE
2	Binarni	0,1
3	Ternarni	0,1,2
5	Kvinarni	0,1,...,4
8	Oktalni	0,1,...,7
10	Dekadski	0,1,...,9
12	Duodekani	0,1,...,9, α , β
16	Heksadekadski	0,1,...,9,A,...,F

Brojni sistemi

- **Konverzija broja** X iz dekadskog brojnog sistema u neki drugi pozicioni brojni sistem sa bazom B izvodi se sukcesivnim dijeljenjem broja X sa bazom B .
- Izvršiti konverziju broja 23_{10} zapisanog u dekadskom brojnom sistemu sistema u broj zapisan u binarni brojnom sistemu.

$$23 : 2 = 11$$

ostatak 1

$$11 : 2 = 5$$

ostatak 1

$$5 : 2 = 2$$

ostatak 1

$$2 : 2 = 1$$

ostatak 0

$$1 : 2 = 0$$

ostatak 1

zapis cifara

Brojni sistemi



Brojni sistemi

- Sa **tehničkog aspekta** gledano ako bi smo željeli predstaviti n brojnih mjesta u brojnom sistemu sa bazom B , neophodno nam je n sklopova sa B stanja. Ukupan broj različitih diskretnih stanja je

$$v = B \times n \quad (1)$$

sa druge strane ukupan broj kombinacija koje možemo imati je

$$N = B^n \quad (2)$$

Na osnovu prethodne dvije relacije možemo odrediti **ukupan broj različitih diskretnih stanja** u funkciji od N

$$v = \ln N \cdot \frac{B}{\ln B} \quad (3)$$

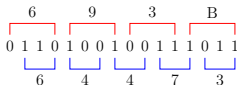
Deriviranjem izraza 3 i izjednačavanjem sa nula, možemo odrediti vrijednost baze B za koju izraz 3 najmanji, što ujedno predstavlja i **optimalnu bazu sa stanovišta zapisa**, računске kompleksnosti i broja različitih stanja.

$$\frac{dv}{dB} = \ln N \cdot \frac{\ln B - 1}{(\ln B)^2} = 0$$

$$\ln B - 1 = 0 \Rightarrow B = e = 2.7178$$

Brojni sistemi

- **Sekvence binarnih cifara** se mogu koristiti za predstavljanje karaktera i proizvoljnih simbola.



- Ukupan **broj različitih simbola** koji se može prikazati sa binarnom sekvencom od n bita je

$$N = 2^n$$

- Generalno, za predstavljanje **M različitih simbola** potrebno je koristi $k = \lceil \log_2 M \rceil$ bita.
- Najčešće korišteni **binarni kodovi** za prijenosa informacija su:
 - Kod 8421
 - Kod 2421
 - Kod XS-3 (kod više 3)
 - Bikvinarni (5043210) kod
 - Gray-ov kod
 - ASCII (7 bitni) znakovni kod
 - EBCDIC (8 bitni) znakovni kod
 - UTF8 (*Universal Character Set Transformation Format*) 16 bitni kod

Logičke funkcije

- Sposobnost obavljanja kompleksnih aritmetičkih i logičkih operacija digitalnih sklopova zasniva se na izvođenju jednostavnih binarnih operacija.
- 1847 godine **George Boole** definirao je matematičke **osnove logičke algebre**.
- Opšti interes za ovom granom matematike pojavio se 1938 godine kada je **Claude Elwood Shannon** pokazao da se ista može koristiti za analizu elektro-mehaničkih relejnih sklopova.
- **Bool-ova algebra** se zasniva na **tvrdnji ili iskazu**, koja je tačna ili netačna.
- Tvrdnja se može zapisati u obliku matematičke funkcije koja je izražena preko logičkih varijabli.
- **Logičke varijable** mogu imati jednu od dvije moguće vrijednosti **tačno** (logička jedinica) ili **netačno** (logička nula).
- Funkcija logičkih promjenljivih naziva se **logička funkcija**.
- Svaka logička funkcija može se opisati pomoću tri osnovne **logičke operacije AND, OR i NOT**.
- **Ponašanje logičkih sklopova** opisujemo logičkom funkcijom koju možemo zapisati analitički ili preko tablice istinitosti.

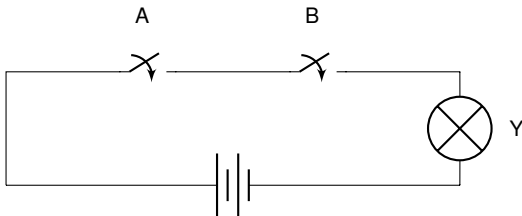
Logička kola

- Logičko kolo **AND** ili "I" ili konjunkcija **obavlja logičku operaciju množenja** i za slučaj dvije ulazne logičke varijable analitički izraz je

$$Y = A \cdot B \quad (4)$$

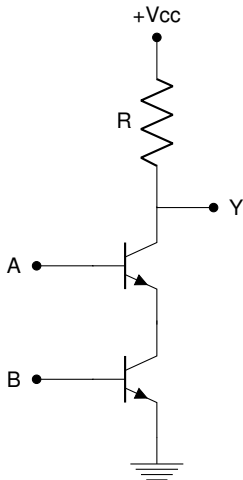


- Model logičkog kola AND sastoji se od serijske veze dva prekidača, jednog izvora i svjetlosnog indikatora.



Logička kola

- Logičko kolo možemo implementirati na jednostavan način korištenjem dva BJT



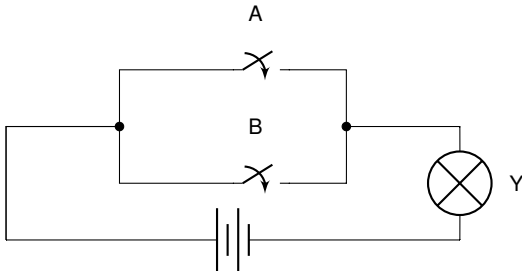
Logička kola

- Logičko kolo **OR** ("ILI" ili disjunkcija) **obavlja logičku operaciju sabiranja** i za slučaj dvije ulazne logičke varijable analitički izraz je

$$Y = A + B \quad (5)$$

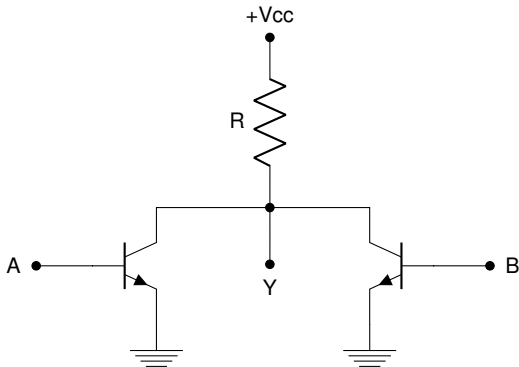


- Model logičkog kola OR sastoji se od paralelne veze dva prekidača, jednog izvora i svjetlosnog indikatora.



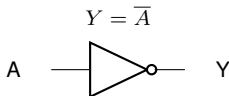
Logička kola

- Logičko kolo možemo implementirati na jednostavan način korištenjem dva BJT



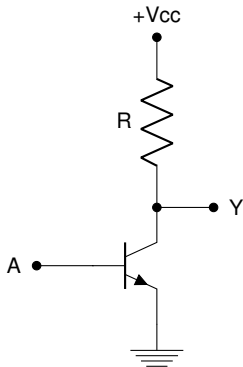
Logička kola

- Logičko kolo **NOT** ("NE" ili negacija, invertor) **obavlja logičku operaciju negiranja** jedne logičke varijable



(6)

- Logičko kolo možemo implementirati na jednostavan način jednim BJT



Boolova algebra

- **Ponašanje logičkih kola** se može opisati **Boolovom algebrom** koja se bazira na konzistentnom matematičkom sistemu.
- U osnovi, Boolova algebra **uključuje skup aksioma** (postulata) nad kojima su definirani operatori.
 - Skupu dva ili više članova (elemenata)
 $s = a, b, c, \dots$
 - Operatorima "+" i "." čija primjena nad elementima skupa s generira nove članove koji su također iz skupa s
 - Skupu aksioma.
- ... 1904 godine **Edward Vermilye Huntington** je definirao skup od šest aksioma od kojih su dva sadržana u prethodnim stavovima

Boolova algebra

- **AKSIOM A1:** Postoji neutralan element "0" i "1" u odnosu na operacije "+" i "·"
takav da vrijedi
 - $A + 0 = A$
 - $A \cdot 1 = A$
- **AKSIOM A2:** Za svaki element "A" skupa s ($A \in s$) postoji element \overline{A} koji je također is s takav da vrijedi
 - $A + \overline{A} = 1$
 - $A \cdot \overline{A} = 0$
- **AKSIOM A3:** Operatori "+" i "·" su komutativni
 - $A + B = B + A$
 - $A \cdot B = B \cdot A$
- **AKSIOM A4:** Operatori "+" i "·" su distributivni jedan preko drugog
 - $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
 - $A + B \cdot C = (A + B)(A + C)$
- Iz aksioma se može izvesti niz **teorema** od kojih su najznačajnije:
- **TH1:** Identiteta
 - $A + 1 = A$
 - $A \cdot 0 = 0$
- **TH2:** Idempotencije
 - $A + A = A$
 - $A \cdot A = A$

Boolova algebra

- **TH3:** Involucije

- $\overline{\overline{A}} = A$

- **TH4:**

- $A + \overline{A} \cdot B = A + B$

- $A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$

- **TH5:** Asocijacije

- $(A + B) + C = A + (B + C)$

- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

- **TH6:** DeMorganov Zakon

- $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

- $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

- **TH7:** Zakon apsorbcije

- $A + A \cdot B = A$

- $A \cdot (A + B) = A$

- **TH8:** Zakon simplifikacije

- $AB + A \cdot \overline{B} = A$

- $(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$

- **TH9:** Generalizirani DeMorganov Zakon

- $\overline{A + B + C + \dots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \dots$

- $\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \dots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \dots$

Boolove funkcije

- Dvije ili više **logičkih funkcija** mogu imati različite analitičke izraze ali iste vrijednosti (tablice istinitosti).
- Kreiranja logičke funkcije možemo izvesti na dva načina i to preko:
 - sume potpunih proizvoda,
 - proizvoda potpunih suma.

A	B	$A\overline{B}$	$\overline{A}B$	f	P_i	S_i
0	0	0	0	$0 = v_0$	$P_0 = \overline{A} \cdot \overline{B}$	$S_0 = A + B$
0	1	0	1	$1 = v_1$	$P_1 = \overline{A} \cdot B$	$S_1 = A + \overline{B}$
1	0	1	0	$1 = v_2$	$P_2 = A \cdot \overline{B}$	$S_2 = \overline{A} + B$
1	1	0	0	$0 = v_3$	$P_3 = A \cdot B$	$S_3 = \overline{A} + \overline{B}$

- Tablični zapis** vrijednosti funkcije postaje **nepraktičan** sa porastom broja logičkih varijabli i kompleksnošću logičkog izraza. S Nekanonski oblik logičke funkcije se svodi na standardni zapis logičke funkcije, upotrebom aksioma i pravila na sljedeći način:
 - Ako formiramo DNF, nepotpunim članovima dodajemo varijable koje nedostaju u obliku $(X + \overline{X})$.
 - Ako formiramo KNF, nepotpunim članovima dodajemo varijable koje nedostaju u obliku $X\overline{X}$.

Boolove funkcije

- **Dualna funkcija** ili **komplement funkcije** je logička funkcija koja ima komplementarne vrijednosti zadate funkcije.
- Za dvije logičke varijable A i B možemo kreirati 2^{2^2} različitih logičkih funkcija.

A B	0 0	0 1	1 0	1 1	Naziv	Funkcija
f_0	0	0	0	0	NULA	0
f_1	0	0	0	1	AND	$A \cdot B$
f_2	0	0	1	0	INHIBICIJA	$A \cdot \overline{B}$
f_3	0	0	1	1	IDENTITET	A
f_4	0	1	0	0	INHIBICIJA	$\overline{A} \cdot B$
f_5	0	1	0	1	IDENTITET	B
f_6	0	1	1	0	EXOR	$A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$
f_7	0	1	1	1	OR	$A + B$
f_8	1	0	0	0	NOR	$\overline{A + B}$
f_9	1	0	0	1	EKVIVALENCIJA	$A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$
f_{10}	1	0	1	0	KOMPLEMENT	\overline{B}
f_{11}	1	0	1	1	IMPLIKACIJA	$A + \overline{B}$
f_{12}	1	1	0	0	KOMPLEMENT	\overline{A}
f_{13}	1	1	0	1	IMPLIKACIJA	$\overline{A} + B$
f_{14}	1	1	1	0	NAND	$\overline{A \cdot B}$
f_{15}	1	1	1	1	JEDAN	1

Ostala logička kola

- **INHIBICIJA** $Y = A \cdot \overline{B}$



- **IMPLIKACIJA** $Y = A + \overline{B}$



- **XOR** $Y = A\overline{B} + \overline{A}B$



- **NOR** $Y = \overline{A + B}$



- **NAND** $Y = \overline{A \cdot B}$



Konverzija logičkih funkcija u NOR i NAND oblik

- **NOR i NAND** logičke funkcije su **univerzalne** jer omogućuju realizaciju NOT, OR i AND logičkih funkcija.
- Koriste se kod **realizacije** odnosno implementacije logičkih funkcija.
- **Transformacija logičke** funkcije u logičku funkciju pogodnu za implementaciju preko NOR i NAND kola izvodi se **dvostrukom negacijom**.
- Drugi način implementacije logičke funkcije f sa NOR i NAND logičkim kolima svodi se na direktnu zamjenu osnovnih logičkih kola
- Procedura implementacije logičke funkcije f sa NAND kolima je sljedeća:
 - Logičku funkciju f zapisati u DNF
 - Dva puta negirati funkciju $\overline{\overline{f}}$
 - Primijeniti DeMorganov teorem u obliku $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ na izraz pod unutrašnjom negacijom.
- Procedura implementacije logičke funkcije f sa NOR kolima je sljedeća:
 - Logičku funkciju f zapisati u KNF
 - Dva puta negirati funkciju $\overline{\overline{f}}$
 - Primijeniti DeMorganov teorem u obliku $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ na izraz pod unutrašnjom negacijom.

Minimizacija logičkih funkcija

- **Svođenje zapisa logičke funkcije** na minimalni broj logičkih operacija naziva se **minimizacija**.
- ... Da li postoji pravilo koje će uvijek osigurati svođenje logičke funkcije na minimalni zapis?
- Kod **algebarskog pristupa**, svođenje se sastoji u primjeni aksioma i teorema Boolove algebre.
- Za algebarski pristup **ne postoji definiran slijed operacija** čija primjena osigurava dobijanje minimalnog zapisa logičke funkcije.
- **Karnaugh-ove mape** predstavljaju grafički metod minimizacije logičke funkcije a bazira se na tablicama kombinacija logičke funkcije.
- Karnaugh-ova mapa **se sastoji** od onoliko polja koliko data funkcija ima standardnih produkt-članova.
- Ako logička funkcija ima N logičkih promjenljivih tada će Karnaugh-ova mapa ima 2^N polja.
- Jedan član iz tablice kombinacija zauzima jedno polje i naziva se **minterm**.

Minimizacija logičkih funkcija

- **Postupak optimizacije** logičke funkcije grafičkim metodom sastoji se iz sljedećih koraka:
 - **Grupisati** 2^k **susjednih članova** u Karnaugh-ovoj mapi tako da čine geometrijsko oblik kvadrat ili pravougaonik.
 - Susjedni članovi su oni koje se **međusobno dodiruju** kao i članovi tipa $m_o \longleftrightarrow m_8, m_o \longleftrightarrow m_2, m_o \longleftrightarrow m_{10}$ itd. Drugačije rečeno članovi koji imaju istu vrijednost promjenljive.
 - Grupe od 2^k susjednih članova **svode se na grupe od $N - k$ varijabli** (N je ukupan broj varijabli) na način da se eliminiiraju varijable čije se vrijednosti u grupama mijenjaju.
- Za nepotpuno specificirane funkcije (nestandardne zapise logičke funkcije) potrebno je **kreirati tablicu stanja** pa onda na osnovu iste popuniti i minimizirati Karnaugh-ovu mapu.

Minimizacija logičkih funkcija

- Optimizirati logičku funkciju $F = AB + A\overline{B}C + B\overline{C} + \overline{A}BC + ABC\overline{C}$ koristeći grafički metod

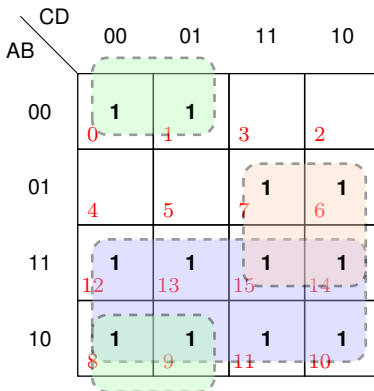
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0		1		1
	1		1	1	1

$$F_{min} = \overline{B}C + AC + B\overline{C}$$

Minimizacija logičkih funkcija

- Optimizirati logičku funkciju $F = \sum(0, 1, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$ koristeći grafički metod.



$$F_{min} = A + BC + \overline{BC}$$

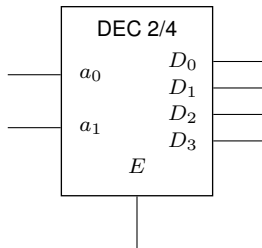
Kombinacijski sklopovi i modularne mreže

- **Svaka logička funkcija** se može implementirati sa tri osnovna logička kola AND, OR i NOT ili pomoću NAND i NOR kola.
- **Za velike i kompleksne sisteme** ovakav pristup postaje ne efikasan pa stoga koristimo standardne ili specijalne module.
- Rješenje: izdijeliti sistema na manje cjeline pri čemu je **glavni kriterij** jasno definirana logička funkcija i broj ulaznih/izlaznih signala.
- Procedura realizacije logičke funkcije pomoću standardnih modula sa stanovišta cijene je **opravdana i vremenski kraća**.
- **Brzina rada sklopa** baziranog na standardnim modulima je nešto manja u odnosu na gotovo rješenje koje u potpunosti integrirano.
- U osnovi postoje dvije grupe standardnih modula
 - sklopovi koji obavljaju aritmetičko operacije,
 - sklopovi koji obavljaju univerzalne funkcije:
 - Dekoder,
 - Multiplekser,
 - Permanentna memorija,
 - Programabilno logičko polje (FPGA).
- S obzirom na funkciju, standardni moduli se mogu klasificirati na
 - Moduli sa fiksnom funkcijom,
 - Moduli sa programabilnom funkcijom.

Dekoder

- Predstavlja **kombinacijski logički sklop** koji za svaku binarnu kombinaciju na ulazu ima jedan izlaz koji je u stanju logičke jedinice.

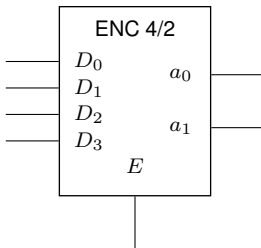
E	A	B	D_0	D_1	D_2	D_3
0	x	x	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1



Koder

- Predstavlja **kombinacijski logički sklop** koji za svaki ulaz generira jednu binarnu kombinaciju na izlazu. Ukoliko koder ima M ulaza broj izlaznih linija N mora zadovoljavati relaciju $2^N \geq M$

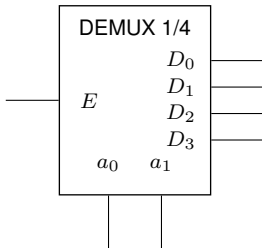
E	D_0	D_1	D_2	D_3	A	B
0	x	x	x	x	Z	Z
1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1



Demultiplexer

- Predstavlja **kombinacijski logički sklop** koji prosljeđuje signal sa ulaza na 2^N izlaza (N predstavlja broj kontrolnih linija). Može se realizovati sa dekoderom pri čemu se za ulaz uzme *ENABLE*.

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{ako je } a_i = 1 \text{ i } E = 1 \\ Z, & \text{ostalo} \end{cases}$$

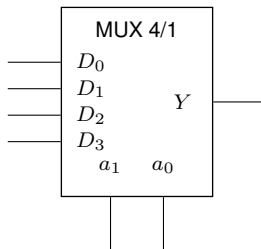


Demultiplekser

- Predstavlja **kombinacijski logički sklop** koji informaciju na jednom od 2^N ulaza prosljeđuje na jedan izlaz (N predstavlja broj kontrolnih linija). Naziva se još i selektor podataka a najčešće se koristi za implementaciju složenih logičkih kola te čini osnovnu komponentu FPGA ćelije.

$$Y = \begin{cases} D_i, & E = 1 \\ Z, & \text{ostalo} \end{cases}$$

E	A	B	Y
0	x	x	Z
1	0	0	D_0
1	0	1	D_1
1	1	0	D_2
1	1	1	D_3



Literatura

- RTL Hardware Design Using VHDL: Coding for Efficiency, Portability, and Scalability, 1st Edition by Pong P. Chu, 2006.
- Digital Systems Design Using VHDL 2 nd Edition, by Charles H. Roth, Jr. and Lizy Hurian John, Thomson, 2007.
- The Designer's Guide to VHDL, Third Edition, Peter J. Ashenden, 2008.
- U. Peruško, *Digitalna elektronika*, ŠK Zagreb 1995.
- S. Tešić, *Integrirana digitalna elektronika*, NK Beograd 1990.
- N. Nosović, *Uvod u digitalne računare*, ETF Sarajevo 2003.