

প্রতি সমস্যার মান ১০। সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পেছন অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

(1) রুবাই আর বিদুষীর কাছে কিছু মার্বেল আছে। বিদুষী রুবাইকে বলল, “তুমি আমাকে যতগুলো মার্বেল দেবে আমি তোমাকে তার চেয়ে দুইটি মার্বেল বেশি ফেরত দেব।” রুবাই বলল, “ঠিক আছে আমি তোমাকে প্রথমে ৬টা মার্বেল দেব।” এরপর, রুবাই বিদুষীকে ৬টা মার্বেল দিল এবং, বিদুষী রুবাইকে ৪টা মার্বেল ফেরত দিল। এভাবে, ৬ বার মার্বেল দেওয়া নেওয়ার পর বিদুষীর কাছে আর কোন মার্বেল থাকল না। শুরুতে বিদুষীর কাছে কয়টি মার্বেল ছিল?

Rubai and Bidushi have some marbles. Bidushi told Rubai, “If you give me some marbles, I will return you two more marble than as many as you gave me.” Rubai said, “Alright, I will first give you 6 marbles.” Then, Rubai gave Bidushi 6 marbles and Bidushi returned 8 marbles to Rubai. Thus, after they have exchanged marbles 6 times, Bidushi has no marbles left. How many marbles did Bidushi have in the beginning?

(2) একটি 21×23 দাবাবোর্ডে তওসিফ চোখ বন্ধ করে ঘোড়া বসাতে লাগলো। মোট কতটি ঘোড়া বসানোর পর সে নিশ্চিত ভাবে বলতে পারবে যে পরের চালে কোনো ঘোড়া অন্য কোনো ঘোড়া কে আক্রমণ করবে? (ঘোড়া একটি চালে যেকোনো দিকে ২ ঘর যাবার পর লম্বভাবে ১ ঘর যাবে।)

Closing his eyes Towsif begins to place knights on a Chess board of 21×23 . After placing how many knights Towsif will be sure that on the next move at least one knight will attack another one. (In one move knight goes straight for 2 steps and the 3rd step should be at right angle to the previous path.)

(3) ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$ । AB কে জ্যা ধরে একটি বৃত্ত আঁকা হল। O বৃত্তের কেন্দ্র। O এবং C , AB এর একই পাশে অবস্থিত নয়। BD , AC এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, BD বৃত্তের একটি স্পর্শক হবে যদি ও কেবল যদি $\angle BAO = \angle BAC$ হয়।

In $\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$. A circle is drawn taking AB as a chord. O is the center of the circle. O and C isn't on the same side of AB . BD is perpendicular to AC . Prove that, BD will be a tangent to the circle if and only if $\angle BAO = \angle BAC$.

(4) $97+98+ \dots + 114+115 = 2014$. এখানে ১৯ টি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ২০১৪। সর্বোচ্চ কতটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ২০১৪ হতে পারে? উত্তরের পক্ষে যুক্তি দেখাও।

$97+98+ \dots + 114+115 = 2014$. Here sum of 19 consecutive numbers is 2014. Find the largest number of consecutive positive integers whose sum is exactly 2014 and justify why you think this must be the largest number.

(5) $\triangle ABC$ একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C = 60^\circ$ । A এবং B বিন্দু হতে BC , AC বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব দুটি যথাক্রমে AA_1 এবং BB_1 । AB এর মধ্য বিন্দু M । তবে $\frac{\angle A_1MB_1}{\angle A_1CB_1}$ এর মান কত?

Let $\triangle ABC$ be an acute angled triangle with $\angle C = 60^\circ$. Perpendiculars AA_1 & BB_1 are drawn from point A and B to the sides BC & AC respectively. Let M be the midpoint of AB . What is the value of $\frac{\angle A_1MB_1}{\angle A_1CB_1}$?

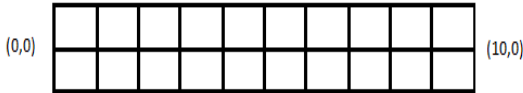
(6) একটি দাবা টুর্নামেন্টে n সংখ্যক খেলোয়াড় আছে। প্রত্যেক খেলোয়াড় অপর প্রত্যেক খেলোয়াড়ের সাথে ঠিক একবারই খেলে এবং এই খেলায় কোন ড্র নেই। প্রমাণ কর যে, খেলোয়াড়দেরকে $1, 2, \dots, n$ দ্বারা লেবেল করা যাবে যেখানে i তম খেলোয়াড় $i+1$ তম জনকে পরাজিত করে এবং $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$.

There are n players in a chess tournament. Every player plays every other player exactly once, and there are no draws. Prove that the players can be labeled $1, 2, \dots, n$ so that i beats $i+1$ for each $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$.

(7) $\triangle ABC$ -এ AC এবং AB এর উপর অবস্থিত দুটি বিন্দু E, F যেন $EF \parallel AC$ । Q, AB এর উপর এমন একটি বিন্দু যেন $\frac{AQ}{FQ} = \frac{30}{13}$ । PQ, EF এর সমান্তরাল যেখানে P, CB এর উপর অবস্থিত। EQ এর বর্ধিত অংশের উপর একটি বিন্দু X এমন ভাবে নেয়া হল যেন $CX=20.4$ । দেয়া আছে, $\frac{CF}{EF} = \frac{XY}{CF}$, $PX=15.6$; যদি $\angle YCE=22.5^\circ$ হয় $\angle PXQ=?$

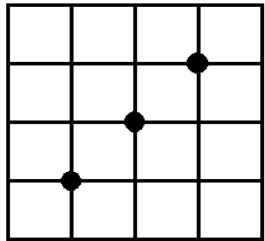
In $\triangle ABC$ E, F are two points on AC and AB such that $EF \parallel AC$. Q is a point on AB such that $\frac{AQ}{FQ} = \frac{30}{13}$. PQ is parallel to EF where P lies on CB . X is taken on extended EQ such that $CX=20.4$. Given $\frac{CF}{EF} = \frac{XY}{CF}$, $PX=15.6$; if $\angle YCE=22.5^\circ$, $\angle PXQ=?$

(8) মনে কর তুমি একটি $2d$ তলে আটকা পড়েছ এবং তোমার চলাফেরা চিত্রে দেখান দ্বিমাত্রিক গ্রিডে আবদ্ধ। তুমি $(0,0)$ থেকে যাত্রা শুরু করে $(10,0)$ বিন্দুতে পৌঁছাতে চাও। যদি তোমার বর্তমান অবস্থান (x,y) হয় তবে তুমি $(x+1,y+1), (x+1,y), (x+1,y-1)$ বিন্দুতে যেতে পারো যদি গন্তব্য বিন্দু গ্রিডের ভিতরে হয়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, তুমি $(0,0)$ থেকে $(1,1), (1,0), (1,-1)$ বিন্দুতে এবং $(3,1)$ থেকে $(4,1), (4,0)$ বিন্দুতে যেতে পারো। $(0,0)$ থেকে $(10,0)$ পর্যন্ত কতটি ভিন্ন পথ থাকতে পারে?



You are stuck in a $2d$ plane and your movement is limited to the two dimensional grid shown above. You start at point $(0,0)$ and have to reach the end point of $(10,0)$. If your current position is (x,y) you may move to $(x+1,y+1)$, $(x+1,y)$ and $(x+1,y-1)$ if the destination point is inside the grid. For example you may move from $(0,0)$ to $(1,1)$, $(1,0)$ & $(1,-1)$; you may move from $(3,1)$ to $(4,1)$ and $(4,0)$. So how many different paths exist from $(0,0)$ to $(10,0)$?

(9) ধর, তুমি একটি $n \times n$ গ্রিডের একেবারে নিচে বাম পাশের কোণায় আছ। এখন তোমাকে সবচেয়ে উপরের ডান পাশের কোণায় যেতে হবে। কিন্তু নিয়ম হলো তুমি শুধু উপরে বা ডানে যেতে পারবে, কিন্তু বামে বা নিচে ফিরতে পারবে না। আর গ্রিডের কর্ণ বরাবর ঘর গুলোতে মাইন থাকায় তুমি সেখানেও যেতে পারবে না। তাহলে তুমি কত উপায়ে গন্তব্যে যেতে পারবে?



Suppose that, you are on the left most bottom point of a $n \times n$ grid. You have to reach the rightmost and topmost point. But the rule is you can move just only toward the upper or right direction. Can't move down or to the left. And as there are mines at the squares which are along the diagonal you can't go those places too. Determine how many ways are there to reach the destination.

(10) কোন স্থানে $n \geq 2$ টি বিন্দু কল্পনা কর। প্রমাণ কর যে, আমরা $(n-1)$ টি পরস্পর সমান্তরাল এমন তল তৈরি করতে পারি যাতে করে যেকোনো দুইটি বিন্দু একটি সমতল দ্বারা পৃথক করা থাকে।

Consider $n \geq 2$ points in space. Prove that we can construct $n-1$ mutually parallel planes so that any two of the points are separated by a plane.