



ডাচ্-বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০০৬  
**৪র্থ বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড**  
 আয়োজনে : বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

ক্যাটাগরি - সেকেন্ডারী Category : Secondary

সময় - ৩ ঘন্টা Time- 3 Hours

(সকল প্রশ্নের মান সমান All questions are of equal value)

Q1. সমাধান কর : Solve :

$$4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$$

Q2. একটি সমান্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় পদ যথাক্রমে  $a$ ,  $b$  ও  $a^2$  যেখানে  $a$  একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। আবার একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় পদ যথাক্রমে  $a$ ,  $a^2$  ও  $b$ ।

i)  $a$  ও  $b$ -এর মান কতো?

ii) গুণোত্তর ধারার যোগফল কতো?

iii) সমান্তর ধারার প্রথম 40 পদের যোগফল কত?

The 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> terms of an arithmetic series are  $a$ ,  $b$  and  $a^2$  where  $a$  is negative.

The 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> terms of a geometric series are  $a$ ,  $a^2$  and  $b$ . Find the

a. The value of  $a$  and  $b$ .

b. The sum of the geometric series.

c. The sum of the first 40 terms of the arithmetic series.

Q3. প্রমাণ কর  $p$  যদি মৌলিক সংখ্যা না হয় তাহলে  $2^p - 1$  মৌলিক সংখ্যা নয়?

Prove that  $2^p - 1$  is not a prime number if  $p$  is not a prime number

Q4.  $3^{999}$  সংখ্যাটির শেষ দু'টি (সর্ব ডানে) অংক কী কী?

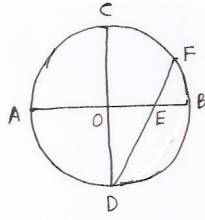
Find the last two digits (rightmost) of  $3^{999}$ .

Q5. 5 cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তস্থঃ ও বহিঃস্থঃ বর্গের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য বের কর।

Find the difference of the area of the external and internal square of a circle of radius 5 cm.

Q6. AB ও CD একটি বৃত্তের ব্যাস এবং O ঐ বৃত্তের কেন্দ্র। AB ও CD পরস্পরের ওপর লম্ব। বৃত্তের একটি জ্যা DF ব্যাস ABকে E বিন্দুতে ছেদ করে। যদি DE=6 এবং EF=2 হয় তাহলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

AB and CD are diameters of the circle with center O. Also AB is perpendicular to CD and chord DF intersects AB at E. If DE=6 and EF=2, what is the area of the circle.



Q7. সমাধান কর:

Solve :

$$\sqrt{3-x} + 1 = x$$

Q8.  $\cos \frac{1}{2} \theta = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$  সমীকরণটি ব্যবহার করে  $\cos \frac{9\pi}{8}$  এর মান বের কর

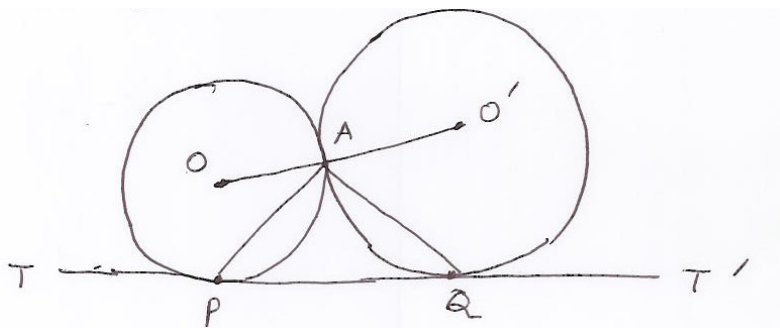
Find the value of  $\cos \frac{9\pi}{8}$  using the equation  $\cos \frac{1}{2} \theta = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$



ডাচ-বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০০৬  
**৪র্থ বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড**  
 আয়োজনে : বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

Q10.  $O$  ও  $O'$  কেন্দ্র বিশিষ্ট দুটি বৃত্ত  $A$  বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে।  $TT'$  স্পর্শক বৃত্ত দুটিকে যথাক্রমে  $P$  ও  $Q$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর  $\angle PAO + \angle QAO =$  এক সমকোণ।

Two circles with the centres  $O$  and  $O'$ , touch each other externally at  $A$ . The tangent  $TT'$  touches the two circles at  $P$  and  $Q$  respectively. Prove  $\angle PAO + \angle QAO = \text{Right angle}$ .



$$f(x) = x \text{ if } x \geq 0$$

Q11. যদি  $f(x) = |x|$  অর্থাৎ  $f(x) = -x$  if  $x < 0$  এবং  $g(x) = x^2 - 5$  হয়

তবে  $f(f(g(f(-1)))) = ?$

$$f(x) = x \text{ if } x \geq 0$$

If  $f(x) = |x|$  i.e.  $f(x) = -x$  if  $x < 0$  and  $g(x) = x^2 - 5$

then  $f(f(g(f(-1)))) = ?$

Q12. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল এবং যোগফল সমান, সংখ্যাগুলি কী? সম্ভাব্য সবগুলি সমাধান লিখ।  
 The sum and product of three successive numbers are equal, find the numbers. Find all the possible solutions.