

প্রতি সমস্যার মান ১০। সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পেছন অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

(1)  $x$  কে 10 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয়  $y$  এবং অবশিষ্ট থাকে 3। যদি  $x$  ও  $y$  উভয়ই পূর্ণ ধনাত্মক সংখ্যা হয়, তাহলে  $x$  কে 5 দিয়ে ভাগ করলে কত অবশিষ্ট থাকবে?

If  $x$  is divided by 10 then the quotient is  $y$  and the remainder is 3. If  $x$  and  $y$  both are positive integers then what will be the remainder if  $x$  is divided by 5?

(2) সুরত একটি নতুন ঘড়ি আবিষ্কার করেছে যা অনুসারে 15 ঘণ্টায় একদিন এবং 80 মিনিটে একঘণ্টা হয়। উদাহরণ হিসেবে বলা যায়, যখন প্রকৃত পক্ষে সময় 16:00 তখন সুরতর ঘড়িতে বাজে 10:00। যদি একটি প্রচলিত ঘড়িতে সময় হয় 18:42 তবে সুরতর ঘড়িতে তখন কয়টা বাজে?

Subrata has invented a new type of clock, according to which there are 15 hours in each day and 80 minutes in each hour. For example, Subrata's clock shows 10:00 when the actual time is 16:00. If the time is 18:42 in a traditional clock, then what will be the time in Subrata's clock?

(3) একটি  $19 \times 21$  দাবাবোর্ডে তওসিফ চোখ বন্ধ করে ঘোড়া বসাতে লাগলো। মোট কতটি ঘোড়া বসানোর পর সে নিশ্চিত ভাবে বলতে পারবে যে পরের চালে কোনো ঘোড়া অন্য কোনো ঘোড়া কে আক্রমণ করবে? (ঘোড়া একটি চালে যেকোনো দিকে 2 ঘর যাবার পর লম্বভাবে 1 ঘর যাবে।)

Closing his eyes Towsif begins to place knights on a Chess board of  $19 \times 21$ . After placing how many knights Towsif will be sure that on the next move at least one knight will attack another one. (In one move knight goes straight for 2 steps and the 3rd step should be at right angle to the previous path.)

(4)  $\triangle ABC$  ত্রিভুজে  $\angle B = 90^\circ$ ।  $AB$  কে জ্যা ধরে একটি বৃত্ত আঁকা হল।  $O$  বৃত্তের কেন্দ্র।  $O$  এবং  $C$ ,  $AB$  এর একই পাশে অবস্থিত নয়।  $BD$ ,  $AC$  এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে,  $BD$  বৃত্তের একটি স্পর্শক হবে যদি ও কেবল যদি  $\angle BAO = \angle BAC$  হয়।

In  $\triangle ABC$ ,  $\angle B = 90^\circ$ . A circle is drawn taking  $AB$  as a chord.  $O$  is the center of the circle.  $O$  and  $C$  isn't on the same side of  $AB$ .  $BD$  is perpendicular to  $AC$ . Prove that,  $BD$  will be a tangent to the circle if and only if  $\angle BAO = \angle BAC$ .

(5)  $97+98+\dots\dots\dots+114+115=2014$ . এখানে 19 টি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল 2014। সর্বোচ্চ কতটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল 2014 হতে পারে? উত্তরের পক্ষে যুক্তি দেখাও।

$97+98+\dots\dots\dots+114+115=2014$ . Here sum of 19 consecutive numbers is 2014. Find the largest number of consecutive positive integers whose sum is exactly 2014 and justify why you think this must be the largest number.

(6)  $\triangle ABC$  একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ যার  $\angle C = 60^\circ$ ।  $A$  এবং  $B$  বিন্দু হতে  $BC$ ,  $AC$  বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব দুটি যথাক্রমে  $AA_1$  এবং  $BB_1$ ।  $AB$  এর মধ্য বিন্দু  $M$ । তবে  $\frac{\angle A_1MB_1}{\angle A_1CB_1}$  এর মান কত?

Let  $\triangle ABC$  be an acute angled triangle with  $\angle C = 60^\circ$ . Perpendiculars  $AA_1$  &  $BB_1$  are drawn from point  $A$  and  $B$  to the sides  $BC$  &  $AC$  respectively. Let  $M$  be the midpoint of  $AB$ . What is the value of  $\frac{\angle A_1MB_1}{\angle A_1CB_1}$ ?

(7)  $\triangle ABC$ -এ  $AC$  এবং  $AB$  এর উপর অবস্থিত দুটি বিন্দু  $E, F$  যেন  $EF \parallel AC$ ।  $Q, AB$  এর উপর এমন একটি বিন্দু ১৪ ফেব্রুয়ারি ২০১৪, সেন্ট যোসেফ হায়ার সেকেন্ডারি স্কুল।

ক্যাটাগরিঃ সেকেন্ডারি

সময়ঃ ৪ ঘণ্টা

যেন  $\frac{AQ}{FQ} = \frac{30}{13}$ । PQ, EF এর সমান্তরাল যেখানে P, CB এর উপর অবস্থিত। EQ এর বর্ধিত অংশের উপর একটি বিন্দু X এমন ভাবে নেয়া হল যেন CX=20.4। দেয়া আছে,  $\frac{CF}{EF} = \frac{XF}{CF}$ , PX=15.6; যদি  $\angle YCE=22.5^\circ$  হয়  $\angle PXQ=?$

In  $\triangle ABC$  E, F are two points on AC and AB such that  $EF \parallel AC$ . Q is a point on AB such that  $\frac{AQ}{FQ} = \frac{30}{13}$ .

PQ is parallel to EF where P lies on CB. X is taken on extended EQ such that CX=20.4. Given  $\frac{CF}{EF} = \frac{XF}{CF}$ , PX=15.6; if  $\angle YCE=22.5^\circ$ ,  $\angle PXQ=?$

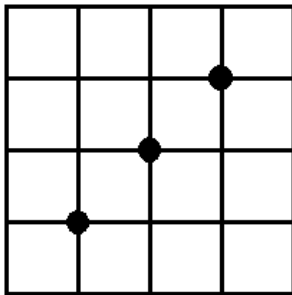
(৪) একটি ত্রিভুজের দুটি শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ২০১৪ একক এবং ১ একক হলে তৃতীয় শীর্ষবিন্দু হতে তার বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে?

If the lengths of two altitudes drawn from two vertices of a triangle on their opposite sides are 2014 and 1 unit, then what will be the length of the altitude drawn from the third vertex of the triangle on its opposite side?

(৯) একটি দাবা টুর্নামেন্টে n সংখ্যক খেলোয়াড় আছে। প্রত্যেক খেলোয়াড় অপর প্রত্যেক খেলোয়াড়ের সাথে ঠিক একবারই খেলে এবং এই খেলায় কোন ড্র নেই। প্রমাণ কর যে, খেলোয়াড়দেরকে 1, 2, ..., n দ্বারা লেবেল করা যাবে যেখানে i তম খেলোয়াড় i+1 তম জনকে পরাজিত করে এবং  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ .

There are n players in a chess tournament. Every player plays every other player exactly once, and there are no draws. Prove that the players can be labeled 1, 2, ..., n so that i beats i+1 for each  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ .

(১০) ধর, তুমি একটি  $n \times n$  গ্রিডের একেবারে নিচে বাম পাশের কোণায় আছ। এখন তোমাকে সবচেয়ে উপরের ডান পাশের কোণায় যেতে হবে। কিন্তু নিয়ম হলো তুমি শুধু উপরে বা ডানে যেতে পারবে, কিন্তু বামে বা নিচে ফিরতে পারবে না। আর গ্রিডের কর্ণ বরাবর ঘর গুলোতে মাইন থাকায় তুমি সেখানেও যেতে পারবে না। তাহলে তুমি কত উপায়ে গন্তব্যে যেতে পারবে?



Suppose that, you are on the left most bottom point of a  $n \times n$  grid. You have to reach the rightmost and topmost point. But the rule is you can move just only toward the upper or right direction. Can't move down or to the left. And as there are mines at the squares which are along the diagonal you can't go those places too. Determine how many ways are there to reach the destination.