

প্রতি সমস্যার মান ১০। সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পেছন অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

(১)

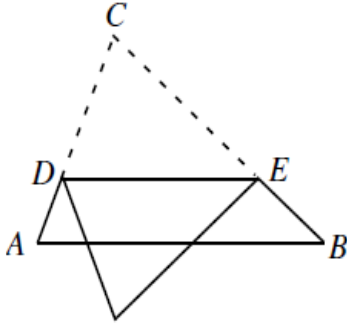
$$1+2(1+2(1+ \dots \dots \dots ))) \dots \dots \dots$$

2016

চিত্রের রাশিটির মান নির্ণয় কর।

Find the value of the expression in the adjacent diagram.

(২)



চিত্রে,  $ABC$  একটি ত্রিভুজাকৃতির কাগজ, যার ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গ একক এবং  $AB = 20$  একক।  $DE$ ,  $AB$  এর সমান্তরাল।  $DE$  বরাবর কাগজটিকে চিত্রের ন্যায় ভাঁজ করা হল।  $AB$  এর নিচে ত্রিভুজের যে অংশটি ভাঁজ করার পর পাওয়া গেল তার ক্ষেত্রফল ৮০ বর্গ একক।  $\triangle CDE$  এর ক্ষেত্রফল কত?

In the figure,  $ABC$  is a triangular piece of paper with an area of 500 square units and  $AB = 20$  units.  $DE$  is parallel to  $AB$ . The piece of paper is folded along  $DE$  as shown in the figure. The part of the triangle below  $AB$  has an area of 80 square units. What is the area of the  $\triangle CDE$ ?

(৩) ২০১৬ বাহুবিশিষ্ট একটি সাধারণ বহুভুজ (Simple polygon) আছে, যেখানে বহুভুজের সম্বিহিত বাহু ছাড়া অপর বাহুগুলোর নিজেদের মধ্যে কোন ছেদবিন্দু নেই। বহুভুজটির অভ্যন্তরে সর্বোচ্চ কতটি কর্ণ আঁকা সম্ভব যাতে করে, যদি যেকোন দুটি কর্ণ ছেদ করে, তবে তাদের ছেদবিন্দু বহুভুজের শীর্ষ বিন্দু ছাড়া অন্য কোন বিন্দু হতে পারবে না?

There is a simple polygon with 2016 sides where there is no intersection among the sides except the intersections of the adjacent sides. Maximum how many diagonals can be drawn inside the polygon such that if any two diagonals intersect, then their point of intersection cannot be any other point except the vertex of the polygon?

(৪)  $ABCD$  চতুর্ভুজে  $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$ । প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরের ওপর লম্ব।

In the quadrilateral  $ABCD$ ,  $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$ . Prove that, the diagonals of the quadrilateral are perpendicular to each other.

(৫)  $P$  একটি চার অংকের ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, যেখানে  $P = \overline{abcd}$  এবং  $a \leq b \leq c \leq d$ । আবার,  $Q = \overline{dcba}$  এবং  $Q - P = X$ ।  $X$  এর এর অংকগুলোকে উল্টোদিক থেকে লিখলে  $Y$  পাওয়া যায়।  $X+Y$  এর সম্ভাব্য সকল মান নির্ণয় কর।

$P$  is a four digit positive integer where  $P = \overline{abcd}$  and  $a \leq b \leq c \leq d$ . Again,  $Q = \overline{dcba}$  and  $Q - P = X$ . If the digits of  $X$  are written in reverse then we get  $Y$ . Find all possible values of  $X+Y$ .



ডাচ- বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৬

জাতীয় গণিত অলিম্পিয়াড

আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



ক্যাটাগরিঃ জুনিয়র

সময়ঃ ৩ ঘণ্টা

(৬)  $p = 3^w, q = 3^x, r = 3^y, s = 3^z$ , যেখানে  $w, x, y, z$  ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।  $(w + x + y + z)$  এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর যেন  $p^2 + q^3 + r^5 = s^7$ ।  $[a^m \times a^n = a^{m+n}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$

Given that,  $p = 3^w, q = 3^x, r = 3^y, s = 3^z$ , where  $w, x, y, z$  are positive integers. Find the minimum value of  $(w + x + y + z)$  such that  $p^2 + q^3 + r^5 = s^7$ .  $[a^m \times a^n = a^{m+n}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$

(৭) একটি যাদুঘরের মেঝে সাধারণ বহুভুজ (Simple polygon) আকৃতির, যেখানে বহুভুজের সন্নিহিত বাহু ছাড়া অপর বাহুগুলোর নিজেদের মধ্যে কোন ছেদবিন্দু নেই। এই বহুভুজের বাহুগুলো বরাবর রয়েছে যাদুঘরের দেয়াল। যাদুঘরের মূল্যবান জিনিস পাহারা দেওয়ার জন্য গার্ড রাখা হবে। প্রত্যেক গার্ড তার চতুর্দিকে অসীম পর্যন্ত নজর রাখতে পারে, কিন্তু মাঝে দেয়াল থাকলে দেয়ালের ওপাশে নজর রাখতে পারে না। যদি সাধারণ বহুভুজের বাহুর সংখ্যা  $n$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে, সর্বনিম্ন  $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  সংখ্যক গার্ড দ্বারা নিশ্চিতভাবে সম্পূর্ণ যাদুঘর পাহারা দেওয়া সম্ভব হবে।  $\lfloor x \rfloor$  হল সবচেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা যেটি  $x$  অপেক্ষা বড় নয়।]

The floor of a museum is shaped like a simple polygon where the sides of the polygon have no point of intersection except the adjacent sides. The walls of the museum are along the sides of the polygon. Guards have to be employed to guard the valuable things in the museum. Every guard can cover up to infinity around him but if there is a wall, then he cannot watch beyond the wall. If the number of sides of the polygon is  $n$ , then prove that, it is possible to guard the museum completely with minimum  $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guards.  $\lfloor x \rfloor$  is the biggest integer that is not bigger than  $x$ .]

(৮)  $\triangle ABC$  এ  $\angle A = 20^\circ, \angle B = 80^\circ, \angle C = 80^\circ, BC = 12$  একক।  $B$  থেকে  $AC$  এর ওপর  $BP$  লম্ব টানা হল যা  $AC$  কে  $P$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $AB$  এর ওপর  $Q$  এমন একটি বিন্দু যেন  $QB = 6$  একক।  $\angle CPQ$  এর মান নির্ণয় কর।  
In  $\triangle ABC$ ,  $\angle A = 20^\circ, \angle B = 80^\circ, \angle C = 80^\circ, BC = 12$  units. Perpendicular  $BP$  is drawn on  $AC$  from  $B$  which intersects  $AC$  at the point  $P$ .  $Q$  is a point on  $AB$  in such a way that  $QB = 6$  units. Find the value of  $\angle CPQ$ .

(৯)  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল ২০১৬ বর্গ একক।  $D, E, F$  তিনটি বিন্দু যথাক্রমে  $BC, AB, AC$  বাহুর ওপর অবস্থিত। দেখাও যে,  $\triangle AEF, \triangle BDE, \triangle CDF$  ত্রিভুজত্রয়ের অন্তত একটির ক্ষেত্রফল ৫০৪ বর্গ এককের চেয়ে বড় নয়।  
Area of  $\triangle ABC$  is ২০১৬ square units.  $D, E, F$  are three points on the sides  $BC, AB, AC$  respectively. Show that, the area of at least one triangle among  $\triangle AEF, \triangle BDE, \triangle CDF$  is not larger than ৫০৪ square units.

(১০)  $a, b, c, d$  চারটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, যেখানে  $a < b < c < d$  এবং এদের যেকোন তিনটির যোগফল অপরটি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয়। সম্ভাব্য সকল  $(a, b, c, d)$  নির্ণয় কর।

$a, b, c, d$  are four positive integers where  $a < b < c < d$  and the sum of any three of them is divisible by the fourth. Find all possible values of  $(a, b, c, d)$ .