



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



ক্যাটাগরি: জুনিয়র (৬ষ্ঠ - ৮ম শ্রেণী)

Category: Junior (6th grade - 8th grade)

সময়: ৩ ঘণ্টা

Time: 3 hours

সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রতিটি সমস্যার পার্শ্ববর্তী ব্রাকেটে তার পূর্ণমান দেয়া রয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পিছনের অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

সমস্যা ১: ফারহান তার পরীক্ষার নম্বর মুয়াজ, বৃষ্টি আর মুরসালিনকে দেখালো, কিন্তু অন্য সবাই তাদের নিজেদেরটা লুকিয়ে রাখলো। মুয়াজ মনে করলো, “কমপক্ষে আমাদের মধ্যে দুইজনের নম্বর সমান।” বৃষ্টি মনে করলো, “আমি সবচেয়ে কম নম্বর পাইনি।” মুরসালিন মনে করলো, “আমি সবচেয়ে বেশি নম্বর পাইনি।”

☐ সবচেয়ে বেশি নম্বর কে পেয়েছে?

(৪ মার্ক)

☐ সবচেয়ে কম নম্বর কে পেয়েছে?

Problem 1: Farhan shows his test score to Muaz, Bristy and Mursalin, but everyone else keeps it hidden. Muaz thinks, “At least two of us get same scores” Bristy thinks, “I didn’t get the lowest score.” Mursalin thinks, “I didn’t get the highest score.”

☐ Who got the highest marks?

(4 marks)

☐ Who got the lowest marks?

সমস্যা ২: ছয় বন্ধু একসাথে ডার্ট ছুঁড়ে মারার প্রতিযোগিতায় অংশ নেয়। ডার্ট খেলায় একটি বৃত্তাকার টার্গেটের দিকে ছুঁড়ে মারতে হয়, এবং কোন অংশে পরেছে তা অনুযায়ী স্কোর পাওয়া যায়। ডার্টের বোর্ডটিতে ১২-টি অংশ আছে, যাদের মান ১ থেকে ১২ পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যাগুলো। আমাদের ছয় বন্ধুর প্রত্যেকের কাছে দুটি করে ডার্ট ছিল এবং ছোড়ার পর প্রতিটি ডার্ট ভিন্ন ভিন্ন অংশে গিয়ে পড়েছে। স্কোরগুলো হল:

তিহাম	16 points
দীপ্ত	4 points
সামিউর	7 points
সাব্বির	11 points
আশরাফুল	21 points

☐ মাহির স্কোর কত?

(৭ মার্ক)

☐ ৯ পয়েন্ট যে অংশে ছিল সেটিতে কার ডার্ট পড়েছে?

Problem 2: Six friends compete in a dart-throwing contest. Dart is played by throwing darts at a circular board, with your score increasing based on which region of the board you hit. The board has 12 regions, with score values ranging through the integers from 1 to 12. Each of our six friends threw two darts, and each dart hits the target in a region with a different value. The scores are:



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

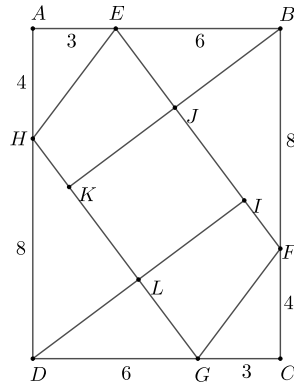


Tiham	16	points
Dipto	4	points
Samiur	7	points
Sabbir	11	points
Ashraful	21	points

□ What is Mahi's score? (7 marks)

□ Who hits the region worth 9 points?

সমস্যা ৩: চিত্রে $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র এবং $EFGH$ একটি সামান্তরিক। DI এবং EF পরস্পর লম্ব ও BK এবং HG পরস্পর লম্ব। চিত্রে দেয়া পরিমাপগুলো ব্যবহার করে, DI এর মান নির্ণয় কর। (১০ মার্ক)



সমস্যা ৩ এর চিত্র / Figure of Problem 3

Problem 3: In the figure, $ABCD$ is a rectangle and $EFGH$ is a parallelogram. DI is perpendicular to EF and BK is perpendicular to HG . Using the measurements given in the figure, find the value of DI . (10 marks)

সমস্যা ৪: n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাতে $2019 + n!$ একটি পূর্ণবর্গ। n এর সকল সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

এখানে, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$. উদাহরণস্বরূপ, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. (১০ মার্ক)

Problem 4: n is a positive integer such that $2019 + n!$ is a square number. Find all such values of n . Here, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$. For example, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. (10 marks)

সমস্যা ৫: 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, ... যদি সেসব স্বাভাবিক পূর্ণসংখ্যার ধারা হয়, যারা পূর্ণ বর্গ অথবা পূর্ণ ঘন সংখ্যা নয়, তবে 2019 তম পদ কোনটি? (১০ মার্ক)

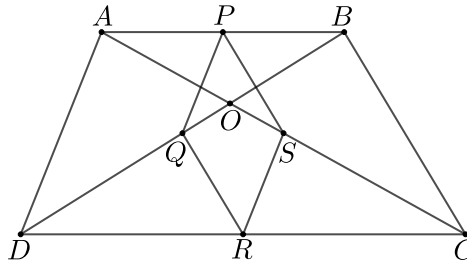
Problem 5: 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, ... is the sequence of integers without all square and cube numbers. What is the 2019th number? (10 marks)



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



সমস্যা ৬: চিত্রে $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম যাতে $AB \parallel CD$. P, Q, R, S যথাক্রমে AB, BD, DC, CA এর মধ্যবিন্দু। AC এবং BD O বিন্দুতে ছেদ করে। $\triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল ২০১৯ এবং $\triangle COD$ এর ক্ষেত্রফল ২০২০. চতুর্ভুজ $PQRS$ এর ক্ষেত্রফল কত? (১০ মার্ক)



সমস্যা ৬ এর চিত্র / Figure of Problem 6

Problem 6: In this figure $ABCD$ is a trapezium where $AB \parallel CD$. P, Q, R, S are the midpoint of AB, BD, DC, CA respectively. AC and BD intersect at point O . Area of $\triangle AOB = 2019$ and area of $\triangle COD = 2020$. What is the area of quadrilateral $PQRS$? (10 marks)

সমস্যা ৭: দাবায় একটি নৌকা শুধু উপর-নিচ বা ডান-বামে যেতে পারে, কোণাকুণি নয়। আমরা একটি দাবার নৌকার তলার অংশটি লাল রঙ করে দিয়েছি। এখন সে যখন কোন চাল দেয়, তখন শুরু এবং শেষ ঘর ও তার মাঝামাঝি সব ঘরকে লাল রঙ করে ফেলে। প্রমাণ করো, একটি $n \times n$ দাবাবোর্ডের সবগুলি ঘরকে লাল রঙ করতে এমন একটি নৌকার কমপক্ষে $2n - 1$ টি চাল দিতে হবে। (১০ মার্ক)

Problem 7: A chess rook can only travel horizontally or vertically, but not diagonally. We color the bottom of a chess rook red. So, when it makes a move it paints all the squares it travels over red. Prove that, a rook will need at least $2n - 1$ moves to every square of an $n \times n$ chess board red. (10 marks)

সমস্যা ৮: M এবং N দুইটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাতে M এবং N অসমান। M এবং N এর লসাগু হল $M^2 - N^2 + MN$. দেখাও যে MN একটি ঘন সংখ্যা। (১২ মার্ক)

Problem 8: M and N are two positive integers where M is not equal to N . LCM of $(M$ and $N) = M^2 - N^2 + MN$. Show that MN is a perfect cubic number. (12 marks)

সমস্যা ৯: কার্ভেসীয় স্থানাংক ব্যবস্থায় চারটি বিন্দু $(0, 0)$, $(20, 0)$, $(20, 19)$ এবং $(0, 19)$ দিয়ে একটি আয়ত আঁকা হল। শুরুতে $(0, 0)$ বিন্দুতে একটি বল (বলের আকার অগ্রাহ্য) আছে। বলটি $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $(2, 1)$ বিন্দুর দিকে গতিশীল হল। $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $(2, 1)$ বিন্দুর দূরত্ব যত, বলটি প্রতি সেকেন্ডে তত দূরত্ব অতিক্রম করে। বলটি আয়তের বাহুতে ধাক্কা খেলে প্রতিফলনের সূত্রমত প্রতিফলিত হয়। বলটি আয়তের কোনও কৌণিক বিন্দুতে ধাক্কা খেলেও প্রতিফলনের সূত্রমত যেদিক থেকে আসছিল সেদিকেই ফেরত যায়। এভাবে বলটি সবসময় আয়তের মধ্যেই থাকে। বলটি শুরু থেকে ২০১৯ সেকেন্ড এর আগ পর্যন্ত কতবার আয়তের কোনো না কোনো কৌণিক বিন্দুতে ধাক্কা খাবে? (১২ মার্ক)

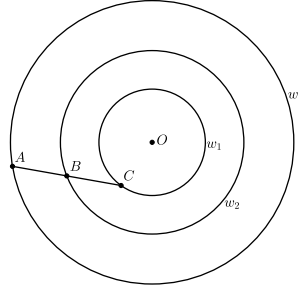


ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



Problem 9: In the cartesian coordinate system, four points $(0, 0)$, $(20, 0)$, $(20, 19)$ and $(0, 19)$ are used as vertices to draw a rectangle. At first, a ball with negligible size is at the $(0, 0)$ point. It then started to move towards the point $(2, 1)$. Every second, the ball passes the amount of distance between $(0, 0)$ to $(2, 1)$. If it collides with one side of the rectangle, it follows the law of reflection and comes back to the rectangle. If it collides with a corner, it again follows the law of reflection and comes back in the direction it went in. Until the 2019th second, how many times will the ball collide with a corner point? (12 marks)

সমস্যা ১০: তিনটি একই কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ দেয়া আছে যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 যাতে $r_1 + r_3 \geq 2r_2$. এমন একটি রেখা অঙ্কন কর যেটা $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ কে যথাক্রমে A, B, C বিন্দুতে ছেদ করে যাতে $AB = BC$. (১৫ মার্ক)



Problem 10: Given three concentric circles $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ with radius r_1, r_2, r_3 such that $r_1 + r_3 \geq 2r_2$, construct a line that intersects $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ at A, B, C respectively such that $AB = BC$. (15 marks)