## PROBLÈMES DE L'AUTEUR

**RETENUS * NOMS**

### 1. Au Sharygin contest de Russie

2008 Sharygin Geometry Olympiad

Sharygin Geometry Olympiad 2008

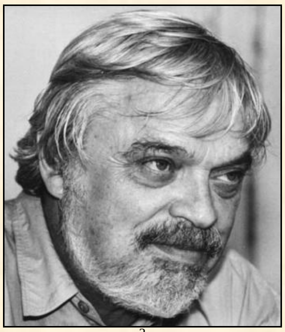
The final round Second day

Grade level 9

| | |
|---|---|
| 8 | (J.-L.Ayme, France) Points $P$, $Q$ lie on the circumcircle $\omega$ of triangle $ABC$. The perpendicular bisector $l$ to $PQ$ intersects $BC$, $CA$, $AB$ in points $A'$, $B'$, $C'$. Let $A''$, $B''$, $C''$ be the second common points of $l$ with the circles $A'PQ$, $B'PQ$, $C'PQ$. Prove that $AA''$, $BB''$, $CC''$ concur. |

[1]

**Une courte biographie de Igor Fedorovitch Sharyguin**



[2]

*un homme*
*qui ne connaît pas la géométrie*
*ne peut se considérer comme cultivé* [3]

Igor Fedorovich Sharygin est né en 1937 à Moscou en URSS.
Etudiant à l'Université Lomonosov de Moscou (Russie), il est déjà un membre actif du club mathématique.
En 1959, il termine le programme d'études de premier cycle à la Moscou State University, continue à un niveau post-universitaire jusqu'en 1962 et soutient sa thèse en 1965 sous la direction de Nikolai Sergeevich Bakhvalov (1934-2005).

---

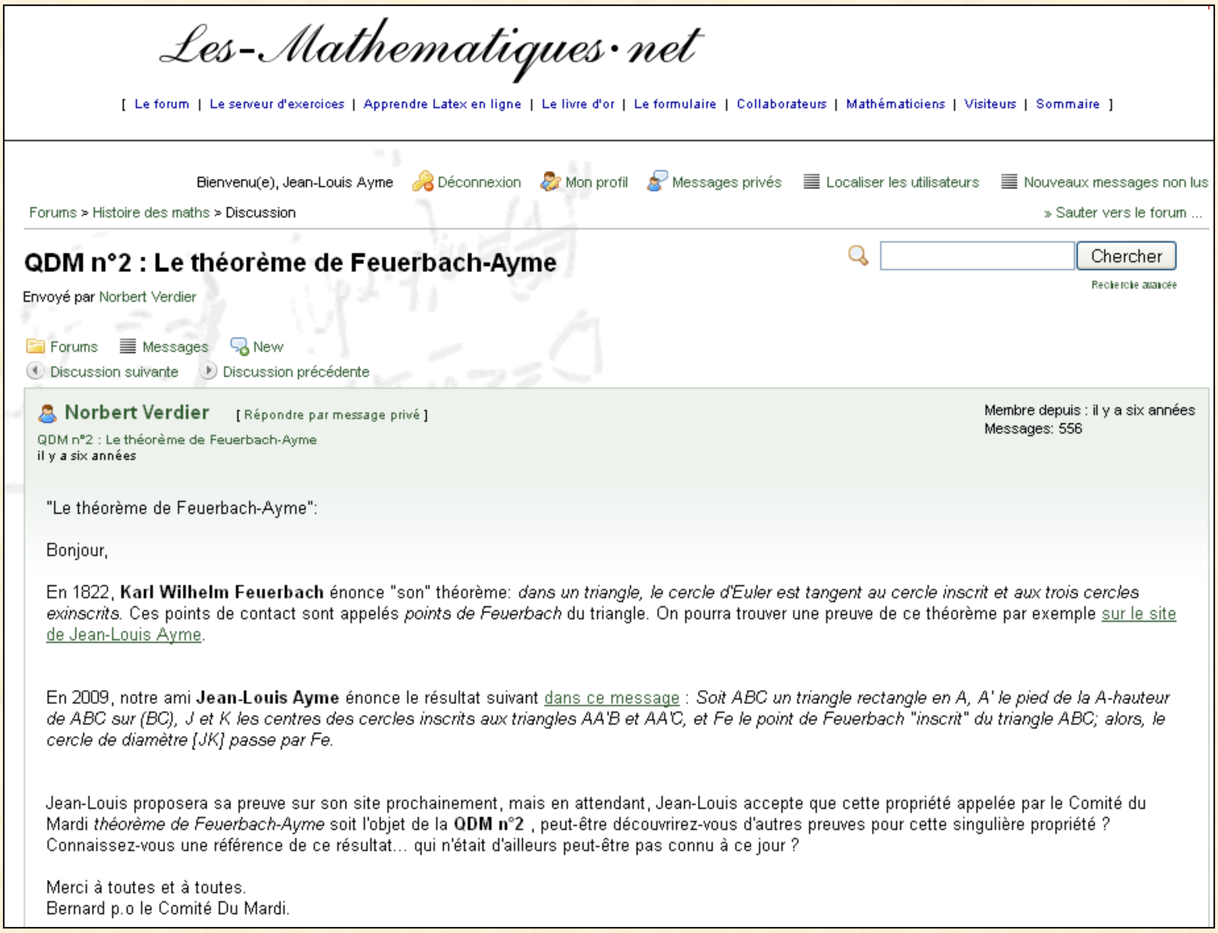
1 http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h223747p1243100
2 In Memoriam Igor F. Sharyguin, p. 67-72 ; http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICMI_bulletin/55.pdf
3 Igor F Sharygin

Il a vécu à Moscou durant toute sa vie sauf durant une année à Kazan en 1942 et est connu pour avoir soutenu des dissidents.

Jusqu'en 1985, il enseigne les mathématiques dans différents instituts à Moscou, participe activement à la célèbre revue *Kvant Magazine* fondée en 1970 par Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) et Isaak Kostantinovich Kikoyin (1908-1984), prépare les équipes soviétiques aux O.I.M. et propose des problèmes.
En 1981, son premier livre intitulé *Problèmes en Géométrie Plane* est publié comme supplément à la revue *Kvant*. Peu après, en 1983, sa "Suite de problèmes de géométrie" connaît un franc succès et est traduite en plusieurs langues. En 1985, il est chercheur à l'Institut de Moscou.
Jusqu'à la fin de sa vie, il continue à écrire.
Il décède le 12 mars 2004.

Depuis 2008, un concours de mathématiques en honneur à Igor F. Shrygin a été institué.[4]

## 2. *Les-Mathématiques.net*



Les-Mathematiques.net

[ Le forum | Le serveur d'exercices | Apprendre Latex en ligne | Le livre d'or | Le formulaire | Collaborateurs | Mathématiciens | Visiteurs | Sommaire ]

Bienvenu(e), Jean-Louis Ayme   Déconnexion   Mon profil   Messages privés   Localiser les utilisateurs   Nouveaux messages non lus

Forums > Histoire des maths > Discussion   » Sauter vers le forum ...

**QDM n°2 : Le théorème de Feuerbach-Ayme**

Chercher
Recherche avancée

Envoyé par Norbert Verdier

Forums   Messages   New
Discussion suivante   Discussion précédente

**Norbert Verdier** [ Répondre par message privé ]   Membre depuis : il y a six années
Messages: 556
QDM n°2 : Le théorème de Feuerbach-Ayme
il y a six années

"Le théorème de Feuerbach-Ayme":

Bonjour,

En 1822, **Karl Wilhelm Feuerbach** énonce "son" théorème: *dans un triangle, le cercle d'Euler est tangent au cercle inscrit et aux trois cercles exinscrits.* Ces points de contact sont appelés *points de Feuerbach* du triangle. On pourra trouver une preuve de ce théorème par exemple sur le site de Jean-Louis Ayme.

En 2009, notre ami **Jean-Louis Ayme** énonce le résultat suivant dans ce message : *Soit ABC un triangle rectangle en A, A' le pied de la A-hauteur de ABC sur (BC), J et K les centres des cercles inscrits aux triangles AA'B et AA'C, et Fe le point de Feuerbach "inscrit" du triangle ABC; alors, le cercle de diamètre [JK] passe par Fe.*

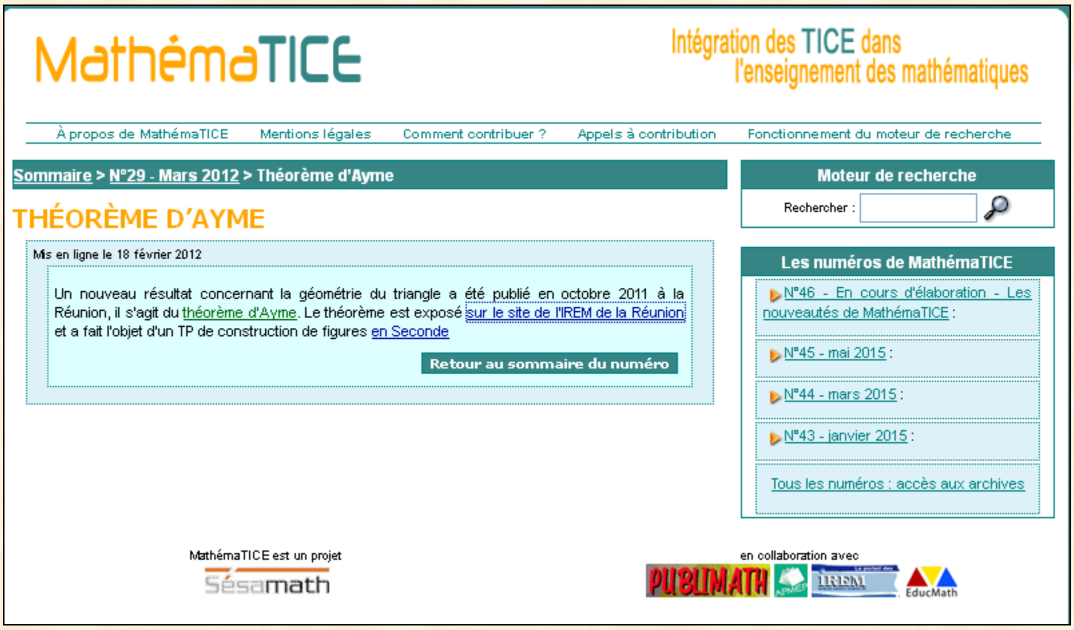
Jean-Louis proposera sa preuve sur son site prochainement, mais en attendant, Jean-Louis accepte que cette propriété appelée par le Comité du Mardi *théorème de Feuerbach-Ayme* soit l'objet de la **QDM n°2** , peut-être découvrirez-vous d'autres preuves pour cette singulière propriété ? Connaissez-vous une référence de ce résultat... qui n'était d'ailleurs peut-être pas connu à ce jour ?

Merci à toutes et à toutes.
Bernard p.o le Comité Du Mardi.

[5]

[4] http://www.artofproblemsolving.com/community/c3372_sharygin_geometry_olympiad
[5] http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?17,538526
Solution : http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/Le%20theoreme%20de%20Feuerbach-Ayme.pdf

## 3. Ayme's theorem ou le théorème des quatre points



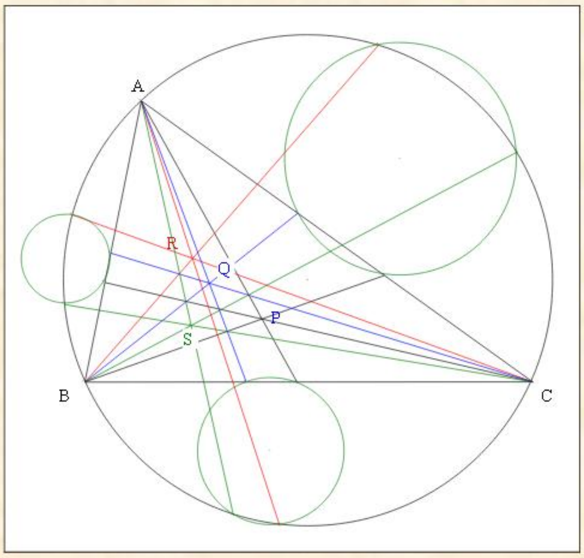

[6]

**AYME's THEOREM**

**OU**

**LE THÉORÈME DES QUATRE POINTS**

Jean - Louis AYME[1]




---

[6] http://revue.sesamath.net/spip.php?breve265
https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_d%27Ayme
https://en.wikipedia.org/wiki/User:Alain_Busser/Ayme%27s_theorem
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,697903,698198
solution : http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/Ayme%20theorem.pdf

**Le théorème d'Ayme**

dimanche 4 décembre 2011

Notre collègue **Jean-Louis Ayme** est à l'honneur : il vient de publier un nouveau théorème, le « théorème d'Ayme » ou « théorème des quatre points ».

Deux nouveaux points remarquables du triangle, les points X3610 et X3611, lui ont été attribués - ainsi qu'à Peter Moses - par Clark Kimberling dans son Encyclopedia of Triangle Centers.

Sur le Web : Le théorème d'Ayme

[7]

## 4. En Roumanie dans le livre de Catalin Barbu

**Cătălin Barbu**

**TEOREME FUNDAMENTALE**
**din**
**GEOMETRIA TRIUNGHIULUI**

[8]

***Teorema lui Ayme***

***8) Fie $H_aH_bH_c$ triunghiul ortic al triunghiului $ABC$ şi $A_1B_1C_1$ axa ortică a sa, $b', b'', b'''$ bisectoarele interioare ale unghiurilor $\overline{H_a}B_1A, \overline{H_c}A_1B$, respectiv $\overline{H_a}C_1A$, iar $\{\alpha\} = b' \cap b''', \{\beta\} = b'' \cap b''', \{\gamma\} = b' \cap b''$. Triunghiurile $ABC$ şi $\alpha\beta\gamma$ sunt omologice, punctul lui Gray al triunghiului $ABC$ fiind centrul omologiei.***

*Demonstraţie.* Deoarece $\alpha \in AX, \beta \in BY, \gamma \in CZ$ - conform teoremei lui Casey (vezi „Triunghiuri omologice") – şi cum $AX \cap BY \cap CZ = \{J\}$ rezultă că $A\alpha \cap B\beta \cap C\gamma = \{J\}$, unde $J$ este punctul lui Gray al triunghiului $ABC$, deci triunghiurile $ABC$ şi $\alpha\beta\gamma$ sunt omologice, punctul lui Gray al triunghiului $ABC$ fiind centrul omologiei.

*Observaţie:* Din teorema precedentă rezultă că triunghiurile $ABC$, $\alpha\beta\gamma$ şi $XYZ$ sunt omologice, punctul lui Gray fiind centrul omologiei.

p. 106

[7] http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?rubrique38

[8] https://www.google.fr/?gws_rd=ssl#q=catalin+barbu+Geometria+triunghiului
Catalin Barbu, Professor of Mathematics, Vasile Alecsandri National College

## II.45. Teorema lui Ayme

„Nu există pe lume un stadiu care să pună mai armonios în acţiune facultăţile spiritului decât cel al matematicienilor. Matematicianul trăieşte mult timp şi totuşi rămâne tânăr; aripile sale nu se frâng de timpuriu şi porii săi nu-s obturaţi de praful ce se ridică pe marile drumuri prăfuite de vieţi obişnuite.” – James Sylvester[190]

***Fie O centrul cercului circumscris unui triunghi ABC şi X, Y, Z punctele de intersecţie dintre mediatoarele segmentelor OA, OB, OC cu dreptele BC, CA respectiv AB.***

*Demonstraţie.* Fie $D$, $E$, $F$ mijloacele segmentelor $OA$, $OB$ respectiv $OC$. Deoarece $EF$ este linie mijlocie în triunghiul isoscel $BOC$ rezultă că patrulaterul $BCFE$ este trapez isoscel,

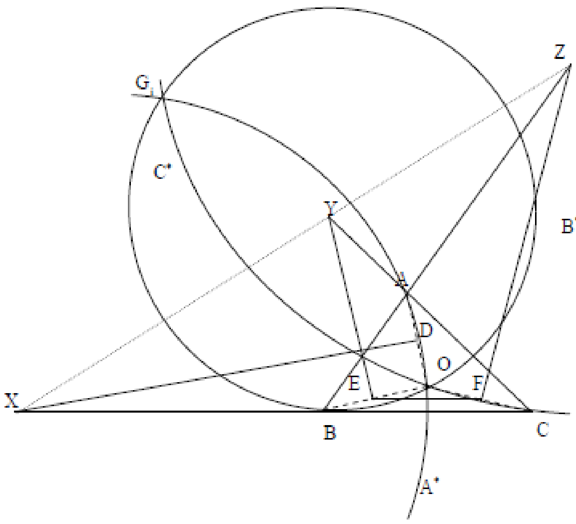



Fig. 323

deci punctele $B$, $C$, $F$ şi $E$ sunt conciclice (Fig. 323). Analog, punctele $C$, $A$, $F$ şi $D$ respectiv $A$, $B$, $D$ şi $E$ sunt conciclice. Conform teoremei lui Dergiades aplicată cercurilor precedente rezultă că punctele $X$, $Y$ şi $Z$ sunt conciclice.

p. 317

## 4. Cut-The-Knot, le site d'Alexander Bogomolny

# Droz-Farny Line Theorem

In 1899, Arnold Droz-Farny (1865-1912), a Swiss science and mathematics teacher, published without proof the following theorem:

> *If two perpendicular straight lines are drawn through the orthocenter of a triangle, they intercept a segment on each of the three sidelines. The midpoints of the three segments are collinear.*

A synthetic proof of the theorem along with a bibliography and a short bibliographical note on Droz-Farny has recently appeared in the ***Forum Geometricorum***. The theorem is curious, but the proof is absolutely remarkable in its simple elegance.

## Proof (J.-L. Ayme, 2004)

[9]

*

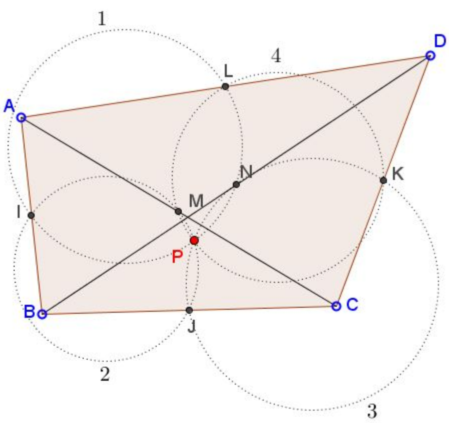
# Euler-Poncelet Point

## What Might This Be About?

10 March 2014, Created with ***GeoGebra***

## Problem

*Given quadrilateral $ABCD,$ denote the* ***nine-point circles*** *of triangles $ABD,ABC,BCD,ACD$ just as $1,2,3,4,$ respectively.*




*The four circles meet at a point.*

The point is variably known as the *Euler*, *Euler-Poncelet*, and *Poncelet* point.

## Acknowledgment

The existence of the Euler-Poncelet point has been the subject of ***an earlier page***, with a reference to a proof in complex variables by J. L. Coolidge. The above proof is due to Jean-Louis Ayme and is available on the web in ***an article of his***, where ***one (weaker) version*** of Reim's theorem has been proved but a ***stronger version*** used.

[10]

---

[9] Alexander Bogomolny, *cut-the-knot* ; http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/DrozFarny.shtml

[10] Alexander Bogomolny, *cut-the-knot* ; http://www.cut-the-knot.org/m/Geometry/PonceletPoint.shtml

*

Bulletin *APMEP*, problème 227, n° 398 (Avril-Mai 1995).

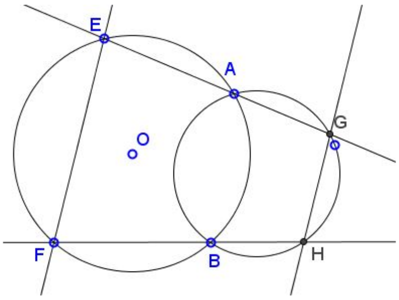
# Reim's Similar Coins I

## What Might This Be About?

9 March 2014, Created with **GeoGebra**

## Problem

*Let two circles cross at points $A$ and $B;$ $E$ and $F$ are two points on one of the circles; $EF$ meets the second circle second time at $G,$ $FB$ at $H:$*




*Then $GH\parallel EF.$*

Acknowledgment

I confess to not knowing the reason for the theorem designation. There is a ***companion theorem*** under the same attribution. I came across the latter in ***an article*** by Jean-Louis Ayme where he referred to it as "Le théorème des moniennes semblables de Reim" which both I and google had a difficulty translating. It looks to me like "Reim's similar coins" might be a good fit, but I am not sure.

[11]

[11] Alexander Bogomolny, *cut-the-knot* ; http://www.cut-the-knot.org/m/Geometry/Reim1.shtml

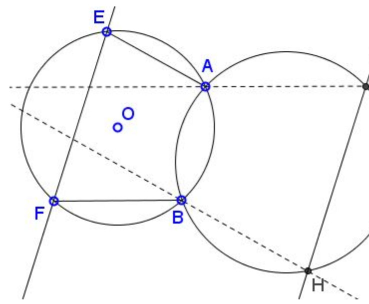
# Reim's Similar Coins II

## What Might This Be About?

9 March 2014, Created with **GeoGebra**

### Problem

*Let two circles cross at points $A$ and $B;$ $E$ and $F$ are two points on one of the circles, $G$ and $H$ on the other. Assume $AG\parallel FB$ and $BH\parallel EA.$*




*Then $GH\parallel EF.$*

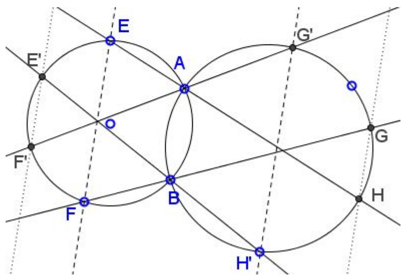
# Reim's Similar Coins III

## What Might This Be About?

10 March 2014, Created with **GeoGebra**

### Problem

*Let two circles cross at points $A$ and $B;$ $E,F,E'F'$ are four points on one of the circles, $EA$ and $E'A$ meet the other circle at $H$ and $H',$ respectively; $FB,F'B$ meet it at $G$ and $G',$ respectively. Assume $EF\parallel E'F'.$*




*Then $GH\parallel EF\parallel E'F'\parallel G'H'.$*

# Reim's Similar Coins IV

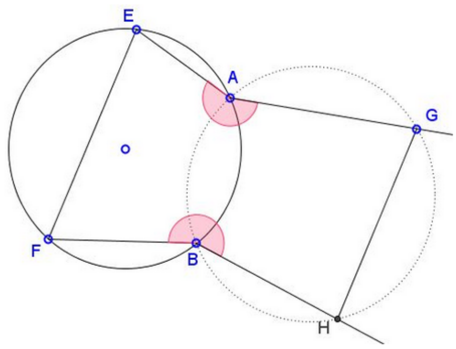
## What Might This Be About?

9 March 2014, Created with **GeoGebra**

## Problem

*Given a cyclic quadrilateral $ABFE,$ let $AG$ and $BH$ are extended away from $ABFE$ so that*

1. *$\angle EAG=\angle FBH,$ but measured in opposite directions,*
2. *$GH\parallel EF.$*




*Then quadrilateral $ABHG$ is cyclic.*

## 5. Boyer Pascal, *algèbre et géométries*



– deux droites de $\mathbb{C}$ correspondent à deux cercles se coupant en $N$. En projetant selon un pôle appartenant seulement à l'un de ces cercles, l'une des droites de l'énoncé va rester une droite et l'autre va devenir un cercle.

Le but de ce paragraphe est d'illustrer cette remarque à travers le théorème de Clifford, afin de donner corps à l'introduction de la géométrie inversive.

### 1.1. Théorème de Reim, dit des deux cercles

**1.1.1. Théorème.** *Soient deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sécants en $A$ et $B$ ; deux droites $D_A$ et $D_B$ passant respectivement par $A$ et $B$ recoupent $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ en des points $P, P'$ et $Q, Q'$, comme dans la figure 1.1. Alors, $(PQ)$ et $(P'Q')$ sont parallèles.*

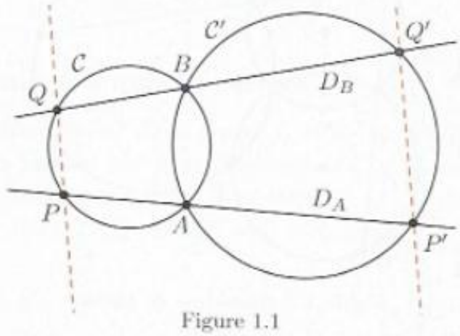



Figure 1.1
*Théorème de Reim*

*Démonstration.* D'après le théorème de l'angle inscrit, on a

$$\widehat{PQB} = \widehat{PAB} = \widehat{P'AB} = \widehat{BQ'P'} \mod \pi,$$

d'où le résultat. □

**1.1.2. Définition.** Étant donnés deux cercles sécants, une droite passant par l'un des points d'intersection est appelée *une monienne*.

La réciproque de l'énoncé précédent s'énonce comme suit.

**1.1.3. Théorème.** *Soient $P, Q, P', Q'$ tels que $(PQ)$ et $(P'Q')$ sont parallèles. Soit $\mathcal{C}$ un cercle passant par $P$ et $Q$ et coupant $(PP')$ et $(QQ')$ respectivement en $A$ et $B$. Alors, $P', Q', A, B$ sont cocycliques.*

[12]

12 Boyer P., *algèbre et géométries*, Calvage & Mounet, Paris, 2015, p. 342-343