SOIXANTE-DOUZE NOMS DE SAVANTS

INSCRITS

SUR

LA TOUR EIFFEL

À ma fille Tatiana

Jean-Louis AYME [1]

Notre-Dame de Paris et la Tour Eiffel [2]

Résumé. L'auteur présente quatre géomètres dont les noms figurent sur la Tour Eiffel.
Archives, résultats et courtes biographies rendent cet article encore plus vivant.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. The author presents four geometers whose names appear on the Eiffel Tower.
Archives, results and short biographies make this article even more alive.
The figures are all in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

---

[1] Saint-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 31/12/2012

[2] Lecomte B., Notre-Dame de Paris et la Tour Eiffel

Sommaire

A. NOMS DE GÉOMÈTRES

INSCRITS

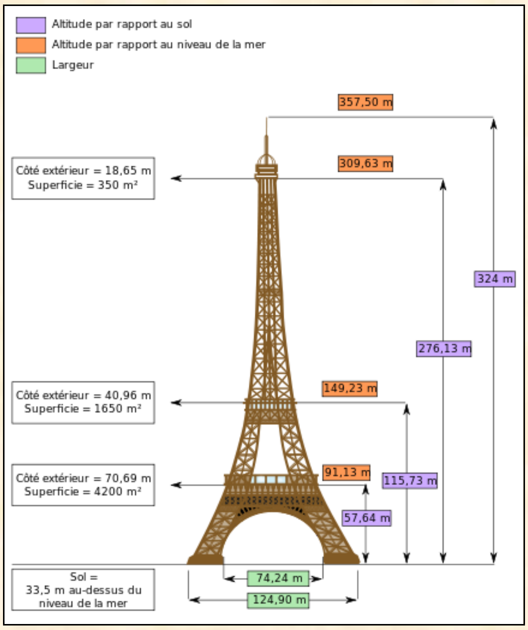
SUR

LA TOUR EIFFEL


[3]

Gustave Alexandre Bönickhausen dit *Eiffel* est né le 15 décembre 1832 à Dijon (Côte-d'Or, France). Son nom, Eiffel, fut ajouté par un ancêtre allemand de Rhénanie qui s'installa à Paris au début du XVIIe siècle, car les Français ne pouvaient pas prononcer son nom de famille. Cet ancêtre a choisi ce nom car son lieu de naissance était dans la région allemande de l'Eifel à Marmagen. Gustave Bönickhausen dit *Eiffel* substitua à son patronyme le nom d'Eiffel par un jugement du tribunal de première instance de Dijon du 15 décembre 1880.

Né dans un milieu aisé, Gustave Eiffel entre au collège Sainte-Barbe en 1843 avant d'être admissible à l'École polytechnique et admis en 1852 à l'École Centrale des Arts et Manufactures à Paris.



[3] Eiffel G. en 1893 selon l'Illustration

Ce brillant ingénieur et industriel participe à la construction de la statue de la Liberté à New York en 1886 et de la tour Eiffel pour l'Exposition universelle de Paris de 1889.

L'emplacement des noms sur la tour

Gustave Eiffel a fait graver soixante-douze noms de savants qui ont honoré la France de 1789 à 1889 dont nous avons retenu les noms de quatre géomètres, Chasles, Sturm, Cauchy et Carnot.
A l'origine, ces noms s'étalaient en lettres d'or en relief de 60 cm de haut sur la périphérie du premier étage. Ils ont été recouverts de peinture au début du XX^{e} siècle avant d'être restaurés entre 1986 et 1987.

Gustave Eiffel décède le 27 décembre 1923 à Paris.

B. QUATRE GÉOMÈTRES

I. MICHEL CHASLES

FACE

TROCADÉRO

[4]

---

[4] Chasles est le onzième à partir de la gauche

1. Archive

778. Le théorème peut prendre l'énoncé suivant, d'après lequel les deux points P, P', communs aux trois cercles A, A' et Σ, pourront être imaginaires :

Étant pris sur un cercle U deux couples de points, réels ou imaginaires (1), *si par les deux premiers points on mène deux cercles quelconques C, A, et par les deux autres deux cercles,*

(1) Nous appelons *couple de points imaginaires* sur un cercle les points déterminés par l'intersection du cercle et d'une ligne droite (655).

CHASLES. — *Géom. sup.* 32

498 TRAITÉ DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE. — CHAPITRE XXXII.

aussi quelconques, C', A', ceux-ci rencontreront, respectivement, les deux C, A en quatre points situés sur un même cercle.

En effet, appelons P, P' les points d'intersection (réels ou imaginaires) des deux cercles A, A'. Le segment PP' forme une involution, d'une part avec les segments que les deux cercles U et C font sur la même droite (752), et d'autre part avec les segments faits par les deux cercles U, C'. Donc le segment PP' et les deux que les cercles C, C' font sur la même droite sont en involution. Donc par les deux points P, P' on peut mener un cercle qui passe par les points d'intersection de C et C'; ce qui démontre le théorème.

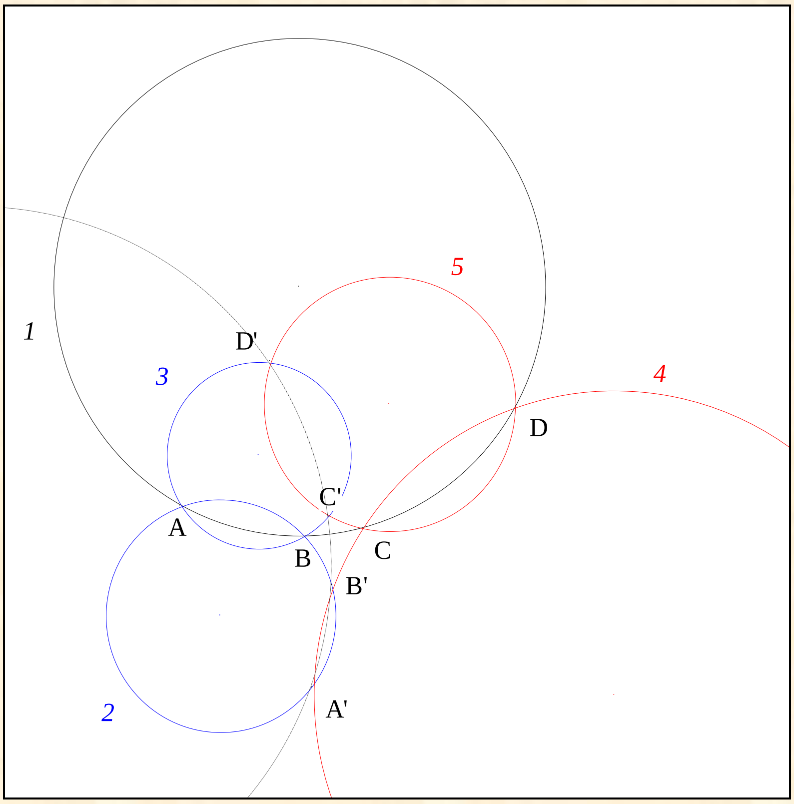
[5]

2. Le théorème des six cercles

VISION

Figure :

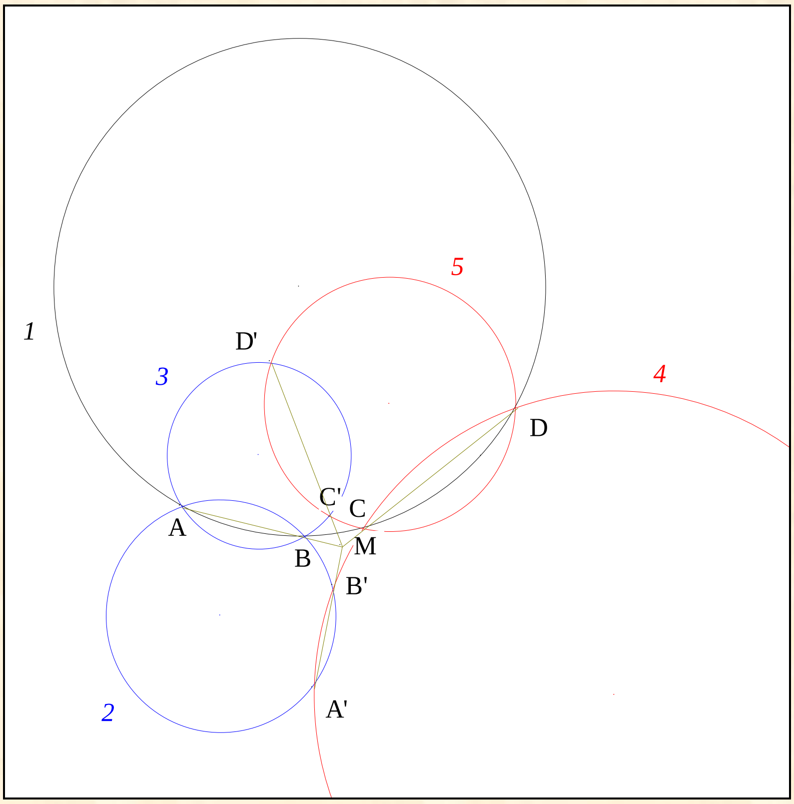
[5] Chasles M., Trait de Géométrie Supérieure (1853) 497-498 ; http://quod.lib.umich.edu/u/umhistmath/abn2684.0001.001/541?view=pdf



Traits :	*1*	un cercle,
	A, B, C, D	quatre points dans cet ordre de *1*,
	2, *3*	deux cercles sécants en A et B,
	4, 5	deux cercles sécants en C et D,
	A', B'	les points d'intersection de *2* et *4*,
et	C', D'	les points d'intersection de *3* et *5*.

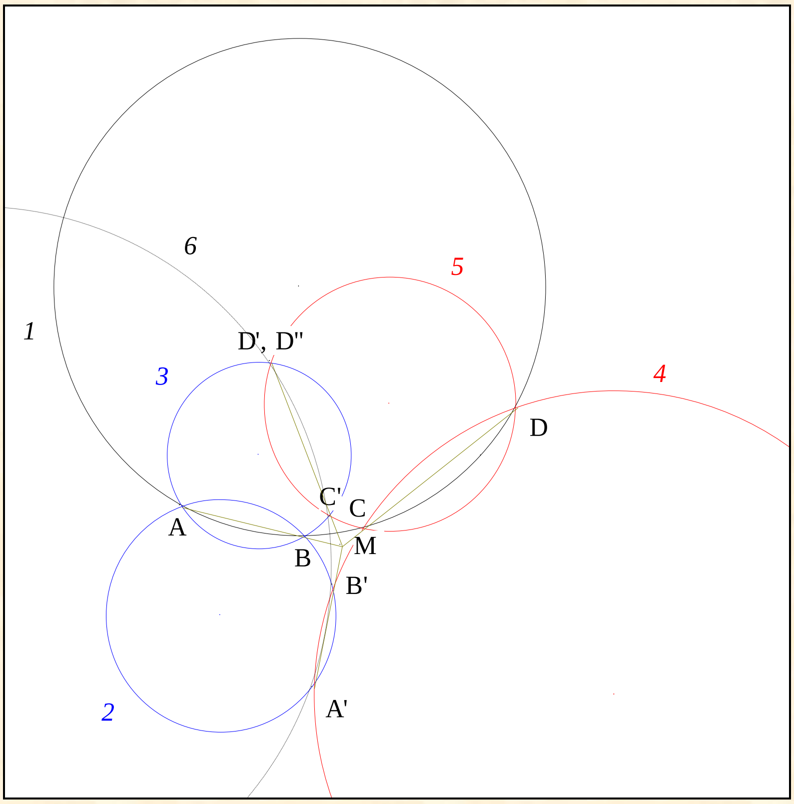
Donné : A', B', C' et D' sont cocycliques.

VISUALISATION



- Notons M le point de concours de (AB) et (A'B').

- D'après Monge "Le théorème des trois cordes" [6], (AB), (A'B') et (CD) concourent en M
(AB), (C'D') et (CD) concourent en M.



[6] Ayme J.-L., Le théorème des trois cordes, G.G.G. vol. **6** ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

- Notons *6* le cercle passant par A', B' et C'
  et D'' le second point d'intersection de *6* avec *3*.

- D'après Monge "Le théorème des trois cordes" [7], (AB), (C'D'') et (CD) concourent en M ;
  en conséquence, D' et D'' sont confondus.

- **Conclusion :** A', B', C' et D' sont cocycliques.

Commentaire : il ne faut pas confondre ce résultat avec le théorème des "six cercles" de Miquel [8].

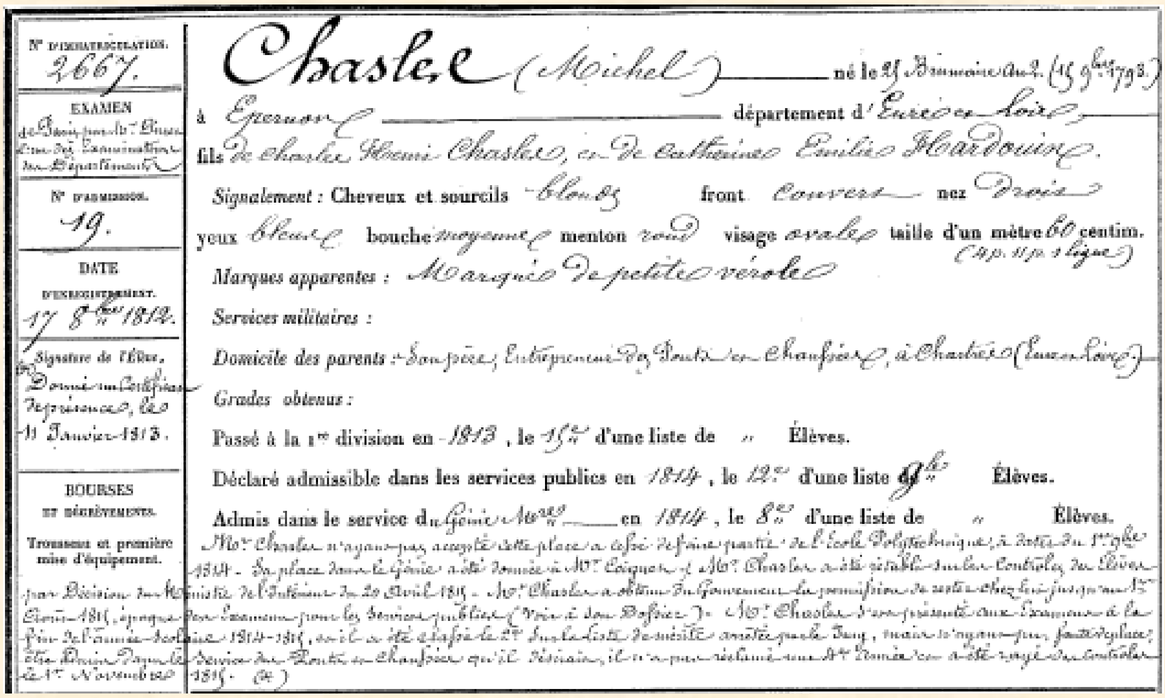
3. Une courte biographie de Michel Chasles

[9]

Floréal Chasles est né à Épernon (Île-de-France, France) le 15 novembre 1793.

Fils de Charles-Henri Chasles, un habile marchand de bois, Floréal Chasles obtient la possibilité de changer de prénom suite à un jugement en date du 22 novembre 1809.

[7] Ayme J.-L., Le théorème des trois cordes, G.G.G. vol. **6** ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
[8] Ayme J.-L., Du théorème de Reim au théorème des six cercles, G.G.G. vol. **2**, p. 8-13 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
[9] The MacTutor History of Mathematics archive ; http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html



Nº D'IMMATRICULATION. 2667.

Chasles (Michel) né le 25 Brumaire an 2. (15 9bre 1793.)

à Epernon département d'Eure et Loir,

fils de Charles Henri Chasles, et de Catherine Emilie Hardouin.

EXAMEN

Nº D'ADMISSION. 19.

DATE D'ENREGISTREMENT. 17 8bre 1812.

Signalement : Cheveux et sourcils blonds front couvert nez droit

yeux bleus bouche moyenne menton rond visage ovale taille d'un mètre 60 centim.

Marques apparentes : Marqué de petite vérole

Services militaires :

Signature de l'Élève.

Domicile des parents : Son père, Entrepreneur des Ponts et Chaussées, à Chartres (Eure et Loir)

Grades obtenus :

Passé à la 1re division en 1813, le 15e d'une liste de " Élèves.

Déclaré admissible dans les services publics en 1814, le 12e d'une liste de 96 Élèves.

BOURSES ET DÉGRÈVEMENTS.

Trousseau et première mise d'équipement.

Admis dans le service du Génie Mre en 1814, le 8e d'une liste de " Élèves.

En 1812, Michel Chasles entre à l'École Polytechnique, en sort avec une licence en 1815 et devient banquier à Chartres. Rappelons qu'il se distingue à la barrière du Trône le 30 mars 1814 lors de l'attaque de Paris par les Alliés

En 1830, il énonce un théorème concernant le déplacement d'une figure plane dans son plan, et détermine au passage le centre de rotation par la méthode des médiatrices; ce résultat relatif au mouvement d'une figure avait été évoqué dans des cas particuliers par Descartes (1596-1650) et Jean Bernoulli (1667-1748).

En 1837, il présente à l'Académie de Bruxelles qui avait institué un concours sur les nouvelles doctrines géométriques, le désormais célèbre *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie* dans lequel il traite la question concernant le signe d'un segment et le sens d'un angle. Ce remarquable travail historique est complété par un *Mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science*, dans lequel il expose les deux principes de la méthode des transformations i.e. la dualité et l'homographie.

En 1839, il devient membre correspondant de l'Académie des Sciences, puis titulaire de cette vénérable institution en 1851.

De 1841 à 1851, il occupe la chaire des machines et de géodésie à l'École Polytechnique et, à partir de 1846, la chaire de Géométrie supérieure à la Sorbonne, qui a été spécialement crée pour lui.

En 1845, Chasles retrouve dans une librairie parisienne, une copie du livre de Desargues réalisée par de La Hire en 1769; au passage, notons que l'original sera retrouvé en 1951 dans les rayons de la Bibliothèque Nationale à Paris.

En 1853, il écrit le *Traité de Géométrie supérieure*. Rappelons que c'est grâce à Michel Chasles que nous connaissons aujourd'hui les travaux géométriques de Gaultier de Tours.

En 1867, il fonde la Société mathématique et commence à se passionner pour les manuscrits anciens. Le savant va se laisser abuser par le faussaire littéraire Denis Vrain-Lucas, un clerc de notaire qui ira jusqu'à écrire 20000 documents payés 140000Francs or dont une vingtaine de lettres de Pascal à Newton dans lesquelles Pascal s'attribuait la découverte de la loi d'attraction universelle. Chasles ira jusqu'à présenter sa "découverte" à l'Académie des sciences ce qui provoqua un tollé. En 1869, le faussaire est démasqué et Michel Chasles ruiné. Un film concernant cet humiliante mésaventure est sorti sur les écrans de télévision le 15 juillet 1998 avec pour titre *Le prince des imposteurs*.

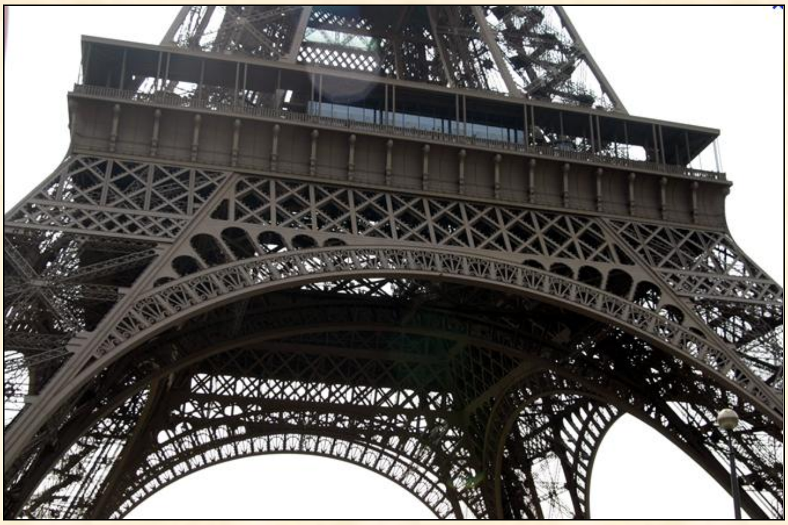
Il décède le 18 décembre 1880 à Paris et est inhumé au cimetière du Père-Lachaise (division 17).

Pour terminer, rappelons que son nom est inscrit sur la Tour Eiffel, qu'une rue du 12ème arrondissement porte son nom depuis 1900 ainsi que le collège d'Épernon.

II. CHARLES - FRANÇOIS STURM

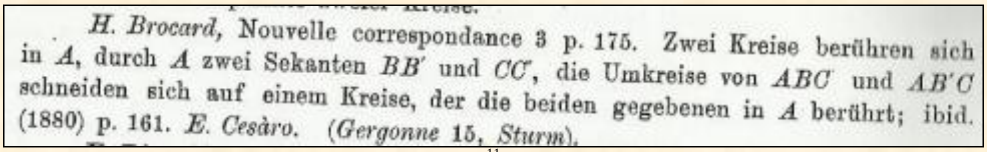
FACE

GRENELLE



[10]

1. Archive



H. Brocard, Nouvelle correspondance 3 p. 175. Zwei Kreise berühren sich in A, durch A zwei Sekanten BB' und CC', die Umkreise von ABC und $AB'C$ schneiden sich auf einem Kreise, der die beiden gegebenen in A berührt; ibid. (1880) p. 161. *E. Cesàro.* (*Gergonne* 15, *Sturm*).

[11]

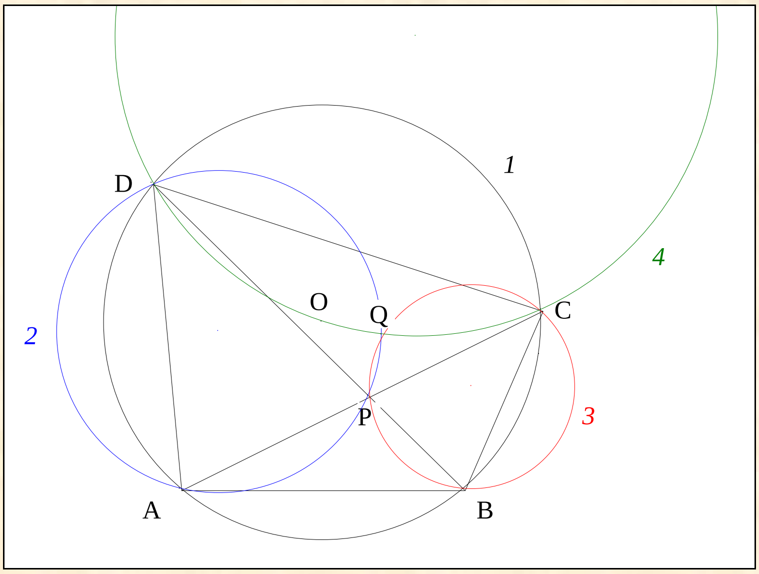
2. Un cercle passant par le centre d'un cercle

VISION

Figure :

[10] Sturm J. C. F. est le dernier à partir de la gauche

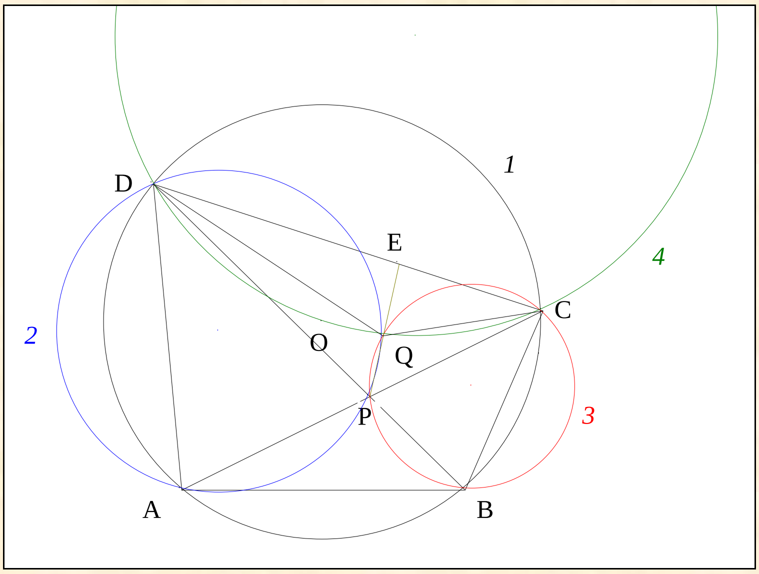
[11]



Traits : ABCD un quadrilatère cyclique,
1 le cercle circonscrit à ABCD,
O le centre de *1*,
P le point d'intersection de (AC) et (BD),
2, 3 les cercles circonscrits aux triangles PDA et PBC,
et *4* le cercle circonscrit au triangle QCD.

Donné : *4* passe par O. [12]

VISUALISATION



- Notons E le point d'intersection de (PQ) et (CD).

- Une chasse angulaire à **Π**. près :

  * le quadrilatère PQDA étant cyclique, <DAP = <DQE i.e. <DAC = <DQE ;

  * d'après "Le théorème de l'angle inscrit", <DAC = <DBC ;

  * le quadrilatère PBCQ étant cyclique, <PBC = <EQC i.e. <DBC = <EQC ;

---

12 Russie (1999) ; IMO Shortlist

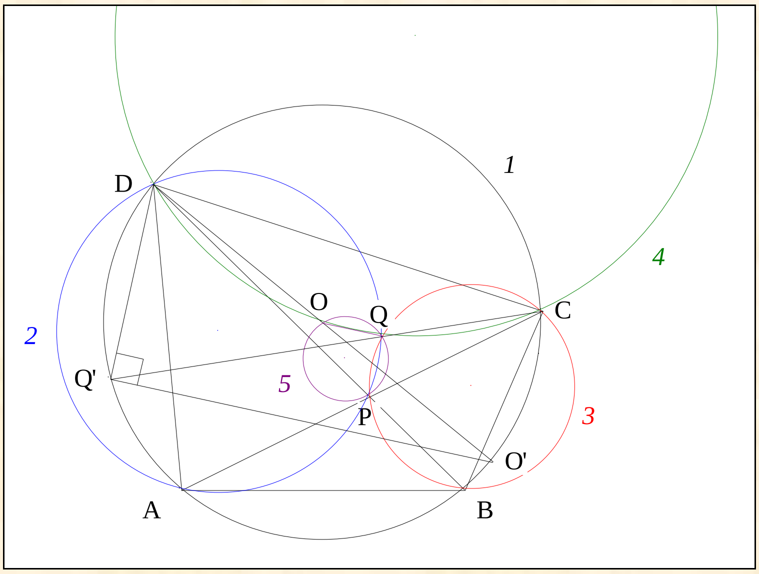
* par addition membre à membre de ces égalités, 2.<DAC = <DQE + <EQC

* d'après "La relation de Chasles" 2.<DAC = <DQC ;

* d'après "Le théorème de l'angle au centre", <DOC = <DQC.

- **Conclusion :** d'après "Le théorème de l'angle inscrit", *4* passe par O.

Scolies : **(1)** Le triangle QOP est Q-rectangle



- Notons *5* le cercle circonscrit à QOP,
  et O', Q' les seconds points d'intersection resp. de (DO), (CQ) avec *1*.

- Les cercles *1* et *4*, les points de base C et D, les moniennes (Q'CQ) et(O'DO), conduisent au théorème **0** de Reim ; il s'en suit que (Q'O') // (QO).

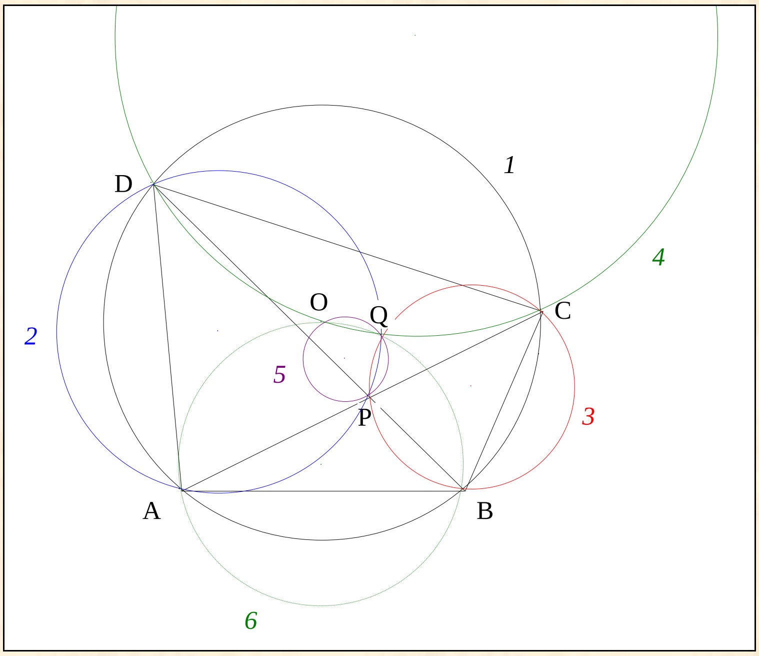
- Les cercles *1* et *3*, les points de base C et B, les moniennes (Q'CQ) et (DBP), conduisent au théorème **0** de Reim ; il s'en suit que (Q'D) // (QP).

- D'après Thalès "Triangle inscriptible dans un demi cercle", (Q'O') ⊥ (Q'D).

- La relation ⊥ étant compatible avec la relation //, (QO) ⊥ (QP).

- **Conclusion :** le triangle QOP est Q-rectangle.

(2) Un second cercle passant par O



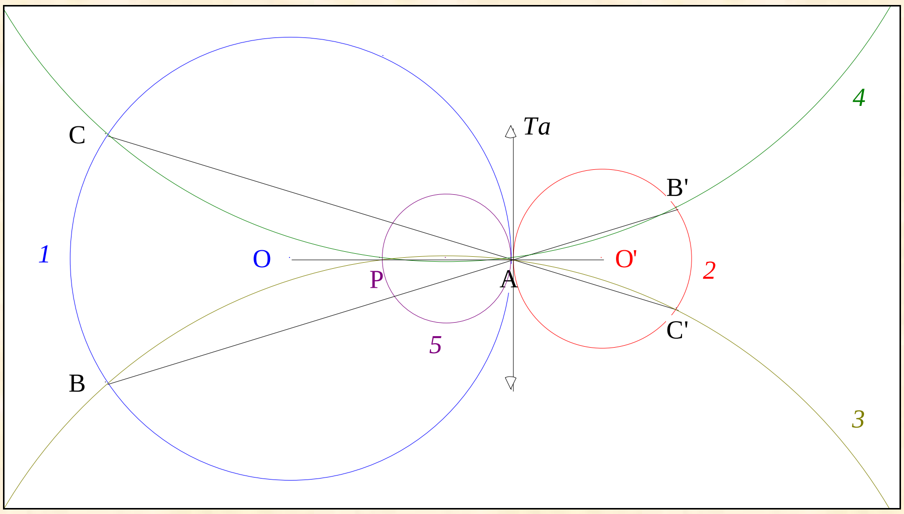
- Notons 6 le cercle circonscrit au triangle QAB.

- **Conclusion :** mutatis mutandis, nous montrerions que 6 passe par O.

3. L'idée de l'auteur

VISION

Figure :



Traits :

1, *2*	deux cercles tangents extérieurement,
O, O'	les centres resp. de *1*, *2*,
A	le point de contact de *1* et *2*,
B	un point de *1*,
B'	le second point d'intersection de (BA) avec *2*,
C	le symétrique de B par rapport à (OAO'),
C'	le second point d'intersection de (CA) avec *2*,

	3, 4	les cercles circonscrits resp. aux triangles BAC', CAB',
	P	le second point d'intersection de *3* et *4*,
	5	le cercle de diamètre [AP]
et	*Ta*	la tangente intérieure commune à *1* et *2*.

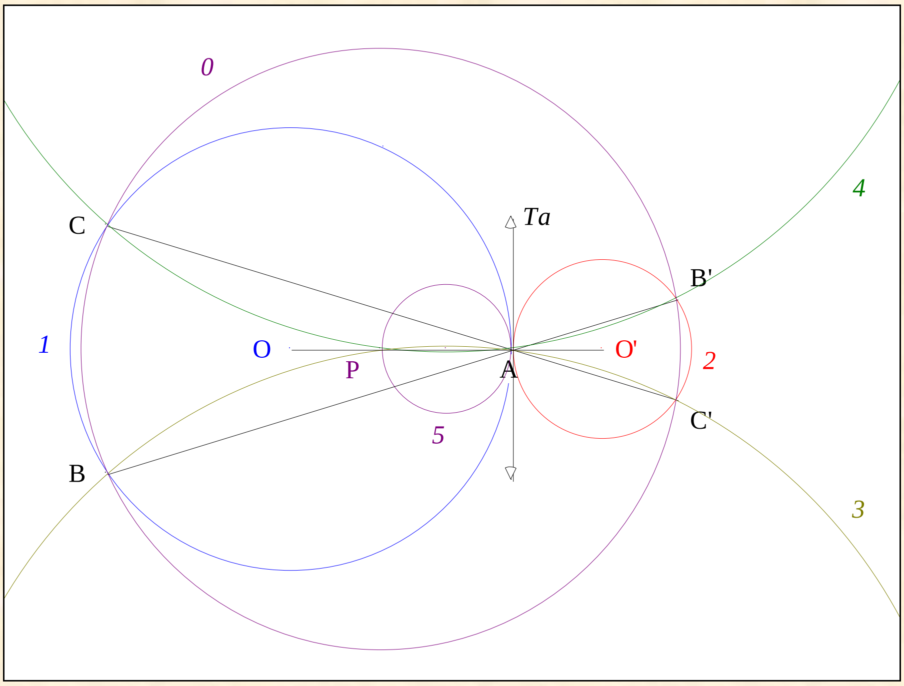
Donné : *Ta* est tangent à *5* en A.

VISUALISATION

- Par symétrie d'axe (OAO'), P est sur (OAO').

- **Conclusion :** *Ta* est tangent à *5* en A.

Scolie : le trapèze isocèle BCB'C' est cyclique



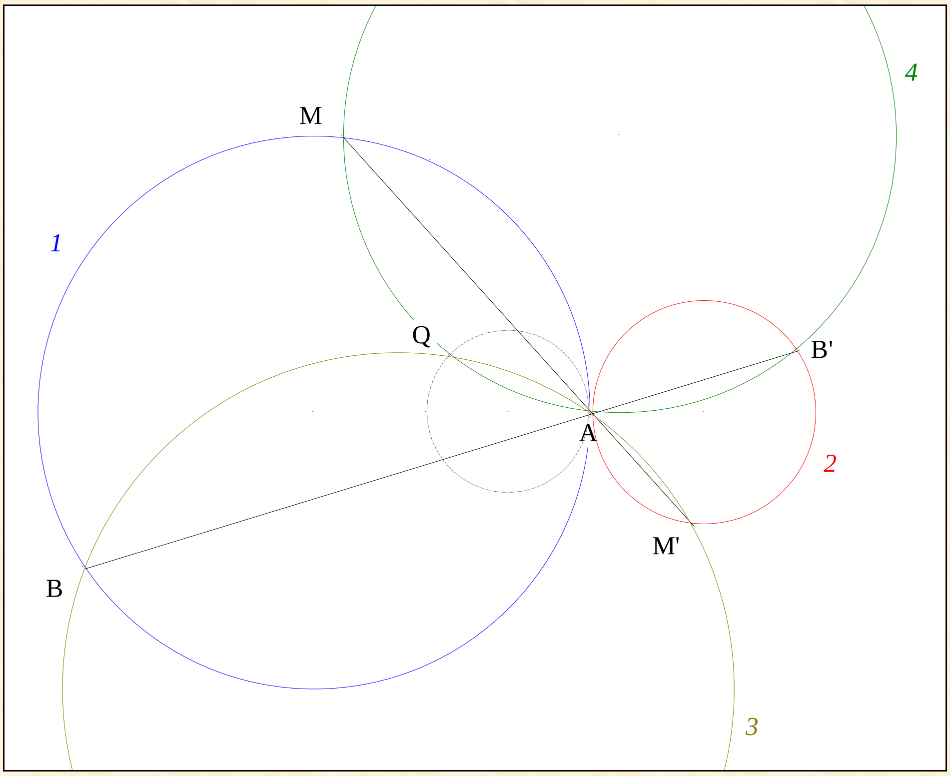
- Notons *0* ce cercle

- **Conclusion :** cette situation de tangence en A apparaissant comme un cas particulier de la situation **B. II. 2.**, P est le centre de *0*.

4. Le problème d'Henri Brocard revisité par Charles-François Sturm

VISION

Figure :

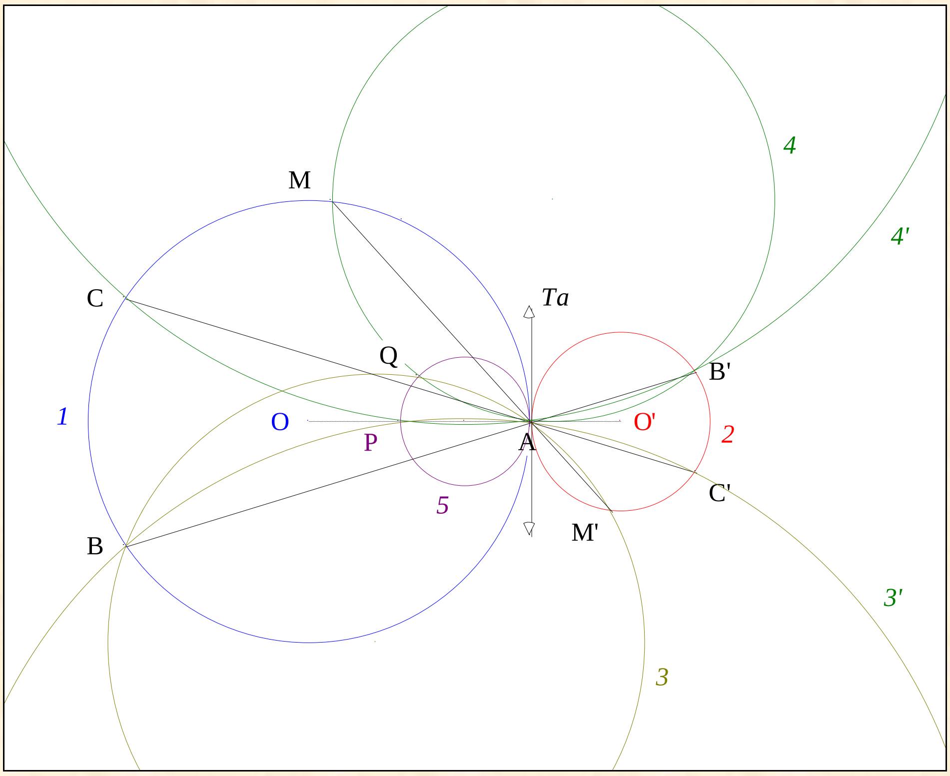


Traits :	*1*, *2*	deux cercles tangents extérieurement,
	A	le point de contact de *1* et *2*,
	B, M	deux points de *1*,
	B', M'	les seconds points d'intersection resp. de (BA), (CA) avec *2*,
	3, *4*	les cercles circonscrits resp. aux triangles BAM', MAB',
	Q	le second point d'intersection de *3* et *4*.

Donné : lorsque M varie sur *1*, Q est sur un cercle tangent resp. à *1*, *2* en A.[13]

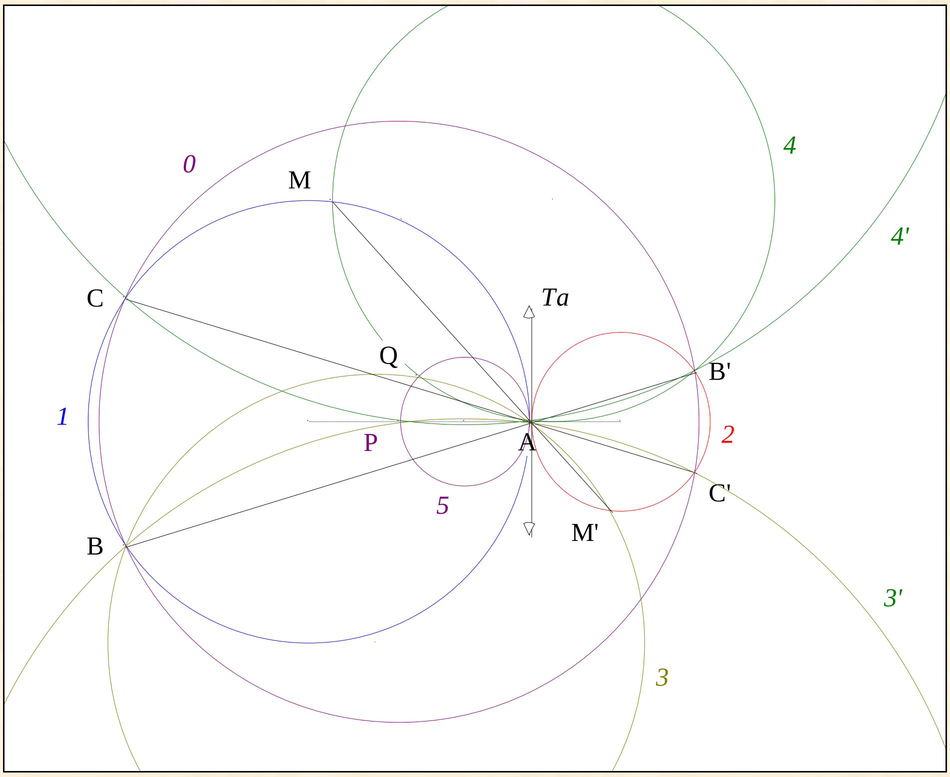
VISUALISATION

13 Brocard H., *Nouvelle correspondance* **3** (1876) 175 ;
Cesaro E., *Nouvelle correspondance* (1880) 161 ;
Sturm C.-F., *Annales* de Gergonne **15**, **7** (1824-1825) 205-218 ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AMPA



- Notons

	O, O'	les centres resp. de *1*, *2*,
	C	le symétrique de B par rapport à (OAO'),
	C'	le second point d'intersection de (CA) avec *2*,
	3', *4'*	les cercles circonscrits resp. aux triangles BAC', CAB',
	P	le second point d'intersection de *3* et *4*,
	5	le cercle de diamètre [AP]
et	*Ta*	la tangente intérieure commune à *1* et *2*.



- **Scolie :** B, C, B' et C' sont cocycliques.
- Notons *0* ce cercle.
- **Scolie :** P est le centre de *0*.
- D'après **B. II. 2.**, (PQ) ⊥ (QA).
- **Conclusion :** lorsque M varie sur *1*, Q est sur le cercle *5* tangent resp. à *1*, *2* en A.

5. Une courte biographie de Charles-François Sturm [14]

Charles-François Sturm est né le 29 septembre 1803 à Genève (Suisse).
Élevé au sein d'une famille protestante originaire de Strasbourg, le jeune Charles-François fréquente l'église luthérienne locale où il apprend l'allemand aux travers des prêches.
A la mort de son père, la famille traverse des difficultés financières. Étudiant boursier en mathématiques à l'université de Genève, il suit les cours de Simon L'Huilier qui lui reconnaît de grandes aptitudes.
Après avoir quitté l'Académie, Charles-François Sturm devient tuteur du plus jeune fils de Mme de Staël qui réside à Coppet, près de Genève. Il occupe son temps libre à écrire des articles sur la géométrie qui ont été publiés dans les *Annales* de Gergonne. Vers la fin de 1823, Mme de Staël quitte Coppet pour passer six mois à Paris et Charles-François Sturm, comme tuteur, les accompagne. En mai 1824, il retourne à Coppet, puis retourne à Paris où il devient tuteur du fils de François Louis Arago.
Poursuivant ses recherches, il se passionne pour l'étude des courbes caustiques et des pôles et polaires des sections coniques.
En 1829, il écrit un mémoire sur la détermination du nombre de racines réelles d'une équation sur un intervalle donné qui avait été examiné par Descartes, Rolle, Lagrange. Augustin Louis Cauchy en donnera une solution complète en allégeant la démarche de Sturm.
Suite à la révolution de juillet 1830, Arago réussit à lui faire obtenir une place de professeur au Collège Rollin.
Charles-François Sturm obtient la citoyenneté française en 1833.
En 1836, il est élu à l'Académie des Sciences.
En 1838, il commence à travailler à l'École Polytechnique et y est nommé professeur de mécanique et d'analyse en 1840. La même année, il succède à Denis Poisson à la Chaire de mécanique à la Faculté des Sciences de Paris.
Son unique désir était d'offrir à ses étudiants les meilleurs cours possibles et pour cette raison il passait un temps considérable à les préparer.

---

[14] O'Connor J. J. and E F Robertson E. F. ;
The MacTutor History of Mathematics archive ; http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html

En 1851, sa santé commence à décliner. Surmontant courageusement sa maladie, il revient pour un temps restreint à l'enseignement.

Il décède après cette longue maladie, le 18 décembre 1855 à Paris (France).

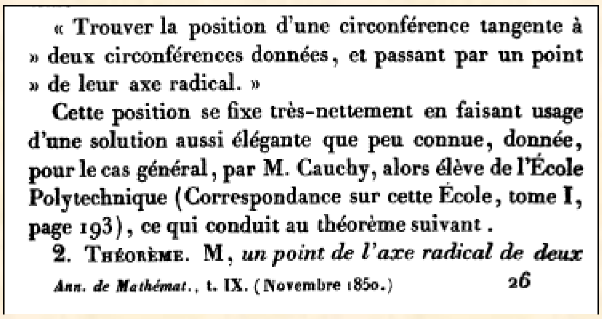
III. AUGUSTIN LOUIS, BARON CAUCHY

FACE

ÉCOLE MILITAIRE


[15]

1. Archives de Jean Mention et d'Augustin-Louis Cauchy


« Trouver la position d'une circonférence tangente à » deux circonférences données, et passant par un point » de leur axe radical. »

Cette position se fixe très-nettement en faisant usage d'une solution aussi élégante que peu connue, donnée, pour le cas général, par M. Cauchy, alors élève de l'École Polytechnique (Correspondance sur cette École, tome I, page 193), ce qui conduit au théorème suivant.

2. Théorème. M, *un point de l'axe radical de deux*

Ann. de Mathémat., t. IX. (Novembre 1850.) 26

[15] Augustin Louis Cauchy est le premier à partie de la gauche

(402)

cercles, O, O'; A, A' *les points de contact d'une des tangentes communes. Les points* B, B' *où les lignes* MA, MA' *coupent les cercles, sont les points où le cercle tangent à* (OA, O'A') *et passant par* M *touche les cercles.*

Le centre du cercle est situé sur la perpendiculaire abaissée de M sur la tangente commune; et si ∂ désigne la distance de M à cette tangente, son rayon est égal à $\frac{t^2}{2\partial}$; expression dans laquelle t est la longueur commune des tangentes menées par M aux deux cercles.[16]

Du cercle tangent à trois cercles donnés, par M. C*AUCHY*, *élève.*

J'ai donné (N°. 2 *de cette Correspondance*) une solution géométrique de ce problême : *trouver le centre et le rayon d'un*

15

(194)

cercle tangent à trois cercles donnés. M. Cauchy m'a communiqué une solution de ce même problême, qui m'a paru remarquable par sa simplicité; la voici :

Supposez que l'on augmente ou diminue le rayon du cercle cherché d'une quantité égale au rayon du plus petit cercle donné, selon que ces deux cercles doivent se toucher intérieurement ou extérieurement, cela reviendra à diminuer ou augmenter les rayons des deux autres cercles donnés de la même quantité, suivant la nature de leurs points de contact avec le cercle cherché, et le problême se trouvera, par ce moyen, ramené à cet autre.

Mener par un point donné un cercle tangent à deux cercles donnés.

[16] Mention J., Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, Série **1**, tome **9** (1850) 401-403 ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0

La solution de ce dernier problême repose sur ce théorême :

Si deux cercles sont tangens au point A (fig. 8), *et que par le point de tangence on mène des sécantes CD, BE, ces sécantes seront coupées en parties proportionnelles ; les triangles ABC, ADE seront semblables, et les côtés BC, DE parallèles.*

Soient A, OB, $O'C$ (fig. 9) le point et les cercles donnés. Supposons le problême résolu, et soit ABC le cercle cherché, B et C ses points de tangence avec les cercles donnés. Menez les droites ABE, ACG, $DBCF$. D'après le théorême énoncé, les trois triangles ABC, BDE, CFG seront semblables. Si par les points EG, vous menez EH, GI tangentes aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$\text{l'angle } AEH = BDE = BCA,$$
$$\text{l'angle } AGI = CFG = CBA;$$

d'où il suit que les triangles AGI, AEH sont semblables au triangle ABC, et que leurs côtés GI, EH sont parallèles. En nommant t, t' les tangentes menées par le point A aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$t'^2 = AC \times AG = AB \times AI$$
$$t^2 \qquad\qquad = AB \times AE,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{t'^2}{t^2} = \frac{AI}{AE}.$$

Ainsi les conditions d'après lesquelles on doit déterminer les points E et G sont que les tangentes menées par ces points aux cercles donnés soient parallèles, et que AI soit à AE dans le rapport connu de t'^2 à t^2.

(195)

Si l'on prend, à partir du point A sur la ligne AO, une quantité AR qui soit à AO dans le rapport de t'^2 à t^2, puis, que l'on décrive du point R comme centre, et d'un rayon RI qui soit à DE dans le même rapport, le cercle Im, ce cercle devra être tangent à IG. Pour obtenir IG, il suffira donc de mener une tangente commune aux deux cercles IM, $O'C$. Si l'on joint AH, AE, les intersections de ces droites avec les cercles OB, $O'C$ donneront leurs points de tangence B et C avec le cercle cherché.

H. C.

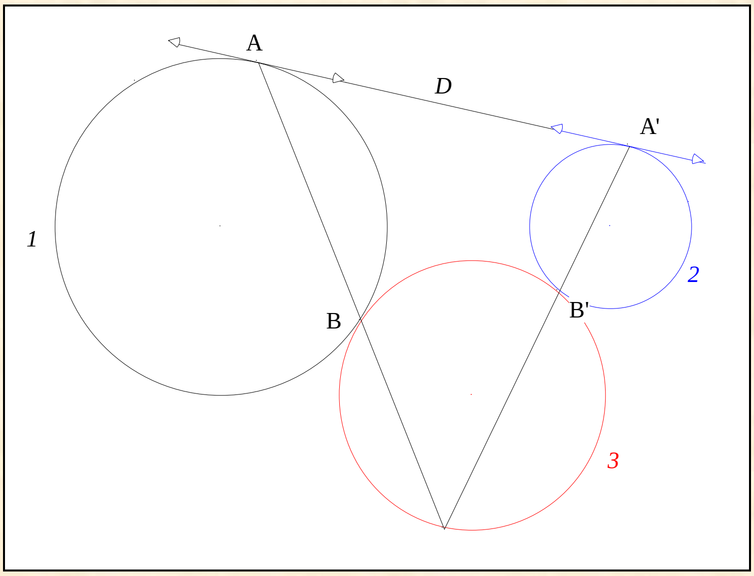
[17]

2. Un joli résultat

VISION

Figure :

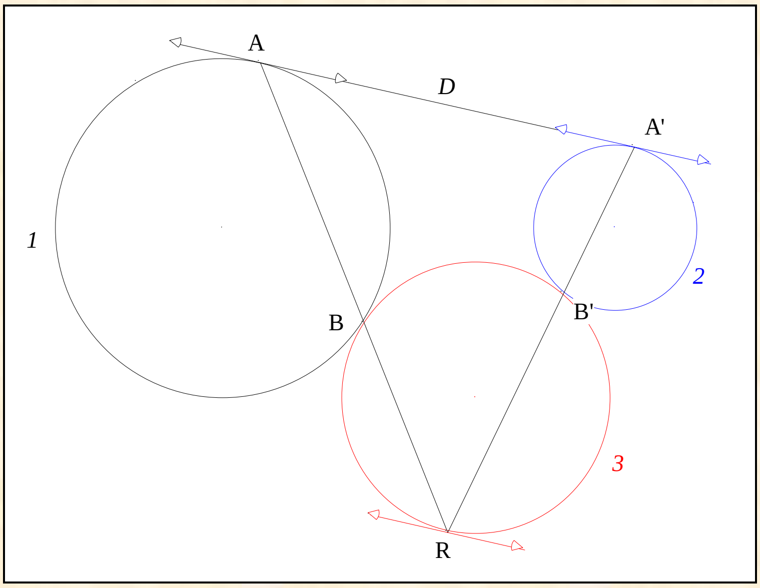
[17] Cauchy A. L., élève ingénieur des Ponts et Chaussées,
Du cercle tangent à trois cercles donnés, *Correspondance sur l'École Polytechnique*, tome **1** (1806) 194-195



Traits : *D* une droite,
A, A' deux points de *D*,
1, *2* deux cercles extérieur l'un de l'autre, tangents d'un même côté de *D* resp. en A, A',
O, O' les centres resp. de *1*, *2*,
3 un cercle tangent extérieurement à *1* et *2*,
et B, B' les points de contact de *3* avec *1* et *2*.

Donné : (AB) et (A'B') sont sécantes sur *3*.

VISUALISATION



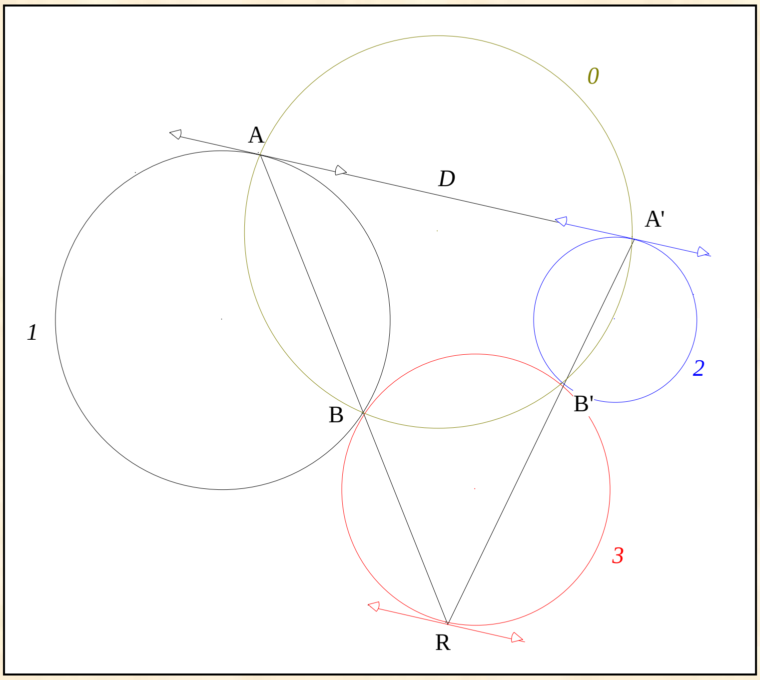
- Notons R le second point d'intersection de (AB) avec *3*
  et *Tr* la tangente à *3* en R.

- Les cercles *1* et *3*, le point de base B, la monienne (ABR) conduisent au théorème **8** de Reim ;
  il s'en suit que *D* // *Tr*.

- Les cercles *2* et *3*, le point de base B, les parallèles *D* et *Tr*, conduisent au théorème **8'** de Reim ;
  en conséquence, R, B' et A' sont alignés.

- **Conclusion :** (AB) et (A'B') sont sécantes sur *3*.

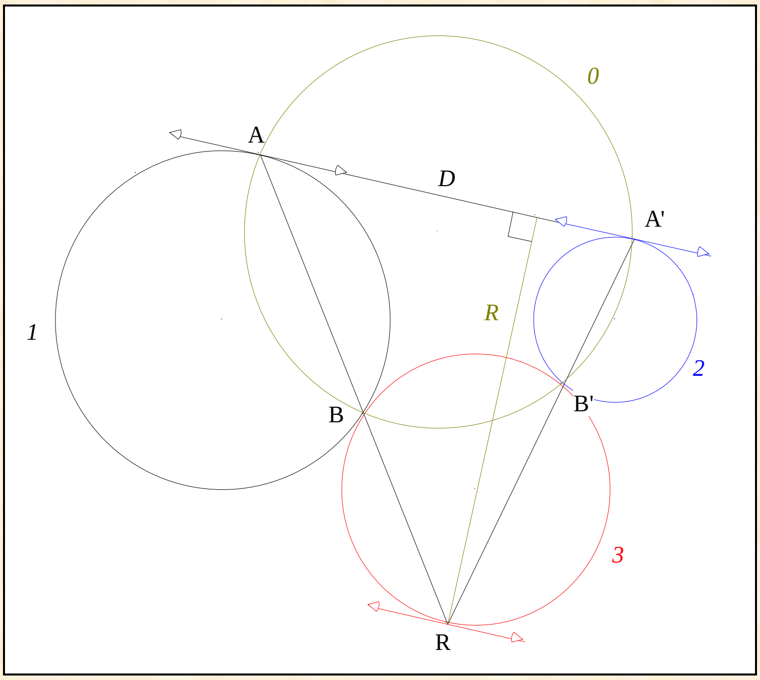
Scolies : **(1)** quatre points cocycliques



- **Conclusion :** le cercle *3*, les points de base B et B', les moniennes naissantes (RBA) et (RB'A'), les parallèles *Tr* et (AA'), conduisent au théorème **1"** de Reim ;
en conséquence, A, A', B, B' sont cocycliques.

- Notons *0* ce cercle.

(2) R est sur l'axe radical de *1* et *2*



- **Conclusion :** (AB), (A'B') étant resp. les axes radicaux de *0* et *1*, *0* et *2*, R est sur l'axe radical de *1* et *2*

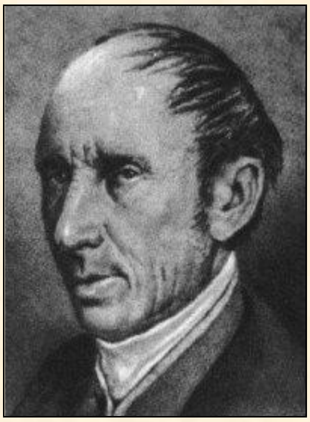
- Notons R cet axe.

  (3) R est la perpendiculaire à D passant par R

  (4) Tr étant parallèle à D, R passe par le centre de 3

Commentaire : nous venons de répondre au problème de Cauchy-Mention.
En remplaçant D par un cercle tangent à 1 et 2,
nous sommes dans les hypothèses du problème de Cauchy.

3. Une courte biographie d'Augustin L. baron Cauchy



Augustin Louis Cauchy est né le 21 août 1789 à Paris (France) dans une famille bourgeoise.
Pendant la Terreur révolutionnaire, la famille se cache à Arcueil dans la maison de campagne que son père venait d'acheter avec la dot de sa femme.
Attiré dès son plus jeune âge par le calcul et la géométrie, et sous les conseils du sénateur Lagrange, il fait des études de 1802 à 1804 à l'école centrale du Panthéon (lycée Henri IV), puis prépare dans la classe de Jacques Binet, le futur examinateur de Galois en 1929, le concours de l'École Polytechnique où il intègre deuxième en 1805.
A l'École Polytechnique, il participe au journal, en sort 3-ème en 1807 et premier de ceux qui choisissent l'École des Ponts et Chaussées comme école d'application. A sa sortie en 1810, il est envoyé comme aspirant ingénieur à Cherbourg où se poursuit la construction du port et de l'arsenal. A la fin de 1812, il revient à Paris en raison d'une santé fragile et enseigne à partir de 1815 à l'École Polytechnique, puis à la Faculté des Sciences, puis au Collège de France.
En 1816, il devient membre de l'Académie des Sciences.
En 1818, il se marie et aura deux filles.
Catholique fervent, royaliste légitimiste, refusant de prêter serment d'allégeance à Louis-Philippe en 1830, il s'exile à Turin après les Trois Glorieuses (juillet 1830), puis à Prague en 1833 où il devient précepteur du petit-fils de Charles X, le comte de Chambord. En remerciement pour son dévouement, Charles X le fera baron en 1839.
De retour en France en 1838, il se rallie en 1847 à l'idée d'Argand après avoir senti, suite à la lecture d'un *Mémoire* de Barré de Saint-Venant qu'un complexe peut être considéré comme une quantité géométrique de dimension deux.
En 1849, lorsque Napoléon III l'exempte par une mesure exceptionnelle du serment d'allégeance, il retrouve sa chaire à la Sorbonne où il enseignera jusqu'à sa mort.
Il publie dans tous les domaines avec près de 800 parutions et sept ouvrages. Son attitude désinvolte face à Niels Henrik Abel et Évariste Galois en "égarant" leurs précieux manuscrits retardera d'un demi-siècle la théorie des groupes.

Son caractère agressif et légitimiste a irrité de nombreux collègues. Sa naïveté incommensurable lui a valu d'être la proie de tous les escrocs; l'un d'eux lui avait même vendu à prix d'or, un autographe de Jeanne d'Arc !
Il décède le 23 mai 1857 d'un rhume dans la maison familiale de sa femme à Sceaux et est enterré au cimetière de Sceaux.

Pour terminer, rappelons que son nom est inscrit sur la Tour Eiffel, qu'une rue du 15e arrondissement de Paris, qu'un cratère de la Lune porte son nom ainsi qu'un des principaux amphithéâtres de l'École Polytechnique.

Timbre-poste en souvenir de Cauchy
(Musée de la Poste)

IV. LAZARE NICOLAS MARGUERITE CARNOT

FACE

LA BOURDONNAIS


[18]

1. Archive

[18] Carnot L. N. M. est l'avant dernier à partir de la gauche

PROBLÊME III.

142. *Trouver les rapports existans entre les côtés d'un triangle quelconque, les perpendiculaires menées des angles sur les côtés opposés, les segmens formés sur ces côtés et ces perpendicu-*

G 3

[19]

102 DE LA CORRÉLATION

laires, et enfin les angles résultans de cette construction.

Solution. Il est aisé de voir que la solution du problême précédent fournit la solution de celui-ci; car si l'on inscrit le triangle ABC proposé dans un cercle (*fig.* 12), et qu'ayant prolongé la perpendiculaire $\overline{\mathrm{AH}}$ jusqu'à la circonférence en A', on mène $\overline{\mathrm{BA'}}$, $\overline{\mathrm{CA'}}$, il est évident que le quadrilatère ABCA' est une figure pareille à celle qui a été calculée dans le problême précédent. Nous pouvons donc en déduire les formules cherchées; mais avant d'y procéder, je placerai quelques observations sur l'espèce de symétrie qu'offre cette figure.

143. D'abord j'ai démontré dans le problême précédent, que les perpendiculaires menées des trois angles A, B, C, sur les côtés opposés, doivent se croiser toutes en un même point D; mais chacun des angles A, B, C, est, à cet égard, dans le même cas que le point D; c'est-à-dire, que, de même que le point D est celui où se croisent les perpendiculaires menées des angles du triangle ABC sur les côtés opposés, le point A, par exemple, comme on le verra facilement, est celui où se croisent les perpendiculaires menées des trois angles du triangle BCD sur les côtés opposés; et de même des autres. Ainsi, les quatre points A, B, C, D, forment, trois à trois, un triangle tel, que les trois perpendiculaires menées des angles de ce triangle sur les côtés opposés, se croisent toutes au quatrième de ces

[19] Carnot L. N. M., *De la corrélation des figures géométriques* (1801) Problème **III**, n° **142**, p. 101-103

DES FIGURES DE GÉOMÉTRIE. 103

points. La figure est donc un système de quatre points réunis deux à deux par des droites qui se trouvent telles, que chacune de celles qui passent par deux de ces points, coupe perpendiculairement celle qui passe par les deux autres.

144. Cette figure a de plus la propriété qu'en faisant passer par trois quelconques des quatre points A, B, C, D, par exemple, par A, B, C, une circonférence, si l'on prolonge les perpendiculaires abaissées des angles du triangle ABC, jusqu'à la circonférence en A', B', C', il en résultera trois quadrilatères inscrits à diagonales orthogonales, tels que celui que nous avons examiné dans le problême précédent, savoir, ABA'C, BCB'A, CAC'B, dans lesquels on a les triangles parfaitement égaux et semblables deux à deux, BDC et BA'C, ADB et AC'B, ADC et AB'C.

145. Il suit de-là que l'angle ABB' est égal à l'angle ABC', ou que l'arc $\overset{\frown}{AB'} = \overset{\frown}{AC'}$; et pareillement, on a

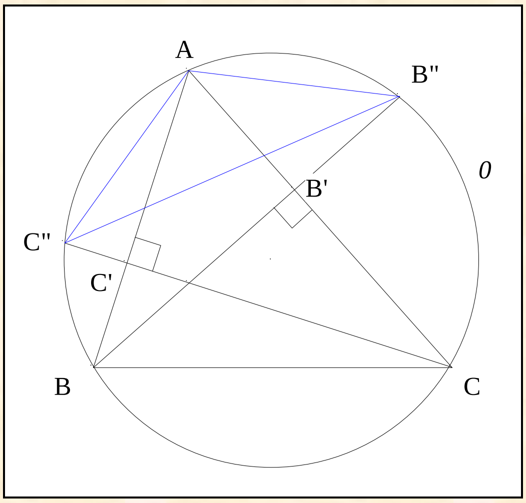
$$\overset{\frown}{BA'} = \overset{\frown}{BC'}, \quad \overset{\frown}{CA'} = \overset{\frown}{CB'}.$$

Ainsi, par exemple, si l'on traçoit la corde $\overline{A'C'}$, elle seroit coupée perpendiculairement par le diamètre mené du point B.

2. Un triangle isocèle

VISION

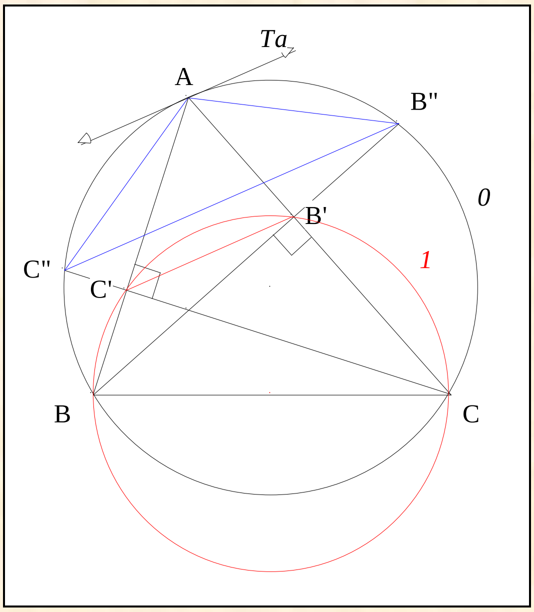
Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle,
B', C' les pieds des B, C-perpendiculaires de ABC,
0 le cercle circonscrit à ABC
et B", C" les seconds points d'intersection resp. de (BB'), (CC') avec *0*.

Donné : le triangle AB"C" est A-isocèle.[20]

VISUALISATION



- Notons *Ta* la tangente à *0* en A
  et *1* le cercle de diamètre [BC] ; il passe par B' et C'.

- Les cercles *0* et *1*, les points de base C et B, les moniennes (ACB') et (ABC') conduisent au théorème **1** de Reim ; il s'en suit que *Ta* // (B'C').

- Les cercles *1* et *0*, les points de base B et C, les moniennes (B'BB") et (C'CC") conduisent au théorème de Reim ; il s'en suit que (B'C') // (B"C") ;
  d'après l'axiome **IVa** des perpendiculaires, *Ta* // (B"C").

- **Conclusion :** le triangle AB"C" est A-isocèle.

3. Une courte biographie de Lazare N. M. Carnot

[20] Carnot L. N. M., *De la corrélation des figures géométriques* (1801) Problème **III**, n° **142**, p. 101-103

Lazare Nicolas Marguerite Carnot est né à Molay (Côte d'Or, France), le 13 mai 1753.
Élève de Gaspard Monge à l'École Militaire de Mézières, Lazare Carnot en sort officier. En 1783, il est nommé capitaine du corps royal du génie de Mézières, grade qu'il ne dépassera pas à cause de ses modestes origines. Tout comme son professeur, il prend une part active dans la formation de l'École Polytechnique en 1794. Cependant le monde politique de la Révolution l'attire ; successivement membre de l'Assemblée Nationale, de l'Assemblée législative, de la Convention, du Comité de salut public, du Conseil des 500 et du Directoire, il refuse de se joindre au coup d'État du 18 Fructidor de l'an V (1795) et s'enfuit en Allemagne. Mettant à profit son exil, il écrit en 1797, un livre intitulé *Réflexions sur la métaphysique du calcul différentiel*.
Rappelé par Napoléon Bonaparte, il est nommé Ministre de la Guerre en 1799. Refusant de voter pour l'instauration de l'Empire en 1801 i.e. en votant contre le titre d'empereur attribué à Napoléon, il se retire de la vie publique en 1802 et perd sa chaire de Géométrie.
C'est dans une demi-retraite que Lazare Carnot allait approfondir ses réflexions.
En 1801, il publie *De la corrélation des figures de géométrie*, traité dans lequel il envisage le quadrilatère complet (p. 122).
En 1803, son œuvre maîtresse, la *Géométrie de position* [21] le place à l'égal de Gaspard Monge. Dans ce livre qui deviendra un classique de géométrie pure, il libère cette discipline "des hiéroglyphes de l'analyse" et unifie l'étude des divers cas d'une figure en énonçant "le principe de continuité".
Notons que dans cet ouvrage, il généralise la formule d'al-Kaschi en l'étendant au tétraèdre, s'ingénie à déduire d'un problème posé, le maximum de résultats qui peuvent en être déduits et introduit le symbole ^ pour un angle.
En 1806, il écrit *Essai sur la théorie des transversales* [22] dans lequel il généralise le théorème de Ménélaüs en remplaçant la transversale par une courbe algébrique de degré n ; cet essai allait donner naissance à le "Géométrie segmentaire".
En 1809, il se retrouve ruiné par des investissements mal calculés.
Tour à tour, soldat, poète, géomètre, ce politicien avec de fortes convictions, qui avait voté la mort de Louis XVI, allait être sauvé par l'Empereur durant la restauration. Nommé général de division en 1814 pour défendre Anvers, puis Ministre de l'Intérieur durant les Cent Jours, il doit s'exiler à Magdebourg avec le retour de Louis XVIII.
Il décède dans cette ville, le 2 août 1823.

Pour la petite histoire, son fils Sadi deviendra l'un des fondateurs de la thermodynamique et son autre fils Hyppolite sénateur à vie ; celui-ci sera le père d'un chimiste talentueux Adolphe Carnot et d'un futur président, Sadi Carnot qui rapatriera les cendres de Lazare, le 4 août 1889, au cours de son septennat.

[21] Ce livre sera traduit en allemand en 1810 par Schumacher H. C.
[22] Le mot "transversale" a été introduit par Carnot