UN TRIANGLE ISOCÈLE

OU

UN LOSANGE INSCRIT

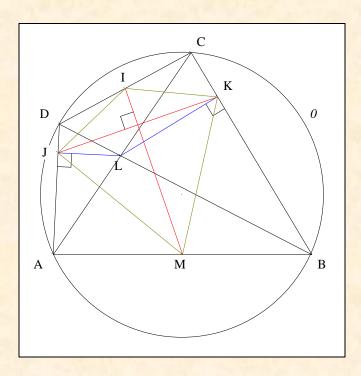
DANS

UN QUADRILATÈRE CYCLIQUE

t



Jean-Louis AYME 1



Résumé. Ce "quicky" présente un simple exercice.

La figure est en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. This "quicky" presents a simple exercise.

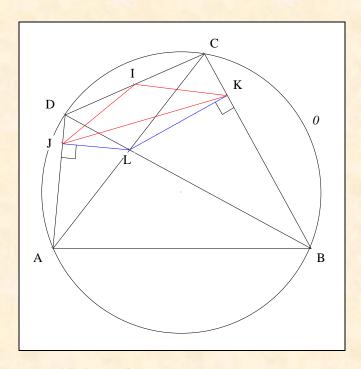
The figure is in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

Saint-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 24/12/2012

UN TRIANGLE ISOCÈLE

VISION

Figure:



Traits:

ABCD un quadrilatère cyclique,

0 le cercle circonscrit à ABCD,

L le point d'intersection de (AC) et (BD),

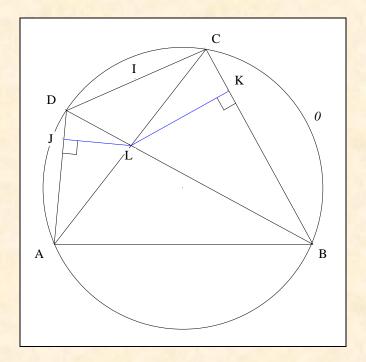
J, K les pieds des perpendiculaires resp. à (AD), (BC) issue de K

I le milieu de [CD].

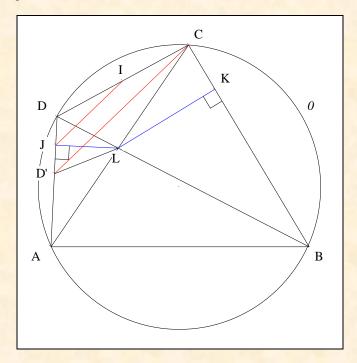
et

Donné: le triangle IJK est I-isocèle.

VISUALISATION



• Scolie: les triangles DJL et CKL sont semblables.

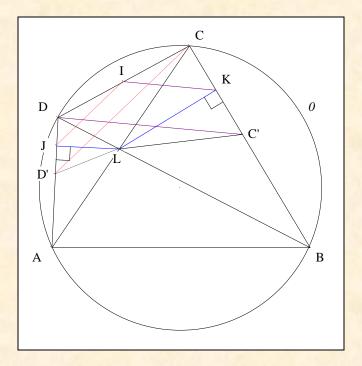


- Notons D' le symétrique de D par rapport à J.
- Scolie: par symétrie d'axe (LJ)

LD' = LD.

 D'après Thalès "La droite des milieux" appliqué au triangle DCD',

(CD') // (IJ) et CD' = 2.IJ.

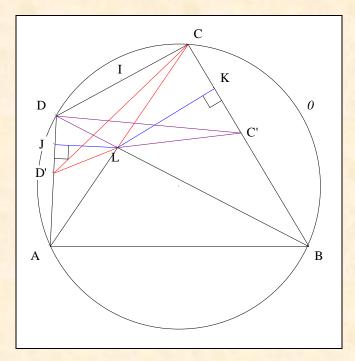


- Notons K' le symétrique de D par rapport à J.
- Scolie: par symétrie d'axe (LK)

LC' = LC.

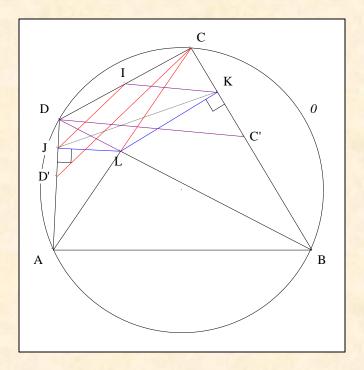
 D'après Thalès "La droite des milieux" appliqué au triangle CDC',

(DC') // (IK) et DC' = 2.IK.



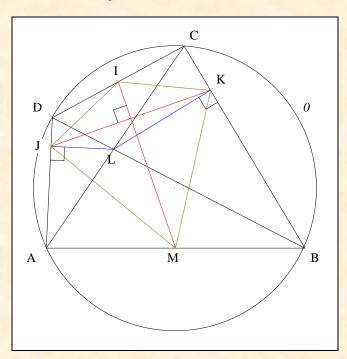
• D'après "Le théorème c.a.c." appliqué aux triangles LCD' et LC'D, en conséquence,

$$CD' = DC'$$
; $IJ = IK$.



• Conclusion: le triangle IJK est I-isocèle.

Scolie: une médiatrice et un losange



- Notons M le milieu de [AB].
- Mutatis mutandis, nous montrerions que

le triangle MJK est M-isocèle.

• Conclusion : d'après "Le théorème de la médiatrice",

(IM) est la médiatrice de [JK].

Commentaire : le quadrilatère IJMK est un losange.