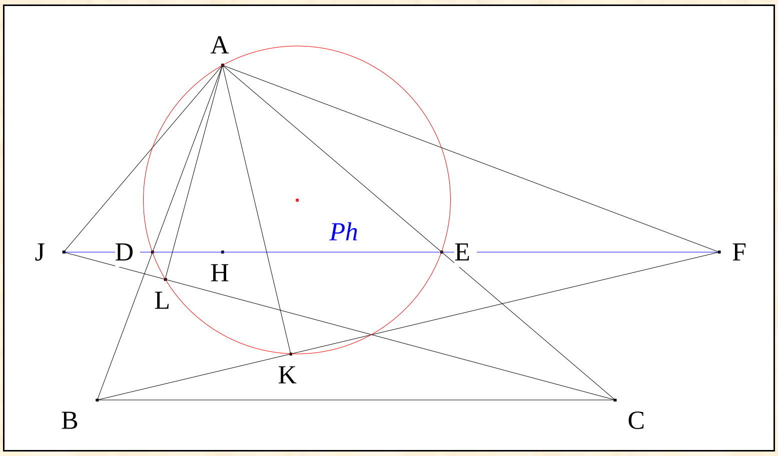
SIX POINTS COCYCLIQUES [1]

Michel Bataille

VISION

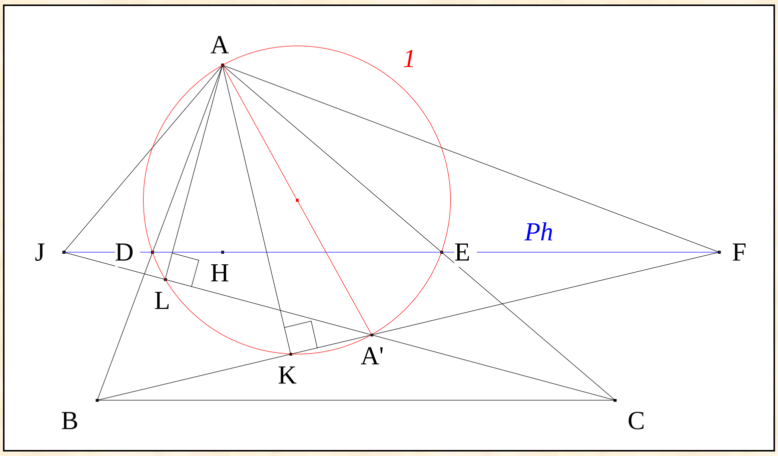
Figure :



Traits :	ABC	un triangle,
	H	l'orthocentre de ABC,
	Ph	la parallèle à (BC) issue de H,
	D, E	les points d'intersection de *Ph* resp. avec (AB), (AC),
	J	le point d'intersection de la perpendiculaire à (AC) en A avec *Ph*,
	F	le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) en A avec *Ph*
et	K, L	les pieds des perpendiculaires resp. à (FB), (JC) issues de A.

Donné : D, L, K, E et A sont cocycliques.

VISUALISATION



- Notons A' le point d'intersection de (BF) et (CJ).

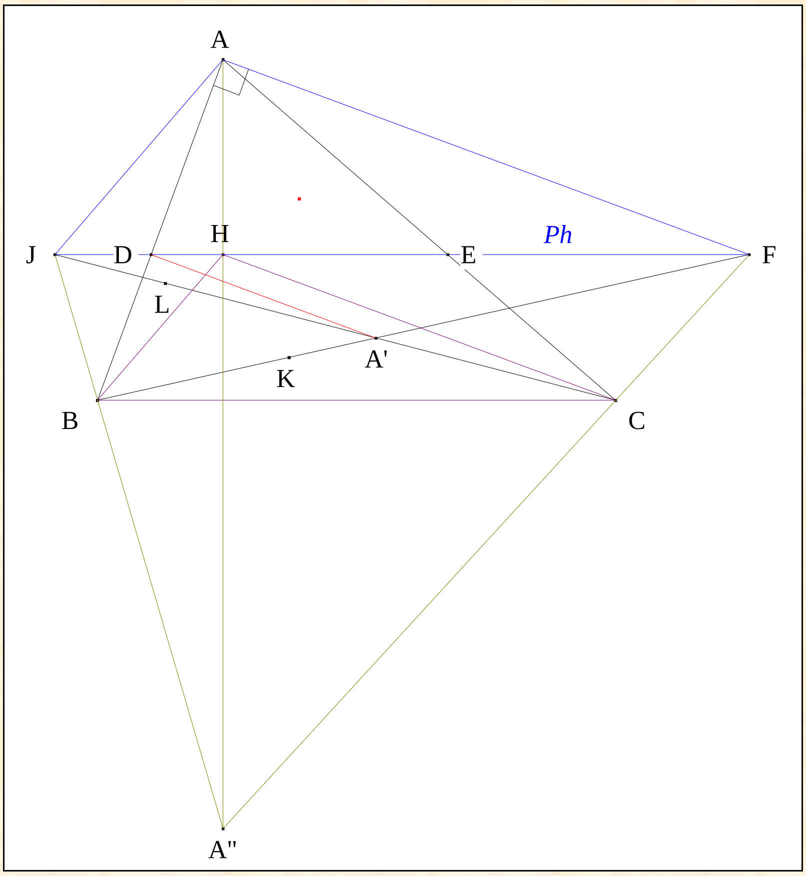
- **Conclusion partielle :** d'après Thalès "Triangle inscriptible dans un demi-cercle",

---

[1] Bataille M., *Crux Mathematicorum*, vol. **43**, **4** (2017)
Points cocycliques, *Les-Mathématiques.net* ; http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1473608

K et L sont sur le cercle de diamètre [AA'].

- Notons *1* ce cercle.



- **Scolie :** les triangles AJF et HBC sont homothétiques.

- D'après Desargues "Le théorème faible" [2], (AH), (JB) et (FC) sont concourantes.

- Notons A" ce point de concours.

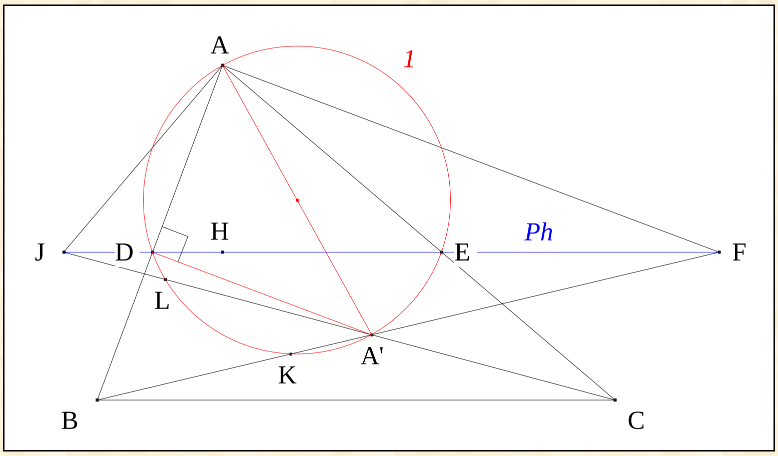
- Une chasse de rapports :

  * les triangles DAJ et DBH étant homothétiques, DA/DB = AJ/BH
  * les triangles A"AJ et A"HB étant homothétiques, AJ/HB = A"J/A"B
  * les triangles A"J Fet A"BC étant homothétiques, A"J/A"B = JF/BC
  * les triangles A'J Fet A'CB étant homothétiques, JF/BC = A'F/A'B
  * par transitivité de =, DA/DB = A'F/A'B.

- D'après Thalès "Rapports" appliqué au triangle BFA, (A'D) // (FA).

- Par hypothèse, (FA) $\perp$ (AB) ;
  en conséquence, (A'D) $\perp$ (AB) ou encore (AD).

[2] Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. **6**, p. 40-44 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- **Conclusion partielle :** d'après Thalès "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", D est sur *1*.

- **Conclusion :** D, L, K, E et A sont cocycliques.