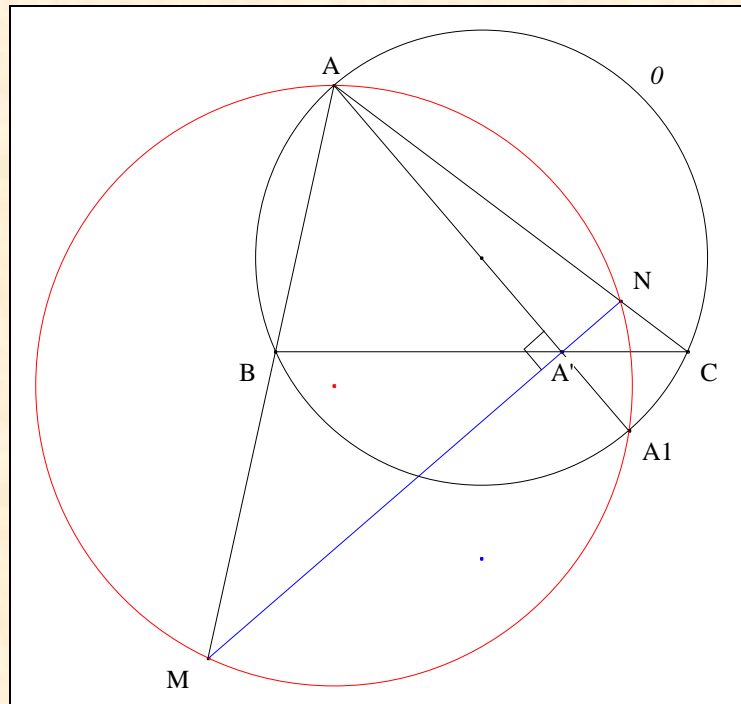


### PROBLEMA 3 <sup>1</sup>

#### VISION

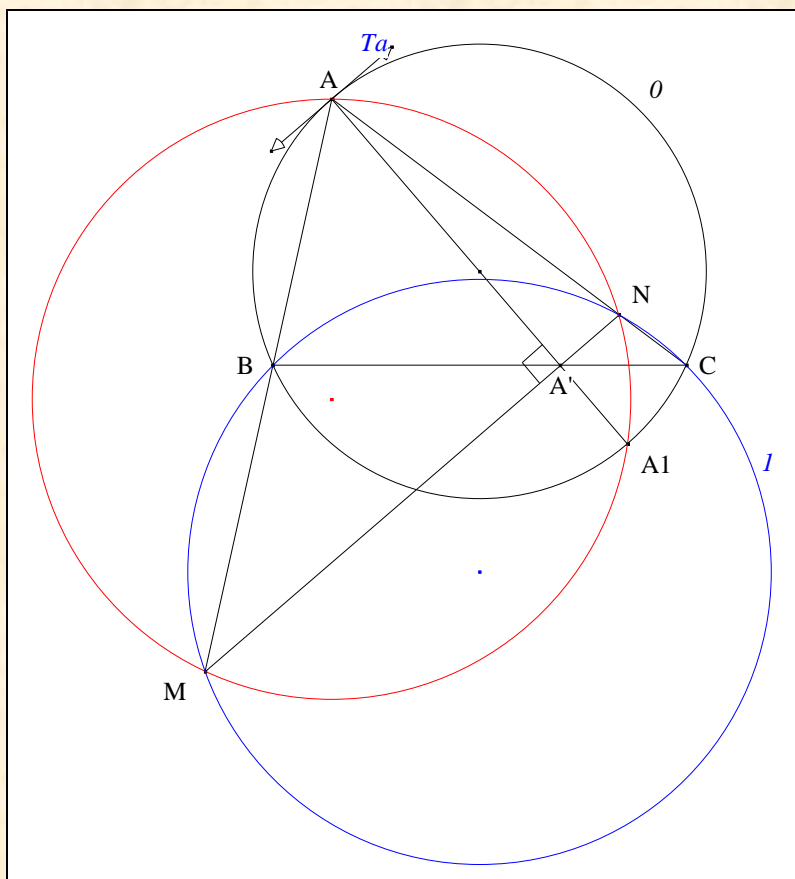
Figure :



- Traits :**
- ABC un triangle,
  - $O$  le cercle circonscrit à ABC,
  - $A_1$  l'antipôle de A relativement à  $O$ ,
  - $A'$  le point d'intersection de  $(AA_1)$  et  $(BC)$ ,
  - $Pa'$  la perpendiculaire à  $(AA_1)$  en  $A'$
- et
- $M, N$  les points d'intersection de  $Pa'$  resp. avec  $(AB)$ ,  $(AC)$ .
- Donné :** A,  $A_1$ , M et N sont cocycliques.

#### VISUALISATION

<sup>1</sup> Barcelona la LII OME 2016 ; <http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>



- Notons  $Ta$  la tangente à  $O$  en  $A$ .
- Scolie :  $Ta \parallel (MN)$ .
- Le cercle  $O$ , les points de base  $B$  et  $C$ , les moniennes naissantes  $(ABM)$  et  $(ACN)$ , les parallèles  $Ta$  et  $(MN)$ , conduisent au théorème 1 de Reim ; en conséquence,  $B, C, M$  et  $N$  sont cocycliques.
- Notons  $I$  ce cercle.
- **Conclusion** : d'après une réciproque du théorème des trois cordes de Monge,  $A, A1, M$  et  $N$  sont cocycliques.