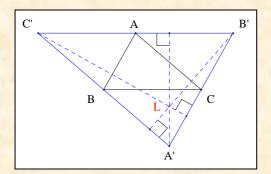
C'EST ÉVIDENT,

SI SEULEMENT NOUS ÉVOQUIONS



LE POINT DE DE LONGCHAMPS

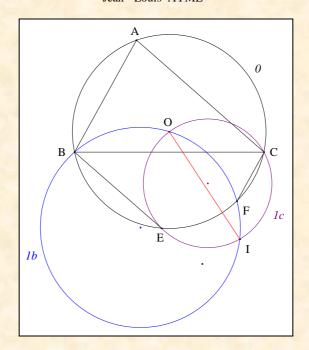
DÉDICACÉ

À

MARK TUDOSI 1



Jean - Louis AYME²



Résumé. L'auteur a été fasciné par cette élégante construction de la droite d'Euler.

Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités

peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. The author has been fascinated by this elegant construction of the Euler line.

The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved

synthetically.

Resumen. El autor ha estado fascinado por esta elegante construcción de la línea de

Euler.

who was the first reader of this site..

St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/11/2017 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Las figuras están en posición general y todos los teoremas mencionados pueden todos ser demostrados sintéticamente.

Zusammenfassung.

Der Autor hat diese elegante Konstruktion der Euler Linie fasziniert. Die Figuren sind alle im allgemeinen Position und alle aufgeführten Sätze können alle synthetisch nachgewiesen werden.

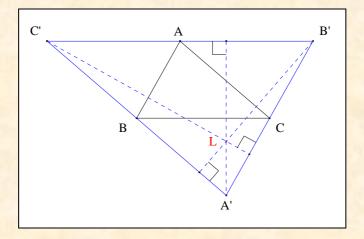
Sommaire A. Définition et conséquences 3 1. Le point L de De Longchamps 2. Situation de L 3. Le cercle d'Euler du triangle antimédian 4. Archive B. L'axe radical de deux cercles comme droite d'Euler 6 C. Lexique Français-Anglais 9

A. DÉFINITION ET CONSÉQUENCES

1. Le point de De Longchamps

VISION

Figure:



Finition: ABC un triangle,

A'B'C' le triangle antimédian ³ de ABC

et L l'orthocentre de A'B'C'.

Définition : L est "le point de De Longchamps de ABC". 4

Scolie: il est répertorié sous X₂₀ dans la nomenclature de ETC ⁵

2. Situation de L

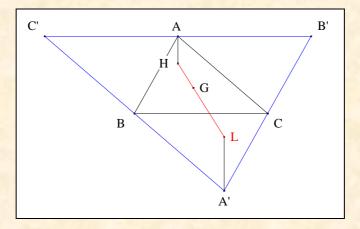
VISION

Figure:

anticomplémentaire

Propriétés de l'orthocentre, *Les-Mathématiques.net*; http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1292691

⁵ Kimberling C., Encyclopedia of Triangle Centers; http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html



Traits: aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons

H l'orthocentre de ABC

et G le point médian de ABC.

Donné : L est sur la droite d'Euler de ABC.

VISUALISATION

• A'B'C' étant homothétique à ABC, G en est le centre et 2 le rapport ;

en conséquence, * A'L = 2.AH

* L est l'anticomplément de H ou encore

H est le complément de L relativement à ABC. 6

• Conclusion : L'est sur la droite d'Euler de ABC.

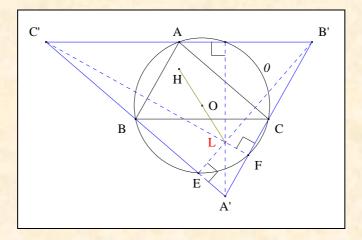
3. Le cercle d'Euler du triangle antimédian

VISION

Figure:

-

Ayme J.-L., Complémentarité * Historique * Exemples * Généralisation, G.G.G. vol. 6, p. 9 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



Traits: aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons

0 le centre du cercle circonscrit à ABC,

O le centre de 0

et E, F les pieds des B', C'-hauteurs de A'B'C'.

Donné : E, F sont sur θ .

VISUALISATION

• Conclusion : d'après "La droite et le cercle d'Euler" 7, * 0 est le cercle d'Euler de A'B'C'

* O est le milieu de [HL]

* E, F sont sur θ .

4. Archive:

Concluons donc que le centre de \(\Delta \) est l'orthocentre de A'B'C'; nous pouvons dire aussi que le centre de \(\Delta \) s'obtient en pre-

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

59

nant le symétrique de l'orthocentre de ABC par rapport au centre du cercle circonscrit à ce triangle.

_

Ayme J.-L., La fascinante figure de Cundy, G.G.G. vol. 2, p. 4; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

de Longchamps, G. (1886), Sur un nouveau cercle remarquable du plan du triangle", Journal de Mathématiques spéciales, 2. Sér. 5: 57–60; section 4, "détermination du centre de Δ", p. 58–59

B. L'AXE RADICAL

DE

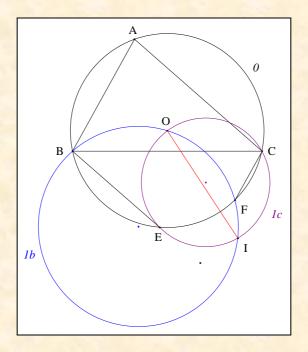
DEUX CERCLES SÉCANTS

COMME

DROITE D'EULER

VISION

Figure:



Traits: ABC un triangle,

et

0 le cercle circonscrit à ABC,

O le centre de 0,

E, F les seconds points d'intersection de 0 avec

les parallèles à (AC), (AB) issues resp. de B, C,

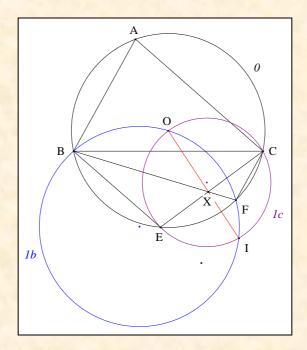
1b le cercle passant par O, B, F,1c le cercle passant par O, C, E

I le second point d'intersection de 1b et 1c.

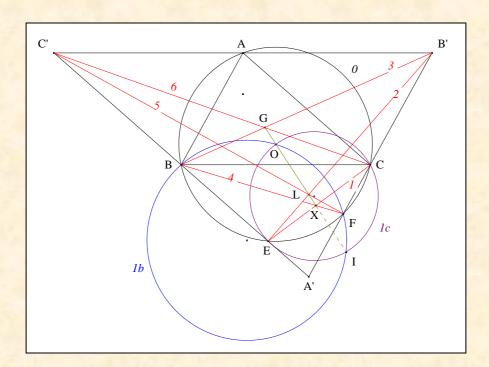
Donné : l'axe radical (IO) de 1b et 1c est la droite d'Euler de ABC. 9

⁹ Euler line of \$\Delta ABC\$ is the radical axis, AoPS du 26/10/2017; https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1535060_eu

VISUALISATION



- Notons X le point d'intersection de (BF) et (CE).
- D'après Gaspard Monge "Le théorème des trois cordes" ¹⁰ appliqué aux cercles 0, 1b et 1c, O, X et I sont alignés.



- Notons A'B'C' le triangle antimédian de ABC
 L le point de De Longchamps de ABC,
 et G le point médiant de A'B'C'.
- Scolies: (1) A' est le point d'intersection de (BE) et (CF)

Ayme J.-L., Le théorème des trois cordes, G.G.G. vol. 6; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

- (2) G est aussi le point médian de ABC
- (3) G est le point d'intersection de (B'B) et (C'C)
- (4) d'après A. 1, L est le point d'intersection de (B'E) et (C'F)
- (5) d'après A. 2, (GOL) est la droite d'Euler de ABC.
- D'après Pappus d'Alexandrie "La proposition 139" ¹¹ (XLG) est la pappusienne de l'hexagone sectoriel CEB'BFC'C de frontières (A'B) et (A'C).
- D'après l'axiome d'incidence Ia,

G, O, L, X et I sont alignés.

• Conclusion: l'axe radical (IO) de 1b et 1c est la droite d'Euler de ABC.

11

Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. 6, p. 10-17; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

C. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

A		N	
aligné	collinear	Notons	name
annexe	annex	nécessaire	necessary
axiome	axiom	note historique	historic note
appendice	appendix	note instanque	installe hate
adjoint	associate	0	
a propos	by the way btw	orthocentre	orthocenter
acutangle	acute angle	ou encore	otherwise
axiome	axiom	ou elleore	other wise
axiome	axioni	P	
n.		=	
В		parallèle	parallel
bissectrice	bisector	parallèles entre elles	parallel to each other
bande	strip	parallélogramme	parallelogram
		pédal	pedal
C		perpendiculaire	perpendicular
centre	incenter	pied	foot
centre du cercle circonscrit	circumcenter	point de vue	point of view
cercle circonscrit	circumcircle	postulat	postulate
cévienne	cevian	point	point
colinéaire	collinear	pour tout	for any
concourance	concurrence		
coincide	coincide	Q	
confondu	coincident	quadrilatère	quadrilateral
côté	side	1	4
par conséquence	consequently	R	
commentaire	comment	remerciements	thanks
Commentanc	comment	reconnaissance	acknowledgement
D		respectivement	respectively
	according to		ratio
d'après	according to	rapport	
donc	therefore	répertorier	to index
droite	line	a a	
d'où	hence	S	
distinct de	different from	semblable	similar
		sens	clockwise in this
E		order	
extérieur	external	segment	segment
		Sommaire	summary
F		symédiane	symmedian
figure	figure	suffisante	sufficient
		sommet (s)	vertex (vertice)
H			
hauteur	altitude	Т	
hypothèse	hypothesis	trapèze	trapezium
		tel que	such as
I		théorème	theorem
intérieur	internal	triangle	triangle
identique	identical	triangle de contact	contact triangle
i.e.	namely	triangle rectangle	right-angle triangle
incidence	incidence	drangle rectangle	right angle triangle
meraciice	merdence		
L			
	lamma		
lemme	lemma		
lisibilité	legibility		
M			
mediane	median		
médiatrice	perpendicular bissector midpoint		