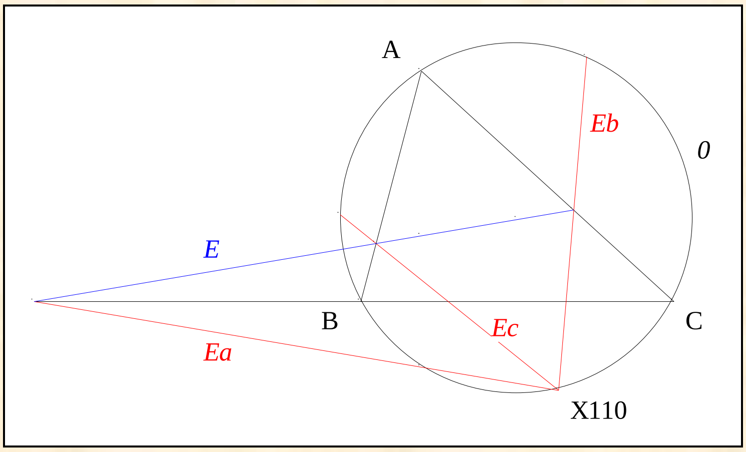
EULER REFLEXION POINT

OU

L'ANTIPOINT D'EULER

†

Jean - Louis AYME



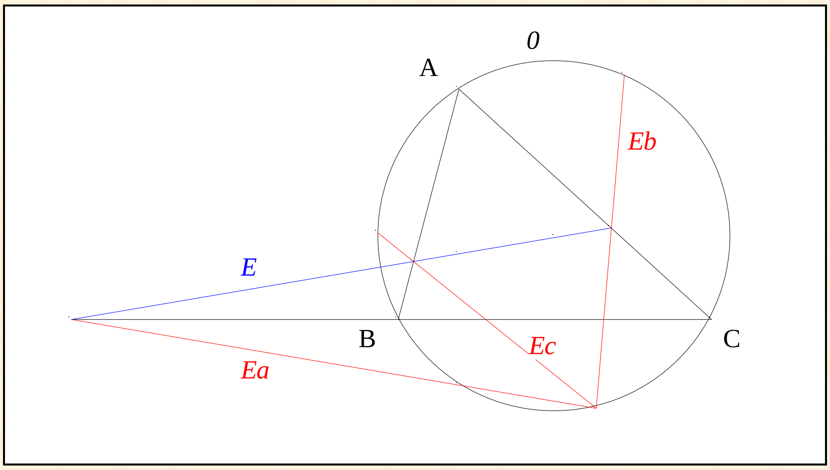
Résumé. Ce "quicky" présente une preuve synthétique d'un résultat de Jacob Steiner suivi d'une généralisation de J. R. Musselman.
La figure est en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. This "quicky" presents a synthetic proof of a result of Jacob Steiner's result followed by a generalization of J. R. Musselman.
The figure is in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

L'ANTIPOINT D'EULER

VISION

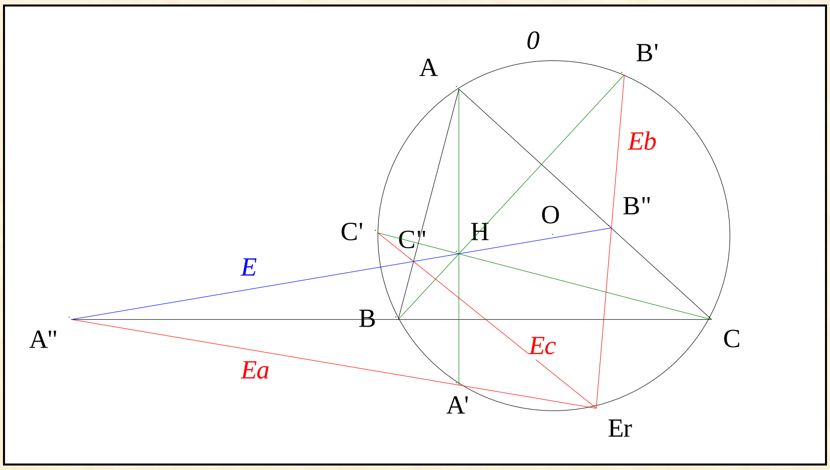
Figure :



Traits :	ABC	un triangle,
	0	le cercle circonscrit à ABC,
	E	la droite d'Euler de ABC
et	*Ea*, *Eb*, *Ec*	les symétriques de *E* resp. par rapport à (BC), (CA), (AB).

Donné : *Ea*, *Eb* et *Ec* concourent sur *0*.[1]

VISUALISATION



• Notons	O	le centre de *0*,
	H	l'orthocentre de ABC,
	A', B', C'	les seconds points d'intersection resp. de (HA), (HB), (HC) avec *1*
et	A", B", C"	les points d'intersection de *E* resp. avec (BC), (CA), (AB)

• **Scolie :** par définition, *E* = (OH).

---

[1] Steiner J..

- D'après "L'équivalence de Clawson-Ayme" [2]
  appliqué à la transversale *E* et à H, (A'A"), (B'B"), (C'C") sont concourantes sur *0*.

- D'après Carnot "Symétrique de l'orthocentre par rapport à un côté",
  A' est le symétrique de H par rapport à (BC).

- **Conclusion partielle :** (A'A") et *Ea* sont confondus.

- Mutatis mutandis, nous montrerions que (B'B") et *Eb* sont confondus
  (C'C") et *Ec* sont confondus.

- **Conclusion :** *Ea*, *Eb* et *Ec* concourent sur *0*.

Énoncé traditionnel : les symétriques de la droite d'Euler d'un triangle par rapport aux côtés de ce triangle, concourent sur le cercle circonscrit.

Scolies : **(1)** ce point de concours est, en français, "l'antipoint d'Euler de ABC"
et en anglais "the Euler reflection point of ABC"

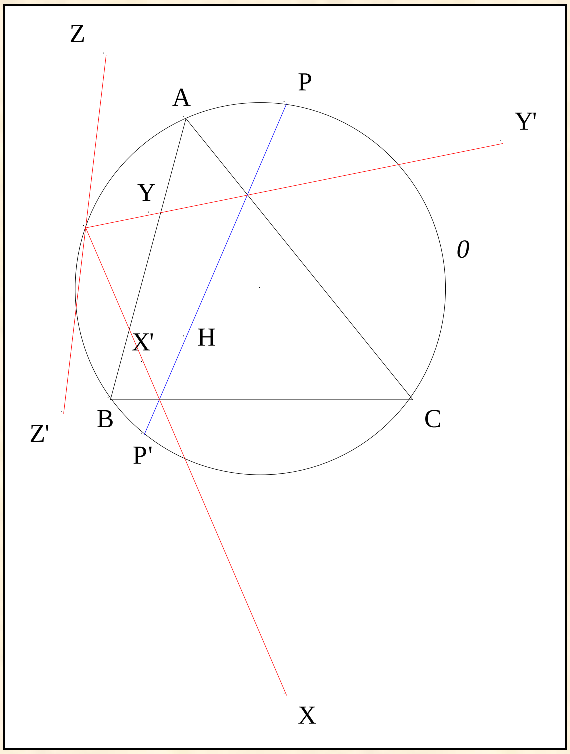
(2) ce point de concours, noté Er, est répertorié sous X_{110} chez ETC. [3]

Généralisation : elle consiste à remplacer la droite d'Euler d'un triangle par une H-ménélienne et à reprendre point par point la visualisation précédente.

Les symétriques d'une droite de Steiner
par rapport
aux côtés d'un triangle,
concourent
sur le cercle circonscrit de ce triangle
à l'antipoint de Steiner.

Note historique : Paul Yiu attribue ce dernier résultat à J. R. Musselman qui le formule ainsi

[2] Ayme J.-L., La P transversale de Q, G.G.G. vol. **3**, p.8-12 ; http://perso.orange.fe/jl.ayme
[3] Kimberling C., Encyclopedia of Triangle Centers ; http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html



Traits :	ABC	un triangle,
	0	le cercle circonscrit de ABC,
	P	un point de *0*,
	X, Y, Z	les symétriques de P resp. par rapport à (BC), (CA), (AB),
	H	l'orthocentre de ABC,
	P'	le second point d'intersection de (HP) avec *1*
et	X', Y', Z'	les symétriques de P' resp. par rapport à (BC), (CA), (AB).

Donné : (XX'), (YY') et (ZZ') concourent sur *0*.