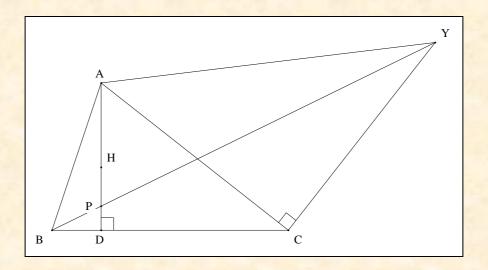
UNE PROPORTION

DANS

UN TRIANGLE



Jean-Louis AYME 1



Résumé. L'auteur présente un problème concernant une proportion dans un triangle.

Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous

être démontrés synthétiquement.

Abstract. The author presents a problem concerning a proportion in a triangle.

The figures are all in general position and all cited theorems can all be demonstrated

synthetically.

Sommaire

A. Le problème

2 3

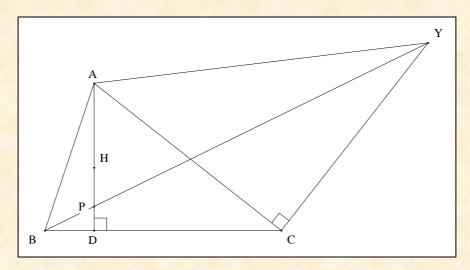
B. Visualisation

St-Denis, Île de la Réunion (Océan indien, France), le 12/08/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

A. LE PROBLÈME

VISION

Figure:



Traits: ABC un triangle acutangle,

H l'orthocentre de ABC,

D le pied de la A-hauteur de ABC,

Y le point extérieur à ABC tel que le triangle ACY soit C-rectangle-isocèle

P le point d'intersection de (BY) et (AD).

Donné : PH/PD = BC/AD. ²

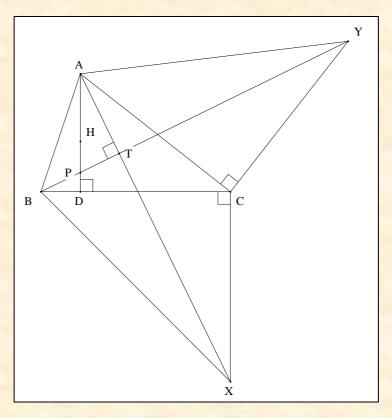
et

Commentaire: la figure présente une symétrie brisée...

_

Geometry, AoPS du 24/07/2016; http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1277564_geometry Une conjecture, *Les-Mathematiques.net*; http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1310909

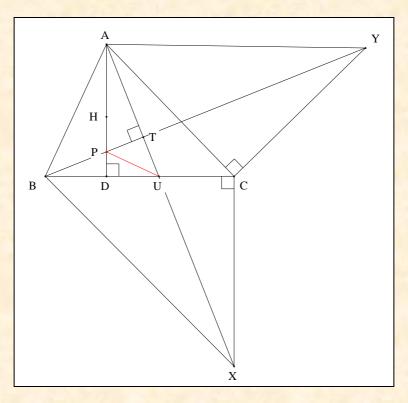
VISUALISATION



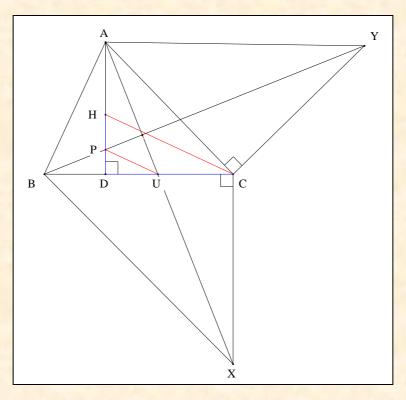
- Notons X le point extérieur à ABC tel que le triangle BCC soit C-rectangle-isocèle et T le point d'intersection de (AX) et (BY).
- Conclusion partielle : d'après la proposition 2 de Vecten ³, (AX) ⊥ (BY).

-

Vecten, Géométrie élémentaire. Extrait d'une lettre au rédacteur des Annales, *Annales* de Gergonne VII (1816-17) 321-324; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AMPA
Ayme J.-L., La figure de Vecten, G.G.G. vol. 5, p. 9-10; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- Notons U le point d'intersection de (AX) et (BC).
- D'après Archimède de Syracuse "Orthocentre d'un triangle" ⁴, P est l'orthocentre du triangle ABU.
- Conclusion partielle : (UP) ⊥ (AB).



• H étant l'orthocentre de ABC,

 $(AB) \perp (CH);$

.

Heath T. L., Works of Archimedes, Cambridge (1897) Lemmas 5

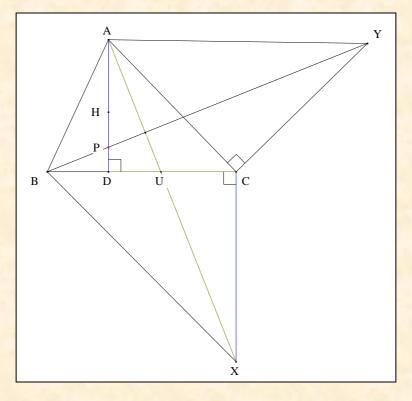
Archimède, Scolies, lemme 5.

d'après l'axiome IVa des perpendiculaires,

(UP) // (CH). ⁵

• Conclusion partielle : d'après Thalès "Rapports",

PH/PD = UC/UD.



• D'après Thalès "Rapports",

UC/UD = CX/AD.

• Par hypothèse,

CX/AD = BC/AD.

• Conclusion : par transitivité de la relation =,

PH/PD = BC/AD.

Two nice parallels, AoPS du 10/08/2016; http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1287414_two_nice_parallels