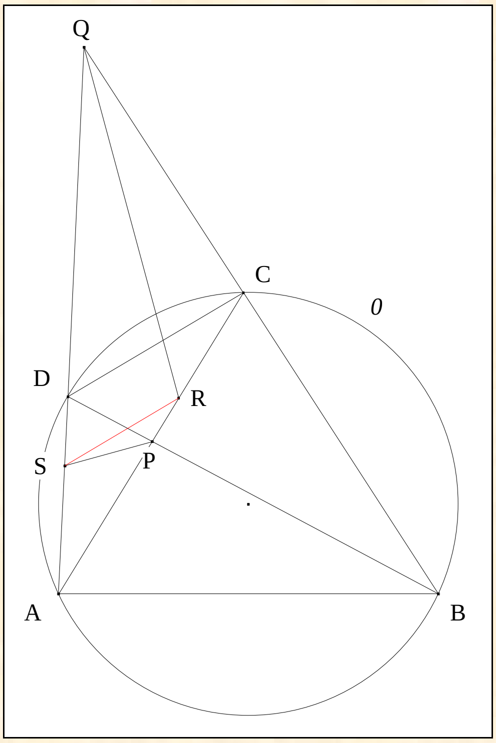
2016/17 BRITISH MATHEMATICAL OLYMPIAD

Round 2 : Thursday, 26 January 2017

PROBLEM 3 [1]

VISION

Figure :



Traits :	ABCD	un quadrilatère convexe circonscriptible,
	0	le cercle circonscrit à ABCD,
	P, Q	les points d'intersection resp. de (AC) et (BD), (AD) et (BC),
et	R, S	les pieds des bissectrices intérieures resp. des triangles QAC, PAD.

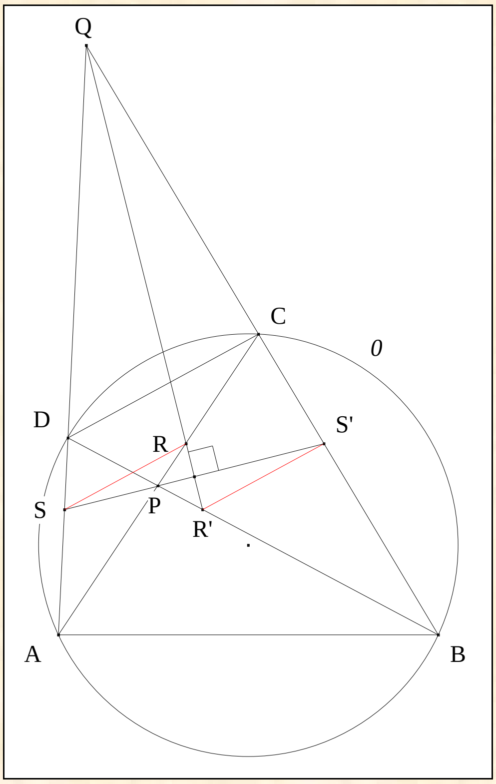
Donné : (CD) est parallèle à (RS).

[1] https://bmos.ukmt.org.uk/home/bmo2-2017.pdf

VISUALISATION

de

Jean-Louis Ayme



- **Scolie :** ABCD étant cyclique, (QR) ⊥ (PS). [2]

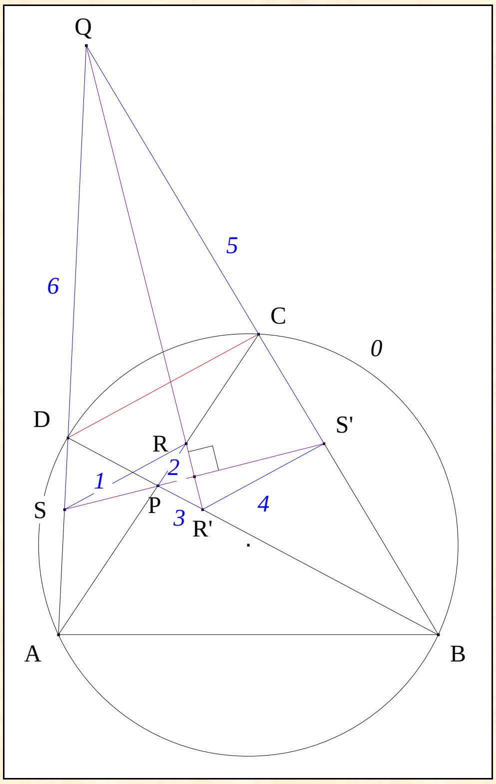
- Notons R', S' les points d'intersection resp. de (PS) et (BC), (QR) et (BD).

- (QR) étant la Q-bissectrice intérieure et la Q-hauteur du triangle QSS', QSS' est Q-isocèle ;
  en conséquence, (QR) est la Q-médiane de QSS'

- (PS') étant la P-bissectrice intérieure et la P-hauteur du triangle PRR', PRR' est P-isocèle.
  en conséquence, (PS) est la P-médiane de PRR'.

- **Conclusion partielle :** (RS) // (R'S').

[2] F.G.M., Exercices de Géométrie, 6th ed., 1920, Rééditions Jacques Gabay (Gabay reprint), Paris (1991) 252 théorème **69**



- D'après Pappus d'Alexandrie "La proposition **139**" [3]
  (CD) est la pappusienne de l'hexagone sectoriel SRPR'S'QS de frontières (SS') et (RR') ;
  en conséquence, (CD) // (RS).

- **Conclusion :** (RS) est parallèle à (R'S').

ARCHIVE

United Kingdom Mathematics Trust

2016/17 British Mathematical Olympiad
Round 2

3. Consider a cyclic quadrilateral $ABCD$. The diagonals AC and BD meet at P, and the rays AD and BC meet at Q. The internal angle bisector of angle $\angle BQA$ meets AC at R and the internal angle bisector of angle $\angle APD$ meets AD at S. Prove that RS is parallel to CD.

[3] Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. **6**, p. 19 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/