PROBLEMA 846 [1]

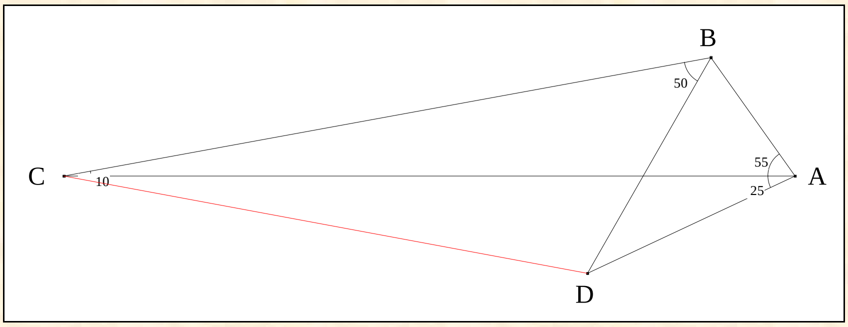
Propuesto

por

Stan Fulger

VISION

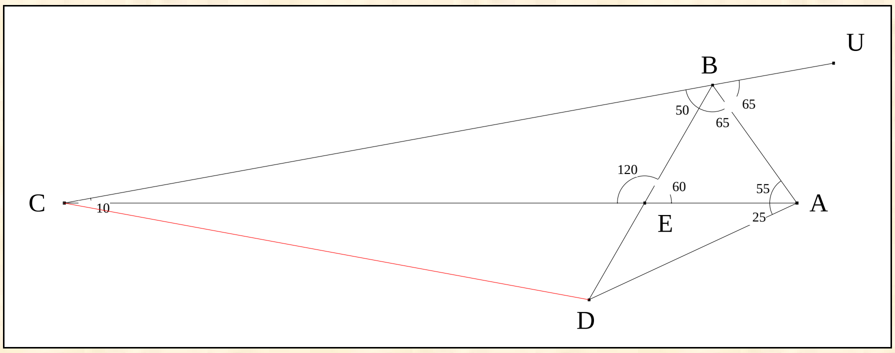
Figure :



Traits : ABC un triangle tel que <ACB = 10°, <BAC = 55°,
et D le point tel que <CBD = 50°, <CAD = 25°.

Donné : évaluer <DCA.

VISUALISATION [2]



- Notons E le point d'intersection de (AC) et (BD),
  et U un point de (BC) tel que B soit entre C et U.

---

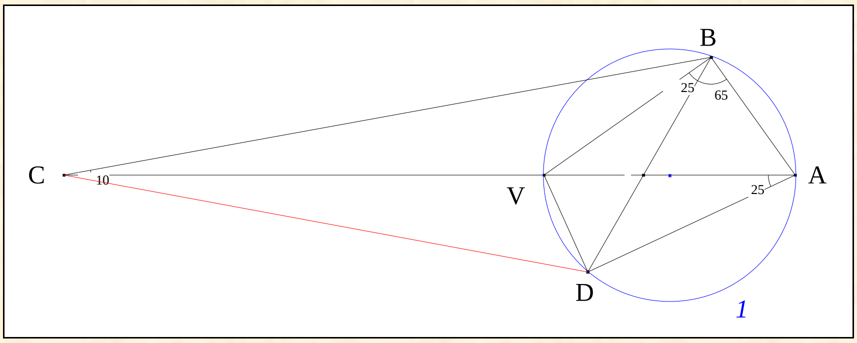
[1] Ricardo Barroso, Quincena del 1 al 15 de Septiembre de 2017 ; Problema **846** ; http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/

[2] Ayme J.-L., G.G.G. vol. **38**, Problema **846** ; http//jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

- Une chasse angulaire :

  * d'après "Le théorème 180°" appliqué au triangle BCE, <BEC = 120°
  * par "Angles supplémentaires", <AEB = 60°
  * d'après "Le théorème 180°" appliqué au triangle ABE, <EBA = 65°
  * par "Angles supplémentaires", <ABU = 65°.

- **Conclusion partielle :** (BA) est la B-bissectrice extérieure de BCE.



- Notons V le pied de la B-bissectrice intérieure de BCE.

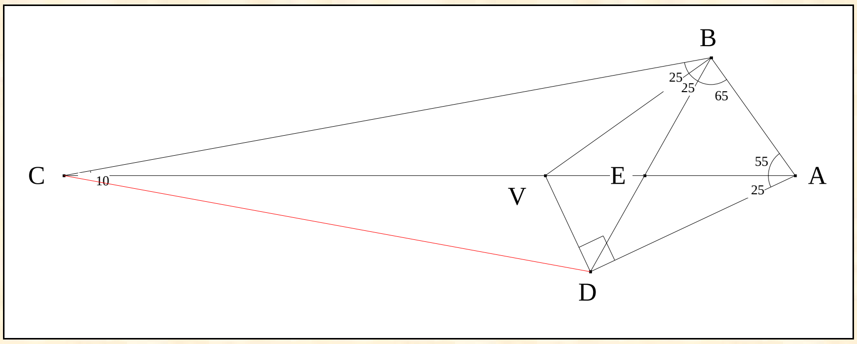
- **Scolies :** **(1)** <VBD = <VAD (= 25°)

  (2) <VBA = 90°.

- **Conclusion partielle :** d'après "Le théorème de l'angle inscrit", A, B, D et V sont cocycliques.

- Notons *1* ce cercle de diamètre [AV].

- D'après Thales "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", <ADV = 90°.



- Une chasse harmonique :

  * d'après Euclide d'Alexandrie, le quaterne (C, E, V, A) est harmonique
  * en conséquence, le pinceau (D ; C, V, E, A) est harmonique

- D'après Apollonius de Perge [3],
  ce dernier ayant deux rayons perpendiculaires, (DV) est la D-bissectrice intérieure deBCD.

- D'après Pythagore de Samos, V est le centre de BCD.

[3] Apollonius de Perge, *Plane Loci*, Livre **2**

- **Conclusion :** (CE) étant la C-bissectrice intérieure de BCE, <DCA = 10°.