### ÉLÉGANCE 5

# PARALLÈLES À UN CÔTÉ

### D'UN

## TRIANGLE ISOCÈLE

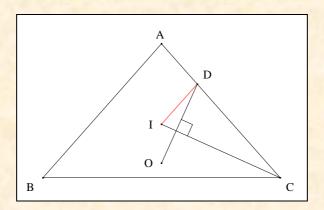
t



Qu'est ce qui vous plait le plus dans une preuve synthétique? C'est son élégance. 1

What you like most in a synthetic proof? Its elegance.

Jean - Louis AYME<sup>2</sup>



**Résumé.** Cette note présente une élégante preuve concernant une parallèle à un côté latéral d'un triangle isocèle.

Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

**Abstract.** This note presents an elegant proof.

The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved synthetically.

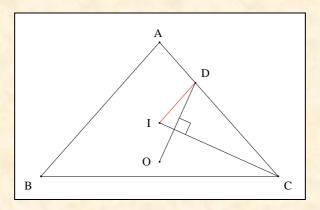
Qualité de ce qui est exprimé avec justesse et agrément, avec une netteté sobre, sans lourdeur

St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/09/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

# LE PROBLÈME

### **VISION**

### Figure:



Traits: ABC un triangle A-socèle,

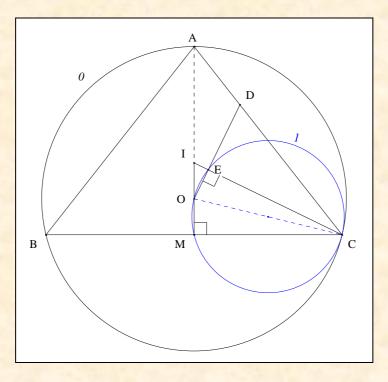
O le centre du cercle circonscrit à ABC,

I le centre de ABC

et D le point de (AC) tel que (OD) soit perpendiculaire à (CI).

**Donné :** (ID) est parallèle à (AB). <sup>3</sup>

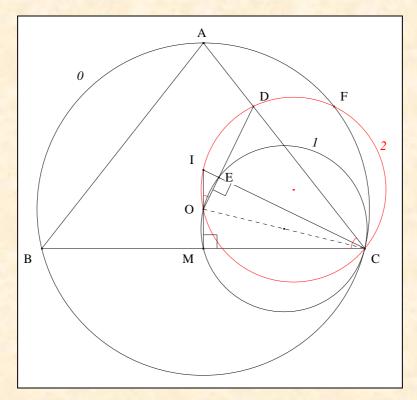
### VISUALISATION



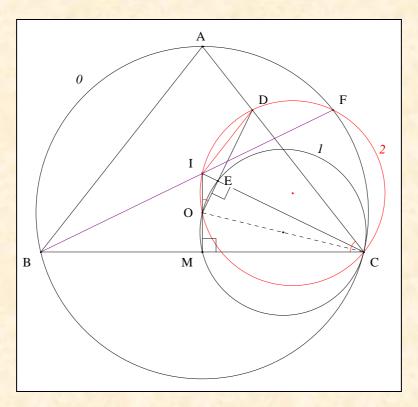
• Notons 0 le cercle circonscrit à ABC,

Geometry problem, AoPS du 08/09/2016; http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1302468\_geometry\_problem Deux parallèles, *Les-Mathematiques.net*; http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1323960

- E le point d'intersection de (OD) et (CI),
- M le milieu de [BC]
- et 1 le cercle de diamètre [OC] ; il passe par M et E.



- Scolie : ABC étant A-isocèle, O, I et M sont alignés.
- Une chasse angulaire :
  - \* par une autre écriture, <DOI = <EOI
  - \* le quadrilatère CEOM étant cyclique, <EOI = <ECM
  - \* par une autre écriture, <ECM = ICM
  - \* par définition de (CI), <ICM = <DCI
  - \* par transitivité de =, <DOI = <DCI.
  - \* en conséquence, C, O, I et D sont cocycliques.
- Notons 2 ce cercle
  - et F le second point d'intersection de 2 avec 0.



- Scolie: 0 et 1 sont tangent intérieurement en C.
- D'après Auguste Miquel "Le théorème des trois cercles concourants" <sup>4</sup> appliqué au triangle IMB avec O sur (IM), C sur (MB) et avec 2, 1, 0 concourants en C,
  I, F et B sont alignés.
- Les cercles 2 et 0, les points de base F et C, les moniennes (IFB) et (DCA), conduisent au théorème 0 de Reim ; il s'en suit que (ID) // (AB).
- Conclusion: (ID) est parallèle à (AB).

-

<sup>4</sup> Ayme J.-L., Auguste Miquel, G.G.G. vol. 13, p. 4-6; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/