

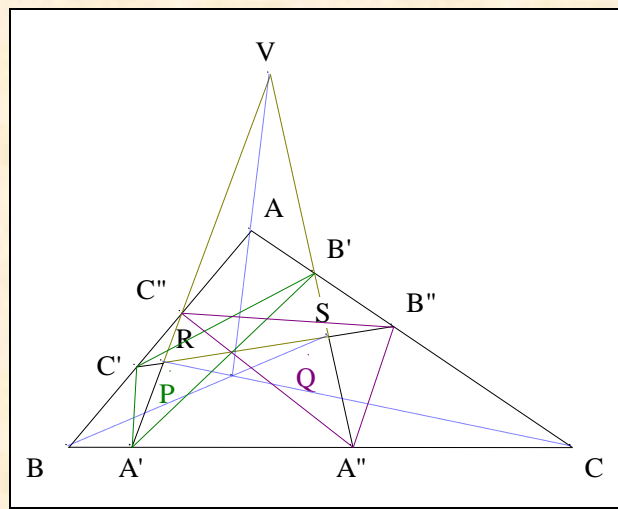
DEUX TRIANGLES EN PERSPECTIVE

OU

LA RECHERCHE D'UN GERME

†

Jean - Louis AYME ¹



Résumé.

L'auteur présente une solution originale et purement synthétique en ce qui concerne la perspectivité des triangles ABC et ASR. Du point de vue de l'auteur, cette situation, réciproque du "dual" du théorème desmique de van Lamoën, a pour germe le problème d'Albert Monjallon.

Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract.

The author presents an original and purely synthetic solution with regard to the perspectivity of the triangles ABC and ASR. From the point of view of the author, this situation, the reciprocal of the "dual" of the desmic theorem of van Lamoën, has for germ the problem of Albert Monjallon.

The figures are all in general position and all cited theorems can all be demonstrated synthetically.

Sommaire

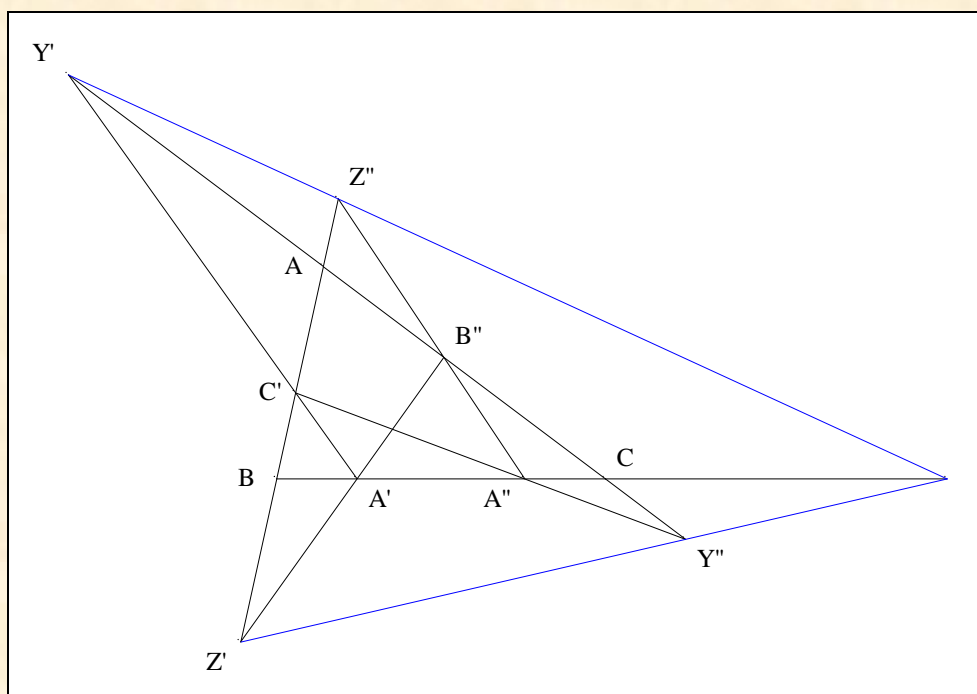
1. Le problème d'Albert Monjallon	2
2. Le A-point de Monjallon	3
3. Commentaire	4
4. Les B, C-points de Monjallon	4
5. Le résultat de l'auteur	5
6. L'équivalence de l'auteur	8
7. A propos d'Albert Monjallon	12

¹ St-Denis, Île de la Réunion (France), le 25/11/2010.

1. Le problème d'Albert Monjallon

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
 A', A'' deux points de (BC),
 B'', C' deux points resp. de (CA), (AB),
 Y', Y'' les points d'intersection resp. de $(C'A')$, $(C'A'')$ avec (AC)
 et Z', Z'' les points d'intersection resp. de $(B''A')$, $(B''A'')$ avec (AB).

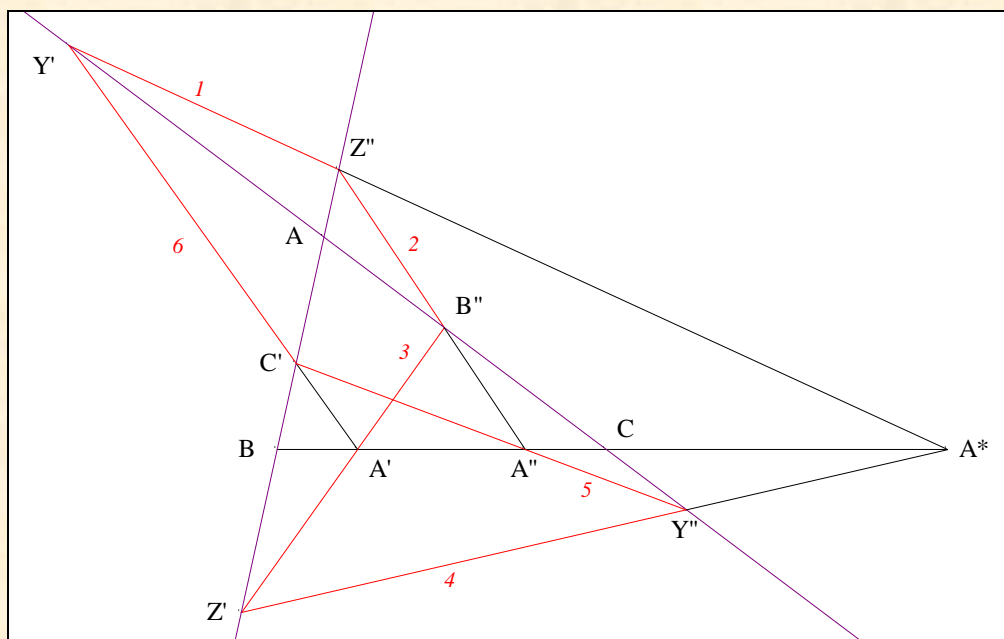
Donné : $(Y'Z'')$, (BC) et $(Y''Z')$ sont concourantes.²

VISUALISATION

²

Monjallon A., problème 14294, *Journal de Mathématiques Élémentaires* **74** (1949-1950) 88 ;
 solution idem **75** (1950-1951) 17-18.

Hatzipolakis A., A.M.'s Problem, Message *Hyacinthos* # 1341 du 04/09/2000 ; <http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/>.



- Notons A^* est le point d'intersection de $(Y'Z'')$ et $(Y''Z')$.
- D'après Pappus "La proposition 139"³,
 A^* est sur la pappussienne $(A''A')$ de l'hexagone $Y'Z''B''Z'Y''C'Y'$ construit sur (AB) et (AC) .
- **Conclusion :** $(Y'Z'')$, (BC) et $(Y''Z')$ sont concourantes.

Une très courte biographie de Monjallon :

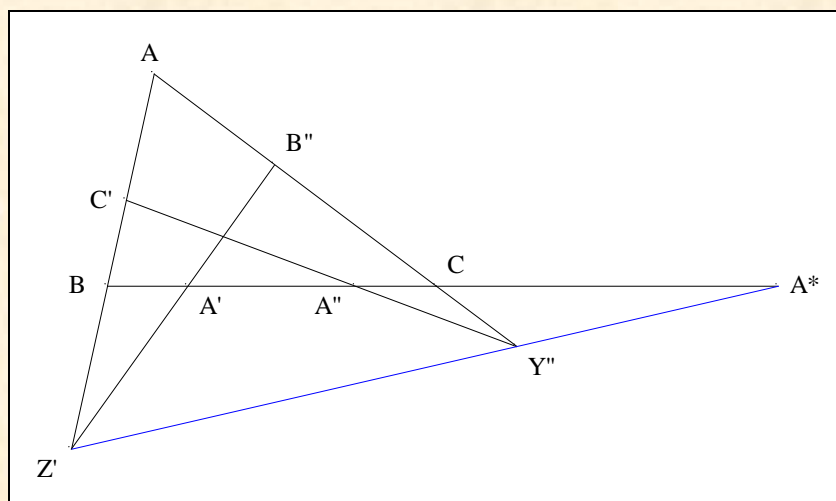
agréé en 1937, le professeur Albert Monjallon a enseigné au collège de Saumur, puis au Lycée Henri IV (Paris).

2. Le A-point de Monjallon

VISION

Figure :

³ Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus, G.G.G. vol. 6, p. 9 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>.



Finition : ABC un triangle,
 A', A'' deux point de (BC),
 B'', C' deux points resp. de (CA), (AB),
 Y'' le point d'intersection de (C'A'') et (AC),
 Z' le point d'intersection de (B''A') et (AB),
 et A* le point d'intersection de (Y''Z') et (BC).

Définition : A* est "le A-point de Monjallon".

3. Commentaire : en géométrie du triangle, l'une des principales idées consiste à envisager si cela est possible, une vision triangulaire d'un problème que l'on vient de résoudre pour en obtenir une généralisation. Ainsi, d'une dissymétrie de la figure, nous pouvons passer à une symétrie triangulaire de celle-ci.
 L'auteur pense ici à une analogie avec le principe de symétrie de Pierre Curie ⁴

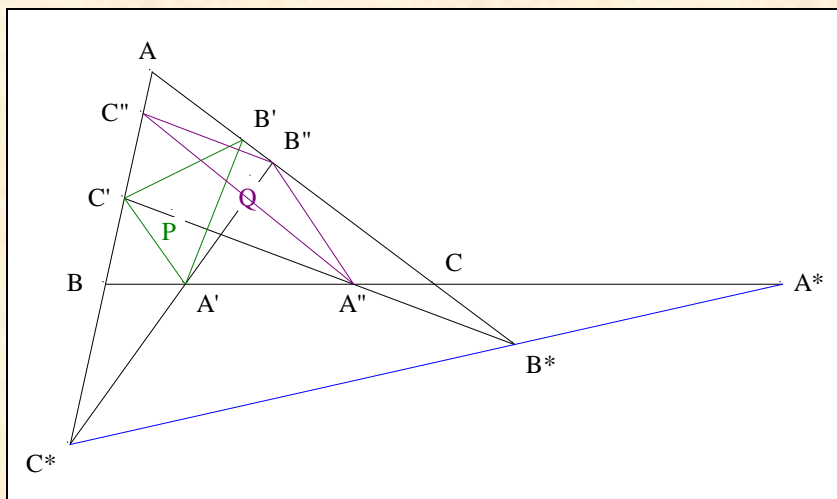
*Lorsque les causes d'un phénomène possèdent des éléments de Symétrie,
ces éléments de symétrie se retrouvent dans les effets.*

4. Les B, C-points de Monjallon

VISION

Figure :

⁴ Curie P., physicien autodidacte français (1859-1906).



Traits : ABC un triangle,
P, Q deux points,
A'B'C', A''B''C'' deux triangles resp. P, Q-cévien de ABC,
et A*, B*, C* les A, B, C-points de Monjallon.

Donné : A*, B* et C* sont alignés.⁵

VISUALISATION

• **Scolie :** A*, B*, C* sont resp. les points d'intersection de (B'C'') et (BC), de (C'A'') et (CA), de (A'B'') et (AB).

• **Conclusion :** 1. Le problème de Monjallon, A*, B* et C* sont alignés.

Commentaire : Antreas Hatzipolakis a eu le désir passer à une symétrie triangulaire. Rappelons que celui-ci se posait seulement la question suivante

*for which points P, Q in the set of the notable points $\{G, H, O, I, \text{ etc} \}$
the lines AA^*, BB^*, CC^* concur ?.*

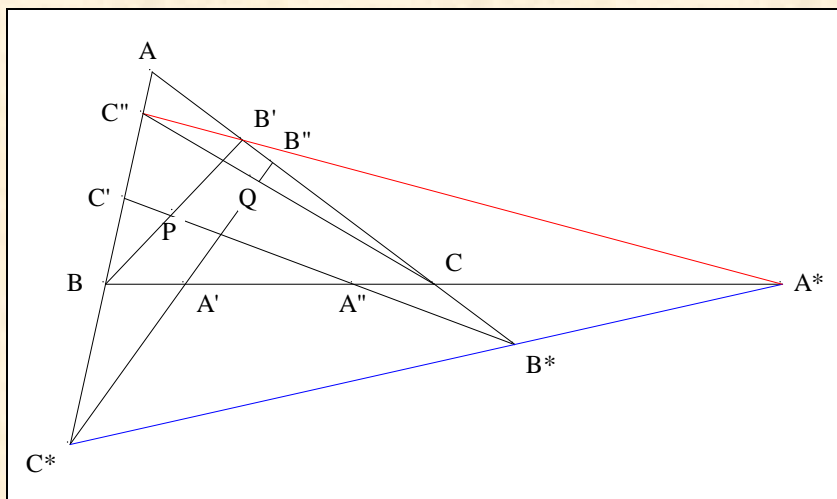
Dans une réponse, Jean-Pierre Ehrmann⁶ précise sans preuve que A*, B* et C* sont alignés.

5. Le résultat de l'auteur

VISION

Figure :

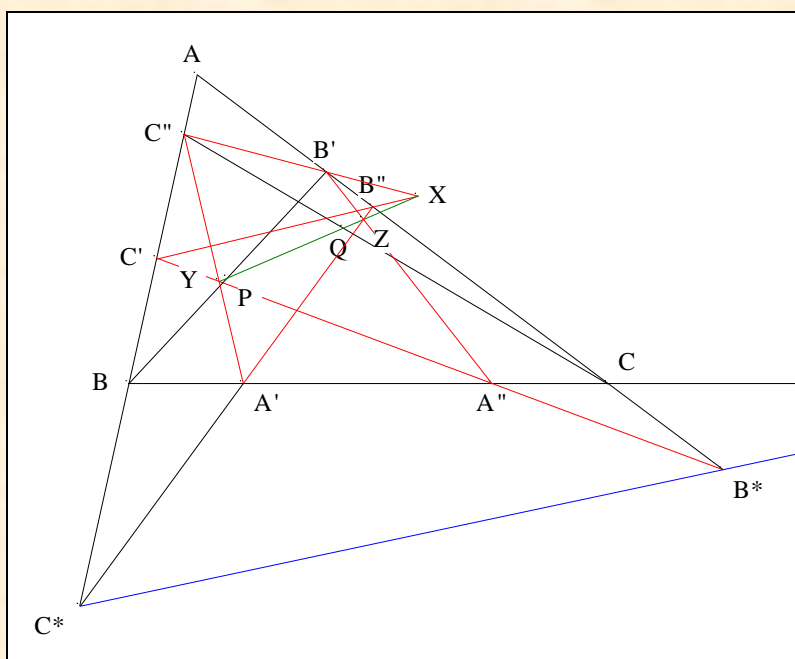
⁵ Hatzipolakis A., A.M.'s Problem, Message *Hyacinthos* # 1341 du 04/09/2000 ; <http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/>.
⁶ Ehrmann J.-P., A.M.'s Problem, Message *Hyacinthos* # 1343 du 05/09/2000 ; <http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/>.



Traits : ABC un triangle,
P, Q les points d'intersection resp. de (AA') et (CC'), de (AA'') et (BB''),
B', C'' les points d'intersection resp. de (BP) et (CA), de (CQ) et (AB),
et A*, B*, C* les A, B, C-points de Monjallon.

Donné : B', C'' et A* sont alignés.⁷

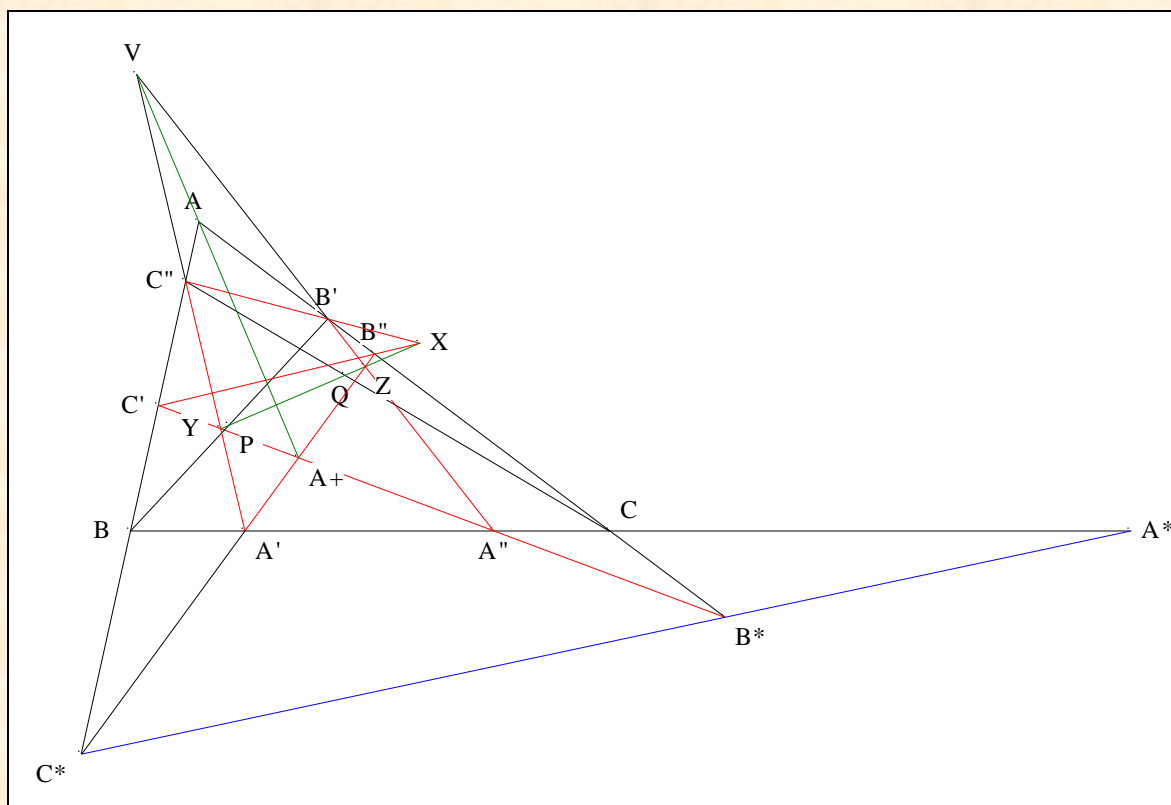
VISUALISATION



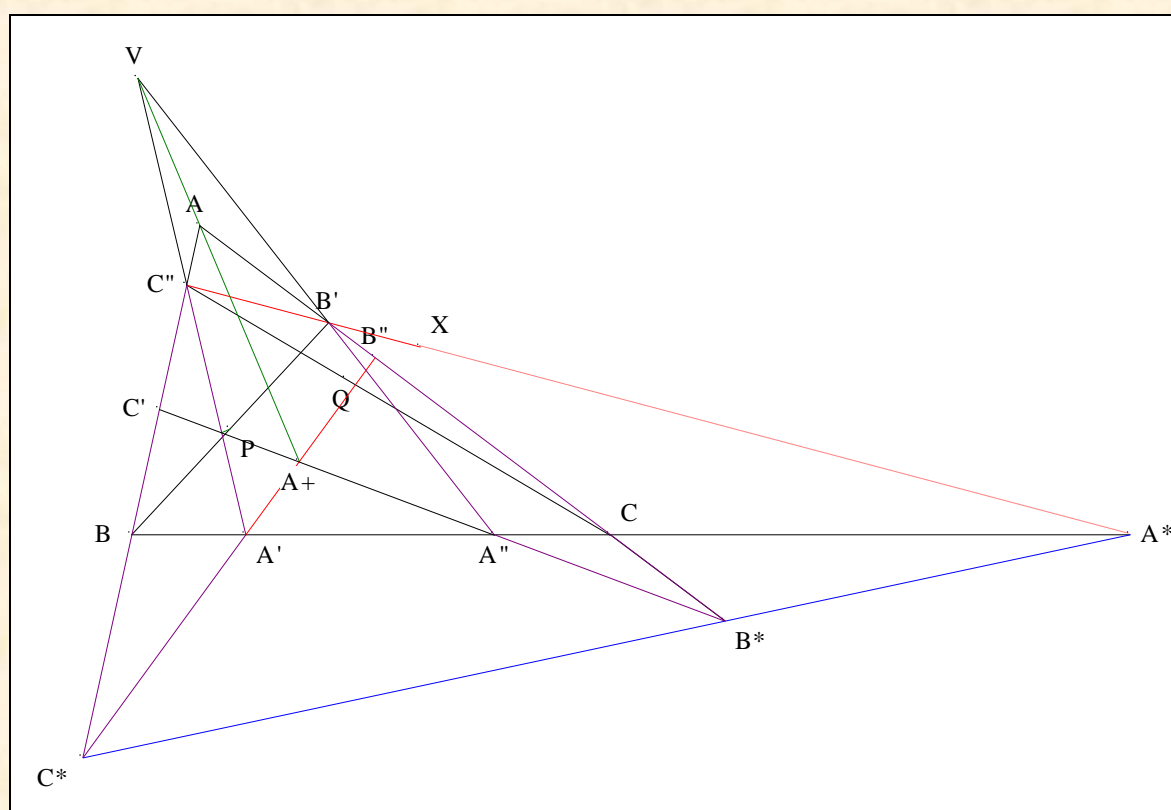
- Notons X, Y, Z les points d'intersection resp. de (B'C'') et (B''C'), de (C'A'') et (C''A'), de (A'B'') et (A''B').
- D'après "Les deux points de Schroeter" ⁸, P, Q, X, Y et Z sont alignés.

⁷ Ayme J.-L., Three concurrent lines, *Mathlinks* du 19/07/2010 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=357708>.

⁸ Papelier G., Rapport anharmonique, *Exercices de Géométrie Moderne*, Paris (1927), réédition J. Gabay (1996), n° 78, p. 62 ;
Ayme J.-L., Les deux points de Schroeter, G.G.G. vol. 2, p. 2-4 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>.



- Notons V, A^+ les points d'intersection resp. de $(A'C'')$ et $(A''B')$, de $(A'B'')$ et $(A''C')$.
- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ⁹
 (AVA^+) est l'arguésienne des triangles $C'C''Y$ et $B'B''Z$ en perspective de centre X .



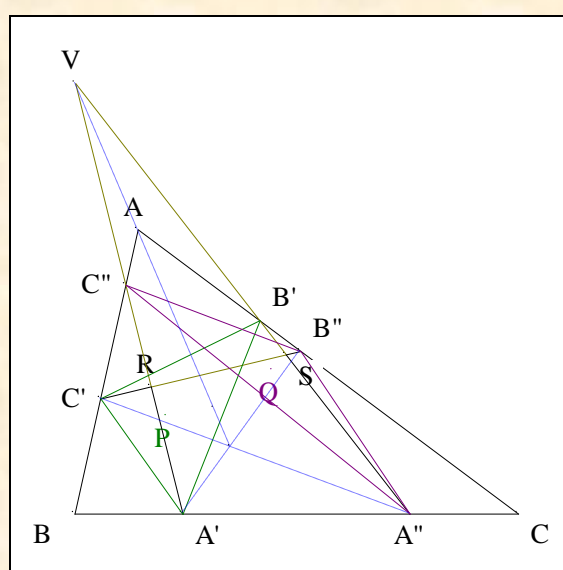
⁹ Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus, G.G.G. vol. 6, p. 39 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>.

- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ¹⁰
(AVA+) étant l'arguésienne des triangles $C^*C''A'$ et $B^*B'A''$,
(C^*B^*), ($C''B''$) et ($A'A''$) sont concourantes.
- **Conclusion :** B' , C'' et A^* sont alignés.

6. L'équivalence de l'auteur

VISION

Figure :



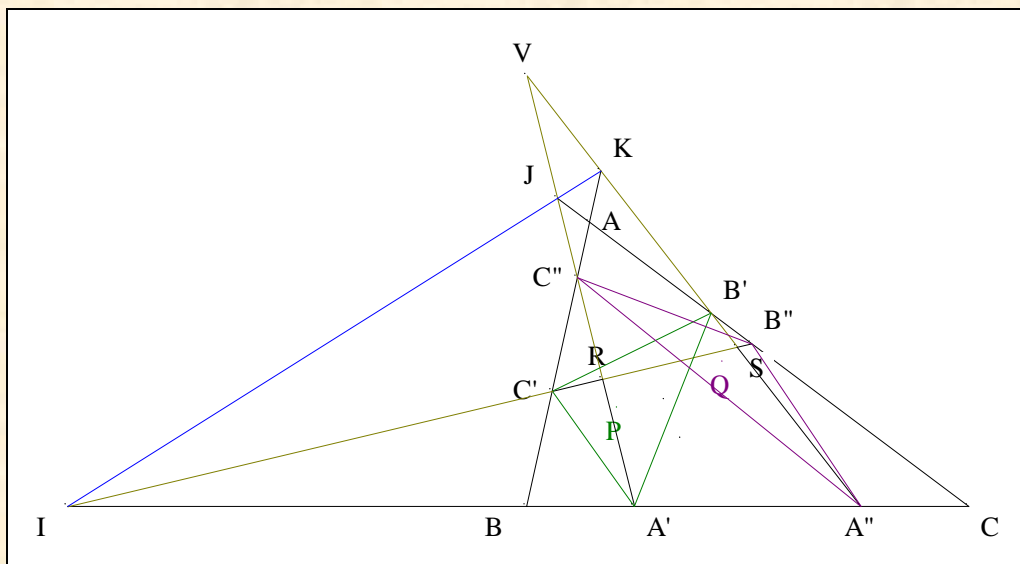
Traits :

ABC	un triangle,
P, Q	deux points,
$A'B'C'$, $A''B''C''$	deux triangles resp. P, Q-cévien de ABC,
V, S, R	les points d'intersection resp. de ($A'C''$) et ($A''B'$), de ($B'A''$) et ($B''C'$), de ($C'B''$) et ($C''A'$).

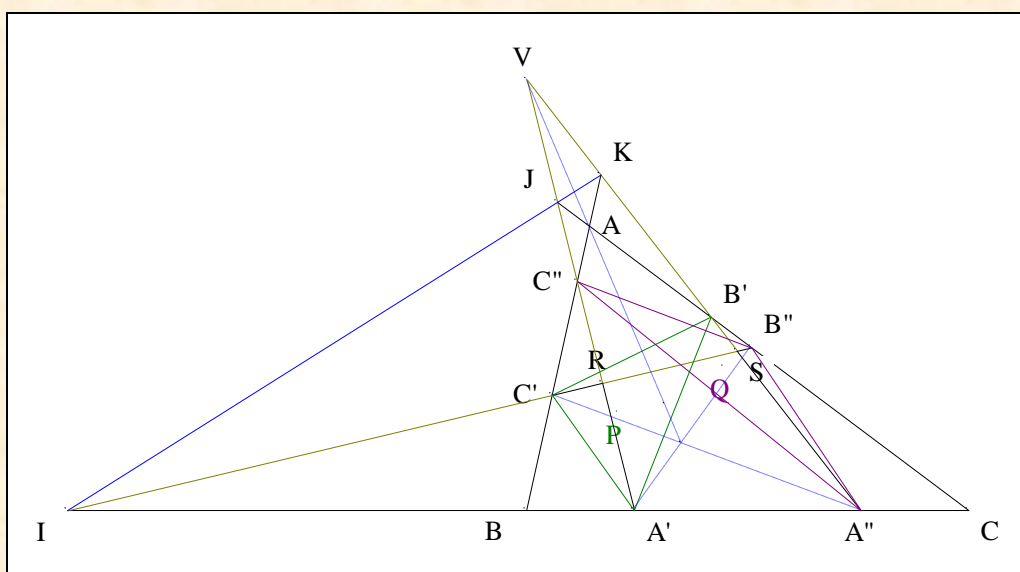
Donné : les triangles VSR et ABC sont en perspective
si, et seulement si,
(VA), ($A'B''$) et ($A''C'$) sont concourantes.

VISUALISATION NÉCESSAIRE ¹¹

¹⁰ Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus, G.G.G. vol. 6, p. 39 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>.
¹¹ <http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/>.



- Notons I, J, K les points d'intersection resp. de (SR) et (BC) , de (RV) et (CA) , de (VS) et (AB) .
- D'après Desargues "Le théorème de deux triangles" ¹² (IJK) est l'arguésienne des triangles perspectifs VSR et ABC .



- **Conclusion :** d'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ¹³, les triangles $VA'A''$ et $AB''C'$ ayant le même axe (IJK) , sont en perspective ; en conséquence, (VA) , $(A'B'')$ et $(A''C')$ sont concourantes.

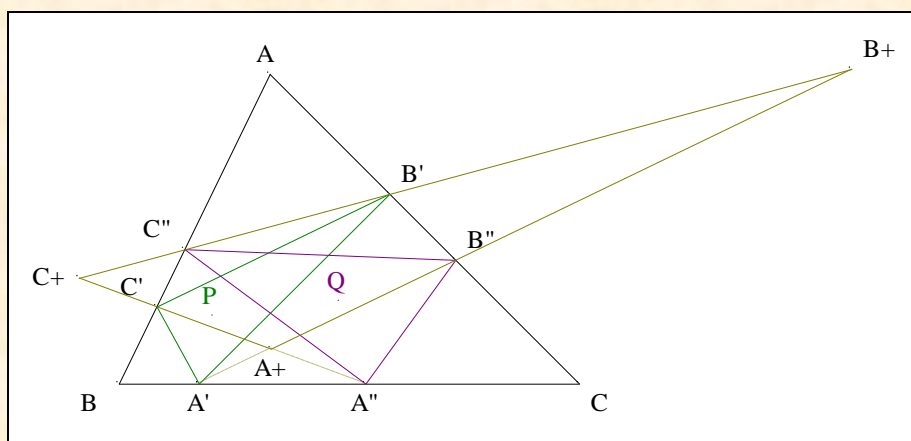
Commentaire : cette visualisation nécessaire est le théorème "dual" du théorème desmique. Ce théorème "dual" est plus important que le "desmique" car il permet d'identifier quelques centres de perspective non triviaux.

CONDITION SUFFISANTE ¹⁴

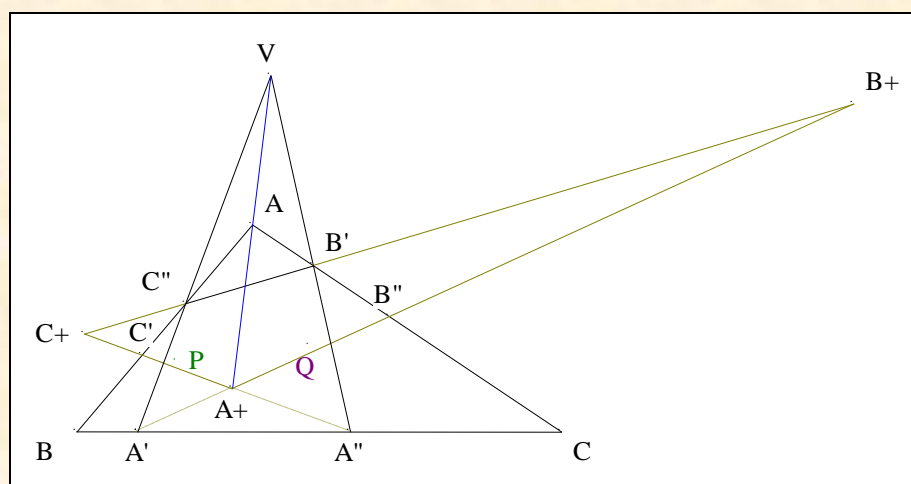
¹² Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus, G.G.G. vol. 6, p. 39 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>.

¹³ Idem.

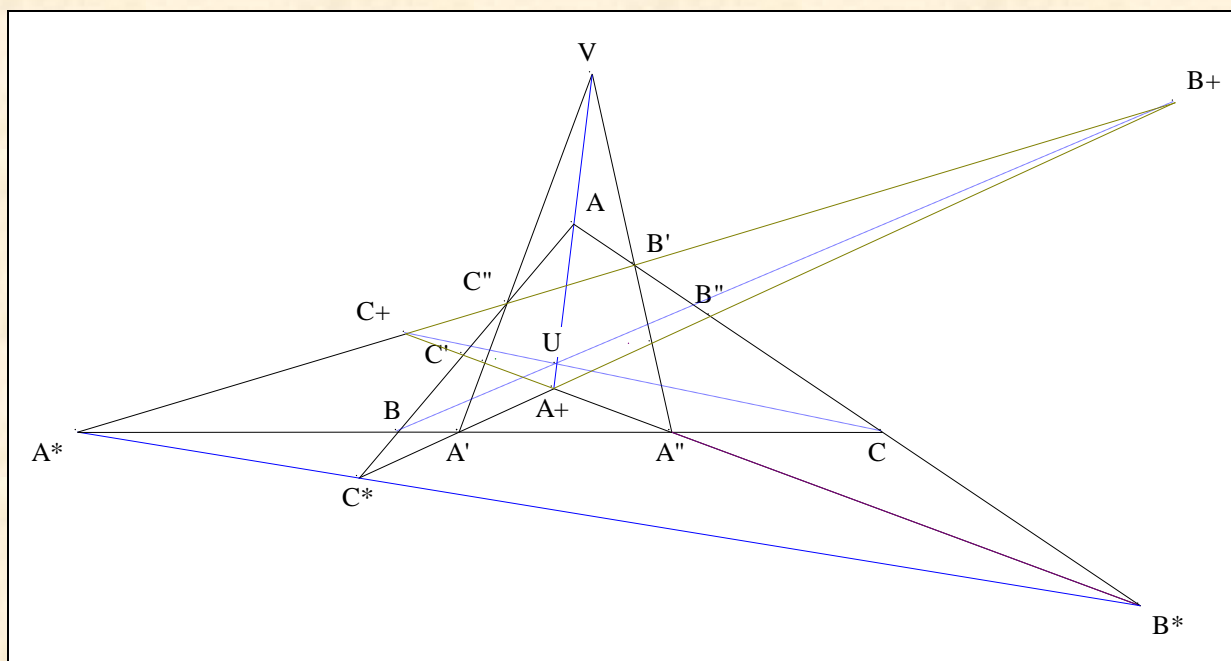
¹⁴ Ayme J.-L., Two perspective triangle, Message *Mathlinks* du 17/07/2010 ;



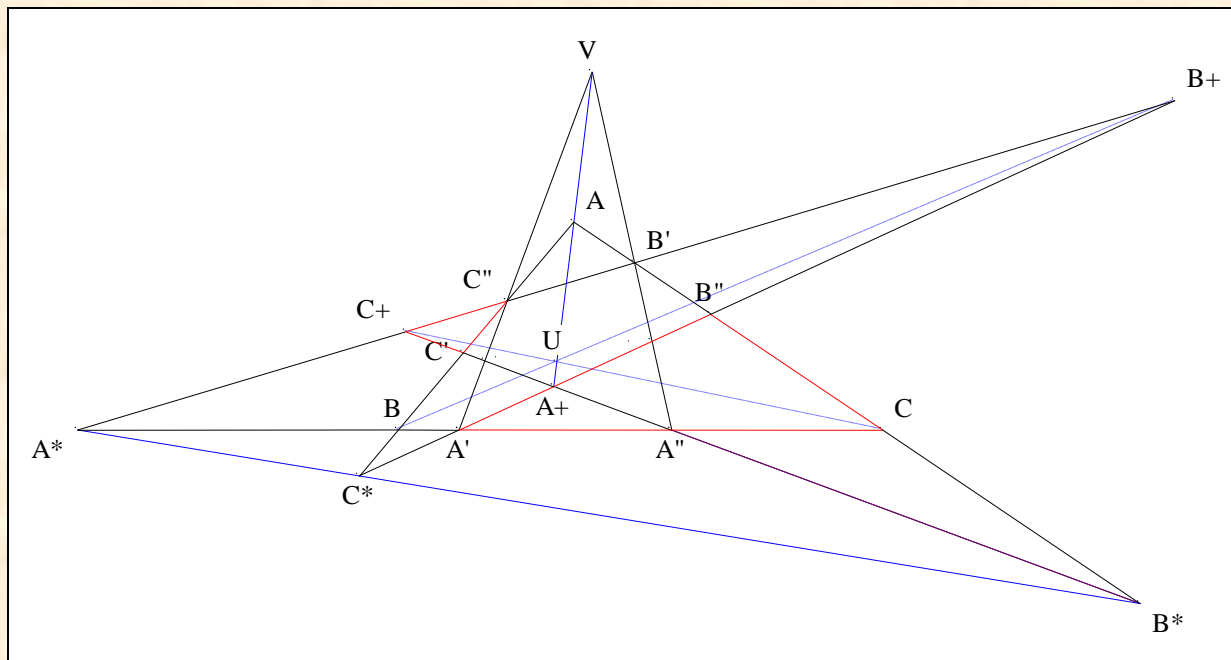
- Notons A^+, B^+, C^+ les points d'intersection resp. de $(C'A'')$ et $(A'B'')$, de $(A'B'')$ et $(B'C'')$, de $(B'C'')$ et $(C'A'')$.



- D'après 5. Un résultat de l'auteur, A, V et A^+ sont alignés.



- D'après 4. Les B, C-points de Monjallon, A^*, B^* et C^* sont alignés.
- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ¹⁵,
($C^*A^*B^*$) étant l'axe des triangles $A+B+C+$ et ABC ,
en conséquence, ceux-ci sont perspectifs ¹⁶ ;
($AA+$), ($BB+$) et ($CC+$) sont concourantes.
- Notons U ce point de concours.



- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ¹⁷,
($B^*C^*A^*$) étant l'axe des triangles $C+C'C''$ et $CB''A'$,
en conséquence, ceux-ci sont en perspective ;
($C+C$), ($C'B''$) et ($C''A'$) sont concourantes en R .

¹⁵ Idem.

¹⁶ Floor van Lamoën, Asymmetric definitions, Message *Hyacinthos* # 7699 du 28/08/2003 ;
<http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/>.

¹⁷ Idem.

- **Conclusion partielle :** C^+ , R, U et C sont alignés.
- Mutatis mutandis, nous montrerions que B^+ , S, U et B sont alignés.
- **Conclusion :** d'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ¹⁸,
(VA), (SB) et (RC) étant concourantes, VSR et ABC sont en perspective.

7. A propos d'Albert Monjallon

Albert Monjallon, professeur de mathématiques, collaborait avec la librairie Vuibert à Paris pour éditer *L'éducation mathématique* ainsi que *Le journal de mathématiques élémentaires*. Ces deux revues furent éditées durant plus de 30 ans en paraissant 2 fois par mois. Le Pr. Monjallon avait publié à la librairie Vuibert de nombreux ouvrages parmi lesquels des livres d'exercices de mathématiques, un livre de statistique et un autre sur le calcul matriciel. Ces ouvrages étaient de grande rigueur et de précision remarquable.

¹⁸

Idem.