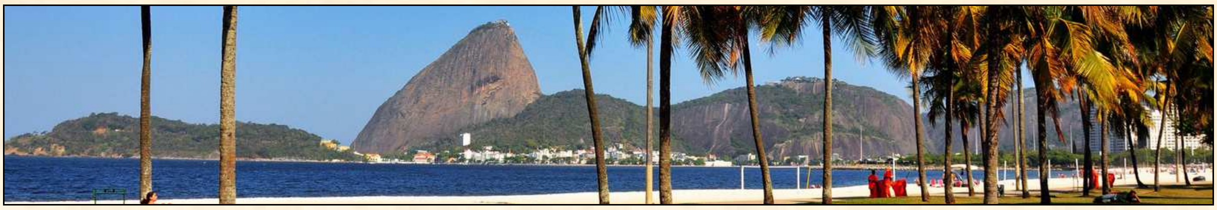
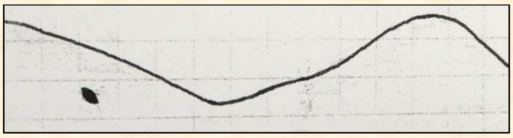
C'EST ÉVIDENT,

SI SEULEMENT NOUS ÉVOQUIONS QUE





LE THÉORÈME DE REIM

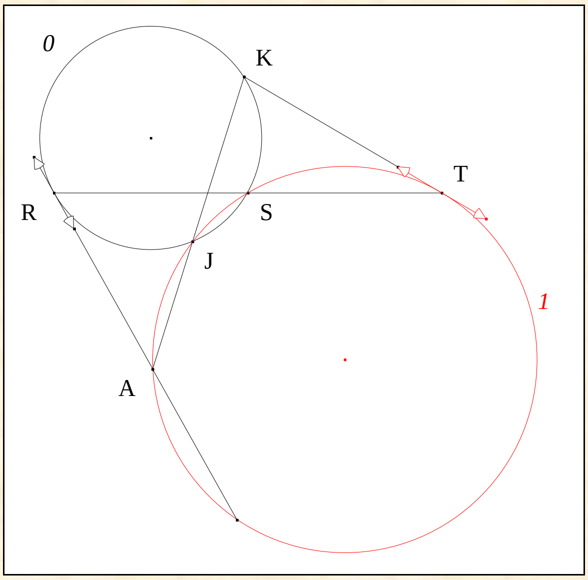
VOYAGE...

RIO DE JANEIRO - BRAZIL

58th International Mathematical Olympiad (12-23 July 2017)

Day **2**, Problem **4**

Jean-Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur présente une preuve originale du Problème **4** des O.I.M de 2017 basés sur son théorème favori i.e. le théorème de Reim.

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 31/10/2017 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Abstract. The author presents an original proof of problem **4** of the O.I.M of 2017 based on his theorem favourite theorem i.e. the Reim's theorem.

Resumen. El autor presenta una prueba original del problema **4** de la O.I.M 2017 basado en su favorita teorema es decir el Teorema de Reim.

Zusammenfassung. Der Autor zeigt ein origineller Beweis für das Problem **4** von den O.I.M 2017 basierend auf seine Lieblings-Theorem d. h. der Reim Theorem.

Communication privée du professeur Francisco Bellot Rosado

Pendant le passé mois de juillet je suis à Rio de Janeiro comme correcteur du problème ***4*** *de l'Olympiade Internationale de Math.*
Dans un certain moment, le capitaine du problème m'a demandé si je connaissais "un théorème de JAIME" et en réalité était le théorème ***0*** *de Reim que nous avons trouvé dans votre site, et avec lequel on pouvait résoudre le problème!*

Archives

IMO 2017
RIO DE JANEIRO - BRAZIL
58th International Mathematical Olympiad

English (eng), day 2

Wednesday, July 19, 2017

Problem 4. Let R and S be different points on a circle Ω such that RS is not a diameter. Let ℓ be the tangent line to Ω at R. Point T is such that S is the midpoint of the line segment RT. Point J is chosen on the shorter arc RS of Ω so that the circumcircle Γ of triangle JST intersects ℓ at two distinct points. Let A be the common point of Γ and ℓ that is closer to R. Line AJ meets Ω again at K. Prove that the line KT is tangent to Γ.

[2]

Day 2	
4	Let R and S be different points on a circle Ω such that RS is not a diameter. Let ℓ be the tangent line to Ω at R. Point T is such that S is the midpoint of the line segment RT. Point J is chosen on the shorter arc RS of Ω so that the circumcircle Γ of triangle JST intersects ℓ at two distinct points. Let A be the common point of Γ and ℓ that is closer to R. Line AJ meets Ω again at K. Prove that the line KT is tangent to Γ.

[3]

Informations générales

Rio de Janeiro, Brazil (12-23 July 2017)
Nombre de pays participants: 111.
Nombre de compétiteurs: 615; 62♀.

Prix

Points possibles maximums par concurrent: 7+7+7+7+7+7=42.

---

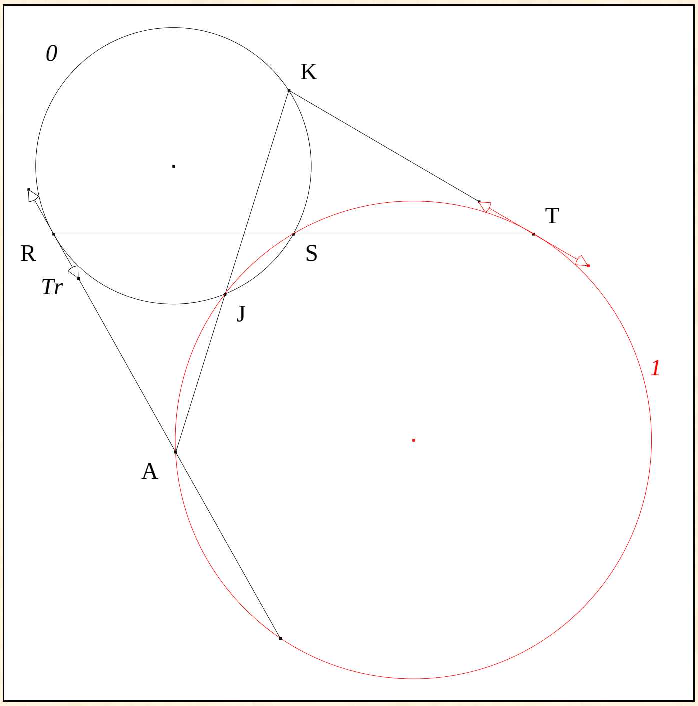
[2] https://www.imo2017.org.br/ ; https://www.imo-official.org/year_info.aspx?year=2017
[3] https://artofproblemsolving.com/community/c481799_2017_imo
IMO 2017 Problem 4 , AoPS du 19/07/2017 ;
https://artofproblemsolving.com/community/c6h1480682p8639236

Médailles d'or :	48 (score $\geq$ 25 points).
Médailles d'argent :	90 (score $\geq$ 19 points).
Médailles de bronze :	153 (score $\geq$ 16 points).
Mentions honorables :	222.

LE PROBLÈME 4

VISION

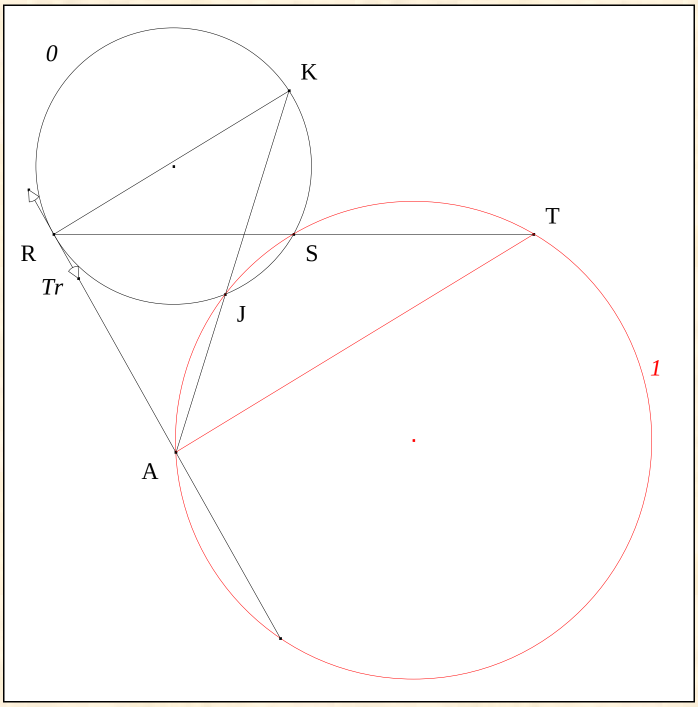
Figure :



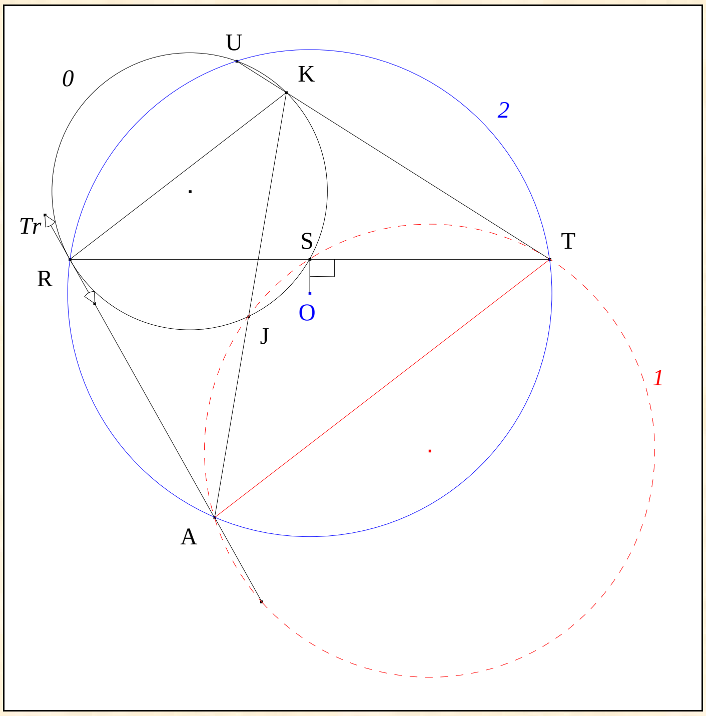
Traits : *0* un cercle,
R, S deux points de *0* tel que (RS) n'est pas une droite diamétrale de *0*,
Tr la tangente à *0* en R,
T le symétrique de R par rapport à S,
J un point du petit arc RS de (O),
1 le cercle passant par J, T, S,
A le point d'intersection le plus proche de R de *1* avec *Tr*
et K le second point d'intersection de (AJ) avec *0*.

Donné : (TK) est tangente à *1* en T.

VISUALISATION



- Les cercles *0* et *1*, les points de base J et S, les moniennes (KJA) et (RST), conduisent au théorème **0** de Reim [4] ; il s'en suit que (KR) // (AT).



- Notons U le second point d'intersection de (KT) avec *0*.

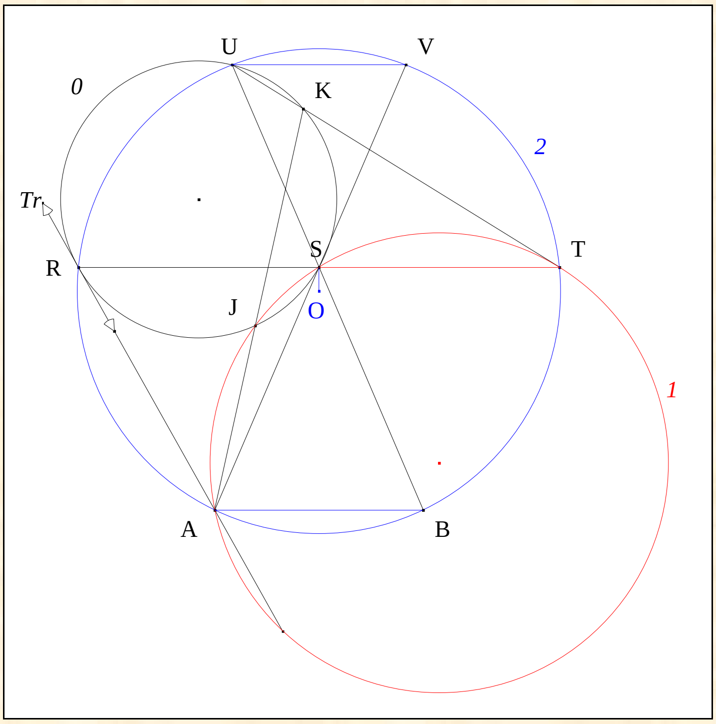
- Le cercle *0*, les points de base U et V, les moniennes naissantes (KUT) et (RRA), les parallèles (KR) et (TA), conduisent au théorème **3''** de Reim [5] ; en conséquence, U, R, T et A sont cocycliques.

- Notons *2* ce cercle
  et O le centre de *2*.

---

[4] http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/0.pdf
[5] http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/3'.pdf

- S étant le milieu de [RT], (OS) est la médiatrice de [RT].



- Notons B, V les seconds points d'intersection de *2* resp. avec (US), (AS).

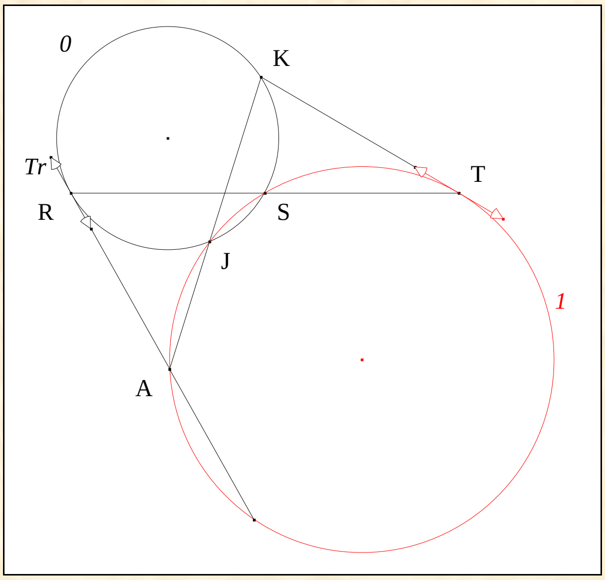
- **Scolie :** (OS) étant la médiatrice de [RT], (VU) // (AB)

- Les cercles *2* et *0*, les points de base R et U, les moniennes (ARR) et (BUS), conduisent au théorème **0** de Reim [6] ; il s'en suit que (AB) // (RS) ;

  par hypothèse, (RS) // (ST) ;
  par transitivité de =, (VU) // (ST).

- Les cercles *2* et *1*, les points de base A et T, la monienne (VAS), les parallèles (VU) et (ST), conduisent au théorème **3''** de Reim [7] ; en conséquence, (TU) est la tangente à *1* en T.

6 http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/0.pdf
7 http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/3'.pdf



- **Conclusion :** (TK) est tangente à *1* en T.