NOTE GÉOMÉTRIQUE

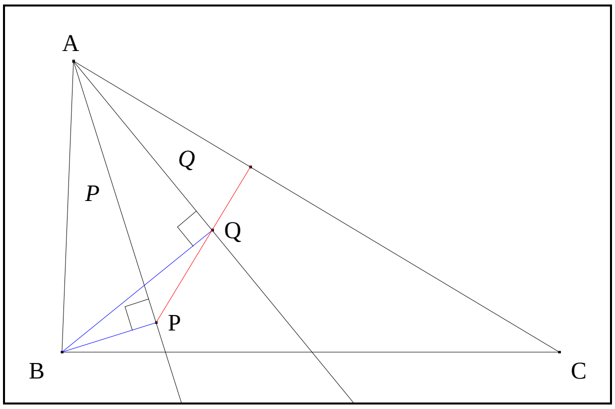
Cette courte note est dédié
à mon ami
le Professeur Ercole Suppa
dont
l'enthousiasme pour la Géométrie du Triangle ne cesse de rayonner.

Jean-Louis Ayme

1. Projection d'un sommet sur deux isogonales

VISION

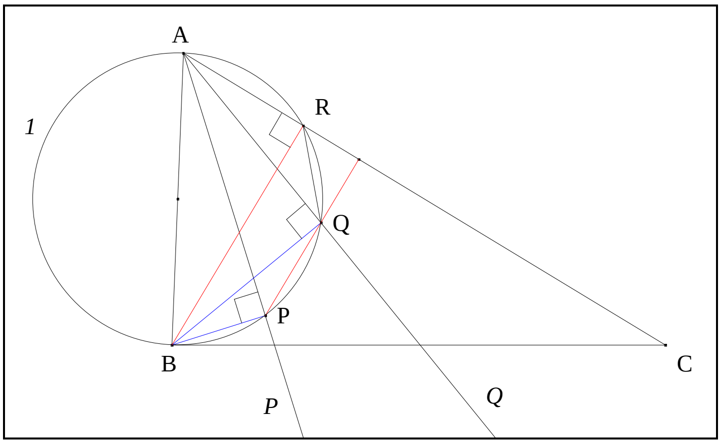
Figure :



Traits : ABC un triangle,
P, *Q* deux A-isogonales de ABC
et P, Q les pieds des perpendiculaires à *P*, *Q* issues de B.

Donné : (PQ) est perpendiculaire à (AC).

VISUALISATION



- Notons *1* le cercle de diamètre [AB] ; il passe par P et Q ;
  et R le second point d'intersection de (AC) avec *1*.

- *P* et *Q* étant deux A-isogonales de ABC, le quadrilatère BPQR est un trapèze isocèle; (PQ) // (BR) ;
  par construction, (BR) ⊥ (AC) ;
  en conséquence, (PQ) ⊥ (AC).

- **Conclusion :** (PQ) est perpendiculaire à (AC).

2. Le problème [1]

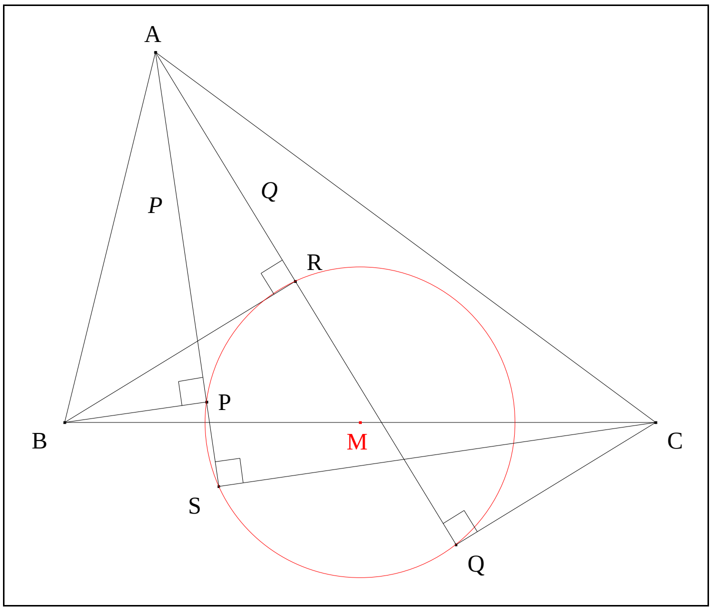
Junior Problem **31**, *Math Problems* Vol.**4** Issue **3** (2014)

Proposed
by
Ercole Suppa, Teramo, Italy

Dedicated
to
Italo d'Ignazio

VISION

Figure :

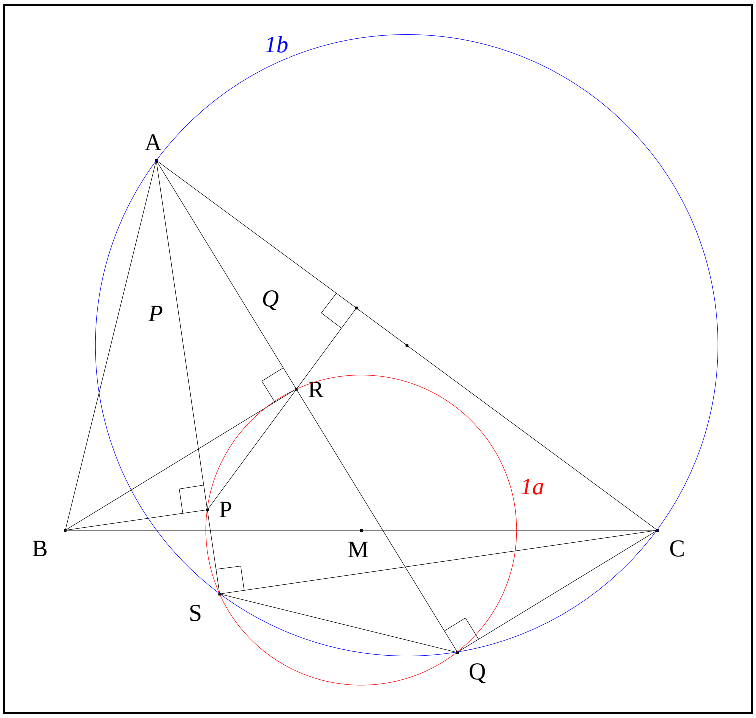


Traits :	ABC	un triangle acutangle,
	P, *Q*	deux A-isogonales de ABC,
	P, R	les pieds des perpendiculaires à *P*, *Q* issues de B,
	S, Q	les pieds des perpendiculaires à *P*, *Q* issues de C
et	M	le milieu de [BC].

Donnés : M est le centre du cercle passant par P, Q, R et S.

[1] Suppa E., *Geometria Elementare* ; http://www.esuppa.it/index.html

VISUALISATION



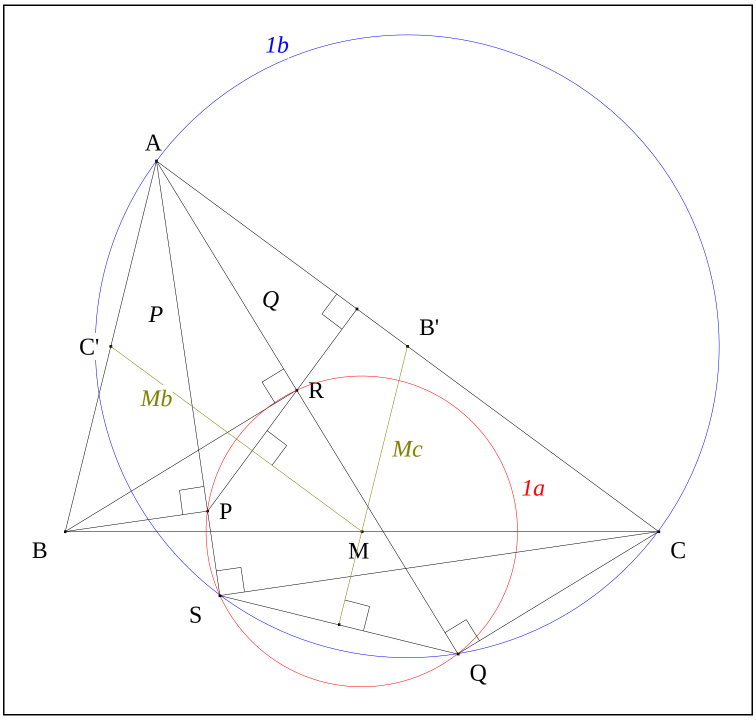
- Notons *1b* le cercle de diamètre [AC] ; il passe par Q et S.

- Une chasse angulaire à **Π** près :

  * par "Angles à côtés perpendiculaires", <SPR = <ACS
  * par "Angles inscrits", <ACS = <AQS
  * par une autre écriture, <AQS = <RQS
  * par transitivité de la relation =, <SPR = <RQS.

- **Conclusion partielle :** P, Q, R et S sont cocycliques.

- Notons *1a* ce cercle.



- Notons B', C' les milieux resp. de [AC], [AB]
  et *Mc* , *Mb* les médiatrices resp. de [QS], [PR].

- **Scolies :** **(1)** *Mc* passe par B' et *Mc* // (AB)

  (2) *Mb* passe par C' et *Mb* // (AC)

  (3) *Mb* et *Mc* passe par M

- **Conclusion :** M est le centre du cercle passant par P, Q, R et S.