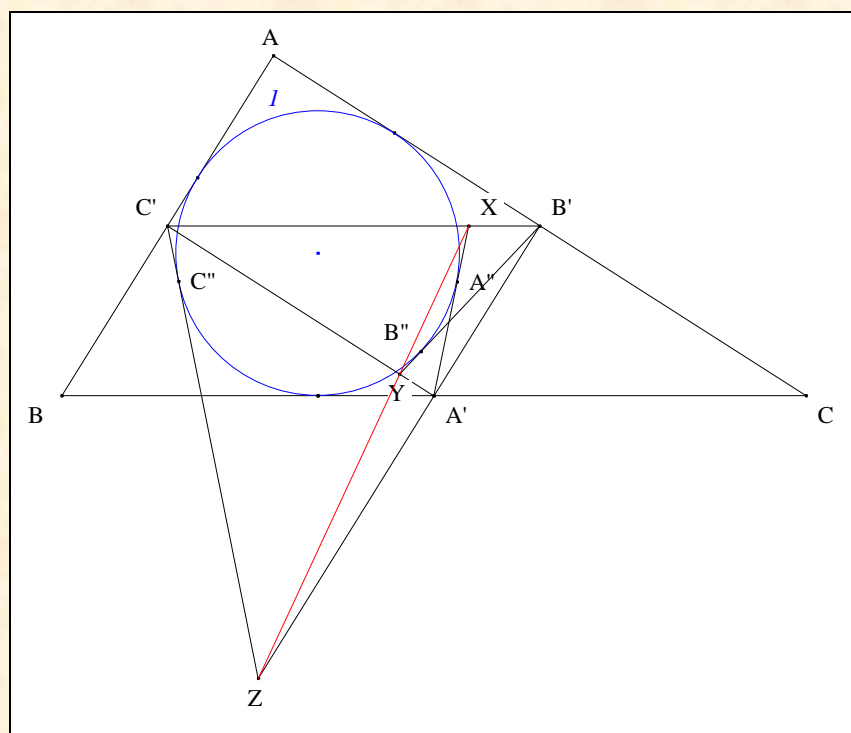


## PROBLEMA 796 <sup>1</sup>

Puig Adam, P., *Curso de Geometría métrica* (1986) 324

### VISION

Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
 $I$  le cercle inscrit à ABC,  
 $A'B'C'$  le triangle médian de ABC,  
 $A'', B'', C''$  les points de contact des secondes tangentes à  $I$  issues resp. de  $A', B', C'$   
 et  $X, Y, Z$  les points d'intersection ( $A'A''$ ) et ( $B'C'$ ), ( $B'B''$ ) et ( $C'A'$ ), ( $C'C''$ ) et ( $A'B'$ ).

**Donné :** X, Y et Z sont alignés.

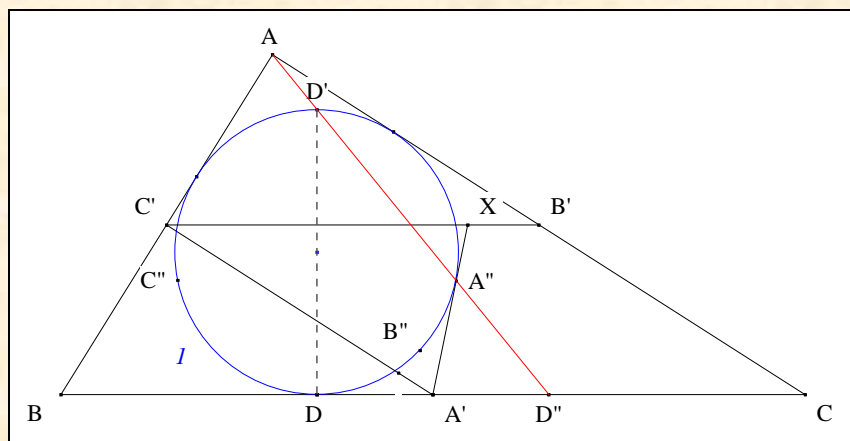
### VISUALISATION

DE

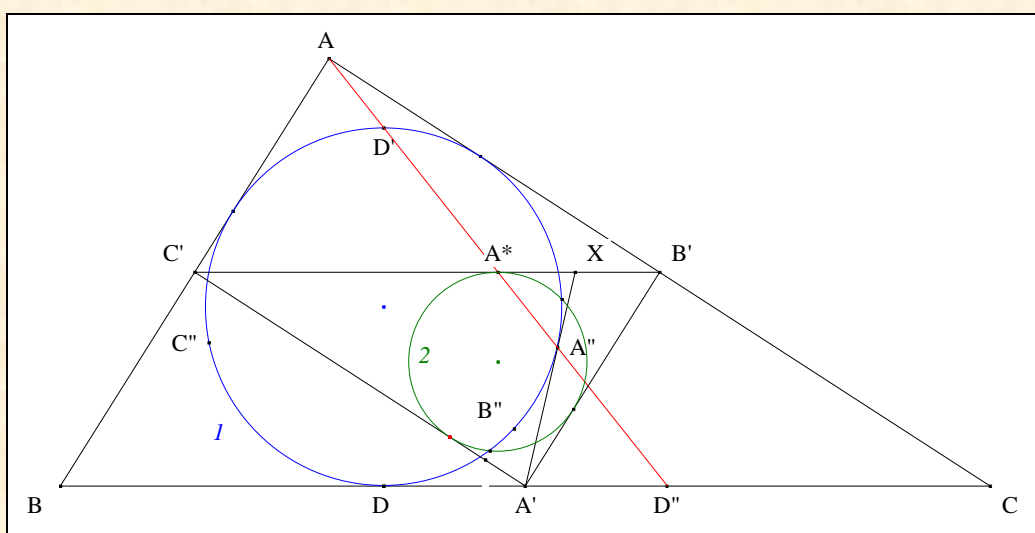
JEAN-LOUIS AYME <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ricardo Barroso, Quincena del 1 al 15 de Diciembre de 2016 ; Problema 796, 12 ;  
<http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>

<sup>2</sup> St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/11/2016 ; [jeanlouisayme@yahoo.fr](mailto:jeanlouisayme@yahoo.fr)  
 Geometry Geométrie Geometria ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



- Notons  $D$  le point de contact de  $I$  avec  $(BC)$   
et  $D''$  le symétrique de  $D$  par rapport à  $A'$ .
- D'après Jean-Victor Poncelet <sup>3</sup>  $A, D'$  et  $D''$  sont alignés.
- D'après Amédée Mannheim <sup>4</sup>  $A, D'$  et  $A''$  sont alignés.
- **Conclusion partielle** : d'après l'axiome d'incidence **Ia**,  $A, D', A''$  et  $D''$  sont alignés.



- Notons  $2$  le cercle de Spieker de  $ABC$   
et  $A^*$  le point de contact de  $2$  avec  $(B'C')$ .
- D'après Theodor Spieker <sup>5</sup>,  $A^*$  est sur  $(AD'')$ .
- D'après Euclide "Tangentes égales" <sup>6</sup>,  
par hypothèse,  
par transitivité de  $=$ ,  
 $A'A'' = A'D$  ;  
 $A'D = A'D''$  ;  
 $A'A'' = A'D''$ .
- **Scolie** :  $(XA^*) \parallel (A'D'')$ .
- Le triangle  $A'A''D''$  étant  $A'$ -isocèle, le triangle  $XA''A^*$  étant  $X$ -isocèle.

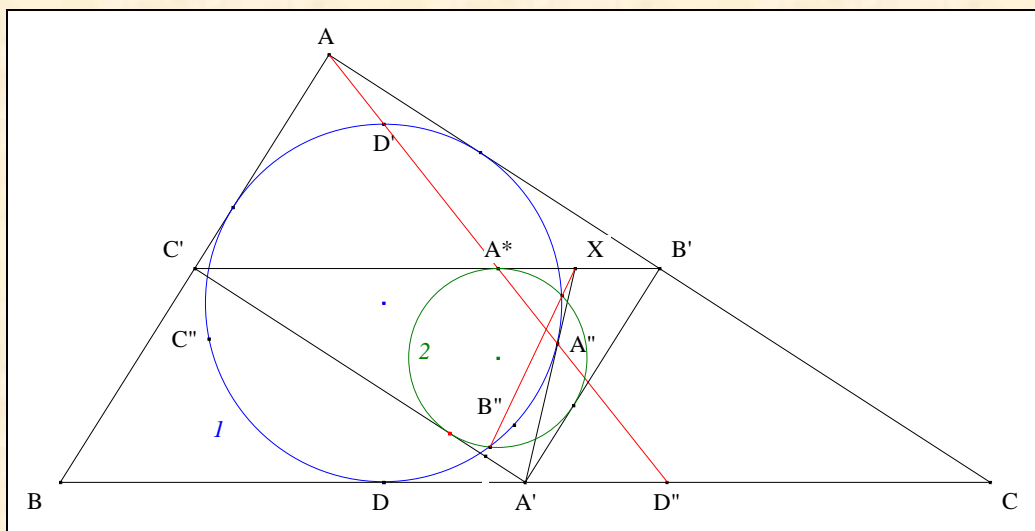
<sup>3</sup> Poncelet J. V., *Annales de Gergonne* **XII** (1821-1822) ; <http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0>  
Ayme J.-L., Cinq théorèmes de von Nagel, G.G.G. vol. **3**, p. 7 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>

<sup>4</sup> Mannheim A., *Journal de Mathématiques Élémentaires* p. 575

<sup>5</sup> Spieker T., Exercice 4, *Lehrbuch der ebenen Geometrie* (1862) 180-182

Ayime J.-L., Le cercle de Spieker, G.G.G. vol. **13**, p. 12-13 ; <http://perso.orange.fr/jl.ayme>

<sup>6</sup> Conséquence de la proposition **36** du Livre **III** des *Éléments* d'Euclide



- **Conclusion partielle :** d'après Jacob Steiner <sup>7</sup> X est sur l'axe radical de  $I$  et  $2$ .
- Mutatis mutandis, nous montrerions que Y est sur l'axe radical de  $I$  et  $2$   
Z est sur l'axe radical de  $I$  et  $2$ .
- **Conclusion :** X, Y et Z sont alignés.

<sup>7</sup>

Steiner J., Einige geometrische Betrachtungen, *Journal de Crelle* **1** (1826) 161-184