

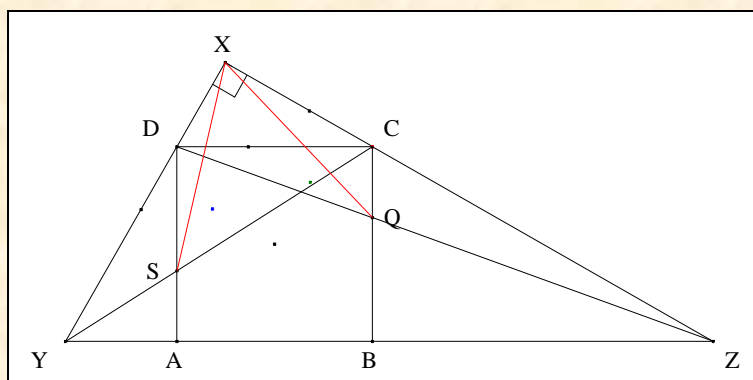
# BREAKING DOWN OF A PROBLEM

## II. SEQUENCE



...académiquement, il se sent prêt à se lancer froidement dans une aventure qui l'amènera à circonscrire son Sujet, à le pulvériser selon n'importe quelle loi en un nombre fini d'objets insécables, vidés de toute essence, et à recomposer les morceaux inertes suivant n'importe quel système de telle façon que toute modification ne consistera plus qu'en divisions et combinaisons.

Jean-Louis AYME <sup>1</sup>



### Résumé.

L'auteur présente *Breaking down of a problem* où chaque problème se résout par décomposition en un nombre fini d'étapes et par la suite à les recomposer...

### Abstract.

The author presents *Breaking down of a problem* where each problem is resolved by decomposition in a finite number of steps and subsequently to recompose them...

### Resumen.

El autor presenta *Breaking down of a problem* donde cada problema se

<sup>1</sup> St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 12/04/2017 ; [jeanlouisayme@yahoo.fr](mailto:jeanlouisayme@yahoo.fr)

resuelve por la descomposición de un número finito de pasos y posteriormente recomponerlos...

**Zusammenfassung.**

Der Autor präsentiert *Breaking down of a problem* wo durch Zersetzung in einer endlichen Anzahl von Schritten und anschließend zu schwenken sie jedes Problem behoben ist...

Sommaire		
<i>Sequence 1 :</i>	La médiatrice de Stan Fulger	3
<i>Sequence 2 :</i>	La médiane de Tran Quang Hung	14
<i>Sequence 3 :</i>		
<i>Sequence 4 :</i>		
Lexique Français-Anglais		

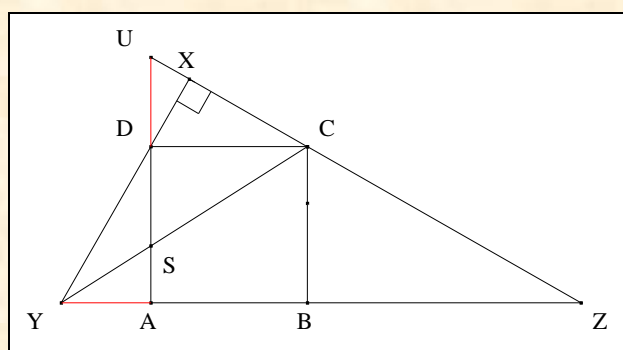
## SEQUENCE 1<sup>2</sup>

La médiatrice de Stan Fulger

### ÉTAPE 1

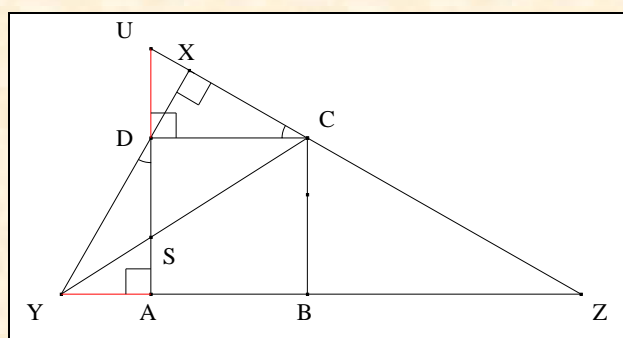
### VISION

Figure :



- Traits :** XYZ un triangle X-rectangle,  
 ABCD un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure,  
 et S, U les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (XZ) et (AD).
- Donné :**  $DU = AY$ .<sup>3</sup>

### VISUALISATION



- Nous avons :
  - (1) les triangles DUC et AYD sont resp. rectangles en D, C
  - (2)  $CD = DA$
  - (3)  $\angle UCD = \angle AYD$ .
- Conclusion : DUC et AYD étant égaux,  $DU = AY$ .

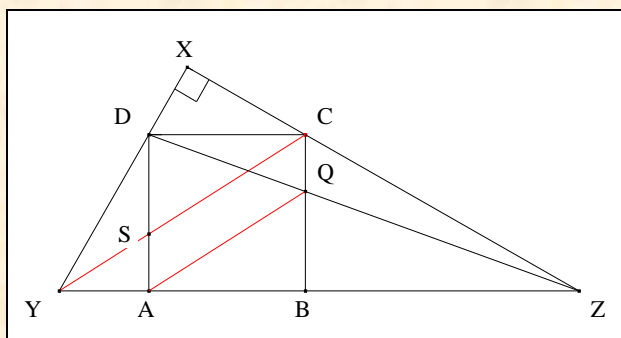
<sup>2</sup> Fulger S., Geometry, AoPS du 06/04/2017 ; [https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1423629\\_geometry](https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1423629_geometry)  
<sup>3</sup> Ayme J.-L., Square 1, inspired by sunken rock, AoPS du 11/08/2017 ;  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494000\\_square\\_1](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494000_square_1)



## ÉTAPE 3

## VISION

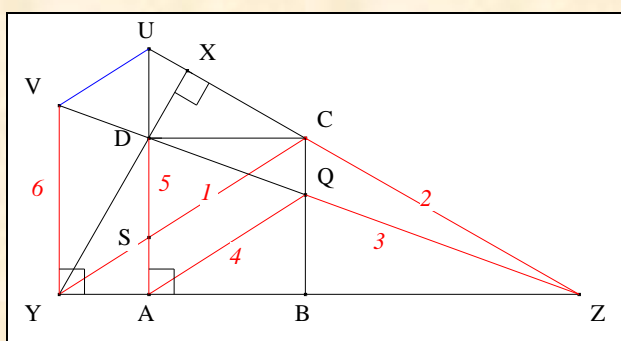
Figure :



**Traits :** XYZ un triangle X-rectangle,  
 ABCD un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure,  
 et S, Q les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (ZD) et (BC).

**Donné :** (AQ) est parallèle à (YC).<sup>5</sup>

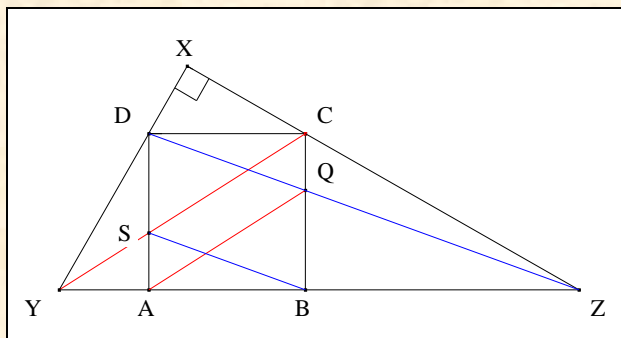
## VISUALISATION



- Notons U, V les points d'intersection resp. de (XZ) et (AD), (ZD) et la parallèle à (AD) issue de Y.
- D'après Étape 2, (AQ) // (UV).
- D'après Pappus d'Alexandrie<sup>6</sup> (UV) étant la pappusienne de l'hexagone sectoriel 123456 de frontières (YZ) et (BC),  
 par transitivité de //, (UV) // (YC) ;  
 (AQ) // (YC).
- **Conclusion :** (AQ) est parallèle à (YC).

**Scolie :** deux autres parallèles

<sup>5</sup> Ayme J.-L., Square 3, inspired by sunken rock, AoPS du 11/08/2017 ;  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494004\\_square\\_3](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494004_square_3)  
<sup>6</sup> Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. 6, p. 18 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

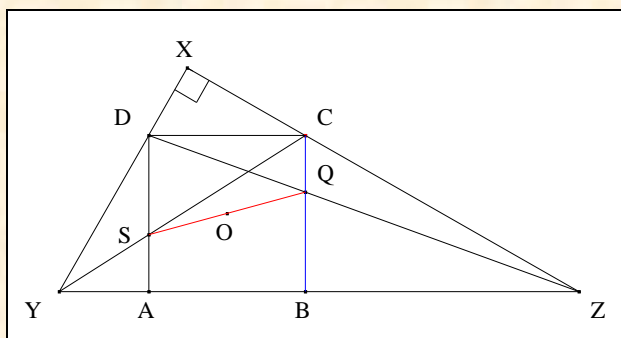


- **Conclusion :** mutatis mutandis, nous montrerions que  $(AQ)$  est parallèle à  $(YC)$ .

#### ÉTAPE 4

#### VISION

Figure :



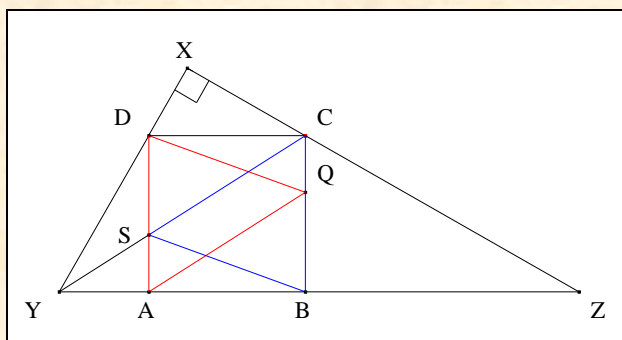
**Traits :** XYZ un triangle X-rectangle,  
 ABCD un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure,  
 O le centre de ABCD  
 et S, Q les points d'intersection resp. de  $(YC)$  et  $(AD)$ ,  $(ZD)$  et  $(BC)$ .

**Donné :** O est le milieu de  $[SQ]$ .<sup>7</sup>

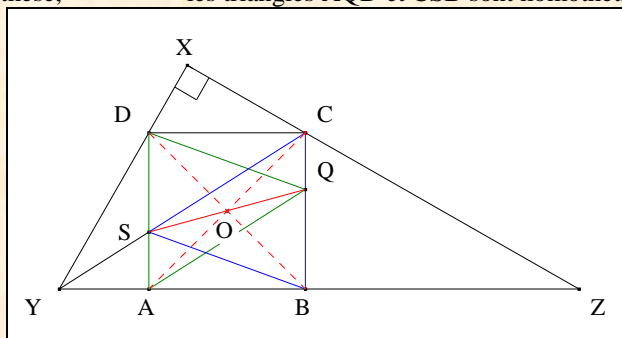
#### VISUALISATION

<sup>7</sup> Ayme J.-L., Square 4, inspired by sunken rock, AoPS du 11/08/2017 ;  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494007\\_square\\_4](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494007_square_4)





- D'après Étape 2 et hypothèse, les triangles AQS et CBO sont homothétiques.

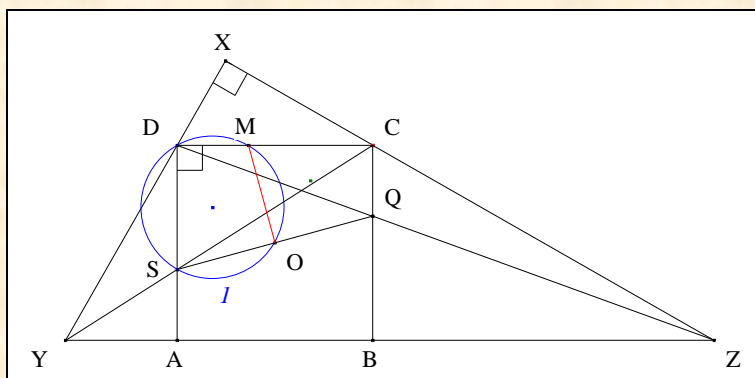


- D'après Girard Desargues <sup>8</sup>, (AC), (QS) et (DB) concourent en O.
- **Conclusion :** par symétrie de centre O, O est le milieu de [SQ].

## ÉTAPE 5

### VISION

Figure :



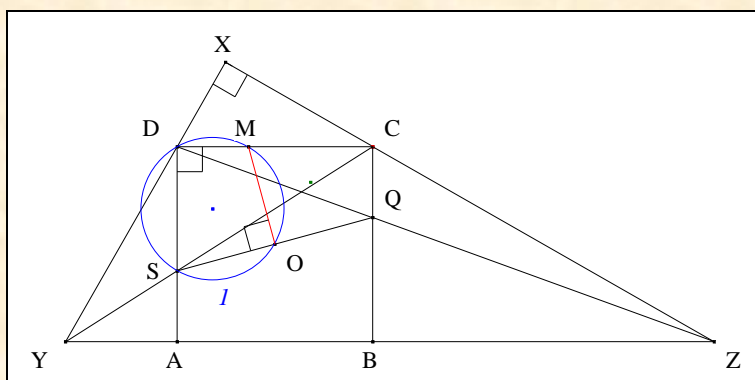
- Traits :**
- |      |  |
|------|--|
| XYZ  | un triangle X-rectangle,                                       |
| ABCD | un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure,         |
| O    | le centre de ABCD,   |
| S, Q | les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (ZD) et (BC), |

<sup>8</sup> Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. 6, p. 42 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

et  $I$  le cercle passant par  $S, D, O$   
 $M$  le second point d'intersection de  $I$  avec  $(DC)$ .

**Donné :**  $(OM)$  est la médiatrice de  $[SQ]$ .<sup>9</sup>

### VISUALISATION



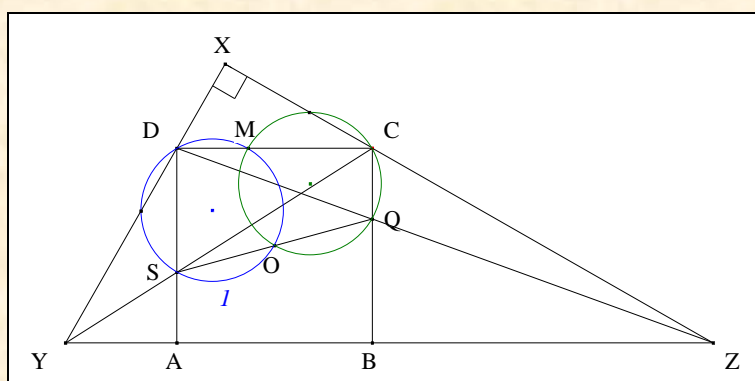
- D'après Étape 3,  $O$  est le milieu de  $[SQ]$ .
- D'après Thalès "Triangle inscritible dans un demi-cercle",  $(OM) \perp (OS)$ .
- **Conclusion :**  $(OM)$  est la médiatrice de  $[SQ]$ .

**Scolie :**  $I$  est le cercle de diamètre  $[SM]$ .

### ÉTAPE 6

### VISION

**Figure :**



**Traits :**  $XYZ$  un triangle X-rectangle,  
 $ABCD$  un carré inscrit dans  $XYZ$  comme indiqué sur la figure,

<sup>9</sup>

Ayme J.-L., Square 5, inspired by sunken rock, AoPS du 11/08/2017 ;  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494008\\_square\\_5](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494008_square_5)



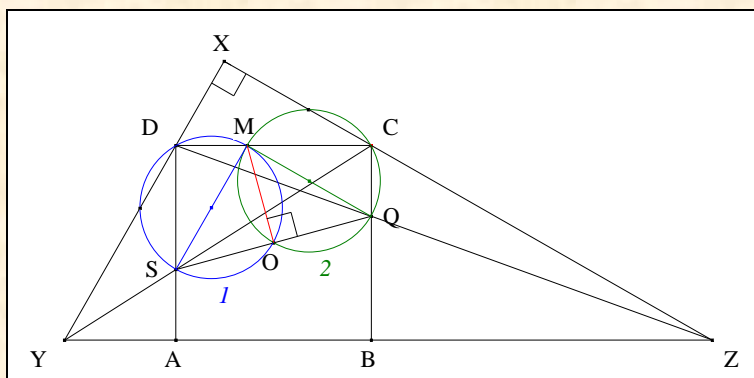
	O	le centre de ABCD,
	S, Q	les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (ZD) et (BC),
	$I$	le cercle passant par S, D, O
et	M	le second point d'intersection de $I$ avec (DC).

**Donné :** O, M, Q et C sont cocycliques.<sup>10</sup>

### VISUALISATION

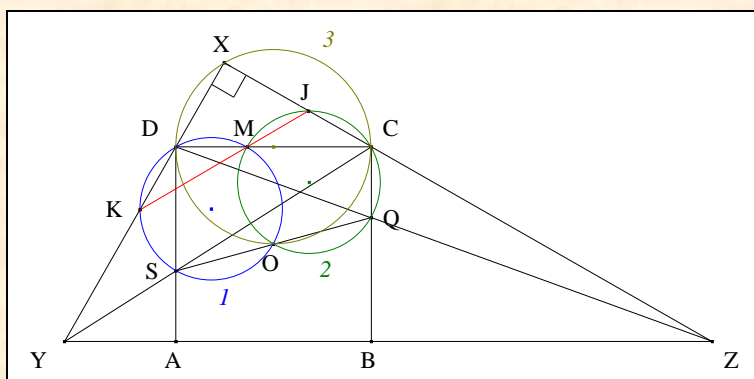
- **Scolie :** (SD) // (QC).
- **Conclusion :** le cercle  $I$ , les points de base O et M, les moniennes naissantes (SOQ) et (DMC), les parallèles (SD) et (QC), conduisent au théorème 0'' de Reim ; en conséquence, O, M, Q et C sont cocycliques.
- Notons 2 ce cercle.

**Scolies :** (1)  $I$  et 2 sont égaux



- D'après Étape 5, le triangle MSQ est M isocèle.
- **Conclusion :**  $I$  et 2 sont égaux.

(2) Trois points alignés

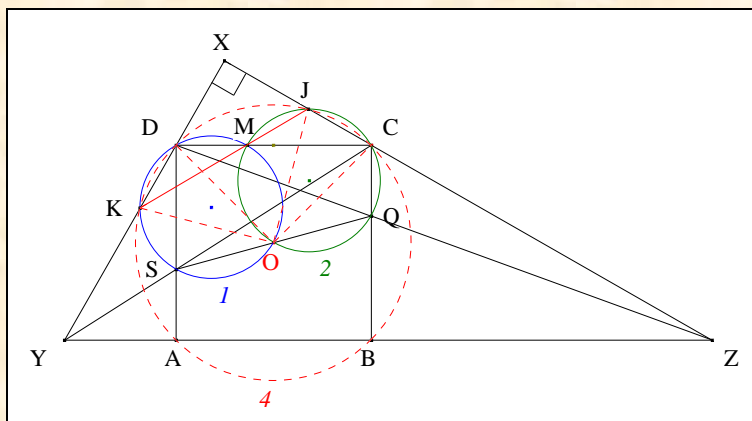


- Notons J, K les seconds points d'intersection de  $I$ , 2 resp. avec (XZ), (XY)
- et 3 le cercle de diamètre [CD] ; il passe par O.

<sup>10</sup> Ayime J.-L., Square 6, inspired by sunken rock, AoPS du 11/08/2017 ; [https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494010\\_square\\_6](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1494010_square_6)

- **Conclusion :** d'après Auguste Miquel "La droite de Miquel-Wallace" <sup>11</sup> appliqué au triangle XCD avec J sur (XC), M sur (CD) et K sur (DX), du point de Miquel-Wallace O, J, M et K sont alignés.

(3) Six points cocycliques



- Notons  $\omega$  le cercle circonscrit à ABCD ; il a pour centre O.
- Les cercles 1 et 2 étant égaux,  $OJ = OK = OA = OB = OC = OD$ .
- **Conclusion :**  $\omega$  passe par J, K (et A, B, C, D).

## ÉTAPE 7

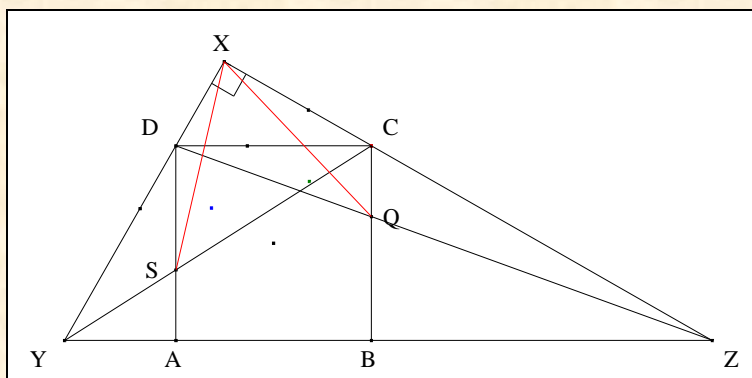
Restitution du problème

de

Stan Fulger (Roumanie) <sup>12</sup>

## VISION

Figure :



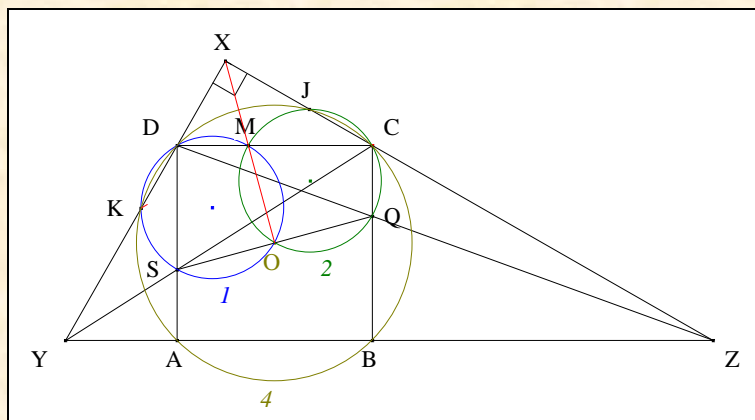
<sup>11</sup> Ayme J.-L., Auguste Miquel, G.G.G. vol. 13, p. 15-16 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

<sup>12</sup> Fulger S., Surprising perpendicularity in a right-angled triangle  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1491448\\_surprising\\_perpendicularity\\_in\\_a\\_rightangled\\_triangle](https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1491448_surprising_perpendicularity_in_a_rightangled_triangle)

<b>Traits :</b>	XYZ	un triangle X-rectangle,
	ABCD	un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure
et	S, Q	les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (ZD) et (BC).

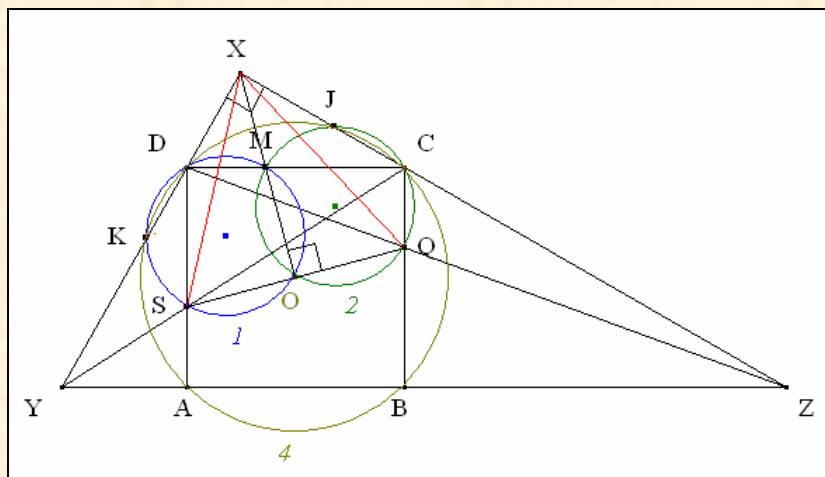
**Donné :**  $XS = XQ$ .

## VISUALISATION



- Notons
 

$I$	le cercle passant par S, D, O,
M	le second point d'intersection de $I$ avec (DC),
2	le cercle passant par O, M, Q, C,
4	le cercle circonscrit à ABCD ; il a pour centre O.
O	le centre de ABCD
- et J, K les seconds points d'intersection de  $I$ , 2 resp. avec (XZ), (XY).



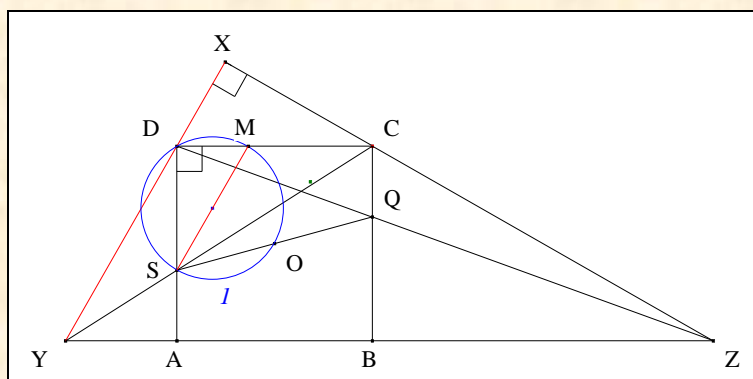
- D'après Gaspard Monge "Le théorème des trois cordes" <sup>13</sup>  
appliqué aux cercles 1, 2 et 4, (OM) passe par X.
- **Conclusion :** d'après Étape 5, (OM) étant la médiatrice de [SQ], XS = XQ.

<sup>13</sup> Ayme J.-L., Two parallels, inspired by sunken rock, AoPS du 09/08/2017 ; [https://artofproblemsolving.com/community/c6h1492554\\_two\\_parallel](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1492554_two_parallel)

## ÉTAPE 8

## VISION

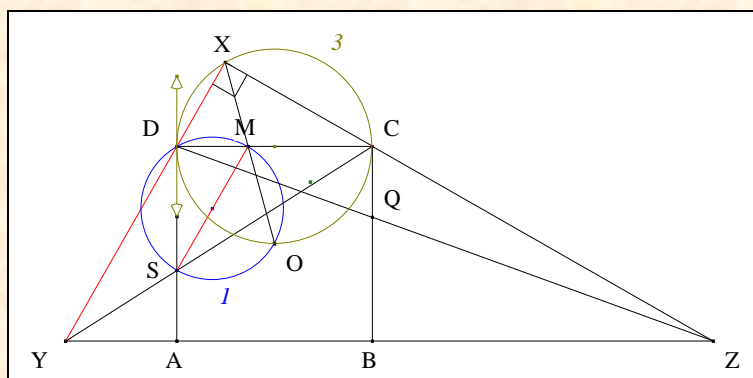
Figure :



<b>Traits :</b>	XYZ	un triangle X-rectangle,
	ABCD	un carré inscrit dans XYZ comme indiqué sur la figure,
	O	le centre de ABCD,
	S, Q	les points d'intersection resp. de (YC) et (AD), (ZD) et (BC),
	I	le cercle passant par S, D, O
et	M	le second point d'intersection de I avec (DC).

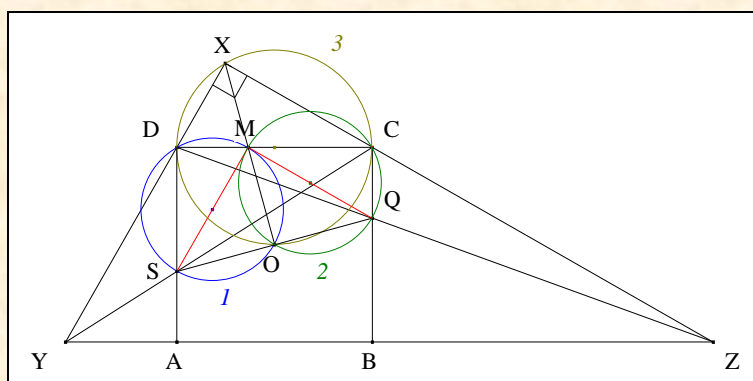
**Donné :** (SM) est parallèle à (XY).

## VISUALISATION



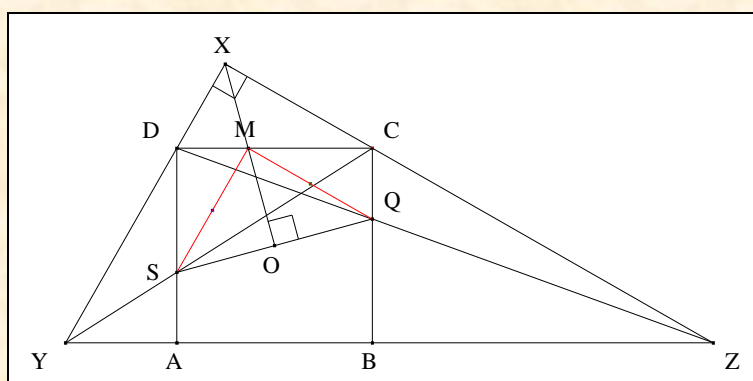
- Notons 3 le cercle de diamètre [CD] ; il passe par O.
- **Scolie :** 3 est tangent à (AD) en D.
- D'après Étape 7, M, O et X sont alignés.
- Les cercles I et 3, les points de base D et O, les moniennes (SDD) et (MOX), conduisent au théorème 3 de Reim ; il s'en suit que (SM) // (DX).
- **Conclusion :** (SM) est parallèle à (XY).

**Scolies :** (1) deux autres parallèles



- Notons 2 le cercle passant par S, D, O et M.
- **Conclusion :** mutatis mutandis, nous montrerions que (QM) est parallèle à (XZ).

(2) Une bissectrice



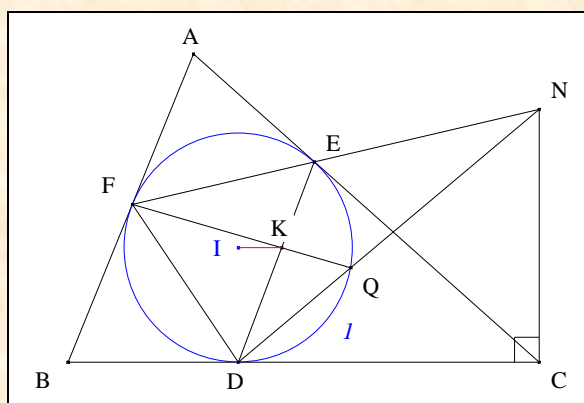
- D'après Étape 6, (MO) est la M-bissectrice intérieure du triangle M-isocèle MSQ.
- D'après Étape 7, O, M et X sont alignés.
- **Conclusion :** par parallélisme, (XO) est la X-bissectrice intérieure du triangle XTZ.

## SEQUENCE 2 <sup>14</sup>

La médiane de Tran Quang Hung

### ÉTAPE 1

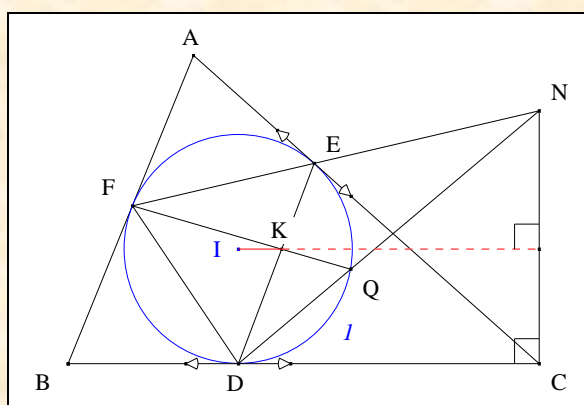
#### VISION



- Traits :**
- ABC un triangle,
  - $I$  le cercle inscrit de ABC,
  - $I$  le centre de  $I$ ,
  - DEF le triangle de contact de ABC,
  - $N$  le point d'intersection de (EF) avec la perpendiculaire à (BC) en C,
  - $Q$  le second point d'intersection de  $I$  avec (DN)
- et
- $K$  le point d'intersection de (DE) et (FQ).

**Donné :** (IK) est perpendiculaire à (CN). <sup>15</sup>

#### VISUALISATION



- D'après Philippe de La Hire "La réciprocité polaire" <sup>16</sup>,  
en conséquence,

$K$  est le pôle de (CN) ;  
(IK)  $\perp$  (CN).

<sup>14</sup> *Crux Mathematicorum* vol. **43**, **8** (Oct. 2017) ; <https://cms.math.ca/crux/>  
Milieu d'un segment, *Les-Mathematiques.net* ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1534990>

<sup>15</sup> *Ayme J.-L.*, *Crux Mathematicorum*, Problem **4277**, G.G.G. vol. **38** ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>  
*Ayme J.-L.*, *Collinear*, AoPS du 29/11/2016 ;

[http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1346410\\_collinear](http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1346410_collinear)


<sup>16</sup> *Ayme J.-L.*, La réciprocité polaire, G.G.G., vol. **13** ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



- **Conclusion :** (IK) est perpendiculaire à (CN).

## Archive

Source: own ?



**jayme**  
6135 posts

Nov 29, 2016, 2:13 pm

Dear Mathlinkers,

1. ABC a triangle
2. (I) the incircle of ABC
3. DEF the contact triangle of ABC
4. N the point of intersection of Ef with the perpendicular to BC at C
5. Q the second point of intersection of (I) with DN
6. K the point of intersection of DE and FQ.

Prove : B, K and N are collinear.

Sincerely  
Jean-Louis

## ÉTAPE 2

High School for Gifted Students (HSGS) Open Olympiad 2016, day 2

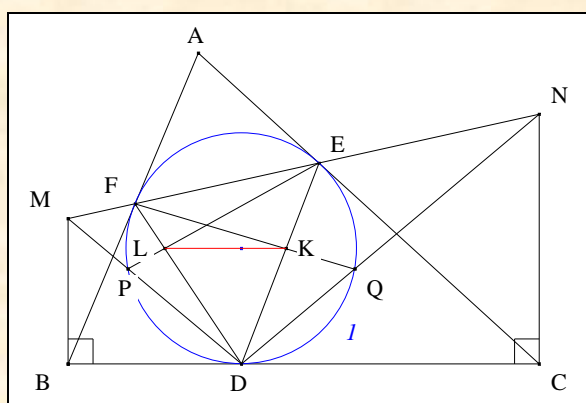
Problem proposed

by

Tran Quang Hung (Vietnam) 2016

## VISION

Figure :



**Traits :**

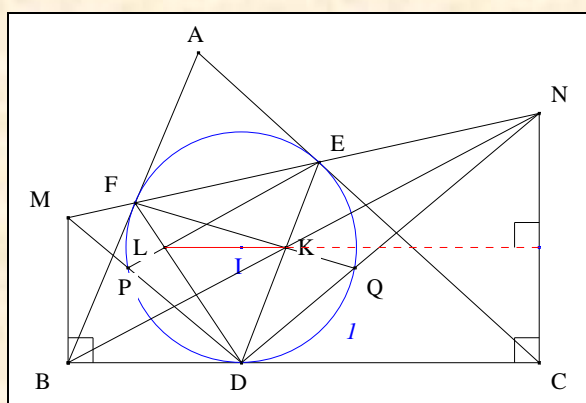
- ABC un triangle,
- $I$  le cercle inscrit de ABC,
- $I$  le centre de  $I$ ,
- DEF le triangle de contact de ABC,
- M, N les points d'intersection de (EF) avec les perpendiculaires à (BC) resp. en B, C,
- P, Q les seconds points d'intersection de  $I$  resp. avec (DM), (DN)

et

- K, L les points d'intersection resp. de (DE) et (FQ), (DF) et (EP).

**Donné :** (KL) passe par  $I$  et est parallèle à (BC).<sup>17</sup>

## VISUALISATION



• **Scolie :** (BM) // (CN).

<sup>17</sup>

Collinear points, AoPS du 23/07/2016 ;  
[http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1276894\\_collinear\\_points](http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1276894_collinear_points)

- D'après Étape1,
  - (1)  $(IK) \parallel (BC)$
  - (2)  $(BC) \parallel (IL)$ .
- Par transitivité du  $\parallel$ ,  
d'après le postulat d'Euclide,  $(IK) \parallel (IL)$  ;  
 $(IK) = (IL)$ .
- **Conclusion :**  $(KL)$  est parallèle à  $(BC)$ .

### ÉTAPE 3

High School for Gifted Students (HSGS) Open Olympiad 2016, day 2

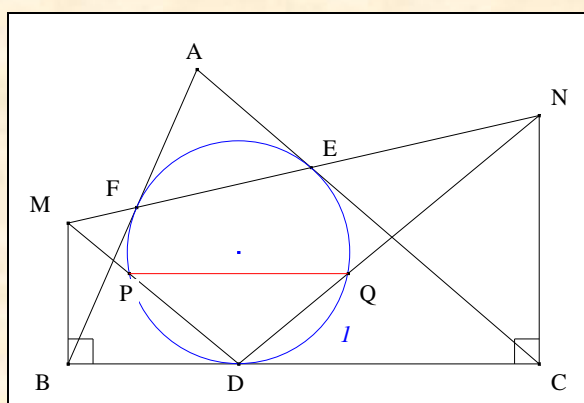
Problem proposed

by

Tran Quang Hung (Vietnam) 2016

### VISION

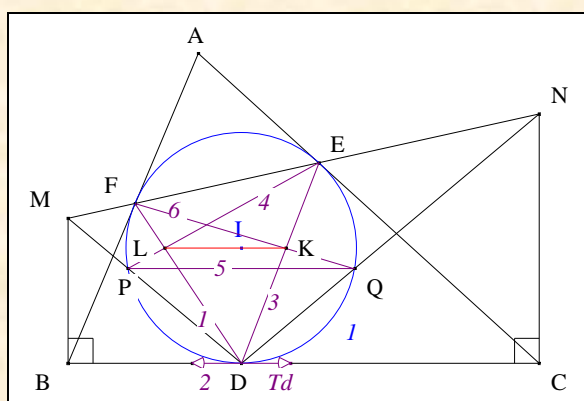
Figure :



**Traits :**  $ABC$  un triangle,  
 $I$  le cercle inscrit de  $ABC$ ,  
 $I$  le centre de  $I$ ,  
 $DEF$  le triangle de contact de  $ABC$ ,  
 $M, N$  les points d'intersection de  $(EF)$  avec les perpendiculaires à  $(BC)$  resp. en  $B, C$   
 et  $P, Q$  les seconds points d'intersection de  $I$  resp. avec  $(DM), (DN)$ .

**Donné :**  $(PQ)$  est parallèle à  $(BC)$ .<sup>18</sup>

### VISUALISATION



- Notons  $Td$  la droite  $(BC)$  tangente à  $I$  en  $D$ ,  
 et  $K, L$  les points d'intersection resp. de  $(DE)$  et  $(FQ)$ ,  $(DF)$  et  $(EP)$ .

<sup>18</sup>

Collinear points, AoPS du 23/07/2016 ;  
[http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1276894\\_collinear\\_points](http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1276894_collinear_points)

- D'après Étape 2,  $(KL) \parallel (BC)$  i.e. à  $Td$ .
- D'après Aubert-Pascal "Pentagramma mysticum" appliqué à l'hexagone dégénéré cyclique  $FD Td EPQF$ ,
  - (1)  $(KL)$  en est la pascale
  - (2)  $(PQ) \parallel Td$ .
- **Conclusion :**  $(PQ)$  est parallèle à  $(BC)$ .

## Archive

Source: Own, HSGS Open Olympiad 2016, day 2.

Jul 23, 2016, 8:02 am • 2 🐼

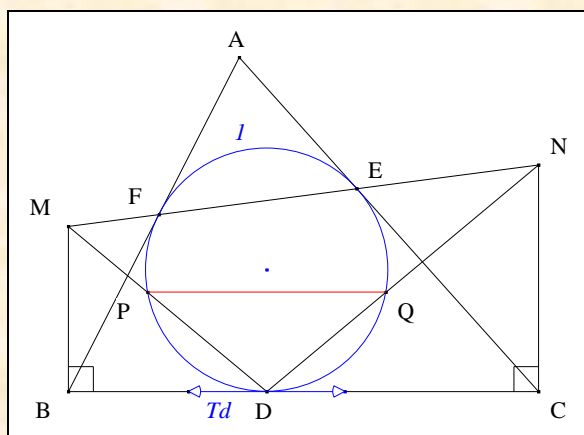
Let  $ABC$  be a triangle with incircle  $(I)$  touches  $BC, CA, AB$  at  $D, E, F$ , reps.  $M, N$  lie on line  $EF$  such that  $BM$  and  $CN$  are perpendicular to  $BC$ .  $DM, DN$  cut  $(I)$  again at  $P, Q$ .

a) Prove that  $PQ \parallel BC$ .

b) Let  $DE$  cuts  $FQ$  at  $K$ .  $DF$  cut  $EP$  at  $L$ . Prove that  $KL \parallel BC$ .

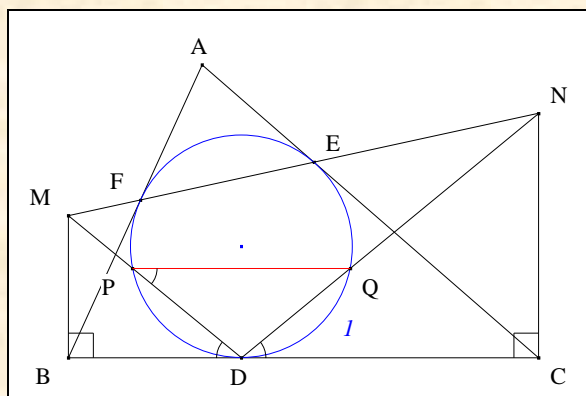
c) Prove that  $I, K, L$  are collinear.

- Scolies** (1) le triangle  $DPQ$  est D-isocèle



- Notons  $Td$  la tangente à  $I$  en  $D$ .
- Nous avons :
  - \*  $I$  est cercle circonscrit au triangle  $DPQ$
  - \*  $Td = (BC)$
- **Conclusion :**  $Td$  étant parallèle à  $(PQ)$ , le triangle  $DPQ$  est D-isocèle.

- (2) Deux triangles rectangles semblables



- Une chasse angulaire :
 

*	DPQ étant D-isocèle,	$\angle DPQ$	=	$\angle PQD$
*	par "Angles alternes-internes",	$\angle DPQ = \angle MDB$	et	$\angle PQD = \angle CDN$
*	par substitution,	$\angle MDB$	=	$\angle CDN$ .
- **Conclusion :** les triangles BDM, CDN étant resp. B, C-rectangle et ayant deux autres angles égaux, sont semblables.

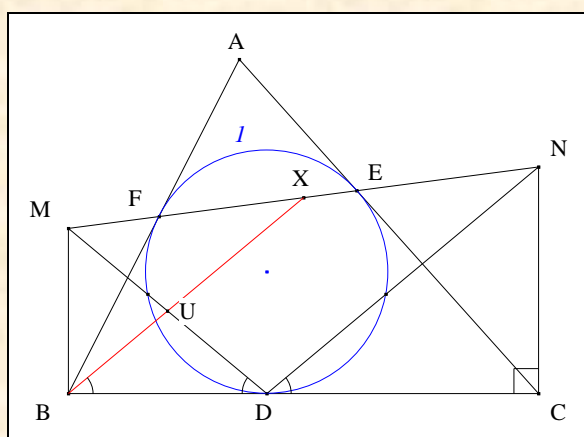


## ÉTAPE 4

L'auteur

## VISION

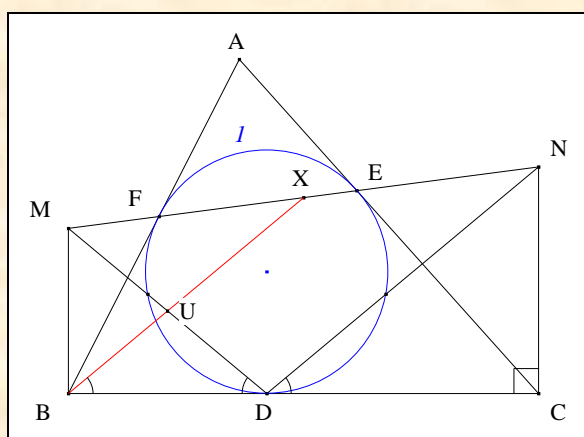
Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
 $I$  le cercle inscrit de ABC,  
 $I$  le centre de  $I$ ,  
DEF le triangle de contact de ABC,  
M, N les points d'intersection de (EF) avec les perpendiculaires à (BC) resp. en B, C  
et U, X les milieux resp de [DM], [MN].

**Donné :** (BX) est parallèle à (DN).

## VISUALISATION



• Une chasse angulaire :

- \* le triangle UBD étant U-isocèle,  $\angle DBU = \angle UDB$
- \* d'après Étape 3, scolie 2,  $\angle UDB = \angle CDN$
- \* par transitivité de  $=$ ,  $\angle DBU = \angle CDN$

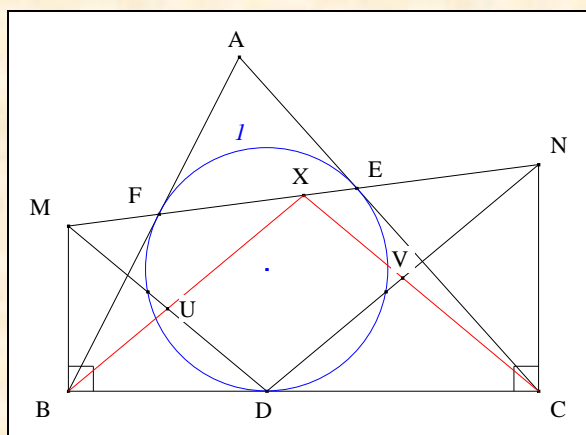
\* par "Angles correspondants",  $(BU) \parallel (DN)$ .

- D'après Thalès "La droite des milieux"  
appliqué au triangle MDN,  
par transitivité du  $\parallel$ ,  
d'après le postulat d'Euclide,  
en conséquence,

$(DN) \parallel (UX)$  ;  
 $(BU) \parallel (UX)$  ;  
 $(BU) = (UX)$  ;  
 B, U et X sont alignés.

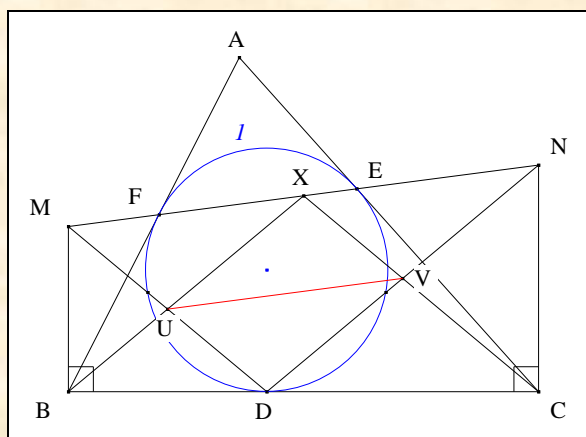
- **Conclusion :**  $(BX)$  est parallèle à  $(DN)$ .

**Scolies :** (1) deux autres parallèles



- Notons U le milieu de  $[DM]$
- **Conclusion :** mutatis mutandis, nous montrerions que  $(CX)$  est parallèle à  $(DM)$ .

(2) Deux parallèles remarquables



- **Conclusion :** d'après Thalès "La droite des milieux"  
appliqué au triangle DMN,  $(UV)$  est parallèle à  $(MN)$ .

(3) Un point remarquable sur  $(BD)$



## ÉTAPE 5

*Crux Mathematicorum* Problem 4277

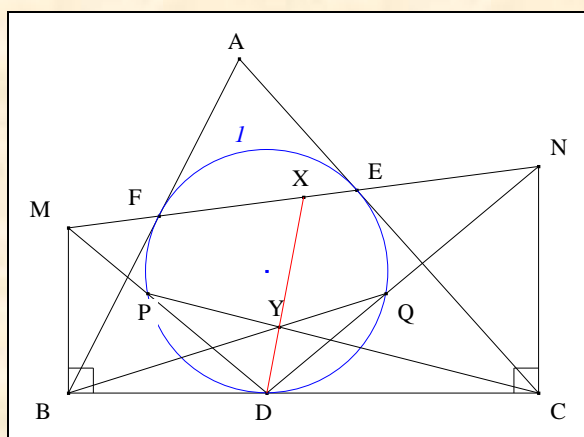
proposed

by

Tran Quang Hung <sup>21</sup> (Vietnam) 2017

## VISION

**Figure :**



**Traits :**

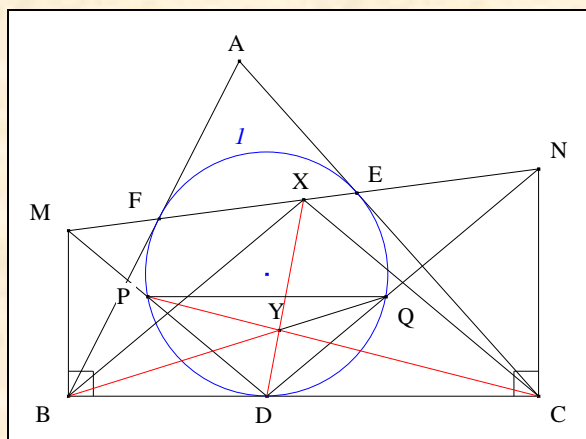
ABC	un triangle,
$I$	le cercle inscrit de ABC,
$I$	le centre de $I$ ,
DEF	le triangle de contact de ABC,
M, N	les points d'intersection de (EF) avec les perpendiculaires à (BC) resp. en B, C,
P, Q	les seconds points d'intersection de $I$ resp. avec (DM), (DN),
Y	le point d'intersection de (CP) et (BQ),
et X	le milieu de [MN].

**Donné :** D, X et Y sont alignés <sup>22</sup>.

## VISUALISATION COURTE

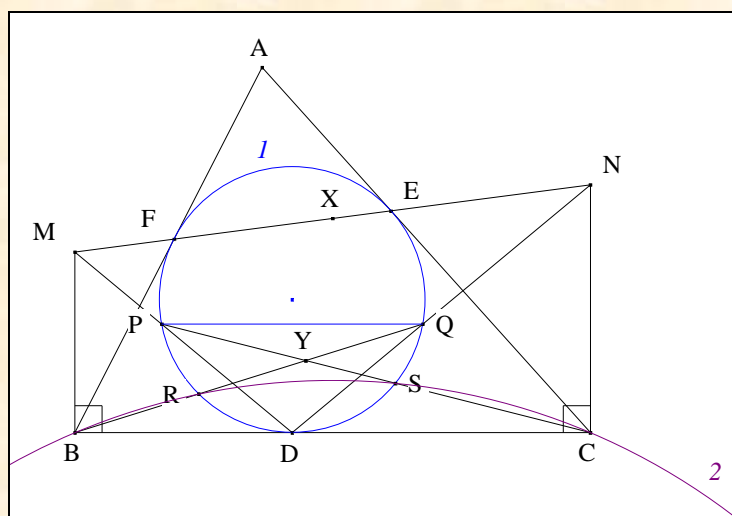
<sup>21</sup> connu sous le pseudonyme *buratinogigle* sur le site *Art of Problem Solving* (AoPS)

<sup>22</sup> *Crux Mathematicorum* vol. 43, 8 (Oct. 2017) ; <https://cms.math.ca/crux/>  
Milieu d'un segment , *Les-Mathematiques.net* ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1534990>

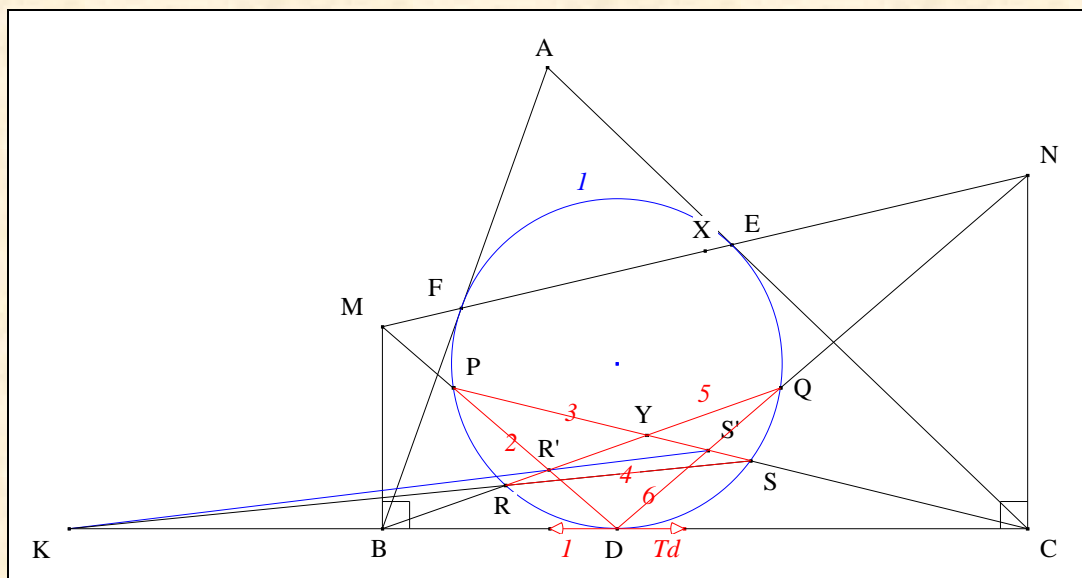


- D'après Étape 3,  $(PQ) \parallel (BC)$ .
- D'après Étape 4,  $(DQ) \parallel (BX)$  et  $(DP) \parallel (CX)$ .
- Les triangles DPQ et XCB étant homothétiques sont perspectifs ;  
en conséquence,  $(DX)$ ,  $(PC)$  et  $(QB)$  concourent en Y.
- **Conclusion :** D, X et Y sont alignés.

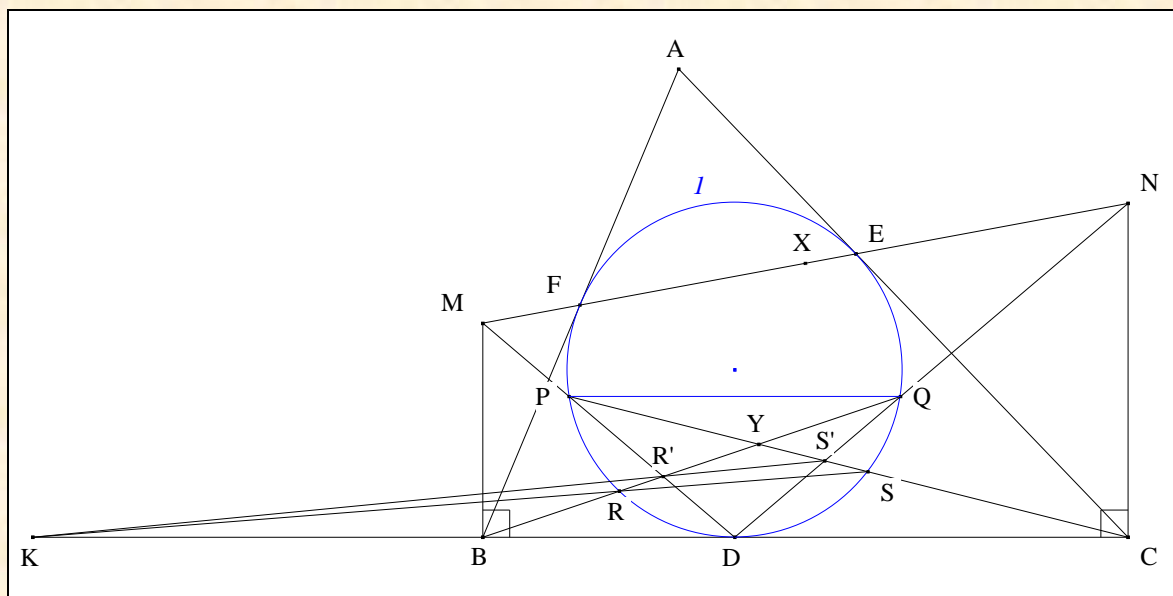
### VISUALISATION LONGUE



- Notons R, S les seconds points d'intersection de I resp. avec (BQ), (CP).
- D'après Étape 3,  $(PQ) \parallel (BC)$ .
- Le cercle I, les points de base R et S, les moniennes naissantes (QRB) et (PSC), les parallèles (QP) et (BC), conduisent au théorème 0'' de Reim ; en conséquence, R, S, B et C sont cocycliques.
- Notons 2 ce cercle.



- Notons  $R', S'$  les points d'intersection resp. de  $(BQ)$  et  $(DP)$ ,  $(BP)$  et  $(DQ)$ ,  
 $Td$  la tangente à  $I$  en  $D$   
 et  $K$  le point d'intersection de  $(RS)$  et  $(BC)$ .
- **Scolie :**  $Td = (BC)$ .
- D'après Aubert-Pascal "Pentagramma mysticum"  
 $(KR'S')$  est la pascale de l'hexagone dégénéré cyclique  $Td PSRQD$ .



- Une chasse de rapports  
 par application du théorème de Ménélaüs au triangle  $BYC$  et aux ménéliennes

$$* \quad (R'S'K), \quad (R'Y/R'B) \cdot (KB/KC) \cdot (S'C/S'Y) = 1$$

$$KB \cdot KC = (R'B/R'Y) \cdot (S'Y/S'C)$$

$$* \quad (R'DP), \quad (R'Y/R'B) \cdot (DB/DC) \cdot (PC/PY) = 1$$

$$R'B/R'Y = (DB/DC) \cdot (PC/PY)$$

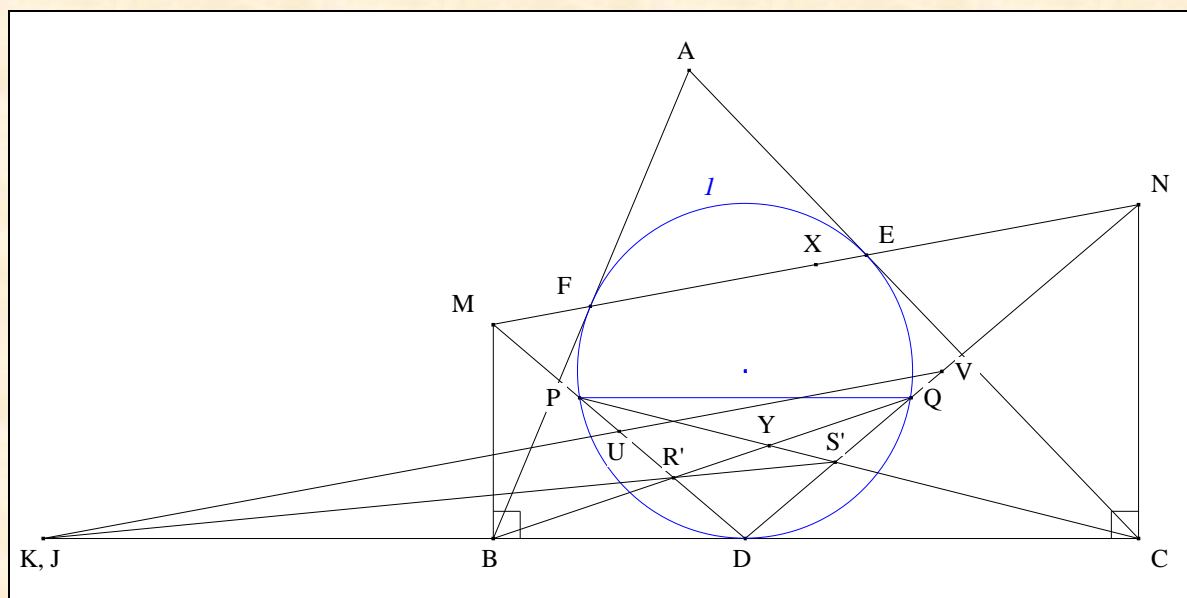


$$* \quad (S'DQ), \quad (S'C/S'Y) \cdot (QY/QB) \cdot (DB/DC) = 1$$

$$S'Y/S'C = (QY/QB) \cdot (DB/DC)$$

$$* \quad \text{d'après Thalès "Rapports"}, \quad PC/PY = QB/QY$$

$$* \quad \text{par substitution,} \quad KB.KC = (DB/DC)^2.$$



- Notons  $U, V$  les milieux resp de  $[DM], [DN]$ .

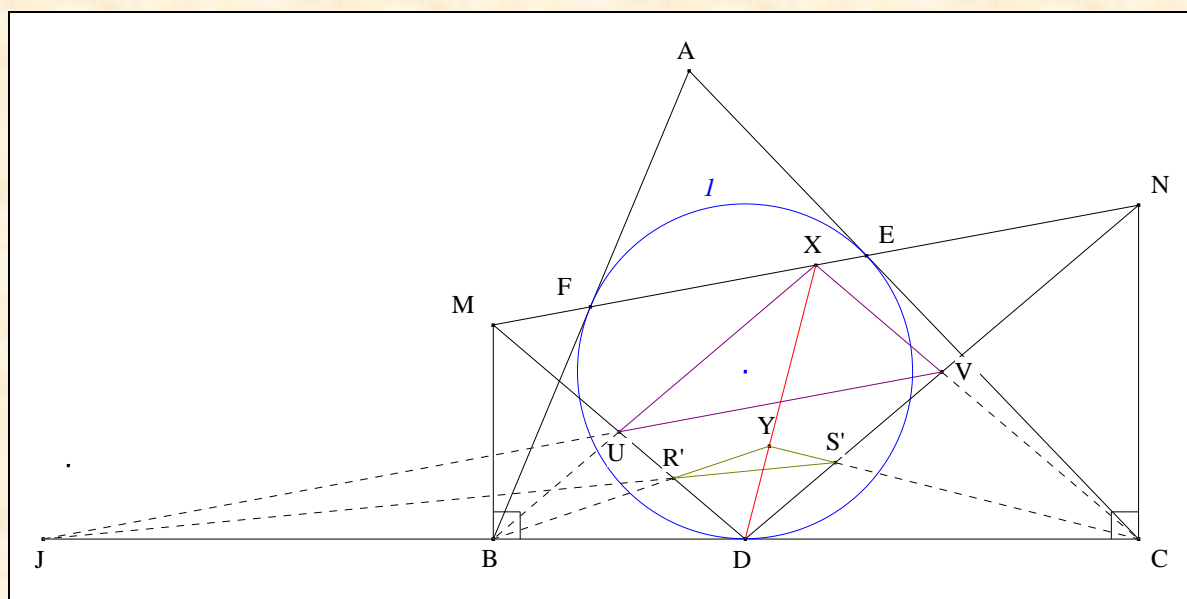
- D'après Étape 4, scolie 4,

$$JB/JC = (DB/DC)^2 ;$$

en conséquences,

(1)  $K$  et  $J$  sont confondus

(2)  $(UV), (R'S')$  et  $(BC)$  concourent en  $J$ .



- D'après Girard Desargues "Le théorème des deux triangles"<sup>23</sup>  
(BJC) étant l'arguésienne des triangles  $XUV$  et  $YR'S'$ ,

$XUV$  et  $YR'S'$  sont D-perspectifs.

<sup>23</sup>

Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. 7, p. 40-44 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



donc	therefore	répertorier	to index
droite	line		
d'où	hence	<b>S</b>	
distinct de	different from	semblable	similar
		sens	clockwise in this
<b>E</b>		order	
extérieur	external	segment	segment
		Sommaire	summary
<b>F</b>		symédiane	symmedian
figure	figure	suffisante	sufficient
		sommet (s)	vertex (vertice)
<b>H</b>			
hauteur	altitude	<b>T</b>	
hypothèse	hypothesis	trapèze	trapezium
		tel que	such as
<b>I</b>		théorème	theorem
intérieur	internal	triangle	triangle
identique	identical	triangle de contact	contact triangle
i.e.	namely	triangle rectangle	right-angle triangle
incidence	incidence		
<b>L</b>			
lemme	lemma		
lisibilité	legibility		
<b>M</b>			
mediane	median		
médiatrice	perpendicular bissector		
milieu	midpoint		