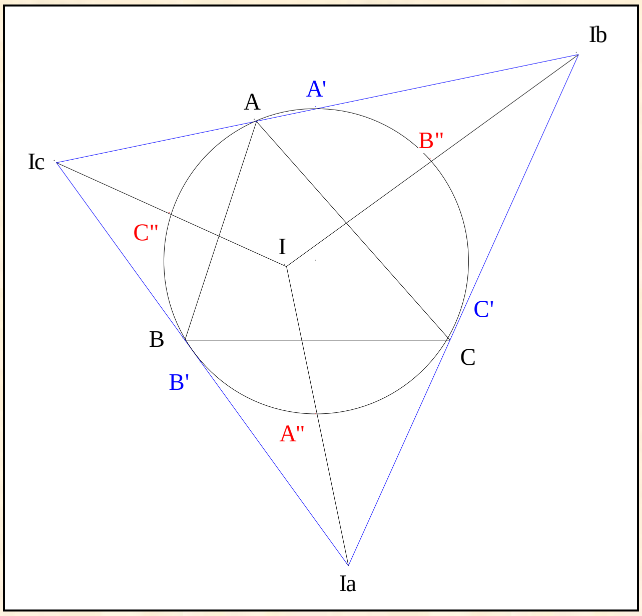
DEUX RÉSULTATS

DE

JULES ALEXANDRE MENTION

†

Jean-Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur présente une très courte note concernant deux résultats de Jules Alexandre Mention.
Des notes historiques et des archives accompagnent l'article.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Remerciements. L'auteur remercie les Professeurs Ercole Suppa [2], Douglas Rogers [3], Eisso Atzema et Sergey Demidov pour leur contribution dans les archives.

Abstract. The author presents a note on a result of John Alexander Third with development.
Historical notes and archives come with the article.
The figures are all in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

Acknowledgment. The author thanks Professors Ercole Suppa, Douglas Rogers, Eisso Atzema and Sergey Demidov for their contribution in the archives.

---

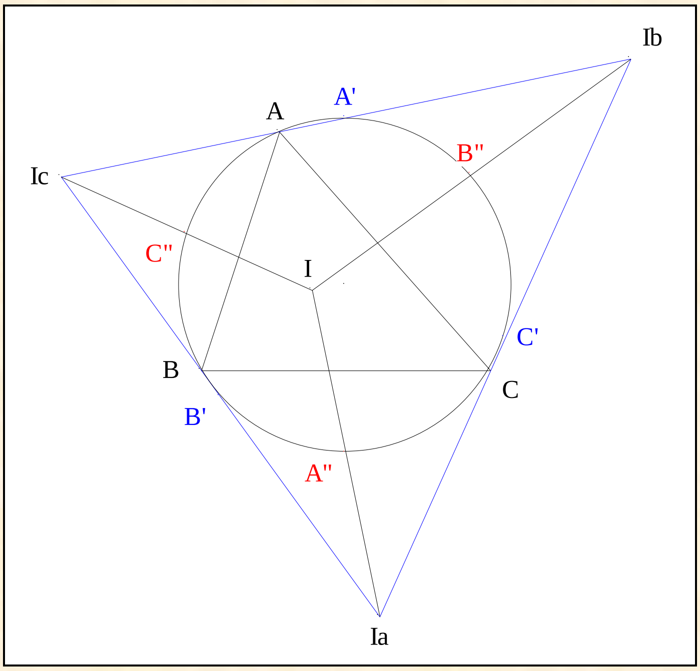
1 Saint-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 07/07/2013
2 Suppa E., Home Page, *Geometria Elementar* ; http://www.esuppa.it/
3 Rogers D., université d'Hawaï, Manoa (Honolulu, États-Unis)

Sommaire

A. LE THÉORÈME DE J. A. MENTION

VISION

Figure :



Traits :		ABC	un triangle,
		I	le centre de ABC,
		IaIbIc	le triangle excentral [4] de ABC,
		A', B', C'	les milieux resp. de [IbIc], [IcIa], [IaIb]
	et	A", B", C"	les milieux resp. de [IIa], [IIb], [IIc].

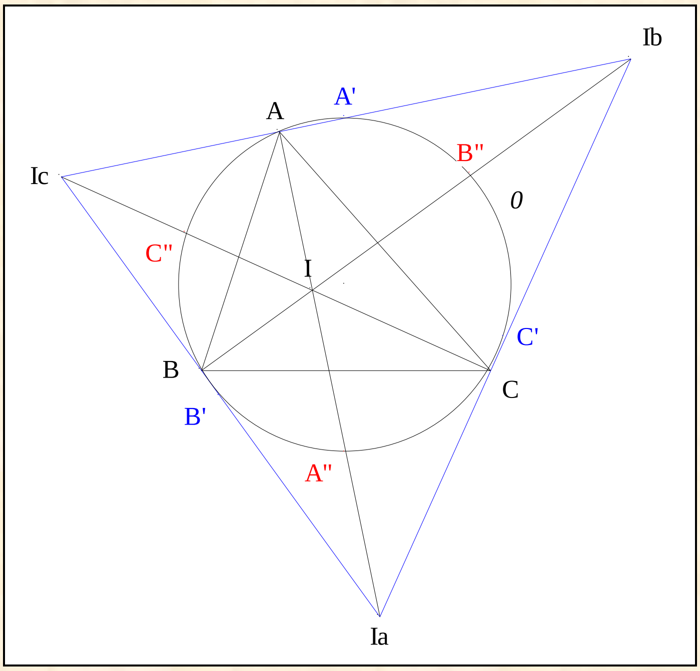
Donné : A', B', C', A", B" et C" sont cocycliques. [5]

VISUALISATION

---

4 Le triangle excentral d'un triangle a pour sommets les centres des cercles exinscrits de ce triangle

5 Mention J. A., Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **9** (1850) 324-327 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0
The Mathematical Monthly (1859) 157-158 ; http://archive.org/stream/mathematicalmon05runkgoog#page/n6/mode/2up
F. G.-M. *Exercices de Géométrie*, 6th ed., 1920 ; rééditions Jacques Gabay, Paris, théorème **150** n° **735** (1991) 309



- D'après Simon A. J. L'Huilier [6], **(1)** A, I et Ia sont alignés
  A, Ib et Ic sont alignés

  (2) B, I et Ib sont alignés
  B et Ia sont alignés

  (3) C, I et Ic sont alignés
  C, Ia et Ib sont alignés.

- Les A, B , C-bissectrices intérieures et extérieures de ABC étant perpendiculaires, (IaIA), (IbIB) et (IcIC) sont resp. les Ia, Ib, Ic-hauteurs de IaIbIc.

- D'après Archimède de Syracuse [7], I est l'orthocentre de IaIbIc.

- D'après l'ingénieur civil Benjamin Bevan [8], A, B, C, A', B' et C' sont cocycliques.

- Notons *0* ce cercle.

- **Scolies :** **(1)** *0* est "le cercle des six points ou d'Euler-Bevan de IaIbIc"

  (2) A", B" et C" sont "les A, B, C-points d'Euler ou eulériens de IaIbIc"

- D'après Jean-Victor Poncelet [9], *0* passe par A", B" et C".

- **Conclusion :** A', B', C', A", B" et C" sont cocycliques.

---

6 L'Huilier S. A. J., *Géométrie* # **5**, proposition **VI**
7 Archimède, *Scolies*, lemme **5**
Heath T. L., *Works of Archimedes*, Cambridge (1897) Lemmas **5**
8 Bevan B., *Mathematical Repository* de Leybourn **I** (1804) 18
Ayme J.-L., Les cercles de Morley, Euler…, G.G.G. vol. **2**, p. 3-5 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
9 Brianchon, Poncelet, *Annales* de Gergonne **11** (1820-21) 215, théorème **9** ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AMPA

Énoncé traditionnel :

les quatre centres des cercles inscrit et exinscrits à un triangle
étant
joints deux à deux donnent six longueurs ;
les six milieux de ces segments sont sur le cercle circonscrit au triangle.

Note historique 1 : Christian von Nagel en 1836 et Carl Adams en 1846, ont approché ce résultat ainsi que Eugenio Beltrami quelques années plus tard.

Note historique 2 : la dénomination de cercle ex-inscrit a été introduite par Simon Lhuilier [10] en 1812.

Note historique 3 : le cercle passant par les six points A', B', C', A", B", C" a été appelé "le cercle des six points" par John Casey en 1861. Ce cercle est appelé en France, "cercle d'Euler" à la suite de Brocard, en Allemagne, "cercle de Feuerbach" en souvenir de ce géomètre qui, en 1822, a redémontré ce résultat en précisant son centre et d'autres propriétés. D'après les recherches de l'historien anglais James Sturgeon MacKay, ce cercle n'apparaît nulle part dans l'œuvre d'Euler. Mackay[11] dans un article de 1892, intitulé *History of the Nine Point Circle*, attribue ce cercle à John Whitley[12]. Une autre source attribue ce cercle à l'ingénieur civil Benjamin Bevan[13].
Les points A*, B* et C* sont appelés "points d'Euler" ou "points eulériens" par F. G.-M.[14]
Le cercle passant par les neuf points A', B', C', A", B", C", A*, B* et C* a été appelé "cercle des neuf points" par Étienne Bobillier en 1832 et par Jules Alexandre Mention[15].

Archives

NOTE SUR LE TRIANGLE RECTILIGNE;

PAR M. J. MENTION.

Le but de cette Note est de mettre en lumière certaines propriétés déjà connues, et d'en signaler d'autres non encore remarquées.

PREMIÈRE PARTIE.

1. Les points où les bissectrices coupent le cercle circonscrit sont les milieux des distances des centres du cercle inscrit et des cercles ex-inscrits (I, I', I'', I'''). On le reconnait directement, ou, si l'on veut, c'est une conséquence de la propriété du cercle des neuf points.

Bobillier (*Géométrie*, § 5, proposition VI) s'est servi de cette propriété pour donner la valeur de la distance des centres du cercle inscrit et du cercle circonscrit, vérifiée par Simon Lhuilier (*Annales de Gergonne*, tome I, page 149) assez péniblement. Mais personne ne me parait en avoir tiré le parti que voici.

Les milieux de II' et I''I''' étant sur un même diamètre, comme les distances de ces milieux au côté *a* sont égales

[16]

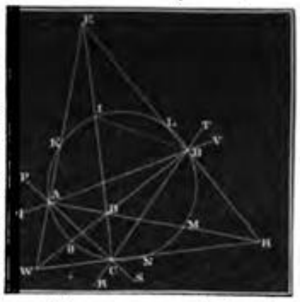
---

[10] L'Huilier S. A. J., *Annales* de Gergonne **1** (1812) 156 ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AMPA
[11] MacKay J. S., *Plane Geometry* (1904)
[12] Whitley J., *Gentleman's Mathematical Companion* (1808) 133
[13] Bevan B., *Mathematical Repository* de Leybourn I (1804) 18
[14] F. G.-M., *Exercices de Géométrie*, 2-ième édition (1882) n° **721**
[15] Mention, *Nouvelles Annales* **9** (1850) ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AMPA

Prize Solution of Problem V.

"Four circles may be described, each of which shall touch the three sides of a triangle, or those sides produced. If six straight lines be drawn, joining the centres of these circles two and two, prove that the middle points of these six lines are in the circumference of the circle circumscribing the given triangle."

Let ABC be the given triangle. Bisect its angles by the lines AH, BW, CE. These lines contain the centres of the tangent circles, since each line bisects the angle formed by two tangents. D is the centre of the inscribed circle, and the centres of the three other circles, H, W, and E are determined by drawing HW, WE, and EH perpendicular respectively to CE, AH, and BW; for by this construction HW, WE, and EH are made to bisect, respectively, the angles BCS, CAQ, and ABT formed by tangents to the circles, and therefore contain the centres of the circles. Circumscribe about the triangle the circle $AIBNO$, and draw IB.



— 158 —

The angle IBO is measured by $\frac{1}{2}(IA + AO)$; also the angle IDB is measured by $\frac{1}{2}(IB + OC)$. But $IB = IA$ and $OC = AO$.

∴ the angle $IBO = IDB$ and their complements $EBI = IEB$.

∴ the triangles BDI and EIB are isosceles, and $EI = IB = ID$.

Similarly it may be proved that $MH = MD$ and $WO = OD$. Again, from the secants AE and EC, $\frac{EI}{EK} = \frac{EA}{EC}$, and from the similar triangles EAD and ECW, $\frac{EA}{ED} = \frac{EC}{EW}$. Combining these two proportions, $\frac{EI}{ED} = \frac{EK}{EW}$ or $\frac{EI}{ED - EI} = \frac{EK}{EW - EK}$ ∴ $\frac{EI}{ID} = \frac{EK}{KW}$; but $EI = ID$ ∴ $EK = KW$.

Similarly it may be proved that $WN = NH$ and $HL = LE$. Hence the middle points of the lines connecting the centres of the four tangent circles are in the circumference of the circumscribing circle.

This solution is by Mr. George A. Osborne, Jr. Several other solutions of this interesting problem are also of decided excellence; and it is only for want of room in the Monthly that we do not recommend them for publication. The analytical solutions of Messrs. George B. Hicks and George W. Jones, although long, are of a high order of merit.

No complete sets of solutions of the Prize Problems in the second number of the Monthly have been received; and none of the competitors are entitled to a prize.

Joseph Winlock,
Chauncey Wright,
Truman Henry Safford.

[17]

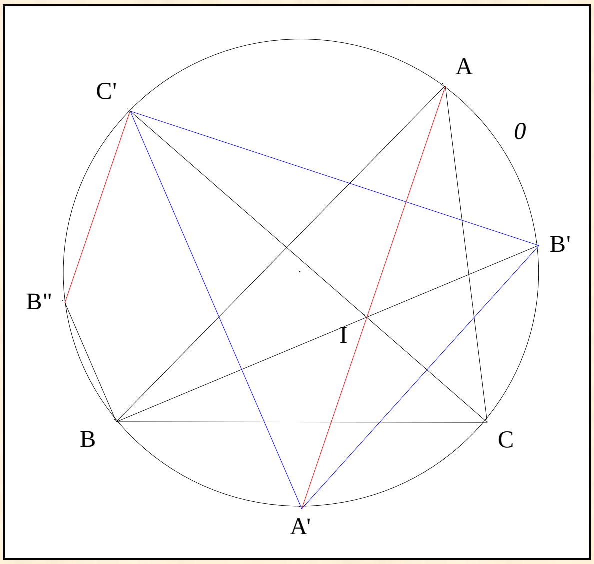
[16] Mention J. A., Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **9** (1850) 324-327 ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0

[17] *The Mathematical Monthly* (1859) 157-158 ; http://archive.org/stream/mathematicalmon05runkgoog#page/n6/mode/2up

B. LA PARALLÈLE DE J. A. MENTION

VISION

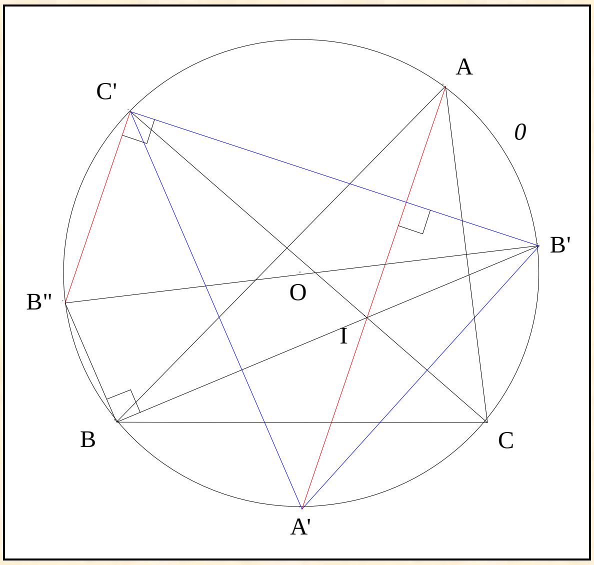
Figure :



Traits : ABC un triangle,
0 le cercle circonscrit à ABC,
I le centre de ABC,
A'B'C' le triangle I-circumcévien de ABC
et B" le second point d'intersection de la B-bissectrice extérieure de ABC avec *0*.

Donné : (B"C') est parallèle à (AIA'). [18]

VISUALISATION



[18] Mention J. A., référence égarée

- Notons O le centre de *0*.
- Par culture géométrique, (AA') ⊥ (B'C').
- D'après Thalès "Triangle rectangle inscriptible dans un demi cercle" appliqué au
  * triangle B-rectangle BB'B", B', O et B" sont alignés.
  * triangle le triangle C'B"B', C'B"B' est C'-rectangle ;

en conséquence, (B'C') ⊥ (B"C') ;
d'après l'axiome **IVa** des perpendiculaires, (AIA') // (B"C').

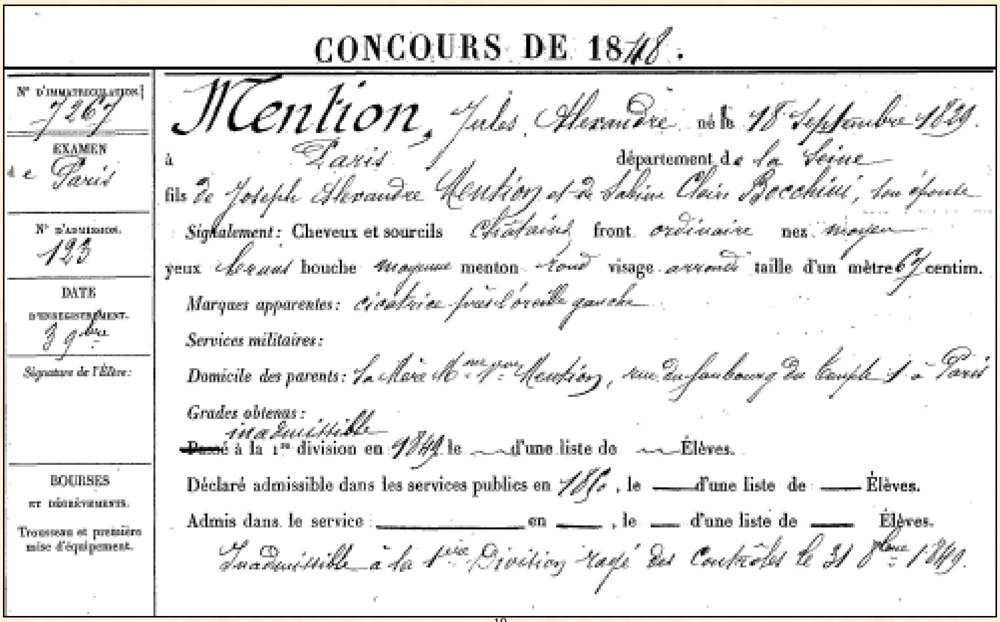
- **Conclusion :** (B"C') est parallèle à (AIA').

C. UNE COURTE BIOGRAPHIE

DE

JULES ALEXANDRE MENTION

Jules Alexandre Mention est né le 18 septembre 1829 à Paris (France).
Fils de Joseph Alexandre Mention et de Sabine Claire Bocchini, Jules A. Mention qu'il ne faut pas confondre avec le géomètre belge Paul Mansion, est élève de spéciales au lycée Descartes de 1845 à 1846. L'année suivante, il rejoint le lycée Louis-le-Grand et en 1847 est élève de spéciales dans la classe de Richard.


CONCOURS DE 1848.

N° d'immatriculation 7267
Examen de Paris
N° d'admission 123
Date d'enregistrement 3 9bre
Signature de l'Élève :
Bourses et dégrèvements.
Trousseau et première mise d'équipement.

Mention, Jules Alexandre né le 18 Septembre 1829
à Paris département de la Seine
fils de Joseph Alexandre Mention et de Sabine Claire Bocchini, son épouse
Signalement : Cheveux et sourcils châtains front ordinaire nez moyen
yeux bruns bouche moyenne menton rond visage arrondi taille d'un mètre 67 centim.
Marques apparentes : cicatrice près l'oreille gauche
Services militaires :
Domicile des parents : la Mère Mme Vve Mention, rue du faubourg du temple 1 à Paris
Grades obtenus :
~~Passé~~ inadmissible à la 1re division en 1849 le — d'une liste de — Élèves.
Déclaré admissible dans les services publics en 1850, le — d'une liste de — Élèves.
Admis dans le service — en —, le — d'une liste de — Élèves.
Inadmissible à la 1re Division rayé des Contrôles le 31 8bre 1849.

[19]

En 1848, il entre à l'École Polytechnique et a comme professeur Eugène Catalan. A sa sortie, il enseigne aux lycées de Sainte Barbe et de Sainte Geneviève à Paris.

[19] Bibliothèque centrale de l'École Polytechnique ; http://bibli.polytechnique.fr/F/?func=file&file_name=fid-b&local_base=BCXC2

En 1849, il définit "le cercle des hauteurs". L'année suivante, il donne une solution métrique du théorème de Feuerbach [20].
Parallèlement, il est le précepteur de la princesse Élisabeth (Lise) Troubetskoï qu'il suivra à Saint-Pétersbourg en 1857. Il publie alors quelques articles dans le Bulletin de l'Académie de St. Petersburg.
De retour à Paris en 1860, il enseigne au collège des jésuites de la rue de Vaugirard et participe aux *Nouvelles Annales de Mathématiques* et ce jusqu'en 1867.

Pour la petite histoire, Lise Espérovna Troubetzkoi, née princesse Bélosselsky-Bélozersky (1834-1907) se marie en 1852 avec le prince Pierre Nikitch Troubetzkoy (1826-1880), Maître des cérémonies à la cour impériale.
Elle est issue d'une famille de la haute aristocratie de Saint- Petersburg. Durant son séjour à Paris, elle tenait un salon politique dont Adolphe Thiers était un hôte assidu et entretenait avec Léon Gambetta des relations amicales.

Grasset, 1938, Lettres 196, 197, 330, etc.). Edmond de Goncourt trace de cette princesse un portrait féroce : *Une bien vilaine et repoussante créature que cette princesse Troubetzkoï, avec son visage Kalmouk, l'hébétement chinois de sa figure, le dandinement de poussah de toute sa personne, l'air stupide et aphrodisiaque de son être mal dégrossi dans une matière brute. Dans sa toilette parisienne, elle apparaît comme une idole de pays sauvage, à laquelle une modiste de la capitale se serait amusée à accrocher ironiquement les fanfioles de son magasin. Outrageusement décolletée, ses seins aux boutons dépassant le corset ont la flaccidité et le reploiement mou de crêpes posées sur des coupes./Flaubert, excité par toutes les laideurs morales et physiques de cette Cosaque, affirme qu'il aurait plaisir à* copuler *avec cette femme, mordu par le même désir qui précipite certains hommes dans une maison publique entre les bras de la vieille bonne de l'établissement.* (*Journal*, 8 mars 1877).

51. Voici le portrait qu'un contemporain brosse du Gambetta d'alors : *C'était un gros homme court, larges d'épaules, d'une taille au-dessous de la moyenne, puissant d'encolure, le visage bouffi, huileux, vermillonné, avec un œil mort et un œil flamboyant, la face bestiale et le profil romain.* (Talmeyr, in *l'Intransigeant*, 7 janvier 1883, cité par Emile Pillias, *Léonie Léon, Amie de Gambetta*, N.R.F., 1935, p. 62)

[20] Mention J. A., Distance du centre du cercle inscrit au point de rencontre des hauteurs dans un triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **5** (1846) 403-404 ;
Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **9** (1850) 324-327 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0