



*Red Geometry*

## PROBLEM 27

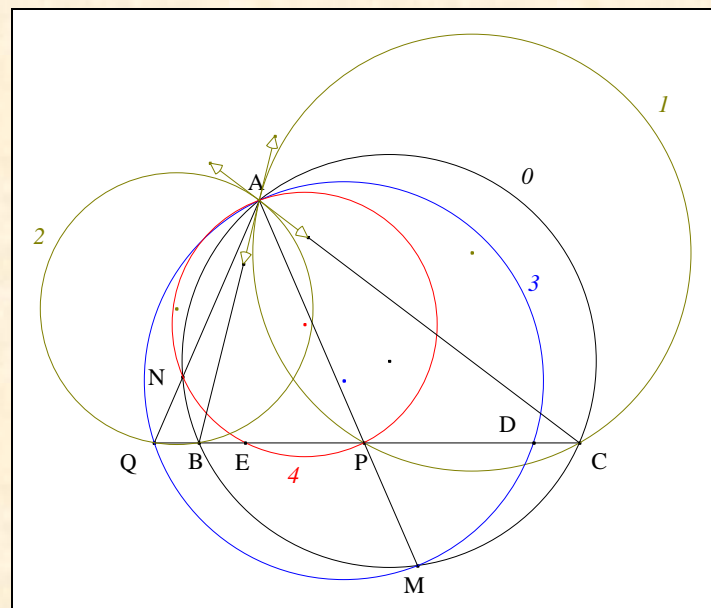
proposed

by

Tran Quang Hung <sup>1</sup> (Vietnam) 2013

### VISION

Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
 $O$  le cercle circonscrit à ABC,  
 $1$  le cercle tangents à (AB) en A passant par C,  
 $2$  le cercle tangents à (AC) en A passant par B,  
P, Q les seconds points d'intersection de (BC) resp. avec  $1$ ,  $2$ ,  
M, N les seconds points d'intersection de (AP), (AQ) avec  $O$ ,  
 $3$ ,  $4$  les cercles circonscrits resp. aux triangles AQM, APN  
et D, E les seconds points d'intersection de (BC) resp. avec  $3$ ,  $4$ .

**Donné :**  $BD = CE$  <sup>2</sup>.

<sup>1</sup> connu sous le pseudonyme *buratinogigle* sur le site *Art of Problem Solving* (AoPS)

<sup>2</sup> Tran Quang Hung, *Red Geometry*, Problem 27 ; <https://analgematica.files.wordpress.com/2013/02/derakynay7141.pdf>  
*Red Geometry* 27, *Les-Mathematiques.net* ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1540998>

## Archives

**Problem 27.** Let  $ABC$  be a triangle.  $P, Q$  are the points on  $BC$  such that circumcircle  $(ABQ)$ ,  $(ACP)$  touches  $AC, AB$ , resp.  $AP, AQ$  intersect circumcircle  $(ABC)$  at  $M, N$ , reps. Circumcircle  $(AQM)$ ,  $(APN)$  intersect  $BC$  at  $D, E$ , resp. Prove that  $BD = CE$ .

3

**poulbot** [ Répondre par message privé ]

Red Geometry 27

il y a une heure

Membre depuis : il y a quatre années

Messages: 3 443

Bonjour

Voici l'énoncé tel que l'a posé Tran Quang Hung :

*Etant donné un triangle  $ABC$ ,  $P$  et  $Q$  sont les points de la droite  $BC$  pour lesquels les cercles  $ACP$  et  $ABQ$  sont tangents respectivement aux droites  $AB$  et  $AC$ . Les droites  $AP$  et  $AQ$  recoupent le cercle  $ABC$  respectivement en  $M$  et  $N$ . Les cercles  $AQM$  et  $APN$  recoupent la droite  $BC$  respectivement en  $D$  et  $E$ . Montrez que  $BD = CE$ .*

Accessoirement, on pourra aussi faire une remarque (très) pertinente sur l'hypothèse faite sur les points  $P$  et  $Q$ .

Amicalement. Poulbot

4

## Une photo



communiquée par le professeur Nguyen van Linh <sup>5</sup> (first one on the left) qui précise

*Tran Quang Hung (3rd person from the left) is also a Vietnamese geometry teacher. He is working at High school for Gifted student (HSGS), Hanoi University of Science.*

<sup>3</sup> Tran Quang Hung, *Red Geometry*, Problem 27 ; <https://analgeomatrica.files.wordpress.com/2013/02/derakynay7141.pdf>  
<sup>4</sup> Red Geometry 27, *Les-Mathematiques.net* ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1540998>  
<sup>5</sup> <https://nguyenvanlinh.wordpress.com/>

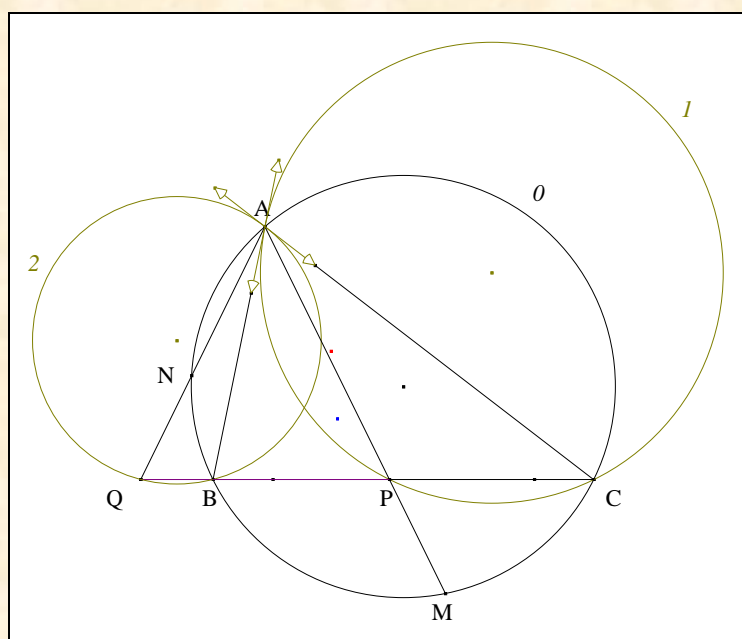
## VISUALISATION

### ÉTAPE 1

Damiano Scarponi ou Hiroshi Haruki

### VISION

Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
 $O$  le cercle circonscrit à ABC,  
 $I$  le cercle tangents à (AB) en A passant par C,  
 $2$  le cercle tangents à (AC) en A passant par B,  
P, Q les seconds points d'intersection de (BC) resp. avec  $I$ ,  $2$   
et M, N les seconds points d'intersection de (AP), (AQ) avec  $O$ .

**Donné :** reconnaître un cas particulier de la figure de Hiroshi Haruki.

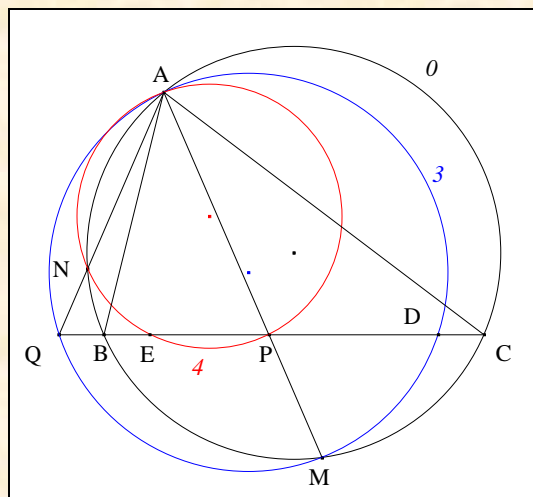
**Commentaire :** la figure proposée par Tran Quang Hung est la figure "augmentée" de celle Hiroshi Haruki. En notant K le second point d'intersection de  $I$  et  $2$ , nous retrouvons un résultat de l'italien Damiano Scarponi à savoir que (BK), (CK) passent par les milieux resp. de [AB], [AC]... Une ouverture pour un éventuel autre résultat...

## ÉTAPE 2

Hiroshi Haruki

### VISION

Figure :



**Traits :** aux notations et hypothèses précédentes, nous ajoutons  
**et** 3, 4 les cercles circonscrits resp. aux triangles AQM, APN  
 D, E les seconds points d'intersection de (BC) resp. avec 3, 4.

**Donné :**  $BE = CD$ .

**Commentaire :** nous reconnaissons la figure d'Hiroshi Haruki.  
 Une preuve synthétique de ce résultat peut être vue sur le site de l'auteur. <sup>6</sup>

### Une courte biographie de Hiroshi Haruki



Hiroshi Haruki est né au Japon.  
 Il obtient son Master of science, puis son Phd à l'université d'Osaka où il en deviendra l'un de ses professeurs.  
 De 1986 jusqu'à sa retraite en 1986, il enseigne à l'université de Waterloo au Canada.  
 Il décède le 13 septembre 1997.

<sup>6</sup> Ayme J.-L., 5. Quickie 7, G.G.G. vol. 15, p. 20-23 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>  
 Hiroshi Haruki's Lemma, cut-the-knot , <https://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/Haruki.shtml>  
 Bezverkhnyev Yaroslav, Haruki's Lemma..., *Forum Geometricorum*, Volume 8 (2008) 63-72 ;  
<http://forumgeom.fau.edu/FG2008volume8/FG200809.pdf>