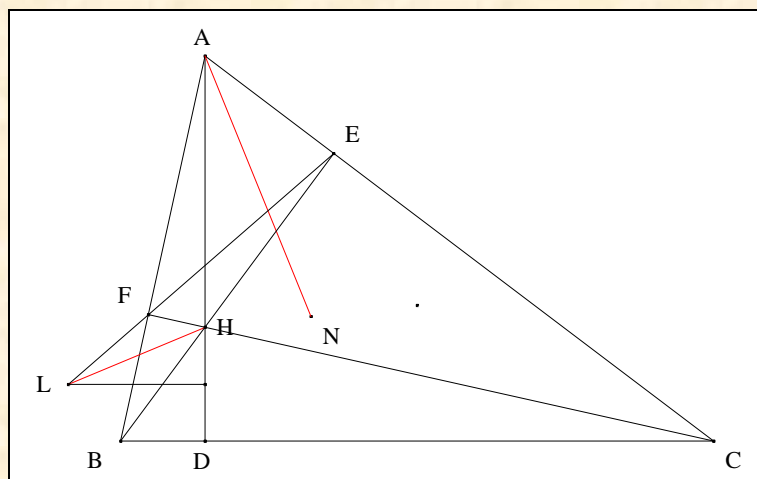


## SIMPLICITY 2



*Dans chaque château,  
il y a un donjon où réside une princesse.  
La Haute Dame de ce château a ravi mon cœur  
et  
est devenue la source de mon inspiration.*

Jean-Louis AYME <sup>1</sup>



**Résumé.** L'auteur présente *Simplicity* où une figure simple appelle une solution simple...  
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

**Abstract.** The author presents *Simplicity* where a simple figure called a simple solution...  
The figures are all in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

<sup>1</sup> St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 17/02/2017 ; [jeanlouisayme@yahoo.fr](mailto:jeanlouisayme@yahoo.fr)

**Resumen.** El autor presenta *Simplicity* donde una simple figura llama una solución simple... Las figuras están en posición general y todos los teoremas mencionados pueden todos ser demostrados sintéticamente.

**Avertissement.** L'auteur rappelle que la vision triangulaire d'un résultat est laissée aux soins du lecteur.  
 Un renvoi comme "Problème 5" signifie que le lecteur se référera au "Problème 5" de la même section.  
 Un renvoi comme "12. Problème 5" signifie que le lecteur se référera au "Problème 5" de "*Simplicity 12*".  
 Un foot note précise une origine du problème, une signification ou renvoie à un article de l'auteur.

**Warning.** The author recalls that the triangular vision of a result is left to the reader care.  
 A reference as "Problem 5" means that the reader refers to the "Problem 5" of the same section.  
 A reference like "12. Problem 5" means that the reader refers to the "Problem 5" of "*Simplicity 12*".  
 A foot note specifies an origin of the problem, a meaning or refers to an article of the author.

**Advertencia.** El autor recuerda que la visión triangular del resultado queda al cuidado del lector.  
 Una referencia como "Problema 5" significa que el lector consulte la sección "Problema 5" de la misma. Una referencia como "12. Problema 5" significa que el lector consulte "Problema 5" de "*Simplicity 12*".  
 Una nota especifica un origen del problema, un significado o se refiere a un artículo del autor

Sommaire	
1. Une perpendiculaire à (AN)	3
2. Une perpendiculaire à (AN)	6
3. Deux segments égaux	8
4. Deux parallèles	11
Lexique Français-Anglais	

# 1. UNE PERPENDICULAIRE À $(AN)^2$

A lemma

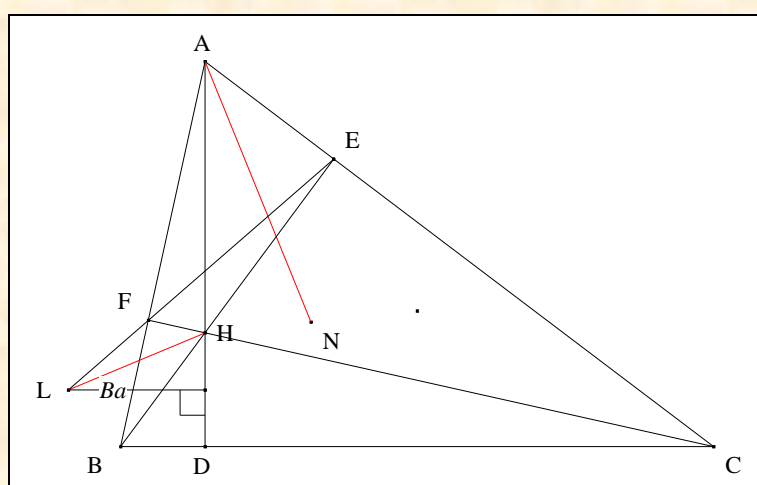
proposed

by

Luis Gonzales, Venezuela

## VISION

Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
H l'orthocentre de ABC,  
N le centre du cercle d'Euler de ABC,  
DEF le triangle orthique de ABC,  
*Ba* la médiatrice de [DH]  
et L le point d'intersection de *Ba* et (EF).

**Donné :** (LH) est perpendiculaire à (AN).

**Commentaire :** .

## VISUALISATION

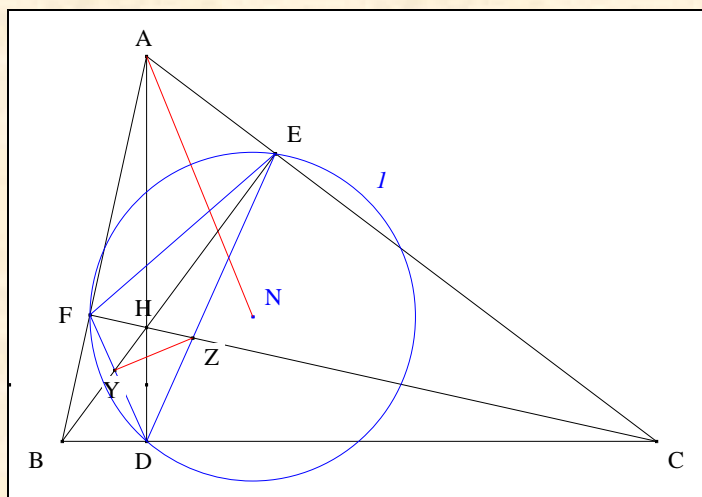
<sup>2</sup>

2017 Olympic Revenge, Problem 2

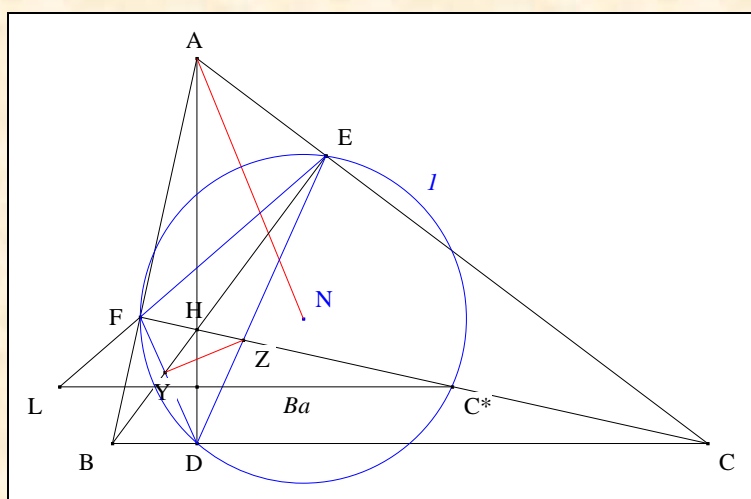
Equal length, AoPS du 20/02/2017 ; [https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1386490\\_equal\\_length](https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1386490_equal_length)

A lemma from Luis Gonzales, AoPS du 11/03/2017 ;

[https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1399346\\_a\\_lemma\\_of\\_luis\\_gonzales](https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1399346_a_lemma_of_luis_gonzales)



- D'après Philippe Naudé dit *le Jeune* <sup>3</sup>,  $H$  est le centre de  $DEF$
- Notons  $Y, Z$  les pieds des  $E, F$ -bissectrices intérieures de  $DEF$   
et  $I$  le cercle d'Euler de  $ABC$ .
- **Scolies :**
  - (1)  $DEF$  est le triangle orthique de  $HBC$
  - (2)  $A$  est l'orthocentre de  $HBC$
  - (3)  $I$  est le cercle d'Euler de  $HBC$
  - (4)  $N$  est le centre de  $I$
  - (5)  $(YZ)$  est l'axe orthique de  $HBC$
  - (6)  $(AN)$  est la droite d'Euler de  $HBC$
- **Conclusion partielle :** d'après Darij Grinberg <sup>4</sup>  $(AN) \perp (YZ)$ .



- Notons  $C^*$  le C-point d'Euler de  $ABC$ .

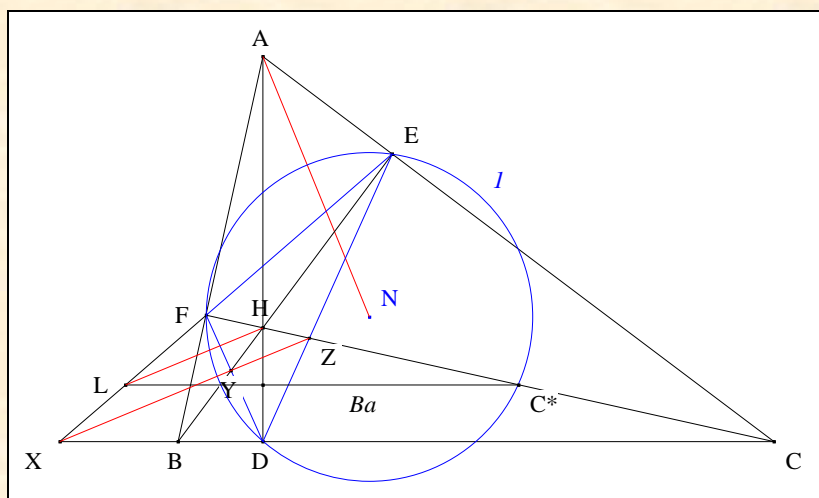
<sup>3</sup> Naudé P. (1684-1745), *Miscellanea Besolinensia* **5** (1737) 17

<sup>4</sup> Grinberg D., Incentral Triangle question, Message *Hyacinthos* # **6542** du 15/02/2003 ;  
<https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/6542>

Perpendicular, *Mathlinks* du 04/09/2009 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=299372>

Ayme J.-L., La droite d'Euler est perpendiculaire à l'axe orthique, *G.G.G.* vol. **1** ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

- **Scolies :** (1)  $C^*$  est le milieu de  $[CH]$
- (2)  $C^*$  est sur  $I$
- (3)  $Ba$  passe par  $C^*$ .



- Notons  $X$  le point d'intersection de  $(EF)$  et  $(BC)$ .

- **Scolies :** (1)  $X$  est sur  $(YZ)$
- (2)  $C$  est le  $F$ -excentre de  $DEF$ .

- D'après Thalès de Milet,  $FX/FL = FC/FC^*$
- D'après Euclide d'Alexandrie, le quaterne  $(F, Z, H, C)$  est harmonique ;  
par permutation, le quaterne  $(H, C, F, Z)$  est harmonique ;  
par permutation, le quaterne  $(C, H, Z, F)$  est harmonique.
- D'après Colin MacLaurin,  $FH.FC = FZ.FC^*$  <sup>5</sup> ou encore  $FC/FC^* = FZ/FH$ .
- Par transitivité de  $=$   $FX/FL = FZ/FH$ .
- D'après Thalès de Milet,  $(XYZ) \parallel (LH)$  ;
- **Conclusion partielle :**  $(AN) \perp (LH)$ .
- **Conclusion :** par symétrie de  $\perp$ ,  $(LH)$  est perpendiculaire à  $(AN)$ .

5

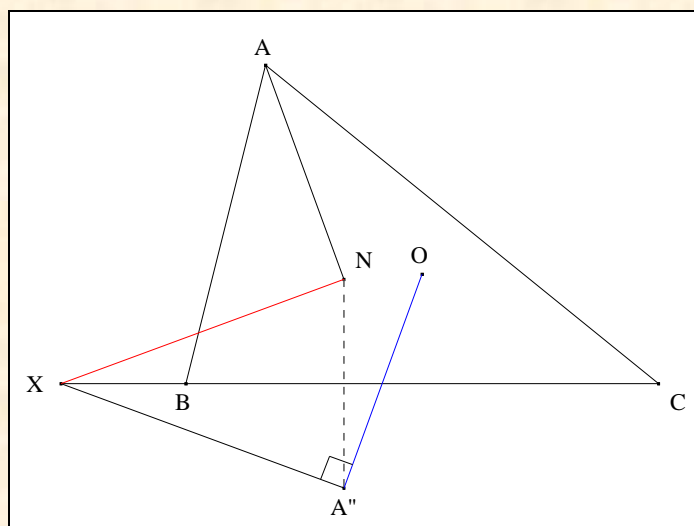
Lebossé C. et Hémery C., *Géométrie*, éd. Nathan (1961), rééd. J. Gabay, p. 167-168



## 2. UNE PERPENDICULAIRE À (AN)

### VISION

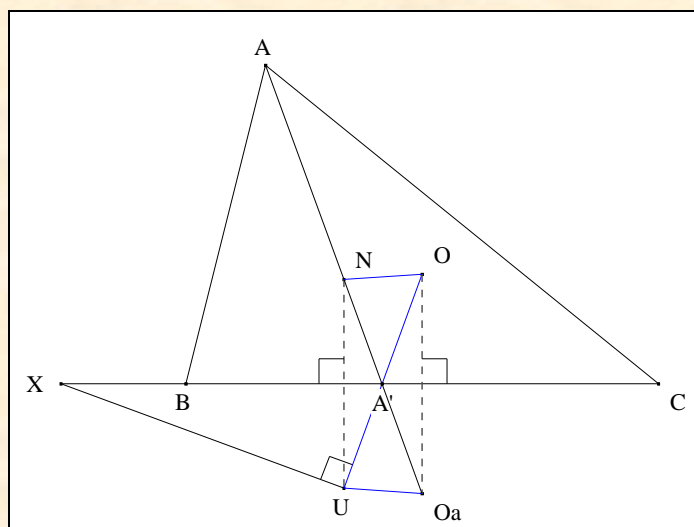
Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
 O le centre du cercle circonscrit à ABC,  
 N le centre du cercle d'Euler de ABC,  
 U le symétrique de N par rapport à (BC)  
 et X le point d'intersection de la perpendiculaire à (OU) en U avec (BC).

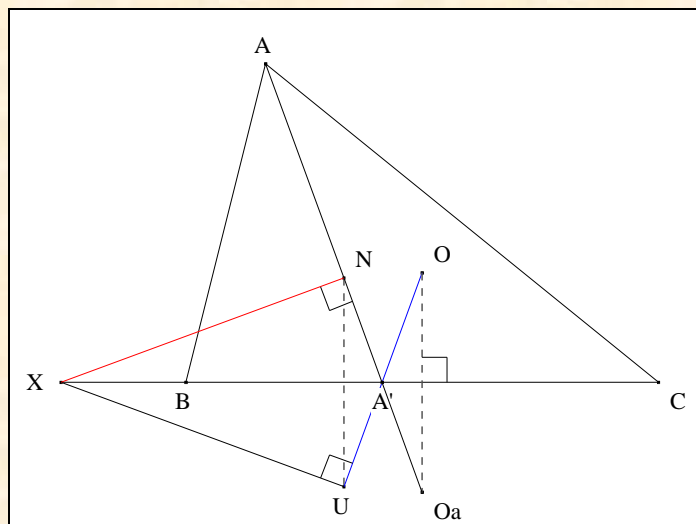
**Donné :** (XN) est perpendiculaire à (NA).

### VISUALISATION <sup>6</sup>



- Notons Oa le symétrique de O par rapport à (BC)
- et A' le point d'intersection de (OU) et (BC).

- Le quadrilatère  $ONUOa$  étant un trapèze isocèle d'axe  $(BC)$ ,  $A'$  est sur  $(NOa)$ .
- Par culture géométrique,  $A$  est sur  $(NOa)$ .
- D'après l'axiome d'incidence **Ia**,  $A'$  est le pied de  $(AN)$ .



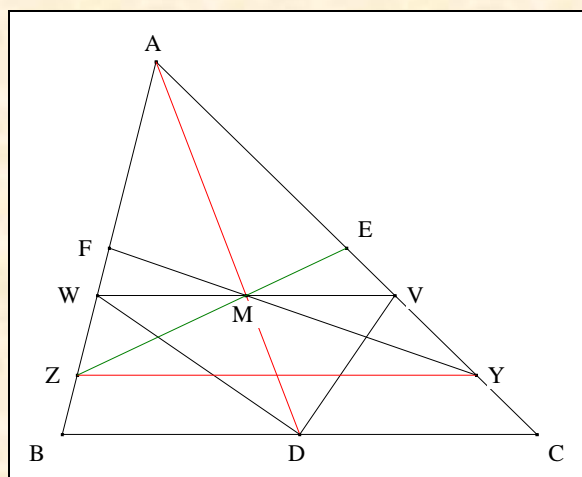
- **Conclusion :** par symétrie d'axe (BC), (XN) est perpendiculaire à (NA).

### 3. DEUX SEGMENTS ÉGAUX

LIII OME Problema 6

#### VISION

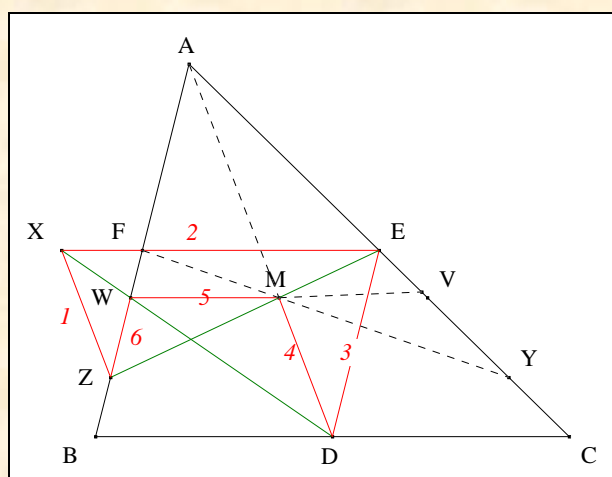
Figure :



**Traits :** ABC un triangle,  
D le pied de la A-bissectrice intérieure de ABC,  
V, W les pieds des D-bissectrices intérieures resp. aux triangles DAC, DAB,  
M le point d'intersection de (VW) et (AD),  
E, F les milieux resp. de [AC], [AB]  
et Y, Z les points d'intersection de (FM) et (AC), (EM) et (AB).

**Donné :**  $YZ = AD$ .<sup>7</sup>

#### VISUALISATION



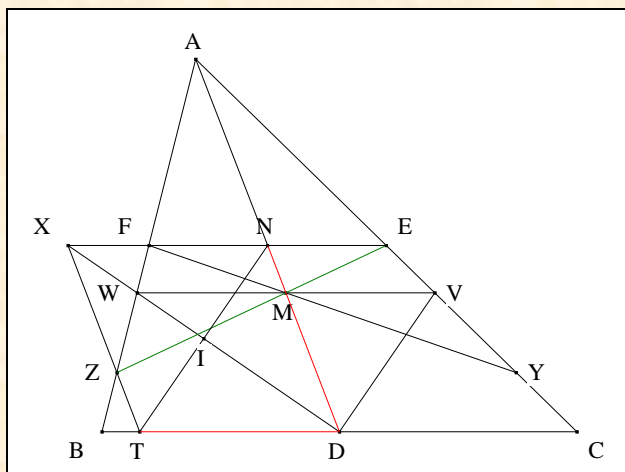
- Notons X le point d'intersection de (DW) et (EF).
- **Scolie :**  $(XE) \parallel (BC)$  et  $(DE) \parallel (AB)$ .

<sup>7</sup>

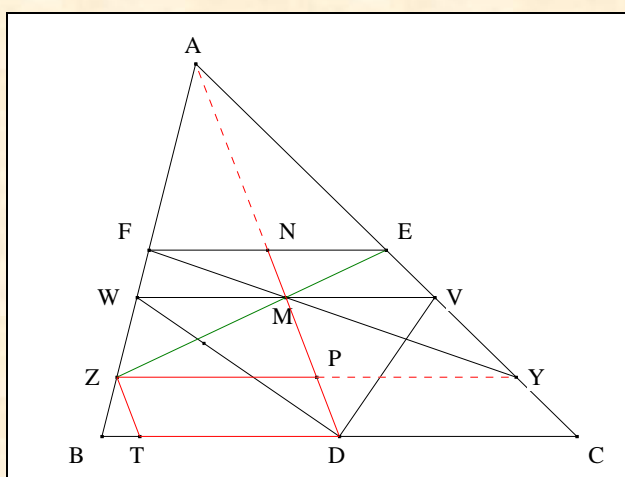
Barroso R., *Trianguloscabri* ; <http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>



- D'après Pappus d'Alexandrie "Le petit théorème"<sup>8</sup>  
appliqué à l'hexagone sectoriel ZXEDMWZ de frontières (DX) et (EZ),  $(ZX) \parallel (DM)$ .



- Notons  $N, T$  les points d'intersection de (AD) et (EF), (XZ) et (BC),  
et  $I$  le point d'intersection de (TN) et (DX).
- Le quadrilatère DNXT étant un parallélogramme,  $I$  est le milieu de [TN].
- **Conclusion partielle :** le triangle DTN est D-isocèle.



- Notons  $P$  le point d'intersection de (YZ) et (AD).
- D'après "Le trapèze complet"  
appliqué au quadrilatère EFZY,
  - (1)  $(YZ) \parallel (EF)$
  - (2)  $P$  est le milieu de [YZ].
- **Scolies :**
  - (1)  $N$  est le milieu de [AD]
  - (2) le quadrilatère PZTD est un parallélogramme.
- Une chasse de longueur :

\* nous avons :  $PZ = DT$  et  $DT = DN$

<sup>8</sup> Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus d'Alexandrie, G.G.G. vol. 7, p. 3-6 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

\* par transitivité de  $=$ ,  $PZ = DN$ .

- **Conclusion :** par duplication,  $YZ = AD$ .

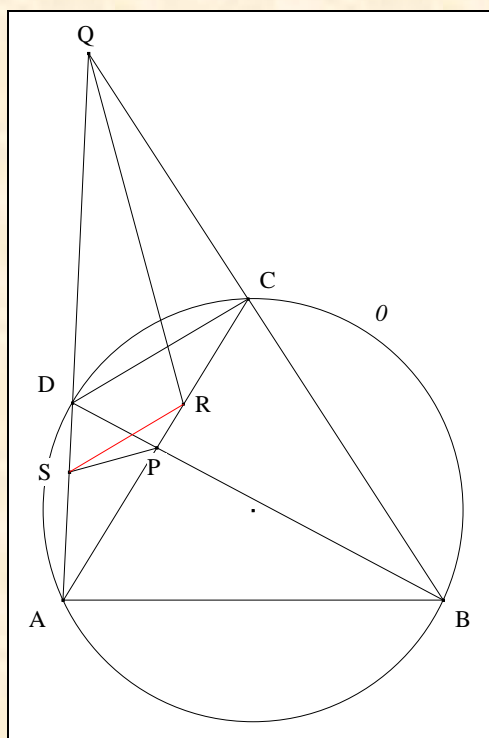
#### 4. DEUX PARALLÈLES

2016/17 British Mathematical Olympiad

Round 2, Problem 3

#### VISION

Figure :



**Traits :** ABCD un quadrilatère convexe circonscriptible,  
 $O$  le cercle circonscrit à ABCD,  
P, Q les points d'intersection resp. de (AC) et (BD), (AD) et (BC),  
et R, S les pieds des Q, P- bissectrices intérieures resp. des triangles QAC, PAD.

**Donné :** (CD) est parallèle à (RS).<sup>9</sup>

#### VISUALISATION

<sup>9</sup>

BMO, (Thursday, 26 January 2017) ; <https://bmos.ukmt.org.uk/home/bmo2-2017.pdf>  
Two parallel lines, AoPS du 02/11/2017 ;  
[https://artofproblemsolving.com/community/c6h1538677\\_two\\_parallel\\_lines](https://artofproblemsolving.com/community/c6h1538677_two_parallel_lines)





**LEXIQUE**  
**FRANÇAIS - ANGLAIS**

<b>A</b>		<b>N</b>	
aligné	collinear	Notons	name
annexe	annex	nécessaire	necessary
axiome	axiom	note historique	historic note
appendice	appendix		
adjoind	associate	<b>O</b>	
a propos	by the way btw	orthocentre	orthocenter
acutangle	acute angle	ou encore	otherwise
axiome	axiom		
<b>B</b>		<b>P</b>	
bissectrice	bisector	parallèle	parallel
bande	strip	parallèles entre elles	parallel to each other
		parallélogramme	parallelogram
		pédal	pedal
		perpendiculaire	perpendicular
		pied	foot
		point de vue	point of view
		postulat	postulate
		point	point
		pour tout	for any
		<b>Q</b>	
		quadrilatère	quadrilateral
		<b>R</b>	
		remerciements	thanks
		reconnaissance	acknowledgement
		respectivement	respectively
		rapport	ratio
		répertorier	to index
		<b>S</b>	
		semblable	similar
		sens	clockwise in this
		order	
		segment	segment
		Sommaire	summary
		symédiane	symmedian
		suffisante	sufficient
		sommet (s)	vertex (vertice)
		<b>T</b>	
		trapèze	trapezium
		tel que	such as
		théorème	theorem
		triangle	triangle
		triangle de contact	contact triangle
		triangle rectangle	right-angle triangle
<b>C</b>			
centre	incenter		
centre du cercle circonscrit	circumcenter		
cercle circonscrit	circumcircle		
cévienne	cevian		
colinéaire	collinear		
concourance	concurrence		
coincide	coincide		
confondu	coincident		
côté	side		
par conséquence	consequently		
commentaire	comment		
<b>D</b>			
d'après	according to		
donc	therefore		
droite	line		
d'où	hence		
distinct de	different from		
<b>E</b>			
extérieur	external		
<b>F</b>			
figure	figure		
<b>H</b>			
hauteur	altitude		
hypothèse	hypothesis		
<b>I</b>			
intérieur	internal		
identique	identical		
i.e.	namely		
incidence	incidence		
<b>L</b>			
lemme	lemma		
lisibilité	legibility		
<b>M</b>			
mediane	median		
médiatrice	perpendicular bisector		
milieu	midpoint		



