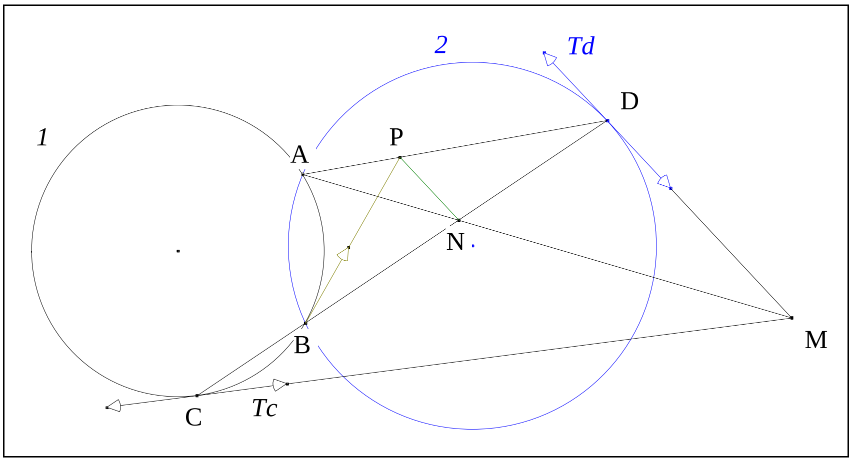
UNE TANGENTE

OU

LE THÉORÈME DE REIM DANS TOUT SES ÉTATS

†

Jean - Louis AYME



Résumé. L'auteur présente un exercice du célèbre géomètre Igor Fedorovitch Sharygin et propose une solution originale basée sur l'emploi du théorème de Reim dans quelques unes de ses différentes versions[1]. Une biographie de I. F. Sharygin est donnée.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Sommaire

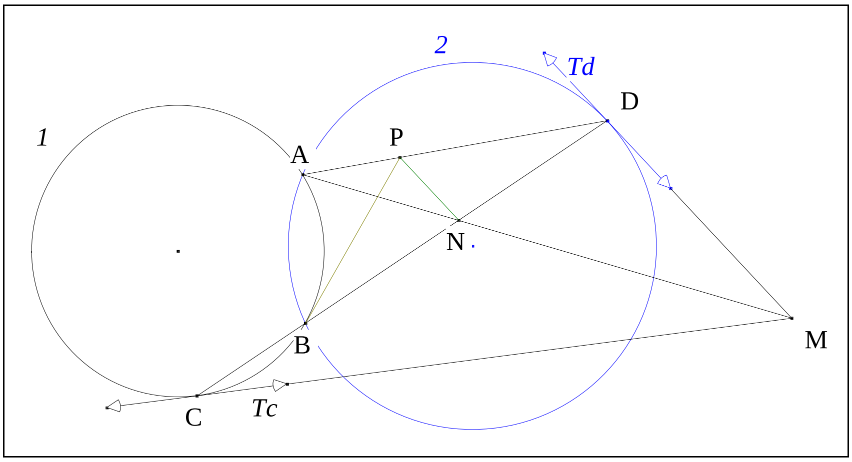
---

[1] Ayme J.-L., A propos, G. G. G. ; http://pagesperso-orange.fr/jl.ayme/.

A. UNE TANGENTE

VISION

Figure :

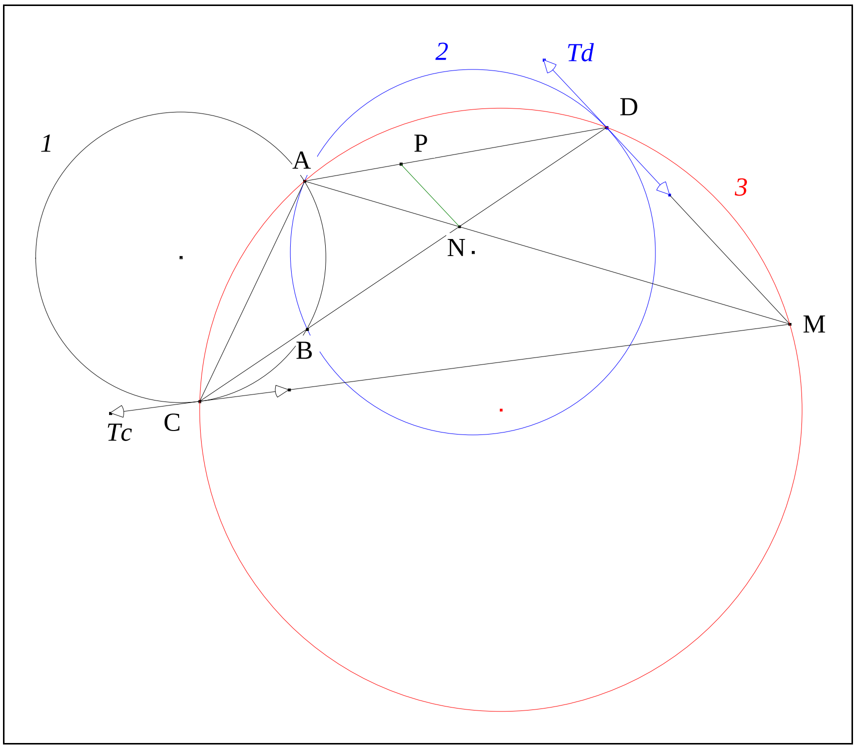


Traits :	*1*, *2*	deux cercles sécants,
	A, B	les points d'intersection de *1* et *2*,
	C	un point de *1*,
	D	le second point d'intersection de (CB) avec *2*,
	Tc, *Td*	les tangentes resp. à *1*, *2* resp. en C, D,
	M	le point d'intersection de *Tc* et *Td*,
	N	le point d'intersection de (MA) et (CBD)
et	P	le point d'intersection de la parallèle à *Td* passant par N avec (AD).

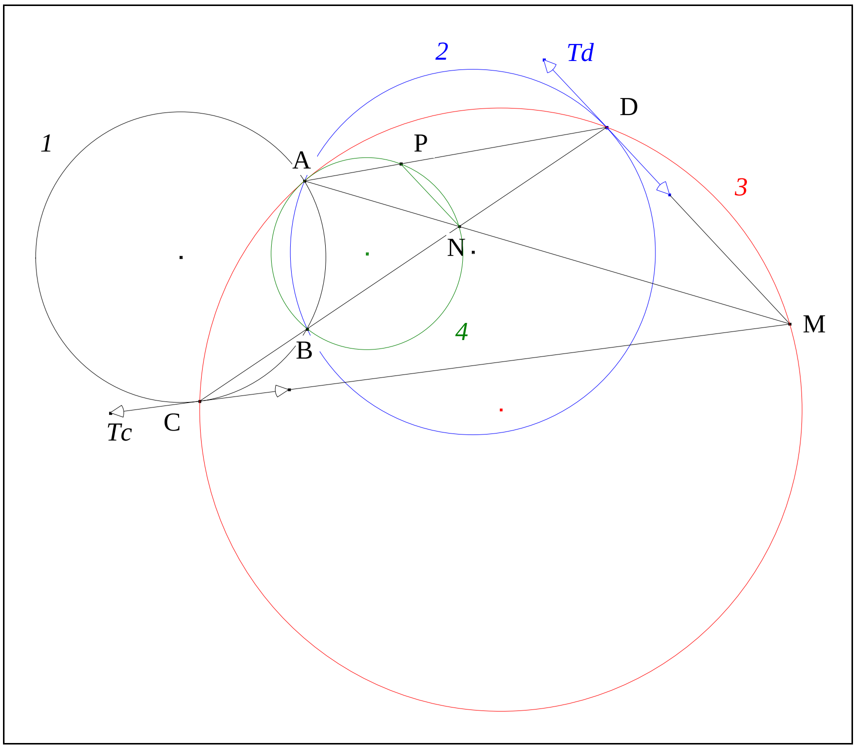
Donné : (PB) est tangente à *1* en B. [2]

VISUALISATION

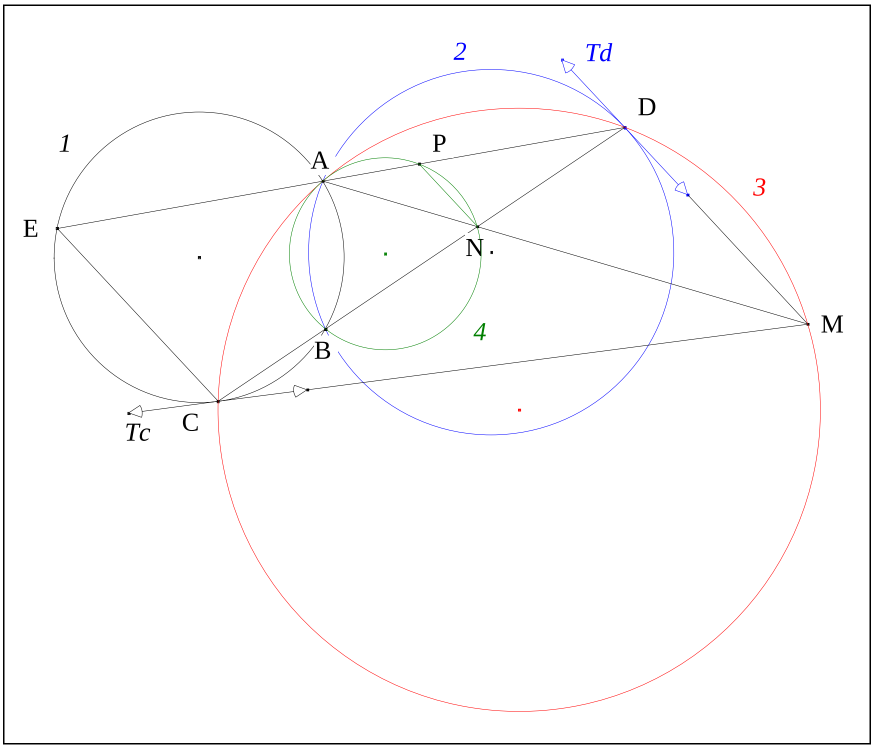
2 Shariguin I. F., *Problemas de geometria*, Mir, Moscou (1986) II 275.



- D'après "Une monienne brisée, scolie 1" (Cf. Appendice), M, C, A et D sont cocycliques.
- Notons *3* ce cercle.

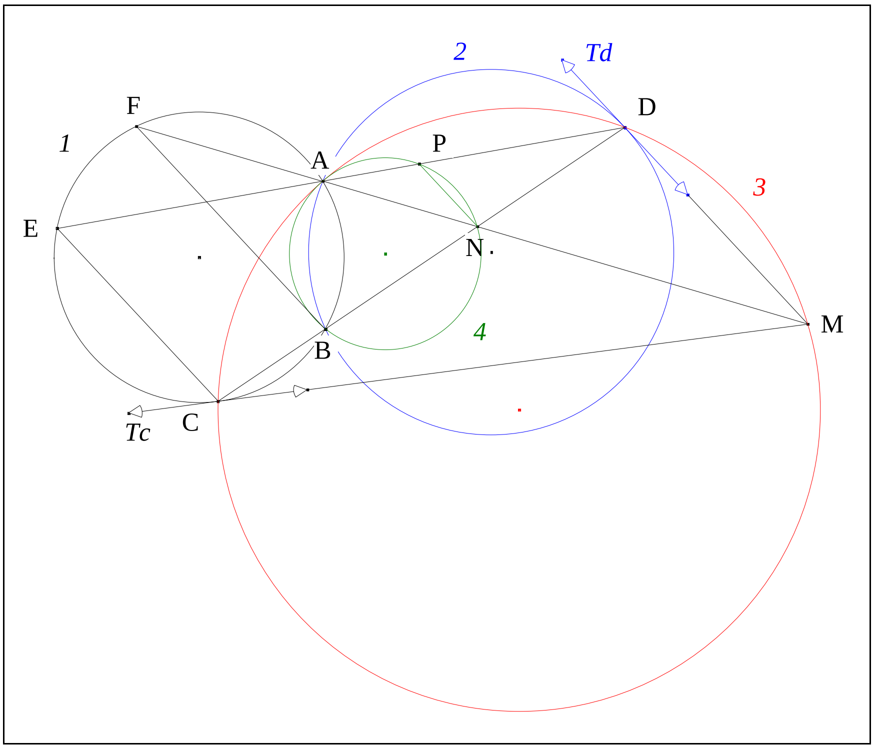


- Le cercle *2*, les points de base A et B, les moniennes naissantes (DAP) et (DBN), les parallèles *Td* et (PN), conduisent au théorème **1"** de Reim ;
  en conséquence, A, B, N et P sont cocycliques.
- Notons *4* ce cercle.



- Notons E le second point d'intersection de (AD) avec *1*.

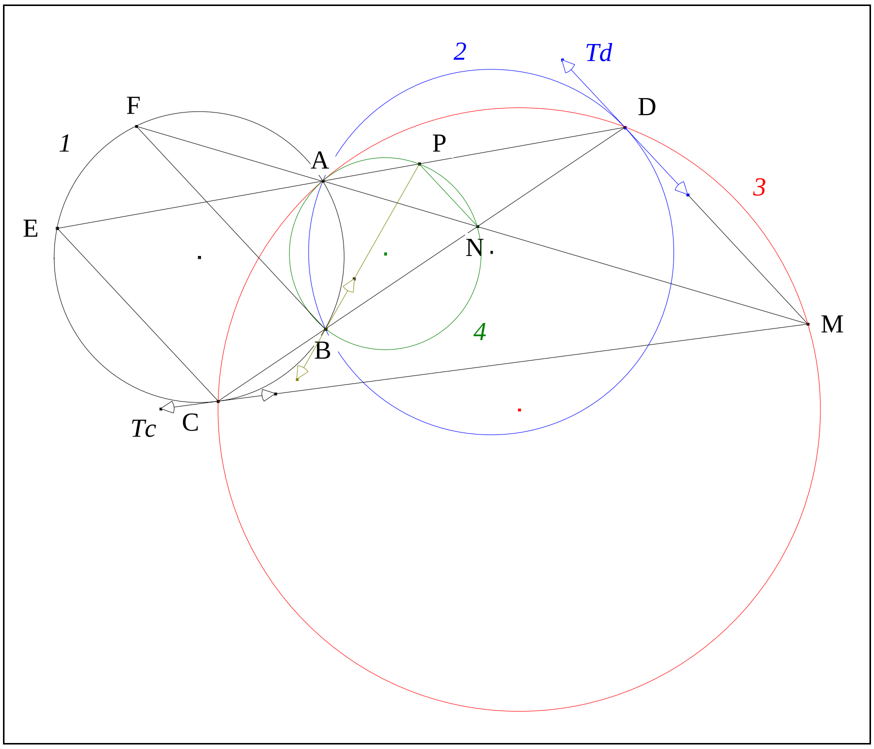
- Les cercles *1* et *4*, les points de base A et B, les moniennes (CBN) et (EAP), conduisent au théorème **1"** de Reim ;
  il s'ensuit que (CE) // (NP) .



- Notons F le second point d'intersection de (AM) avec *1*.

- Les cercles *1* et *3*, les points de base A et C, les moniennes (FAM) et (BCD), conduisent au théorème **0** de Reim ;

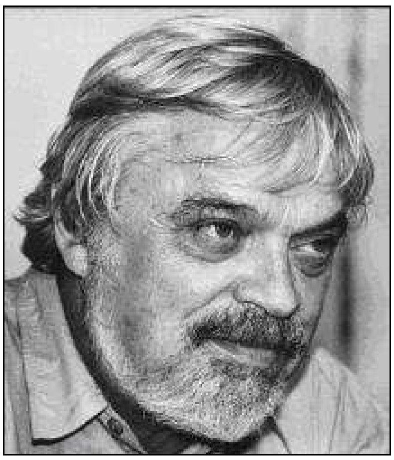
il s'ensuit que (FB) // (MD) ;
par hypothèse, (MD) // (PN) ;
par transitivité de la relation //, (FB) // (PN) .



- **Conclusion :** les cercles *1* et *4*, les points de base A et B, la monienne (FAN), les parallèles (FB) et (PN), conduisent au théorème **3'** de Reim ;
  en conséquence, (PB) est tangente à *1* en B.

Scolie : la solution de I. F. Sharygin est purement angulaire.

B. IGOR FEDOROVITCH SHARYGIN



Un Maître de la géométrie métrique

Igor Fedorovitch[3] est né le 13 février 1937 à Moscou (URSS, actuellement Russie).
Lycéen, il participe à de nombreuses Olympiades mathématiques et rejoint, à cette période de sa vie, le cercle privilégié des élèves gravitant autour de quelques professeurs de l'Université de Moscou. Son talent et son habileté en mathématiques ont retenus très tôt l'attention de Nikolai Sergeevitch Bakhvalov (1934-2005) qui deviendra plus tard son directeur de thèse.
En 1954, il entre à la faculté de Mécanique et de Mathématiques de Moscou où il en sort diplômé en 1959. Après son doctorat obtenu en 1965, il enseigne durant quelques années dans cette faculté jusqu'en 1972 où il doit la quitter après avoir apposé sa signature sur une lettre de soutien en faveur d'un dissident. Après cette date,
il enseigne les mathématiques dans diverses institutions à Moscou où sa réputation ne cesse de grandir à cause du résultats de ses élèves au concours d'entrée dans les lycées.

En 1970, à l'initiative d'Andrey Kolmogorov (1903-1937) et de Isaak Kostantinovitch Kikoyin (1908-1984), le fameux journal *Kvant* destiné aux élèves du secondaire est fondé. Depuis les premiers jours de sa parution, Igor Sharygin apporte tout son soutien en écrivant régulièrement des articles et en composant des problèmes. Son enthousiasme l'amène aussi à participer au journal *Quantum* qui sera publié en anglais au États-Unis.
En 1983, l'un des originaux problèmes[4] est retenu pour les O.I.M. qui se dérouleront en France.
En1984, il est Éditeur en chef du journal *Mathématiques à l'École*.
En 1985, il est nommé maître de recherche à l'Institut de l'Éducation à Moscou et
en 1995, il écrit avec sa femme Tatiana un livre d'exercices pour enfants.
Rappelons que cette même année, la revue française de l'*APMEP* [5] propose dans la rubrique des problèmes, une situation géométrique simple et anodine de Sharygin qui, sous l'éclairage du théorème de Reim, allait se transformer en une clef permettant de mettre en évidence une chaîne d'exercices proposés indépendamment l'un de l'autre dans son excellent livre intitulé *Problemas de geometria*.
De 1999 à 2002, il est membre de ICMI [6]

Jusqu'à la fin de sa vie, il continue à écrire jusqu'à une trentaine des livres pour les élèves du secondaire et particulièrement en Géométrie, à lutter pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques.
Il vivra à Moscou toute sa vie sauf une année durant la seconde guerre mondiale quand il est évacué à Kazan en 1942.
Il décède le 12 mars 2004.

Pour terminer, laissons le dernier mot à Darij Grinberg[7] :

En fait, je crois que le rôle de Sharygin pour la Géométrie en Russie
est analogue à celui
de Coxeter pour la Géométrie en Amérique.

C. APPENDICE

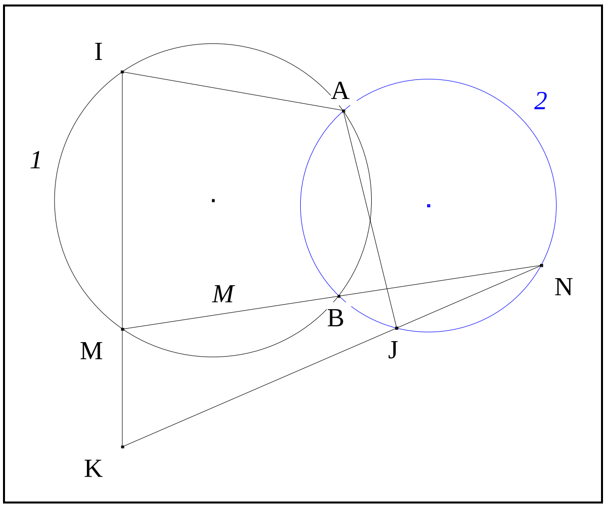
Une monienne brisée

VISION

Figure :

---

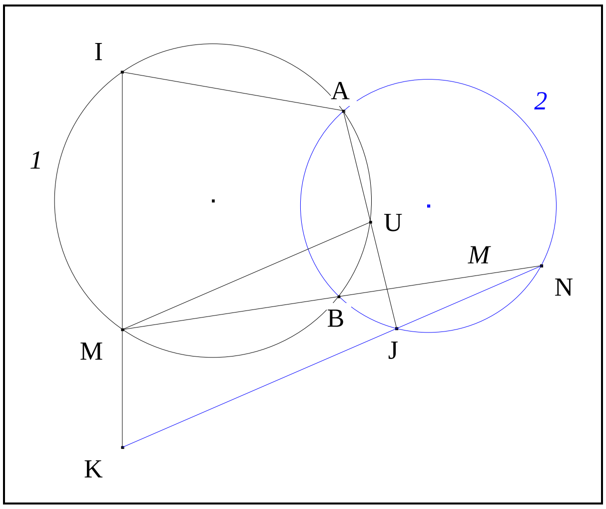
3 In memoriam: Igor F. Sharygin (1937-2004), *ICMI Bulletin*, No. 55 (December 2004), 67-72
ICMI Bulleti n°47 (Décembre 1999)
Jodan Tabov ; http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/10/tm615.pdf.
4 I.M.O. Exercice 2 ; http://www.maths-express.com/bac-exo/congen/olymp83/olymp831.htm.
5 Bulletin *APMEP*, problème 227, n° 398 (Avril-Mai 1995).
6 Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique.
7 Grinberg D., I.F.Sharygin Message *Hyacinthos* #9549 du 15/03/2004 ; http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/.



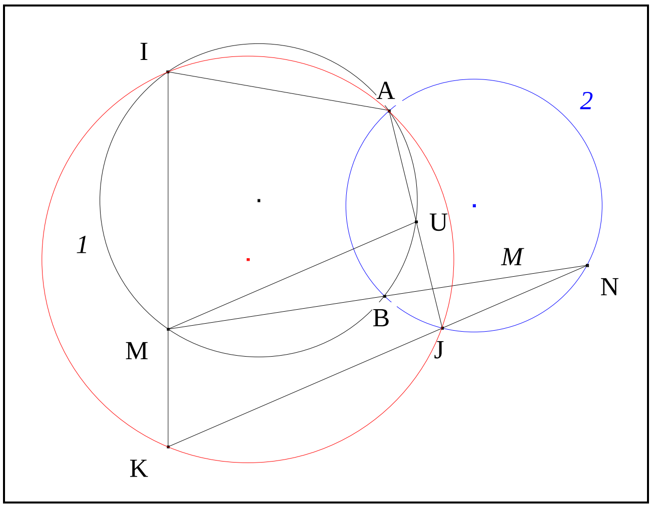
Traits :	*1*, *2*	deux cercles sécants
	A, B	les points d'intersection de *1* et *2*,
	I, J	deux points resp. de *1*, *2* tels que (IAJ) soit une monienne brisée en A,
	M	une monienne passant par B,
	M, N	les points d'intersection de *M* resp. avec *1*, *2*
et	K	le point d'intersection de (IM) et (JN).

Donné : I, A, J et K sont cocycliques.

VISUALISATION



- Notons U le second point d'intersection de (AJ) avec *1*.
- Les cercles *1* et *2*, les points de base A et B, les moniennes (UAJ) et (MBN), conduisent au théorème **0** de Reim ; il s'en suit que (UM) // (KJN) .



- **Conclusion :** le cercle *1*, les points de base I et A, les moniennes naissantes (MIK) et (UAJ), les parallèles (MU) et (KJ), conduisent au théorème **0"** de Reim ;
  en conséquence, I, A, J et K sont cocycliques.

Scolie : le résultat reste vrai lorsque **(1)** (IM) et (JN) sont des tangentes

(2) *1* et *2* sont tangents.

D. UN COMMENTAIRE

SUR

LE THÉORÈME DE REIM

Si, pour certains géomètres ce théorème apparaît comme une simple chasse angulaire, pour d'autres, il fascine et l'utilise comme un raccourci dans leur preuve. Pour l'auteur qui a répertorié les 36 figures possibles sous lesquelles peuvent se présenter ce théorème, celui-ci peut être utilisé d'une façon curative pour répondre à des problèmes de parallélisme, d'orthogonalité, de cocyclicité, d'antiparallélisme, ou mieux encore d'une façon préventive en le considérant comme une figure de proue qui permet d'avancer dans la recherche de solutions.
Ces deux points de vue transpirent dans tous les articles de l'auteur présentés sur le site G.G.G. [8] et contribuent à définir son style…
Pour un géomètre clairvoyant, cette figure de proue peut se transformer en un speculum au travers duquel il pourra découvrir la profondeur de son être géométrique et par là considérer la Géométrie non plus comme une technique mais comme un Art…
A la fin de cette aventure, il découvrira l'Artiste voire "le petit enfant" qui sommeille en lui comme un diamant engoncé dans sa gangue minérale.

Alors il fera de sa vie un rêve
et de ce rêve, une réalité[9]

*

[8] Ayme J.-L., A propos, G. G. G. ; http://pagesperso-orange.fr/jl.ayme/.
[9] Antoine de St.-Exupéry, 1900-1944.