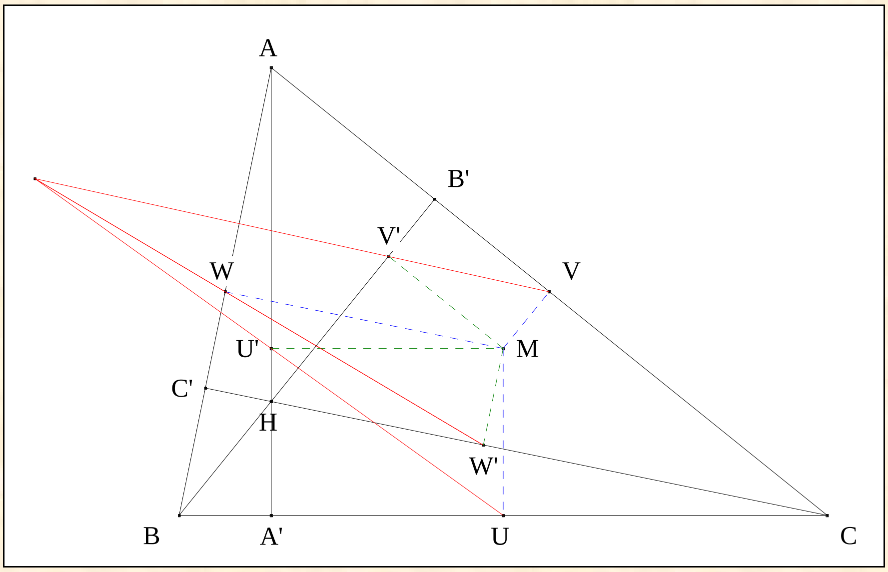
Dr. BENEDIKT SPORER, AN UNKNOWN GEOMETER

ORIGINALLY

FROM

THE PARACEVIAN PERSPECTOR

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur met en exergue Sporkr, un géomètre inconnu qui est à l'origine du "paracevian perspector". En 1900, il envoie un problème répertorié sous le numéro **1274** à la revue *Mathesis* qui sera repris et généralisé par le belge Éric Danneels en 2004.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. The author highlights Sporkr, an unknown geometer who is originally from the "paracevian perspector". In 1900, he sends a problem listed under number 1274 to the journal *Mathesis* which will be taken over and generalized by Belgian Éric Danneels in 2004.
The figures are all in general position and all the theorems listed may all be demonstrated synthetically.

---

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/10/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

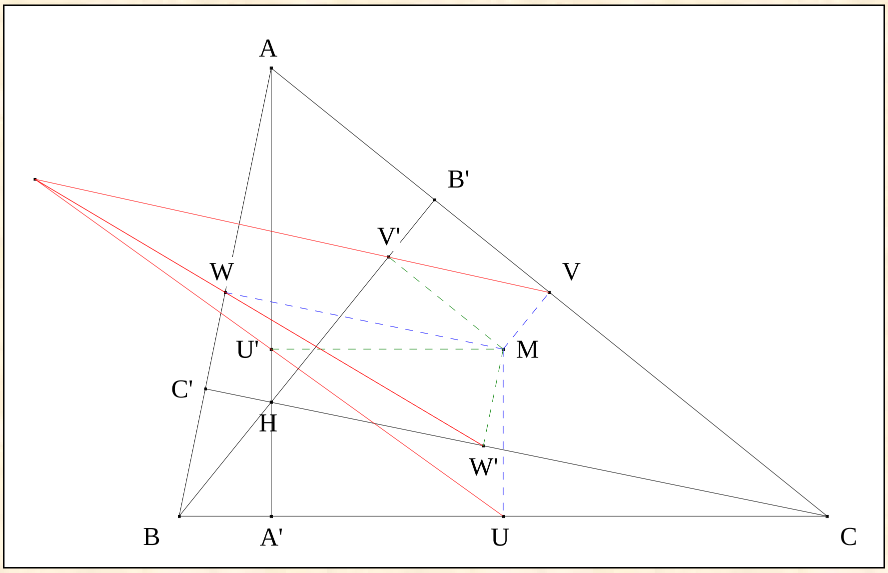
A. LE PROBLÈME 1274

DE

SPORKR

VISION

Figure :

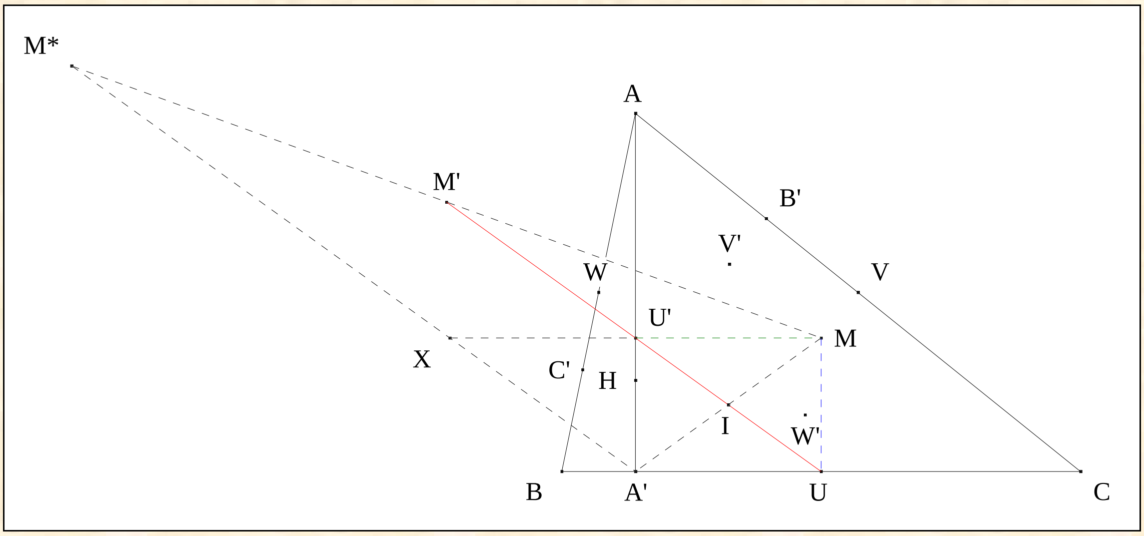


Traits :	ABC	un triangle acutangle,
	H	l'orthocentre de ABC,
	A'B'C'	le triangle orthique de ABC,
	M	un point intérieur à ABC,
	U, U'	les pieds des perpendiculaires à (BC), (AA') issues de M,
	V, V'	les pieds des perpendiculaires à (CA), (BB') issues de M
et	W, W'	les pieds des perpendiculaires à (AB), (CC') issues de M.

Donné : (UU'), (VV') et (WW') sont concourantes. [2]

VISUALISATION

[2] Sporkr, Problème **1274**, *Mathesis* **2**, **X** (1900) 152
Prasolov V., *Zadachi po planimetrii* (1986) chapître **5**, excercice **81**
Seimiya T., *Crux Mathematicorum*
O.M. d'Ukraine (1999)



- Notons X le symétrique de M par rapport à (AA'),
  M* l'isogonal de M relativement à A'B'C',
  I le point d'intersection de (A'M) et (UU'),
  et M' le milieu de [MM*].

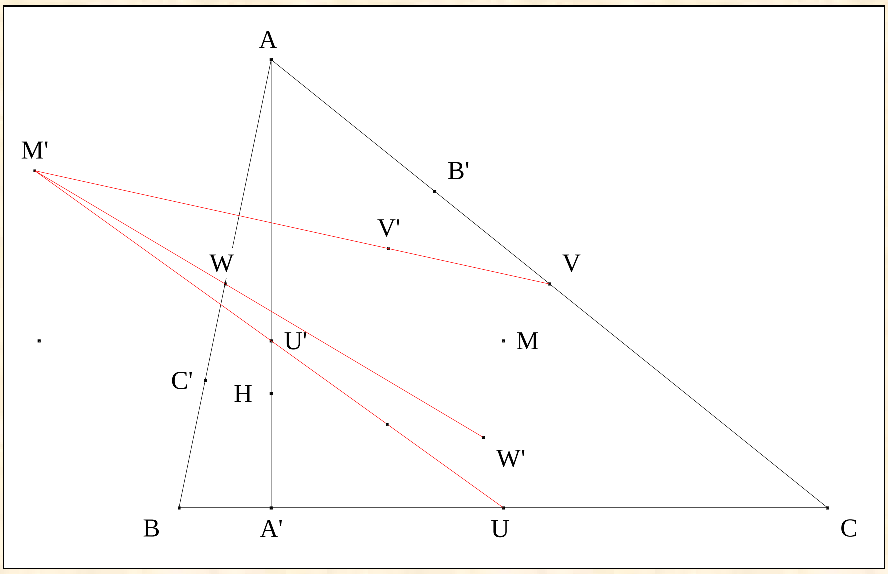
- D'après Naudé "D'une hauteur à une bissectrice", (A'A) est la A-bissectrice de A'B'C' ;
  par construction, U' est le milieu de [MX] ;
  en conséquence, (A'X) est la A-isogonale de (A'M) de A'B'C'.

- **Scolies :** **(1)** (A'X) passe par M*

  (2) I est le milieu de [A'M].

- D'après Thalès "La droite des milieux" appliqué **(1)** au triangle MXA', (A'M*) // (UU')

  (2) au triangle MM*X, (UU') passe par M'.



- Mutatis mutandis, nous montrerions que (VV') passe par M'
  (WW') passe par M'.

- **Conclusion :** (UU'), (VV') et (WW') sont concourantes.

Scolie : M' est le "paraperspector de H et M relativement à ABC" des triangles perspectifs UVW et U'V'W'.
Ce nom a été attribué par Darij Grinberg [3] en raison des parallélismes observés.

Note historique : une généralisation a été proposée en 2004 par le belge Éric Danneels [4] et une résolution synthétique en a été donnée par l'auteur [5].

.

Archives :

MATHESIS

RECUEIL MATHÉMATIQUE

A L'USAGE DES ÉCOLES SPÉCIALES

ET DES ÉTABLISSEMENTS D'INSTRUCTION MOYENNE

PUBLIÉ PAR

P. MANSION ET J. NEUBERG

Ancien élève de l'École normale des sciences, Professeur ordinaire à l'Université de Gand, Membre de l'Académie royale de Belgique, etc. | Ancien élève de l'École normale des sciences, Professeur ordinaire à l'Université de Liège, Membre de l'Académie royale de Belgique, etc.

AVEC LA COLLABORATION DE PLUSIEURS PROFESSEURS BELGES ET ÉTRANGERS.

Ut pictura mathesis
PH. BRETON.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME X. — ANNÉE 1900.

(TOME XX DE LA COLLECTION.)

GAND
AD. HOSTE, ÉDITEUR
IMPRIMEUR-LIBRAIRE
23, RUE DU CALVAIRE, 23

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
IMPRIMEUR-LIBRAIRE
55, QUAI DES GRANDS AUGUSTINS, 55

GAND, IMPRIMERIE C. ANNOOT-BRAECKMAN, AD. HOSTE, SUCCESSEUR

1900

[6]

×1274. On projette un point quelconque M du plan d'un triangle ABC en P_a, P_b, P_c sur les côtés BC, CA, AB, et en Q_a, Q_b, Q_c sur les hauteurs AA', BB', CC'. Démontrer que les droites P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c concourent en un même point ; ces droites sont parallèles lorsque M appartient à la circonférence des neuf points du triangle ABC.

(SPORER.)

Généraliser cette proposition par voie de perspective et démontrer directement le théorème généralisé par la géométrie projective ou analytiquement.

Enoncer la proposition corrélative. (J. N.)

3 Grinberg D., Paracevian perspector ? (Eric Danneels), Message *Hyacinthos* # **10358** du 01/09/2004 ; https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/10358
4 Danneels E., Paracevian perspector ?, Message *Hyacinthos* # **10135** du 23/07/2004
5 Ayme J.-L., The paracevian perspector, G.G.G. vol. **4** ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
6 https://archive.org/stream/mathesisrecueil09unkngoog#page/n389/mode/2up/search/Sporkr

MATHESIS

RECUEIL MATHÉMATIQUE

A L'USAGE DES ÉCOLES SPÉCIALES

ET DES ÉTABLISSEMENTS D'INSTRUCTION MOYENNE

PUBLIÉ PAR

P. MANSION ET J. NEUBERG

Professeur ordinaire à l'Université de Gand, | Professeur ordinaire à l'Université de Liége,

Anciens élèves de l'École normale des sciences,

Membres de l'Académie royale de Belgique, etc.

AVEC LA COLLABORATION DE PLUSIEURS PROFESSEURS BELGES ET ÉTRANGERS.

Ut pictura mathesis
Ph. Breton.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME I. — ANNÉE 1901.

(TOME XXI DE LA COLLECTION).

GAND
AD. HOSTE, ÉDITEUR
IMPRIMEUR-LIBRAIRE
23, RUE DU CALVAIRE, 23

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
IMPRIMEURS-LIBRAIRES
55, QUAI DES GRANDS AUGUSTINS, 55

GAND, IMPRIMERIE C. ANNOOT-BRAECKMAN, AD. HOSTE, SUCCESSEUR

1901

— 60 —

Question 1274.

(Voir *Mathesis*, (2, X, p. 152).

On projette un point M *du plan d'un triangle* ABC *en* P_a, P_b, P_c *sur les côtés* BC, CA, AB, *et en* Q_a, Q_b, Q_c, *sur les hauteurs* AA', BB', CC'. *Démontrer que les droites* P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c, *concourent en un même point; ces droites sont parallèles lorsque* M *appartient à la circonférence des neuf points du triangle* ABC. (Sporer.)

Généraliser cette proposition par voie de perspective et démontrer directement le théorème généralisé par la géométrie projective, ou analytiquement. (J. N.).

Solution par M. Déprez. La parallèle à P_aQ_a qui passe par A', est l'isogonale de A'M par rapport à l'angle B'A'C', donc cette parallèle passe par l'inverse N de M dans le triangle A'B'C', et la droite P_aQ_a passant par le milieu de MA' coupera la droite MN en son milieu N'.

Ainsi, les droites P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c, concourent en un même point N', centre de la conique inscrite au triangle A'B'C' et ayant pour foyer le point M.

Lorsque M est sur la circonférence A'B'C', le point N est à l'infini, et il en est de même de N'.

Une projection cylindrique conduit immédiatement au théorème suivant : AA', BB', CC', étant trois droites concourantes, si l'on construit trois parallélogrammes $MP_aA'Q_a$, $MP_bB'Q_b$, $MP_cC'Q_c$, dont les côtés MP_a, MP_b, MP_c sont respectivement parallèles à AA', BB', CC', et les côtés MQ_a, MQ_b, MQ_c parallèles à BC, CA, AB, les diagonales P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c concourent en un même point N'.

Note. M Droz Farny traite directement cette dernière proposition en observant que les parallèles menées par A', B', C' respectivement à P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c sont les polaires de M par rapport aux couples de droites (AA', BC), (BB', CA), (CC', AB), qu'on peut considérer comme les coniques dégénérées du faisceau ayant pour points fondamentaux les sommets A, B, C et le point de concours P des lignes AA', BB', CC'; ces parallèles concourent donc en un même point N. Le point N se transporte à l'infini lorsque M appartient à la conique des neuf points du quadrilatère ABCP.

Si l'on fait une projection centrale de la figure de la question 1274,

— 61 —

les hauteurs AA', BB', CC' sont remplacées par trois droites menées par A, B, C et concourant en un point quelconque P; les parallélogrammes $MP_aA'Q_a$, $MP_bB'Q_b$, $MP_cC'Q_c$, se changent en des quadrilatères dont les côtés opposés se coupent sur la droite (ligne de fuite) qui correspond à la droite de l'infini. On a donc la proposition suivante :

On donne un quadrangle complet ABCP *dont les côtés opposés se coupent aux points* A', B', C', *un point* M *et une droite m rencontre les côtés* BC, CA, AB *en* A_1, B_1, C_1 *et les côtés* AP, BP, CP *en* A_2, B_2, C_2. *Les droites* MA_1, MB_1, MC_1 *rencontrent respectivement* AA', BB', CC' *aux points* Q_a, Q_b, Q_c; *les droites* MA_2, MB_2, MC_2 *rencontrent respectivement* BC, CA, AB *aux points* P_a, P_b, P_c. *Cela posé, les trois droites* P_aQ_a, P_bQ_b, P_cQ_c *concourent en un même point.*

La démonstration de M. Droz Farny s'applique sans difficulté à cette nouvelle proposition.

La question 1274 peut également être transformée par le principe de dualité. (J. N.)

Question 1289.

(Voir *Mathesis*, (2), t. X, p. 240.)

On considère tous les triangles de même base BC *et dont l'angle au sommet* A *est constant. Démontrer que les points de contact des côtés* AB, AC *avec les quatre cercles tritangents décrivent des limaçons de Pascal.* (J. Déprez.)

Solution par M. G. Gérard. La figure dont il s'agit est bien connue; le sommet libre A décrit un segment de cercle BAC capable de l'angle donné; en même temps, les centres I et I' des cercles tritangents compris dans l'angle A se meuvent sur une circonférence (D) dont D est le centre et DB = DC le rayon; D est le milieu de l'arc BC, du côté opposé à A.

Il convient de remarquer que, si l'on s'en tient aux termes stricts de l'énoncé, le point A ne doit pas descendre au-dessous de la base BC, par conséquent, les parties des courbes cherchées correspondant à l'arc de cercle BDC, ne répondent pas à la question.

Cherchons d'abord les lieux relatifs aux cercles I, I' et au côté BA. Ces lieux sont engendrés par les points *i*, *i'*, qui sont respectivement les