

## রামানুজন গণিত সংঘ

01. এক সারিতে 1 হতে 6 পর্যন্ত সাজানো রয়েছে। দেখাও যে, সংখ্যা ছয়টির মাঝে + অথবা - বসালে কখনো ফলাফল 0 হবে না।
02. একটি খালি ঘরে প্রতি মিনিটে হয় 4 জন প্রবেশ করবে, নয়তো 3 জন বের হয়ে যাবে।  $7^{666}$  মিনিট পর কি ঘরে  $7^{125} + 5$  জন থাকতে পারবে?
03.  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  প্রত্যেক হয় 1 নয়তো -1, এবং  $S = a_1 a_2 a_3 a_4 + a_2 a_3 a_4 a_5 + a_3 a_4 a_5 a_6 + \dots + a_{n-1} a_n a_1 a_2 + a_n a_1 a_2 a_3 = 0$   
প্রমাণ কর যে, 4 দ্বারা n বিভাজ্য।
04.  $7^{1996}$  এর সবচেয়ে বামের অঙ্ক কোট দিয়ে তা বাকি সংখ্যার সাথে যোগ করা হলো। 10 অঙ্ক বাকি থাকা পর্যন্ত এ কাজ করা হলো। প্রমাণ কর এখন দুইটি অঙ্ক একই রয়েছে।
05. 1 হতে  $10^{19} + 3$  পর্যন্ত সব সংখ্যার প্রত্যেককে তাদের অঙ্কের সমষ্টি দিয়ে প্রতিস্থাপন করতে থাকা হলো, যতক্ষণ পর্যন্ত  $10^{19} + 3$  টি এক অঙ্কের সংখ্যা বাকি থাকে। এখন, 4 এবং 5 এর মধ্যে কোনটি সঠিক সংখ্যক পাওয়া যাবে?
06. একটি ড্রাগনের 100 মাথা এক সৈন্য প্রতি আঘাতে 15, 17, 20 অথবা 5টি মাথা কেটে দিতে পারে, প্রতিক্ষেত্রে 24, 2, 14 অথবা 17টি নতুন মাথা গজায়। ড্রাগনের কি এভাবে মৃত্যু সম্ভব? [সব মাথা শেষ হয়ে গেলে ড্রাগন মারা যাবে]
07. 1 হতে  $2n$  সংখ্যাগুলো যেকোনো ক্রমে সাজানো আছে। এই সংখ্যাগুলোর ক্রম মোতাবেক অবস্থানগুলো 1 হতে  $2n$  দ্বারা প্রকাশিত। প্রত্যেক সংখ্যার সাথে তার অবস্থান সংখ্যা যোগ করা হলো। প্রমাণ কর যে, সবসময় এরূপ দুইটি ভিন্ন যোগফল থাকবে, যাদের  $2n$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ একই থাকে।
08. একটি আন্তর্জাতিক কনগ্রেসে অনেক মানুষ হাত মেলালেন। একজন জোড় সংখ্যক মিলালে আমরা তাকে জোড় ব্যক্তি এবং বিজোড় সংখ্যক হাত মিলালে বলবো বিজোড় ব্যক্তি। দেখাও যে, যেকোন মুহূর্তের বিজোড় ব্যক্তির সংখ্যা জোড়।
09. ব্ল্যাকবোর্ডে কিছু + এক কিছু - চিহ্ন রয়েছে। আমরা দুইটি চিহ্ন মুছে + লিখবো যদি তারা একই হয় এবং - লিখবো যদি তারা ভিন্ন হয়। দেখাও যে, শেষ চিহ্নটি মোছার ক্রমের উপর শেষ চিহ্ন নির্ভর করে না।
10. বোর্ডে কয়েকটি m, s এবং a লেখা রয়েছে। আমরা নিচের পদ্ধতিতে প্রতিস্থাপন করতে পারবো:

প্রথম অক্ষর	দ্বিতীয় অক্ষর	প্রতিস্থাপিত অক্ষর
m	m	m
s	s	a
a	a	s
s	a	m
s	m	s
m	a	a

প্রমাণ কর যে, শেষ অক্ষরটি প্রতিস্থাপনের ক্রমের উপর নির্ভর করে না।

\*\*\*[New Zealand IMO Training, 2011]

$2n$  সংখ্যক মানুষ একটি বৃত্তাকার টেবিলে বসে আছে। তাদের কাছে m সংখ্যক পিঠা দেওয়া হলো, যা নিচের নিয়ম মেনে প্রত্যেকে তার পরেরজনকে দেবে-

- (i) প্রত্যেকে কেবল তার পরেরজনকে পিঠা দেয়।
- (ii) একটি পিঠা কেয়ে বাকি পিঠা দিয়ে দেবে।

ধরি, A তাদের একজন। এমন ন্যূনতম m নির্ণয় কর, যেন সবসময়ই A অন্তত একটি পিঠা পায়।

Date: 29/04/2016

Problem Setter : Sheikh Asif Imran Shouborno

Co-setters : Mursalin Habib

: Arghya Pal