

עבודת בית 4

נושא: טבלאות גיבוב, ערימה

מתרגל אחראי: מר נועם טרבלסי

הנחיות:

*אי קיום הוראות אלו עלול להוביל להורדת ציון.

- **ניתן להגיש עבודה בזוגות.**
- יש להשתייך לקבוצת הגשה (גם עבור הגשה ביחידים יש להשתייך לקבוצת הגשה)
- הגשת העבודה תהיה דרך אתר הקורס במודל.
- בעמוד הראשון של העבודה יש לרשום את שמות ומספרי ת.ז. של המגישים.
- יש לסרוק את העבודה לקובץ PDF ולהגיש אותו. שם הקובץ שיוגש למערכת ההגשה יהיה מורכב מת"ז של המגיש/ים. לדוגמה:

עבור הגשה ביחיד – 111111111.pdf

עבור הגשה בזוג – 111111111_222222222.pdf

- במקרה של הגשה בזוגות, **רק אחד מבני הזוג יגיש את העבודה במודל.**
- במקרים חריגים בלבד יש לפנות למרצה כדי לקבל אישור על הגשה באיחור.
- שאלות לגבי העבודה יש לשאול בפורום באתר הקורס ("מודל") או בשעות קבלה של המתרגל האחראי בלבד. אין לשלוח שאלות במייל המתרגלים או המרצה.
- להזכירכם: יש לשמור על הגינות אקדמית!

עבודה נעימה!

שאלה 1 -

במדעי המחשב בעיית הסכום החלקי (Subset Sum) היא בעיה חשובה בתורת הסיבוכיות ובקריפטוגרפיה.

להלן הבעיה:

בהינתן קבוצה של מספרים שלמים, האם קיימת תת קבוצה לא ריקה שלה, שסכום

איבריה הוא אפס? לדוגמה: בהינתן הקבוצה $\{-3, -2, 5, 7, 8\}$ כקלט לבעיה,

התשובה תהיה חיובית, והקבוצה שסכומה אפס תהיה $\{-3, -2, 5\}$.

נתבונן בבעיה פשוטה יותר של SUSU (subset sum).

נתון מערך ובו n מספרים שלמים, יש למצוא האם קיים זוג מספרים x, y כך שסכומם הוא k .

אילו המעריך היה ממוין, אזי זמן הריצה של הפתרון היה יכול להיות $O(n \log n)$ במקרה הגרוע (חשבו מדוע).

1. הציעו אלגוריתם שמשתמש בטבלת גיבוב ומוצא זוג מספרים $\{x, y\}$ שסכומם k בזמן $O(n)$ צפוי (בממוצע).

למשל, עבור המערך $arr = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ יש לכתוב אלגוריתם המשתמש בטבלת גיבוב המוצא האם קיים זוג מספרים שסכומם הוא 14. יש לתאר את האלגוריתם ולנמק למה הוא עומד בזמן ריצה הדרוש.

2. הציעו אלגוריתם שמדפיס את כל הזוגות במערך בעלי אותו סכום נתון k . למשל, עבור המערך arr הנתון בסעיף הקודם, האלגוריתם ידפיס את הזוגות $\{4, 10\}$, $\{5, 9\}$, $\{6, 8\}$.

שאלה 2 -

נתונות שתי קבוצות מספרים A ו-B בגודל בהתאמה. הקבוצות אינן ממוינות. הציעו אלגוריתם שבודק האם B היא תת קבוצה של A בזמן $O(n)$ צפוי (ממוצע), כאשר n הוא מספר האיברים הכולל בשתי הקבוצות. פתרון צריך להיכל הסבר במילים של הרעיון, המלווה בפסאודו-קוד. הראו שאלגוריתם שהצעתם עומד בדרישות הזמן. רמז: היעזרו בטבלת גיבוב.

שאלה 3 -

נתונה טבלת הגיבוב הבאה המנוהלת בשיטת מיעון פתוח (open addressing) עם גיבוב כפול (double hashing).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		39	75		35	42	23		45

המפתחות הוכנסו לטבלה ריקה מלכתחילה תוך שימוש בפונקצית הגיבוב הבאה:

$$h(k, i) = (h_1(k) + i \cdot h_2(k)) \bmod 10$$

כאשר

$$h_1(k) = k \bmod 10$$

$$h_2(k) = \lfloor k/10 \rfloor \bmod 10$$

באיזה סדר הוכנסו המפתחות לטבלה? נמקו את תשובתכם.

שאלה 4 -

הדגימו את הכנסתם של המפתחות {16, 41, 26, 4, 22, 7, 57, 19, 36} משמאל לימין לטבלת גיבוב,

בגודל 11 בשיטת מיעון פתוח, כאשר $h_1(k) = k \bmod 11$

1. באמצעות בדיקה ליניארית

2. באמצעות בדיקה ריבועית כאשר $c_1 = 1, c_2 = 2$

3. באמצעות גיבוב כפול, כאשר $h_2(k) = 1 + k \bmod 10$

	בדיקה ליניארית	בדיקה ריבועית	גיבוב כפול
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

שאלה 5 –

בנו ערמת מקסימום (Max-Heap) ממערך הקלט הבא:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	3	5	12	11	1	9	15	6	10	34	2

הראו הכנסה שלב אחר שלב להצגת ערימה סופית.

שאלה 6 –

על הערימה שבניתם בשאלה הקודמת (שאלה 5), יש לבצע חמש פעמים את פעולת Heap-Extract-Max בזו אחר זו ולצייר את הערימה שמתקבלת לאחר כל מחיקה.

שאלה 7 –

הוכיחו באינדוקציה שבערמה בת n איברים יש $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ עלים.

בהצלחה!