هي مشكلة حيث *المعدلات ذات الصلة* مشكلة .ذذوكلاهما يتغير فيما يتعلق بالوقت ،xx افترض أن لدينا متغيرين در ، في لحظة معينة ، ونرغب في العثور على المعدل الآخر (المعدل xدردxد نعرف معدلًا واحدًا ، على سبيل المثال (غير المعروف "مرتبط" بالسعر المعروف.
در ، فمن السهل العثور xدردxد ، وتم إعطاؤناxx ذذتم كتابتها من حيث هنا ، قاعدة السلسلة هي المفتاح: إذا دذدرددذدرباستخدام قاعدة السلسلة عليها:

ذ= ذ(خ)ذ=ذ(x)

دذدر=ددذدxد⋅xدذدر=ددذدxد⋅xدر.

ومع ذلك ، في كل حالة .في كثير من الحالات ، خاصة تلك المثيرة للاهتمام ، ستكون وظائفنا مرتبطة بطريقة أخرى في هذا القسم ، سنعمل على عدة أمثلة مجردة من أجل .سنستخدم قاعدة السلسلة لمساعدتنا في إيجاد المعدل المطلوب في كل من الأمثلة أدناه ، سوف نتبع بشكل أساسي نفس خطة الهجوم .التأكيد على المفاهيم الرياضية المتضمنة:

أدخل المتغيرات وحدد المعدل المعطى والمعدل غير المعروف.

قم بتعيين متغير لكل كمية تتغير بمرور الوقت.

ارسم صورة.

إذا أمكن ، ارسم صورة تخطيطية بكل المعلومات ذات الصلة.

أوجد المعادلات.

اكتب المعادلات التي تربط جميع المتغيرات ذات الصلة.

اشتق فيما يتعلق بـ t.

هنا غالبًا ما نستخدم التفاضل الضمني ونحصل على معادلة تتعلق بالمعدل المحدد والمعدل غير المعروف.

تقييم وحل.

قم بتقييم كل كمية في اللحظة المناسبة وحل النسبة غير المعروفة.

الصيغ

من أجل ربط العديد من المتغيرات ، يمكننا استخدام الصيغ المعروفة.

في المثال التالي ، نأخذ في الاعتبار الدائرة المتوسعة ونستخدم الصيغ لمحيط الدائرة ومساحتها.

م / ث ، فما معدل تغير المساحة عندما يكون نصف 44 إذا علمنا أن المحيط يتمدد بمعدل .تخيل دائرة تتوسع بالمتر؟33 القطر

صصصصصأأ .ونشير إلى المحيط ونصف القطر ومساحة الدائرة بهذا الترتيب ، **المتغيرات** نقدم أولًا ،

، في الوقت م / ث ، والمعدل غير المعروف المحدد ، **المعدل** نحدد
3=ص3 = دأدردأدرص4=دصدر4 =دصدر . الحالي

. **نرسم صورة** بعد ذلك ،

صصصصصأأ . و ، التي تتعلق بالمتغيرات **إيجاد المعادلات** الآن علينا

هذا يعني أن كلا من نصف .نعلم أن محيط الدائرة يتسع .بطبيعة الحال ، نفكر في صيغ لمحيط الدائرة ومساحتها طرفي كل **نفرق** ، فنحن دوال زمنية وهي ، لذلك ، نلاحظ ذلك .القطر ومساحة الدائرة يتغيران بمرور الوقت أيضًا باستخدام الاشتقاق الضمني ، نحصل على ذلك ، معادلة بالنسبة إلى الوقت

ص= 2 · π·

و أ = π·

ص·2·π=ص.

2ص·π=وأ

.

صصصصأأ

ص(ر) = 2 · π· ص (ر) وأ(ر) = π· ص (ر)2.ص(ر)=2·π·ص(ر)وأ(ر)=π·ص(ر)2.

رر

ددرص(ر)□□□□□□□□زأنا ضد ه نص أ ر ه= 2 · π·ددرص (ر) وددرأ(ر) □□□□□□□□unknown

ص أ ر ه= 2 · π· ص (ر) ·ددرص (ر) .ددرص(ر) أرهصانهسمالخاانأز=2·π·ددرص(ر)وددرأ(ر)

أرهصانثاناكنش=2·π·ص(ر)·ددرص(ر).

على وجه الخصوص ، كلاهما صحيح في لحظة .هاتان المعادلتان تصمدان في فترة زمنية معينة

عندما . ص = 3ص=3

اللحظة تلك في ذلك نعلم نحن و . ددرص(ر) =

ددرص(ر)=4

ص =

ص=3

نقوم الآن **بتقييم** المعادلتين على الفور عندما . ص = 3ص=3

4 = 2 · π·ددرص (ر) وددرأ(ر) = 2 · π· 3 ·ددرص (ر)4=2·π·ددرص(ر)وددرأ(ر)=2·π·3·ددرص(ر)

من المعادلة الأولى نحصل على ذلك

ددرص (ر)= 2 / م_ / ث ،w h e nص = 3.ددرص(ر)=2/πم/نصهحثوس=3.

ص = 3ص=3 ، باستخدام هذه النتيجة والمعادلة الموجودة على اليمين ، نحصل على ، في اللحظة التي

ددرأ (ر)= 2 · π· 3 2 / _ _=

م2/ ثانية.أددر(ر)=2·π·3·2/π=12

م2/س.

3=ص3 = سص/2ثانيةم /م2 1212 .م في اللحظة عندما ومن ثم ، فإن المنطقة تتوسع بمعدل

مثلثات قائمة

في المثال التالي ، نعتبر المثلث القائم الزاوية المتوسع ونستخدم نظرية فيثاغورس لربط المتغيرات ذات الصلة.

م / ث ، م ، وكانت إحدى الساقين تتزايد بمعدل إذا كان طول إحدى الساقين ثابتًا يبلغ .تخيل مثلث قائم الزاوية يتمدد
332233 طول كلا الساقين م؟ ويتمدد الوتر لاستيعاب الساق المتوسعة ، فما هو معدل تمدد الوتر عندما يكون
إلى الطول الثابت ، وطول الساق الذي يتزايد ، وطول الوتر ، بهذا والإشارة ، **نقدم المتغيرات** أولاً ،
نرسم الآن ، . متى م / ث والمعدل المجهول المعدل المعطى **نحدد** ثم .الترتيب
3=ب3 = دجدردجدرب2=دبدر2 =أأببججدبدر. **صورة**

هذا ثابت ، لاحظ أن .هنا نستخدم نظرية فيثاغورس .التي تتعلق بالمتغيرات ذات الصلة **نجد المعادلات** بعد ذلك ،
باستخدام الاشتقاق الضمني بين طرفي المعادلة فيما يتعلق **نفرق** ثم . زمنية ، وظائف وهو

ج2=أ2+ب2ج2=أ2+ب2

أ = 3=أ3ررربجججب

(ر)ددرب·ب·2=(ر)ددرج·(ر)ج·2. (ر) ددرب· ب · 2 = (ر) ددرج· (ر) ج · 2.

طول الوتر في نحتاج إلى حساب لذلك ، . وذاك ، مع ملاحظة ذلك جميع الكميات في الوقت الحالي **بتقييم** الآن ، نقوم
3=ب3 = ب2=دبدر2 =دبدر3=ب3 = هنا نستخدم نظرية فيثاغورسب . الوقت الحالي

=دجدر· ج · 2

12=دجدر·ج·3.2 = بw h e nو

3=.وثحهنب

3=ب3 = ججب

=ج2=32+32

ج2=32+32=18و

و

3=ب3 = ب32=ج√-32 = ،ج في اللحظة التي **المعدل** ثم نوجد . ، متى لذلك ، نرى ذلك
3=ب3 = ب

2.=دجدر12=دجدر·62.√-2=12= دجدردجدر·√-62

. م / ث عندما تكون كلتا الساقين طويلتين لذلك ، ينمو الوتر بمعدل

2

3 م3م

معدلات الزاوي

يمكننا أيضًا التحقيق في المشكلات المتعلقة بالمعدلات الزاوية.

م / ث ، ويتمدد م ، فإن إحدى الأرجل تزداد بمعدل إذا كان طول ساق واحدة ثابتًا يبلغ .تخيل مثلث قائم الزاوية يتمدد م الوتر لاستيعاب الساق المتوسعة ، في أي معدل تتغير الزاوية المقابلة للساق الثابتة عندما تكون كلتا الساقين
332233؟
θθأبجج .ونشير إلى الزاوية المقابلة للساق بطول ثابت كما في المثال السابق ، ، **المتغيرات** نقدم أولاً ،
3=ب3 = دربθدردθد2=دبدر2 =دبدر . متى ث والمعدل غير المعروف / **م** المعدل المعطى نحدد

. **نرسم صورة** بعد ذلك ،

طرفي المعادلة **نفرق** زمنية ، فإننا ودوال بما أنه نلاحظ هنا أنه .التي تجمع المتغيرات ذات الصلة **المعادلات** نجد الآن باستخدام الاشتقاق الضمني

3= (θ)تان

ب3=(θ)f0تان.

.

بθθ

.دبدر·2ب3-=درθد(θ)f02ثانية.دبدر·2ب3 -=درθد(θ)2ثانية

الواضح أننا ما زلنا بحاجة إلى ومن ، ، مع الأخذ في الاعتبار ذلك جميع الكميات في الوقت الحالي **بتقييم** الآن ، نقوم
3=ب3 = ب2=دبدر2 =دبدر3=ب3 = ب .سوف تساعد الصورة . في الوقت الحالي الحساب
.23-=2·332-=درθ·د(θ)f02ثانية.23 -=2 ·332 -=درθ· د(θ)2ثانية

3=ب3 = ب(θ)f02ثانية(θ)2ثانية

نظرًا لأننا نعرف أطوال كلا الساقين في المثلث القائم الزاوية ، فمن السهل حسابها

أذكر هوية حساب . من(θ)f0تان(θ)تان
(θ)f02تان+1=(θ)f02ثانية(θ)2تان+ 1 = (θ)2ثانية(θ)f0ثانية(θ)ثانية.: المثلثات

=2(33) + 1 =(θ)2تان+ 1 =(θ)2ثانية

2ثانية(θ)=1+2تان(θ)=1+(33)2=2

نحل عندما الآن ، ب من أجل المعدل المجهول ، = 3ب=3

2 ·θدرθد=-23 -132·θد=-23θد=-13

عندما ، لذلك بمعدل الزاوية تتغير في الثانية راديان. ب = 3ب=3

-1/3

مثلثات متشابهة

أخيرًا ، غالبًا ما تكون الحقائق حول المثلثات المتشابهة مفيدة عند حل مشاكل المعدلات ذات الصلة.

يوضح الشكل مثلثين قائم الزاوية يشتركان في زاوية (حادة).

إذا كان بمعدل من الرأس عند النمو الأصغر المثلث مساحة به تتغير الذي المعدل فما ، ث / م؟ مxx33س = 5x=5 م المعطى المعدل **نحدد** بعد ذلك ، .ونشير إلى ارتفاع ومساحة المثلث الأصغر ، بهذا الترتيب ، **نقدم المتغيرات** أولاً ، **ونرسم** على الرغم من حقيقة أنه يتم تقديم صورة جميلة ، يجب أن نفعل ما نفعله دائمًا . ، متى / ث والمعدل المجهول **صورة** . نقوم بإعلان المعلومات على الصورة ، ملاحظة: أدحدرx= 3درxد=3أدرسدأدرد = 5x=5

الأول هو صيغة مساحة .في هذه الحالة هناك اثنان .التي تجمع المتغيرات ذات الصلة **نجد المعادلات** بعد ذلك ، يستخدم الثاني حقيقة أن المثلث الأكبر مشابه للمثلث الأصغر ، مما يعني أن النسب بين الأضلاع المتناظرة :المثلث عنه من بين المعادلتين ، لكننا نختار مسارًا أبسط ونعبر **التفريق** في هذه المرحلة يمكننا في كلا المثلثين متساوية ، حيث

أ =12· س · أح=12·x·ح

حx=3

1 =لذاح

· سحx=36

لذاح=12

·x

أأxx

أ=12· س ·12· س□□□□□□□حأ.=12·x·12·xحس.

لذلك ، فإننا لأن نظرًا ودالتان زمنيتان كلاهما **نفرق** بالنسبة إلى بين طرفي هذه المعادلة

أ $=14\cdot x_2$.أ$=14\cdot x2$.

أأxxرر

دأدر$=14\cdot 2\cdot$ س $\cdot$ دx.دردأدر$=14\cdot 2\cdot x\cdot$ دxدر.

عندما ، على وجه الخصوص س، $= 5x=5$

دأدر$=14\cdot 2\cdot 5\cdot 3 =$

.دأدر$=14\cdot 2\cdot 5\cdot 3=152$

.

بمعدل تتغير المنطقة فإن ، ثم ومن عندما .م 152_{152} م$_2$/ ثانيةم2/سس $= 5$