Types of Distributions

1- توزيع برنولي

في بداية أي مباراة كريكيت ، كيف تقرر من !كل ما تبذلونه من الحشاشين لعبة الكريكيت هناك كل هذا يتوقف على ما إذا كنت ستفوز أو تخسر القرعة ، أليس !إرم سيضرب أو يلعب الكرة؟ ليس هناك منتصف الطريق .عدا ذلك ، تخسر .لنفترض أنه إذا نتج عن القرعة رأس ، فستفوز كذلك؟.

لذا فإن .على نتيجتين محتملتين فقط ، وهما 1 (نجاح) و 0 (فشل) وتجربة واحدة **توزيع برنولي** يحتوي الذي له توزيع برنولي يمكن أن يأخذ القيمة 1 مع احتمال النجاح ، على سبيل X المتغير العشوائي المثال p والقيمة 0 مع احتمال الفشل ، على سبيل المثال ، q أو 1-p.

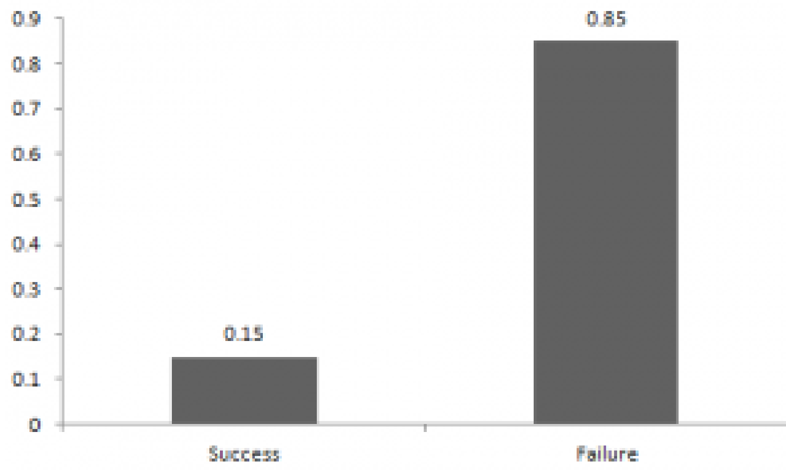
هنا ، ظهور الرأس يدل على النجاح ، ووجود الذيل يدل على الفشل.
احتمال الحصول على رأس = 0.5 = احتمال الحصول على ذيل نظرًا لوجود نتيجتين محتملتين فقط.

يتم إعطاء دالة الكتلة الاحتمالية من خلال: $p^{x}(1-p)^{1-x}$ حيث x € (0 ، 1).
يمكن كتابتها أيضًا باسم

$$\boldsymbol{P(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{1-p}, & x = 0 \\ \boldsymbol{p}, & x = 1 \end{cases}$$

لا يجب أن تكون احتمالات النجاح والفشل متساوية في الاحتمال ، مثل نتيجة قتال بيني وبين لذا في هذه الحالة يكون احتمال نجاحي 0.15 بينما فشلي .إنه مؤكد إلى حد كبير أن يفوز .أندرتيكر هو 0.85

لذا ، يظهر الرسم البياني أدناه توزيع برنولي .هنا ، فإن احتمال النجاح (ع) يختلف عن احتمال الفشل لمعركتنا.



إذا لكمتك .القيمة المتوقعة هي بالضبط ما يبدو .وهنا احتمال النجاح = 0.15 واحتمال الفشل = 0.85 تم العثور على .القيمة المتوقعة أساسًا لأي توزيع هي متوسط التوزيع ،. فقد أتوقع منك أن تعيد لكماتي من توزيع برنولي على النحو التالي X القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي:

$$E(X) = 1 * p + 0 * (1-p) = \text{ص}$$

تباين المتغير العشوائي من توزيع برنولي هو:

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = p - p^2 = p(1-p)$$

هناك العديد من الأمثلة على توزيع برنولي ، مثل ما إذا كانت ستمطر غدًا أم لا ، حيث يشير المطر إلى النجاح وعدم هطول المطر يدل على الفشل والفوز (النجاح) أو الخسارة (الفشل) في اللعبة.

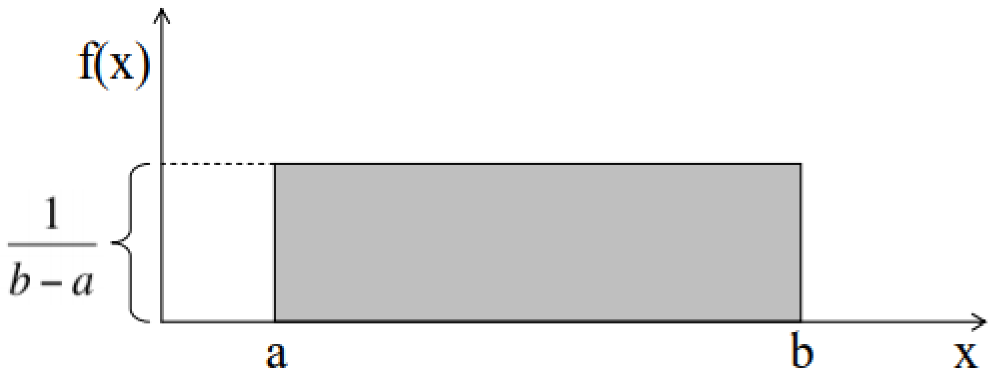
2- توزيع موحد

عندما تقوم برمي نرد عادل ، تكون النتائج من 1 إلى 6. وتكون احتمالات الحصول على هذه النتائج من n على عكس توزيع برنولي ، فإن العدد .متساوية في الاحتمال وهذا هو أساس التوزيع المنتظم النتائج المحتملة لتوزيع موحد متساوية في الاحتمال.

يتم توزيعه بشكل موحد إذا كانت دالة الكثافة هي X يقال إن المتغير:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \qquad for\ -\infty < a \le x \le b < \infty$$

يبدو الرسم البياني لمنحنى التوزيع المنتظم



يمكنك أن ترى أن شكل منحنى التوزيع المنتظم مستطيل ، والسبب وراء تسمية التوزيع المنتظم بالتوزيع المستطيل.

بالنسبة للتوزيع المنتظم ، أ و ب هي المعلمات.

يتم توزيع عدد الباقات التي يتم بيعها يوميًا في محل لبيع الزهور بشكل موحد بحد أقصى 40 و 10 على الأقل.

دعنا نحاول حساب احتمال انخفاض المبيعات اليومية بين 15 و 30.

احتمال انخفاض المبيعات اليومية بين 15 و 30 هو (30-15) * (1 / (40-10)) = 0.5

وبالمثل ، فإن احتمال أن تكون المبيعات اليومية أكبر من 20 هو = 0.667

بعد توزيع موحد هو X متوسط وتباين:

يعني -> E (X) = (2 / (أ + ب

التباين -> $V(X) = (ba)^2 / 12$

للكثافة الموحدة القياسية PDF ، لذلك يتم إعطاء $b = 1$ و $a = 0$ الكثافة الموحدة القياسية لها معلمات من خلال:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

3- توزيع ثنائي

أنت تقذف .افترض أنك ربحت القرعة اليوم وهذا يشير إلى نجاح الحدث .دعنا نعود إلى لعبة الكريكيت دعنا .إذا ربحت رمية اليوم ، فهذا لا يستلزم أن تفوز بالرمية غدًا .مرة أخرى لكنك خسرت هذه المرة ماذا يمكن أن .، لعدد المرات التي فزت فيها بالرمية X نخصص متغيرًا عشوائيًا ، على سبيل المثال يمكن أن يكون أي رقم بناءً على عدد المرات التي رميت فيها عملة معدنية ؟X تكون القيمة المحتملة لـ.

لذلك ، يمكن حساب .الرأس يدل على النجاح والذيل يدل على الفشل .لا يوجد سوى نتيجتين محتملتين احتمال الحصول على رأس = 0.5 واحتمال الفشل بسهولة على النحو التالي: $q = 1 - p = 0.5$.

التوزيع الذي يكون فيه نتيجتان محتملتان فقط ، مثل النجاح أو الفشل ، أو الكسب أو الخسارة ، أو الفوز أو الخسارة ، وحيث يكون احتمال النجاح والفشل واحدًا لجميع التجارب يسمى التوزيع ذي الحدين.

لذلك ، إذا كان تذكر مثال القتال بيني وبين أندرتيكر؟ .لا يجب أن تكون النتائج متساوية في الاحتمال احتمال النجاح في التجربة 0.2 ، فيمكن بسهولة حساب احتمال الفشل على النحو $q = 1 - 0.2 = 0.8$.

تسمى التجربة .كل تجربة مستقلة لأن نتيجة القرعة السابقة لا تحدد أو تؤثر على نتيجة القرعة الحالية معلمات التوزيع ذي .عددًا من المرات ذات الحدين n التي تحتوي على نتيجتين محتملتين فقط تتكرر هو احتمال النجاح في كل تجربة p هو العدد الإجمالي للتجارب و n حيث p و n الحدين هي.

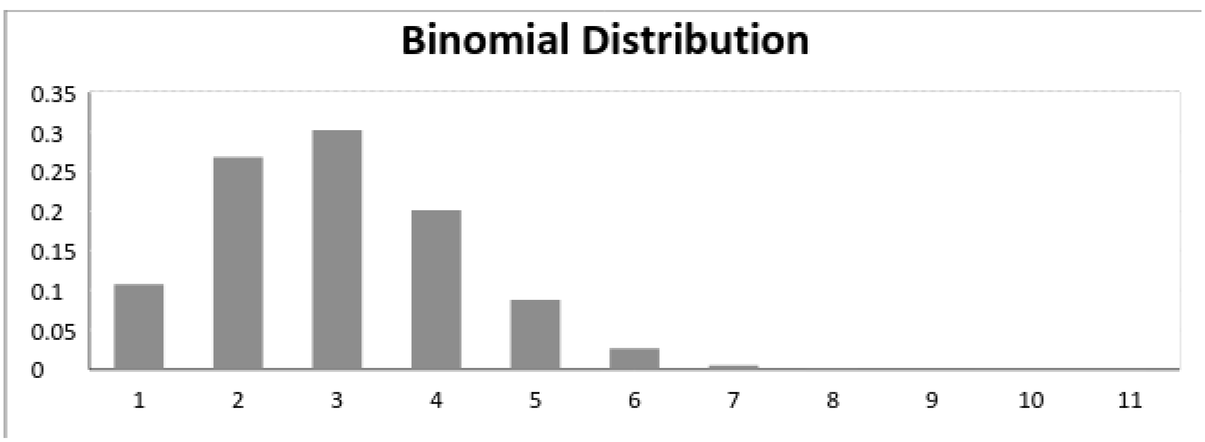
على أساس التفسير أعلاه ، فإن خصائص التوزيع ذي الحدين

1. كل تجربة مستقلة.
2. لا يوجد سوى نتيجتين محتملتين في التجربة - إما نجاح أو فشل.
3. تم إجراء عدد إجمالي من التجارب n متطابقة.
4. احتمالية النجاح والفشل هي نفسها لجميع التجارب. (المحاكمات متطابقة).

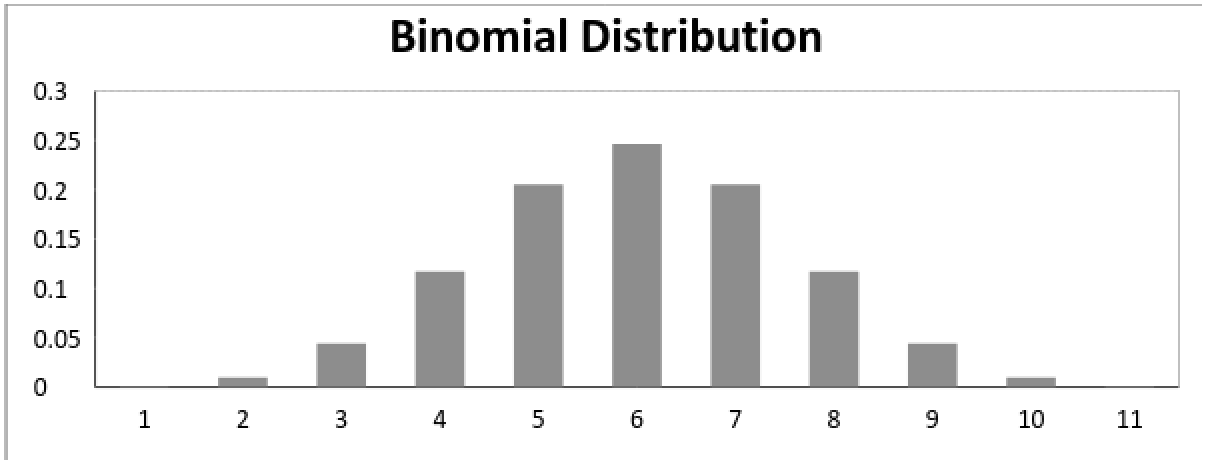
يتم إعطاء التمثيل الرياضي للتوزيع ذي الحدين من خلال:

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}$$

يبدو الرسم البياني للتوزيع ذي الحدين حيث لا يتساوى احتمال النجاح مع احتمال الفشل



الآن ، عندما يكون احتمال النجاح = احتمال الفشل ، في مثل هذه الحالة ، يبدو الرسم البياني للتوزيع ذي الحدين



يتم إعطاء متوسط وتباين التوزيع ذي الحدين من خلال:

يعني -> $\mu = n * p$

التباين -> $Var (X) = n * p * q$

4- التوزيع الطبيعي

سلوك معظم المواقف في الكون (وهذا هو سبب تسميته بالتوزيع "الطبيعي". **يمثل التوزيع الطبيعي** غالبًا ما يتضح أن المبلغ الكبير للمتغيرات العشوائية (الصغيرة) يتم توزيعه بشكل طبيعي ، .(أعتقد!) يُعرف أي توزيع بالتوزيع العادي إذا كان يحتوي على .مما يساهم في تطبيقه على نطاق واسع الخصائص التالية:

1. يتطابق متوسط ووسيط وطريقة التوزيع.
2. منحنى التوزيع على شكل جرس ومتماثل حول الخط $x = \mu$.
3. المساحة الإجمالية تحت المنحنى هي 1.
4. نصف القيم بالضبط على يسار المركز والنصف الآخر إلى اليمين.

ومع ذلك ، إذا اقترب عدد التجارب من .التوزيع الطبيعي يختلف اختلافًا كبيرًا عن التوزيع ذي الحدين اللانهاية ، فستكون الأشكال متشابهة تمامًا.

:بعد التوزيع الطبيعي من خلال X لمتغير عشوائي PDF يتم إعطاء ملف

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\{-\frac{1}{2}(\frac{x-u}{\sigma})^2\}} \qquad for -\infty < x < \infty.$$

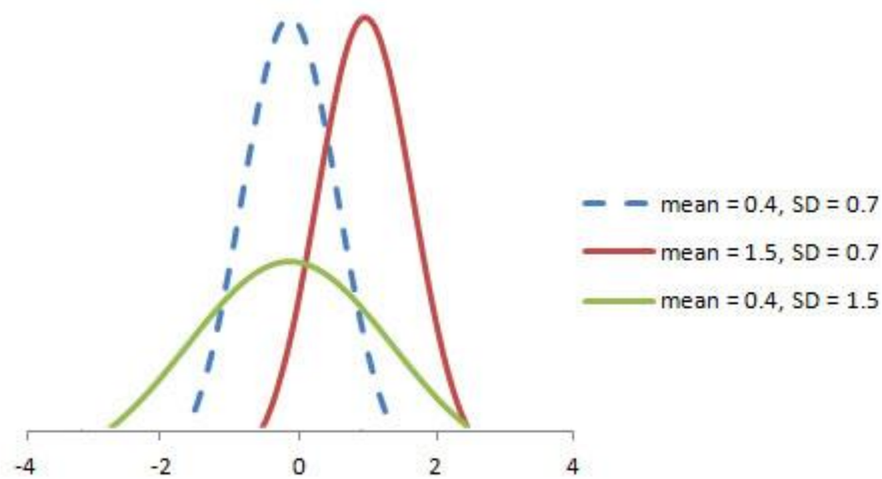
:الذي يقال إنه يتم توزيعه بشكل طبيعي من خلال X يتم إعطاء متوسط وتباين المتغير العشوائي

يعني -> E (X) =

التباين -> Var (X) = σ ^ 2

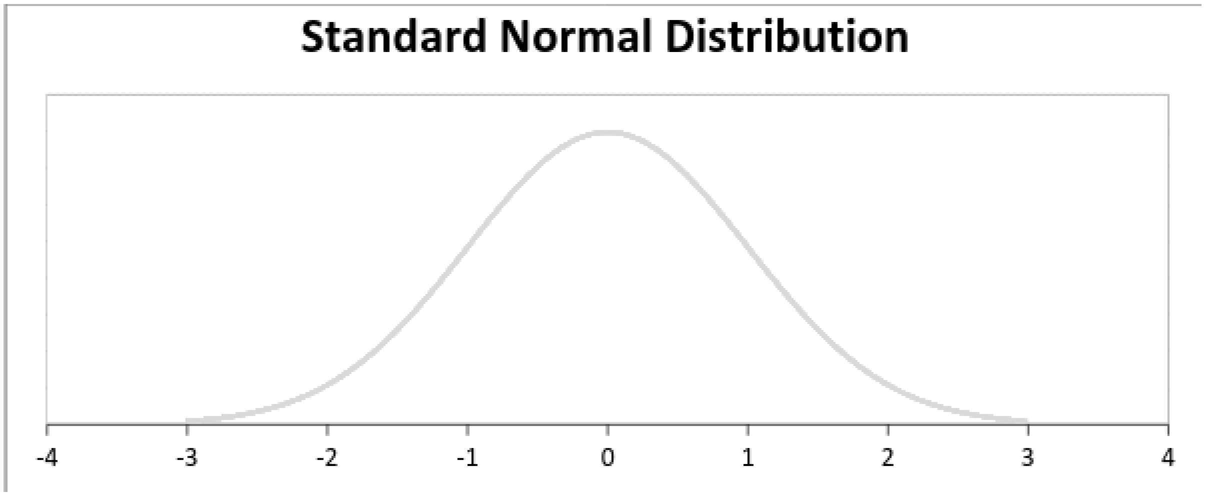
، μوهنا (و σ يعني) هي المعلمات) الانحراف المعياري.

يظهر الرسم البياني لمتغير عشوائي X ~ N (μ ،σ) أدناه.



يتم تعريف التوزيع العادي القياسي على أنه التوزيع بمتوسط 0 وانحراف معياري 1. في مثل هذه الحالة ، يصبح PDF:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \qquad for -\infty < x < \infty$$



5- توزيع السم

يمكن لنفترض أنك تعمل في مركز اتصالات ، كم عدد المكالمات التي تحصل عليها في اليوم تقريبًا؟

الآن ، العدد الكامل للمكالمات في مركز الاتصال في اليوم على غرار توزيع .أن يكون أي رقم

بعض الأمثلة الأخرى .بواسون

1. عدد مكالمات الطوارئ المسجلة في المستشفى في يوم واحد.
2. عدد السرقات المبلغ عنها في منطقة في يوم واحد.
3. عدد العملاء الذين يصلون إلى الصالون في ساعة.
4. عدد حالات الانتحار المبلغ عنها في مدينة معينة.
5. عدد أخطاء الطباعة في كل صفحة من صفحات الكتاب.

توزيع بواسون قابل للتطبيق في .يمكنك الآن التفكير في العديد من الأمثلة التي تتبع نفس المسار

المواقف التي تحدث فيها الأحداث في نقاط زمنية ومكانية عشوائية حيث تكمن مصلحتنا فقط في عدد

تكرارات الحدث.

عندما تكون الافتراضات التالية صحيحة **التوزيع توزيع بواسون** يسمى:

1. يجب ألا يؤثر أي حدث ناجح على نتيجة حدث ناجح آخر.

2. يجب أن يتساوى احتمال النجاح خلال فترة زمنية قصيرة مع احتمال النجاح على مدى فترة أطول.

3. يقترب احتمال النجاح في فترة من الصفر عندما يصبح هذا الفاصل أصغر.

الآن ، إذا تحقق أي توزيع من صحة الافتراضات المذكورة أعلاه ، فهو توزيع بواسون. بعض الرموز المستخدمة في توزيع بواسون هي:

- λ هو معدل حدوث الحدث ،
- t هو طول الفترة الزمنية ،
- X هو عدد الأحداث في تلك الفترة الزمنية. و

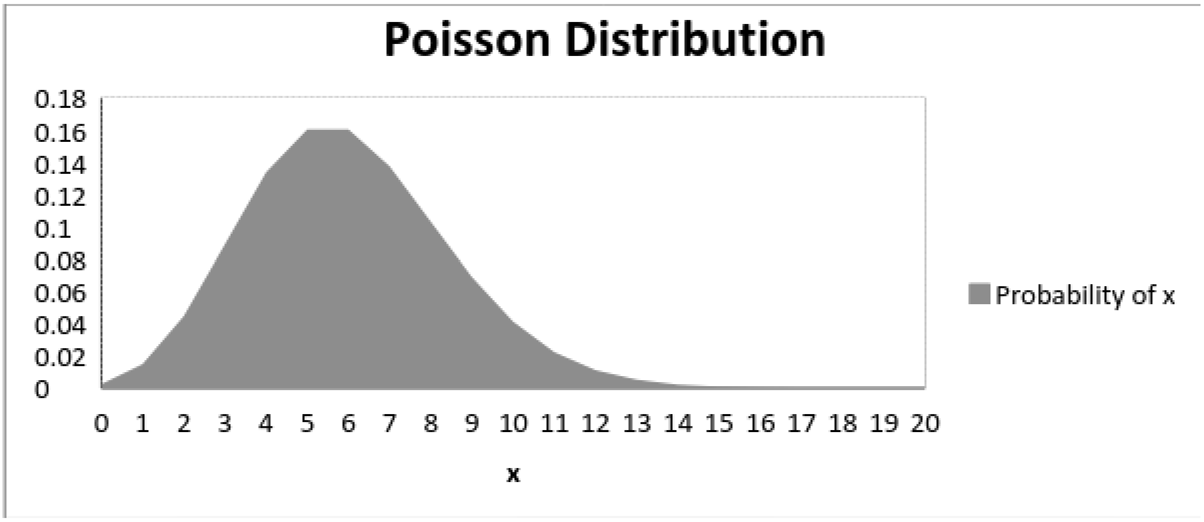
يسمى توزيع X والتوزيع الاحتمالي لـ Poisson Random Variable اسم X هنا ، يُطلق على Poisson.

لنفترض أن تشير إلى متوسط عدد الأحداث في فترة طولها t. ، ثم μ = λ * t.

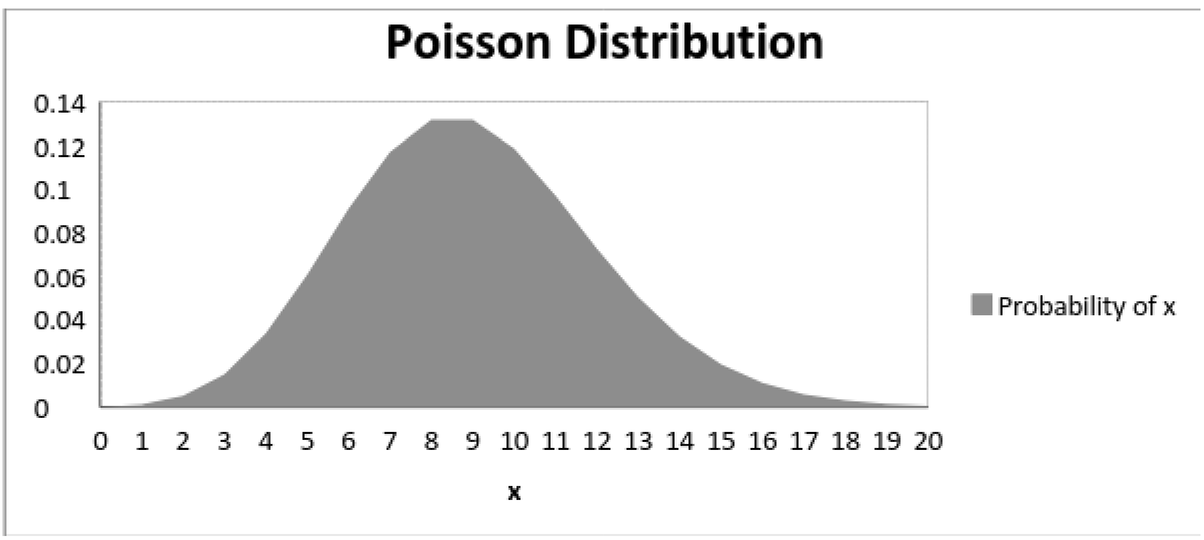
يتم إعطاء PMF لـ X بعد توزيع Poisson بواسطة:

$$P(X = x) = e^{-\mu}\frac{\mu^x}{x!} \qquad for\ x = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$

يظهر الرسم البياني .تُعرَّف أيضًا بأنها مرات طول تلك الفترة μ. هو معلمة هذا التوزيع μ المتوسط لتوزيع بواسون أدناه:



يوضح الرسم البياني الموضح أدناه التحول في المنحنى بسبب الزيادة في المتوسط.



من الملاحظ أنه كلما زاد المتوسط ، يتحول المنحنى إلى اليمين.

بعد توزيع بواسون X متوسط وتباين:

يعني -> E (X) =

التباين -> Var (X) = µ

6- توزع استثنائى

هنا ، يأتي التوزيع ماذا عن الفاصل الزمني بين المكالمات؟ .لنفكر في مثال مركز الاتصال مرة أخرى نماذج التوزيع الأسي الفاصل الزمني بين المكالمات .الأسي لإنقاذنا.

أمثلة أخرى هي:

1. طول الفترة الزمنية بين وصول المترو ،
2. طول الفترة الزمنية بين حالات الوصول في محطة وقود
3. عمر مكيف الهواء

من العمر المتوقع للآلة إلى العمر المتوقع. يستخدم التوزيع الأسي على نطاق واسع لتحليل البقاء للإنسان ، يحقق التوزيع الأسي النتيجة بنجاح.

يُقال أن المتغير العشوائي X له **توزيع أسي** باستخدام PDF:

و (س) = {λe $^{-x}$ 0 ≤ س ،

والمعلمة **λ> 0** والتي تسمى أيضًا المعدل.

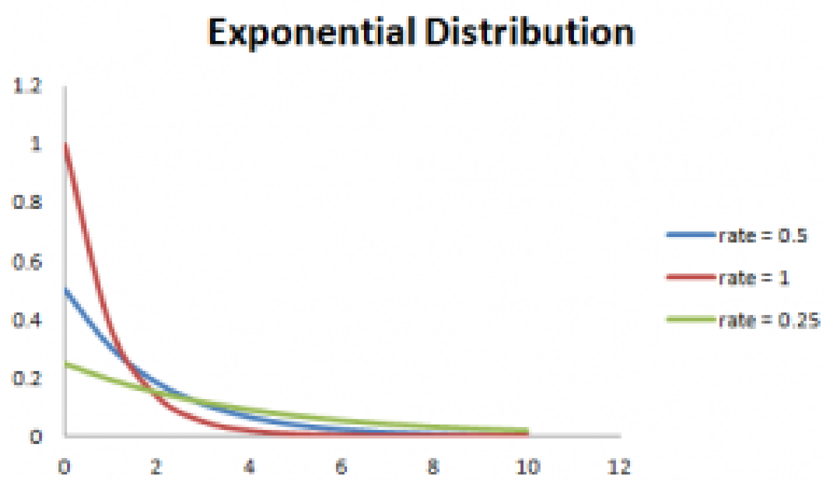
، نظرًا لأنه قد نجا حتى t معدل فشل الجهاز في أي وقت λ لتحليل البقاء على قيد الحياة ، يُطلق على t.

بعد التوزيع الأسي X متوسط وتباين المتغير العشوائي:

يعني -> $E(X) = 1 / \lambda$

التباين -> $Var(X) = (1 / \lambda)^2$

وأيضًا ، كلما زاد المعدل ، كلما انخفض المنحنى بشكل أسرع وكلما انخفض المعدل ، أصبح المنحنى أكثر انبساطًا. هذا موضح بشكل أفضل مع الرسم البياني الموضح أدناه.



لتسهيل الحساب ، توجد بعض الصيغ الواردة أدناه.

P {X≤x} = 1 - e $^{-x}$ يتوافق مع المنطقة الواقعة أسفل منحنى الكثافة على يسار ، x.

P {X> x} = e $^{-x}$ يتوافق مع المنطقة الواقعة أسفل منحنى الكثافة على يمين ، x.

P {x1 <X≤ x2} = e $^{-x1}$ - e $^{-x2}$ يتوافق مع المنطقة الواقعة أسفل منحنى الكثافة بين ، x1 و x2.

العلاقات بين التوزيعات

العلاقة بين برنولي والتوزيع ذي الحدين

1. توزيع برنولي هو حالة خاصة للتوزيع ذي الحدين مع تجربة واحدة.

2. لا يوجد سوى نتيجتين محتملتين لتوزيع برنولي وذات الحدين ، وهما النجاح والفشل.

3. كل من برنولي والتوزيع ذي الحدين لهما مسارات مستقلة.

العلاقة بين بواسون والتوزيع ذي الحدين

توزيع بواسون هو حالة محدودة للتوزيع ذي الحدين في ظل الشروط التالية:

1. عدد المحاكمات كبير إلى أجل غير مسمى أو $n \to \infty$.
2. احتمال نجاح كل تجربة هو نفسه وصغير إلى أجل غير مسمى أو $p \to 0$.
3. $np = \lambda$ محدود ،.

العلاقة بين التوزيع الطبيعي وذات الحدين والتوزيع الطبيعي وتوزيع بواسون:

التوزيع الطبيعي هو شكل مقيد آخر للتوزيع ذي الحدين في ظل الشروط التالية:

1. عدد المحاكمات كبير إلى أجل غير مسمى ، $n \to \infty$.
2. كلا p و q ليسا صغيرين إلى أجل غير مسمى.

التوزيع الطبيعي هو أيضًا حالة مقيدة لتوزيع بواسون مع المعلمة $\lambda \to \infty$.

العلاقة بين التوزيع الأسي والتوزيع بواسون:

إذا كانت الأوقات بين الأحداث العشوائية تتبع التوزيع الأسي بالمعدل λ ، فإن العدد الإجمالي للأحداث في فترة زمنية بطول t يتبع توزيع بواسون مع المعلمة λt.

اختبر معلوماتك

لقد وصلت إلى هذا الحد. اسمحوا لي أن نعرف الآن ، هل أنت قادر على الإجابة على الأسئلة التالية؟ في التعليقات أدناه!

1. معادلة حساب المتغير العشوائي العادي هي:

أ. (س + μ) / σ

ب. (س μ) / σ

ج. (س σ) / μ

2. في توزيع برنولي ، تُعطى صيغة حساب الانحراف المعياري من خلال:

أ. ص (1 - ص)

ب. SQRT (ص (1 - ع))

ج. SQRT (ع (1 - ع))

3. بالنسبة للتوزيع الطبيعي ، فإن الزيادة في المتوسط سوف:

أ. تحويل المنحنى إلى اليسار

ب. تحويل المنحنى إلى اليمين

ج. تسطيح المنحنى

4. يتم توزيع عمر البطارية بشكل كبير مع λ = 0.05 لكل ساعة. احتمال أن تدوم البطارية ما بين 10 و 15 ساعة هو:

1.0.1341

ب

0.1540 ج .0.0079