القواعد المشتقة

Differentiation Rules and examples

يمكننا اتباعها لإيجاد العديد من المشتقات **قواعد** توجد.

فمثلا:

- مثل 3) دائمًا 0) **ثابتة** يكون ميل قيمة
- هو 3 إلخ xهو 2 ، أو 3 xمثل 2 **خط** ميل
- وما إلى ذلك وهلم جرا.

ملحوظة: العلامة .(الأمثلة أدناه) فيما يلي قواعد مفيدة لمساعدتك في إيجاد مشتقات العديد من الدوال (باستخدام دالات g و f و ، **مشتق من** تعني الصغيرة.

وظائف مشتركة	**دور**	**المشتق**
ثابت	ج	0
خط	x	1
	فأس	أ
مربع	$\times^{2}$	2x
الجذر التربيعي	√x	(½) $^{\text{س}}$
متسارع	ه $^{\text{س}}$	ه $^{\text{س}}$
	أ $^{\text{س}}$	ln (أ (أ $^{\text{س}}$
اللوغاريتمات	ln (x)	1 / س
	(س) $_{\text{ا}}$ تسجيل	1 / (x ln (a))
علم المثلثات (x بالتقدير الدائري)	الخطيئة (x)	(كوس (س
	(كوس (س	−sin (x)
	تان (x)	ثانية ^{2} (x)
علم المثلثات المعكوس	الخطيئة $^{-1}$ (س)	1 / (1 − $\times^{2}$)
	كوس $^{-1}$ (س)	−1 / (1 − $\times^{2}$)
	تان $^{-1}$ (x)	1 / (1 + $\times^{2}$)

قواعد	**دور**	**المشتق**
الضرب في ثابت	راجع	cf '
حكم القوة	x $^{\text{ن}}$	nx $^{\text{ن} - 1}$
حكم المجموع	و + ز	"و" + ز
حكم الفرق	و - ز	"و" - ز
سيادة المنتج	fg	و ز' + و' ز
قاعدة الحاصل	و / ز	و′ز - ز′ وز ^{2}
حكم متبادل	1 / و	−f '/ و ^{2}
قاعدة السلسلة	ز º و	(ز') × ز º' و)

مثل "تكوين الوظائف")

(باستخدام) قاعدة السلسلة ') (و (ز (س)) $f'(g(x))\ g'(x)$

(باستخدام) قاعدة السلسلة **DX**) **DX** دي دو دو = **DX** دي

"مكتوب أيضًا" مشتق من **DX**

لذا **DX** من كل تعني sin (x) و sin (x) "مشتق sin (x)"

أمثلة

مثال: ما هو مشتق sin (x)؟

من الجدول أعلاه تم إدراجه على أنه **cos (x)**

يمكن كتابتها على النحو التالي:

$$\text{DX}\text{(الخطيئة (س)} = \text{كوس (س)}$$

أو:

الخطيئة (x) '= cos (x)

حكم القوة

مثال: ما هو **DX** x^3 ؟

السؤال يطرح السؤال "ما هو مشتق x^3 ؟"

يمكننا استخدام حكم القوة حيث ن = 3 ،:

$$\text{DX}\, x^n = nx^{n-1}$$

$$\text{DX}\, س^3 = 3\, س^{3-1} = \mathbf{3\, س^2}$$

(بمعنى آخر ، مشتق x^3 هو $3x^2$)

إذن فهو ببساطة هذا:

"اضرب في القوة
ثم قلل الطاقة بمقدار 1"

يمكن استخدامه أيضًا في حالات مثل هذه:

مثال: ما هو $\frac{d}{dx}$(1 / س)؟

1 / x هي أيضًا $\mathbf{x^{-1}}$

يمكننا استخدام قاعدة القوة ، حيث $n = -1$:

$$\frac{d}{dx} x^{n} = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} س^{-1} = -1\ س^{-1-1}$$

$$= -x^{-2}$$

$$= -1\mathbf{\times}^{2}$$

لذلك قمنا بهذا:

الذي يبسط إلى $\mathbf{-1 / x^{2}}$

الضرب في ثابت

مثال: ما هو $\frac{d}{dx}5x^{3}$ ؟

مشتق $cf = cf'$

5 مشتقf $= 5f'$

نعلم (من قاعدة القوة):

$$\frac{d}{dx} س^{3} = 3\ س^{3-1} = 3\ س^{2}$$

لذا:

$$\frac{d}{dx}5\ س^{3} = 5\frac{d}{dx}\times^{3} = 5 \times 3 \times^{2} = 15\ \mathbf{\times}^{2}$$

حكم المجموع

مثال: ما مشتق $x^{2} + x^{3}$ ؟

تقول قاعدة المجموع:

مشتق $f + g = f' + g'$

لذا يمكننا إيجاد كل مشتقة على حدة ثم جمعها.

باستخدام قاعدة القوة:

- ـ**DX**س ^{2} = 2 س
- ـ**DX**س ^{3} = 3 س ^{2}

و حينئذ:

$$\text{مشتق } x^2 + x^3 = \mathbf{2x + 3x^2}$$

حكم الفرق

: **v** في هذه الحالة ، بل يمكن أن يكون أي شيء **x** ما نشتقه بالنسبة إليه لا يجب أن يكون .

مثال: ما هو ـ**دي في** (ع ^{3} −v ^{4})؟

تقول قاعدة الاختلاف

$$\text{مشتق } f - g = f' - g'$$

لذا يمكننا إيجاد كل مشتقة على حدة ثم نطرحها.

باستخدام قاعدة القوة:

- ـ**دي في**ع ^{3} = 3v ^{2}
- ـ**دي في**ع ^{4} = 4v ^{3}

و حينئذ:

$$\text{مشتق } v^3 - v^4 = \mathbf{3v^2 - 4v^3}$$

الجمع ، والفرق ، والضرب المستمر ، وقواعد القوة

مثال: ما هو ـ**دز** $(5z^2 + z^3 - 7z^4)$؟

باستخدام قاعدة القوة:

- ـدزض ^{2} = 2 ز
- ـدزض ^{3} = 3 ع ^{2}
- ـدزض ^{4} = 4 ع ^{3}

و حينئذ:

$$\text{دز}(5z^2 + z^3 - 7z^4) = 5 \times 2z + 3z^{2-7} \times 4z^3$$
$$= \mathbf{10z + 3z^2 - 28z^3}$$

سيادة المنتج

مثال: ما هو مشتق $\cos(x) \sin(x)$؟

تقول قاعدة المنتج:

$$\text{مشتق } fg = f\,g\,' + f'\,g$$

في حالتنا هذه:

- و = كوس
- ز = الخطيئة

نعلم (من الجدول أعلاه):

- د**DX**$\cos(x) = -\sin(x)$
- د**DX**(س) كوس = (س) الخطيئة)

لذا:

$$\text{مشتق } \cos(x)\sin(x) = \cos(x)\cos(x) - \sin(x)\sin(x)$$

$$= \mathbf{\cos^2(x) - \sin^2(x)}$$

قاعدة الحاصل

لمساعدتك على التذكر:

$$(F\text{ز})\,' = \frac{gf\,' - fg'}{\text{ز}^2}$$

مشتق "مرتفع فوق منخفض" هو:

"منخفضة dHigh ناقص High dLow فوق الخط وتربيع ، Low"

مثال: ما هو مشتق $\cos(x) / x$؟

في حالتنا هذه:

- و = كوس
- ز = س

نعلم (من الجدول أعلاه):

- و '= sin (x)
- ز '= 1

لذا:

تربيع المنخفض*dLow مرتفع ناقص مرتفع d منخفض* = **x***(كوس (س مشتق من*

= س (−sin (x)) - cos (x) (1)$\times^2$

= -xsin (x) + cos (x)$\times^2$

حكم متبادل

مثال: ما هو **DX**(1 / س)؟

تقول القاعدة المتبادلة:

مشتق من *1***F** = *−f '*و ^{2}

مع f (x) = x نعلم أن ، f '(x) = 1

لذا:

مشتق من *1***x** = *−1*$\times^2$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها أعلاه باستخدام قاعدة القوة.

حكم السلسلة

مثال: ما هو **DX**الخطيئة ($\times^2$)؟

تتكون الخطيئة (x^2) من sin () و x^2 :

- ز) الخطيئة = (ز) (و)
- س = (س) ز ^{2}

تقول قاعدة السلسلة:

مشتق $f(g(x)) = f'(g(x))\, g'(x)$

المشتقات الفردية هي:

- ز) كوس = (ز)' و)
- س 2 = (س)' ز

لذا:

$$\frac{d}{dx}\text{الخطيئة}(x^2) = \cos(g(x))\,(2x)$$

$$= 2x \text{ كوس } (x^2)$$

طريقة أخرى لكتابة قاعدة السلسلة هي: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$

لنقم بالمثال السابق مرة أخرى باستخدام هذه الصيغة:

مثال: ما هو $\frac{d}{dx}$الخطيئة (x^2)؟

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

دع $u = x^2$ لذا ، $y = \sin(u)$:

$$\frac{d}{dx}\text{الخطيئة}(x^2) = \frac{d}{du}\text{الخطيئة}(\text{ش})\,\frac{d}{dx}x^2$$

يميز كل منها:

$$\frac{d}{dx}\text{الخطيئة}(x^2) = \cos(u)\,(2x)$$

عوّض مرة أخرى $u = x^2$ وبسّط:

$$\frac{d}{dx}\text{الخطيئة}(x^2) = 2x\cos(x^2)$$

نفس النتيجة كما كانت من قبل (الحمد لله!)

مثالان آخران لقاعدة السلسلة:

مثال: ما هو $\frac{d}{dx}$(1 / كوس (خ))؟

1 / cos (x) مكون من **1 / g** و **cos ()** :

- ز / 1 = (ز) و
- س) كوس = (س) ز)

تقول قاعدة السلسلة:

$$مشتق\ f(g(x)) = f'(g(x))\, g'(x)$$

المشتقات الفردية هي:

- ز) / 1- = (ز)' و ^{2})
- س)' ز) = −sin (x)

لذا:

$$(1 / \cos(x))' = -1(خ)^{2}(-\sin(x))$$

= *الخطيئة (x)*كوس ^{2} (س)

ملحوظة: *الخطيئة (x)*كوس ^{2} **(س)** هو أيضا *تان (x)*(س) **كوس)** أو العديد من الأشكال الأخرى.

مثال: ما هو **-DX**$(5x - 2)^3$ ؟

تقول قاعدة السلسلة:

$$مشتق\ f(g(x)) = f'(g(x))\, g'(x)$$

$(5x - 2)^3$ مكونة من **g^3** و **$5x - 2$** :

- ز = (ز) و ^{3}
- 2 − س 5 = (س) ز

المشتقات الفردية هي:

- $f'(g) = 3g^2$ (بواسطة قاعدة القوة)
- 5 = (س)' ز

لذا:

$$-DX(5x - 2)^3 = (3g(x)^2)(5) = 15(5x - 2)^2$$