**একটি সংখ্যার গল্প**

**মূলঃ ইলি ম্যায়র**

**অনুবাদঃ আব্দুল্যাহ আদিল মাহমুদ**

***“আমাদের মহাবিশ্ব আসলে বিরাট এক গ্রন্থ। এর পরতে পরতে মিশে আছে দর্শন। গ্রন্থটা আমাদের চোখের সামনেই পড়ে আছে। কিন্তু একে বুঝতে হলে এর ভাষা আয়ত্ত করা চাই। চেনা দরকার সেই বর্ণগুলো, যা দিয়ে লেখা হয়েছে এই বই। এটি লেখা হয়েছে গণিতের ভাষা দিয়ে, আর এর বর্ণমালা হল ত্রিভুজ, বৃত্ত ও অন্যান্য জ্যামিতিক চিত্রগুলো। এগুলো বাদ দিয়ে বইটির একটি শব্দও বোঝা সম্ভব নয়।*“**

**-গ্যালিলিও গালিলেই**

II Saggiatore(**1623)**

**প্রাক- ভূমিকাঃ**

**অনুবাদক**

**এ বইটির আলোচ্য বিষয়** e**। একে** অয়লারের সংখ্যা **বা** নেপিয়ারের ধ্রুবকও **বলা হয়। বইটি যথেষ্ট সহজ করে লেখা হলেও কিছু কিছু কথা মাধ্যমিক স্তরের পাঠকদের জন্যেও কিছুটা কঠিন লাগতে পারে। তাই আমি পরিশিষ্টে কিছু বিষয় নিয়ে আলোচনা করেছি। যেমন ডেরিভেটিভ কী, সমানুপাতিক আসলে কীভাবে কাজ করে ইত্যাদি। এ বিষয়গুলো যারা একটু ধোঁয়াশার মধ্যে আছেন বলে ভাবছনে, তারা আগেই পরিশিষ্ট ১ পড়ে নেবেন। জনপ্রিয় ধারার বইগুলোও সব সময় সব পাঠকের জন্যে উপযুক্ত হয় না। এ পরিশিষ্টের মাধ্যমে এই বইটির সে ঘাটতি কিছুটা পূরণ হবে বলে আমার বিশ্বাস।**

**ভূমিকা (লেখক)**

**তখন আমার বয়স নয় কি দশ। প্রথমবারের মতো আমার দেখা হল পাই (**π**) এর সাথে। আমার বাবার এক বন্ধু একটি ওয়ার্কশপের মালিক ছিলেন। এক দিন আমি সেখানে যাবার আমন্ত্রণ পেলাম। রুমটা ছিল মেশিন ও যন্ত্রপাতিতে ভর্তি। বাতাসে ছিল তেলের ভারী গন্ধ। যন্ত্রপাতি কখনোই আমার বিশেষ নজর কাড়তে পারেনি। মালিক হয়তবা আমার নিরাসক্তি বুঝে থাকবেন। তিনি আমাকে আরো একটি মেশিনের কাছে নিয়ে গেলেন। এটির সাথে কিছু ফ্লাই হুইল যুক্ত ছিল। তিনি বললেন, একটি হুইল বা চাকা যত বড় বা ছোটই হোক না কেন, এর পরিধি ও ব্যাস সব সময় একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে থাকবে। অনুপাতটি হল প্রায় । এই অদ্ভুত সংখ্যাটি আমাকে কৌতূহলী করে তোলে। আমি আরো অবাক হলাম যখন শুনলাম, এখন পর্যন্ত কেউই এই সংখ্যাটি পূর্ণাঙ্গভাবে লিখতে পারেনি। লেখা গেছে শুধুই কাছাকাছি একটি মান। তবু সংখ্যাটি অনেক গুরুত্বপূর্ণ। সে গুরুত্ব এতখানি যে এর জন্যে বিশেষ একটি চিহ্নও বরাদ্দ। এটি হল গ্রিক বর্ণ পাই (**π**)।**

**আমি নিজেকেই প্রশ্ন করলাম, বৃত্তের মতো এমন সাদামাটা একটি আকৃতির সাথে এমন অদ্ভুত একটি সংখ্যার সম্পর্ক কেন থাকবে? আমি তখন প্রায় জানতামই না যে, এ একই সংখ্যা চার হাজার বছর যাবত বিজ্ঞানীদের কপাল ভাঁজ করে রেখেছে। এমনকি এর সম্পর্কে কিছু প্রশ্নের জবাব মেলেনি আজও।**

**কয়েক বছর পরের কথা। হাই স্কুলের জুনিয়র হিসেবে বীজগণিতের সাথে দেখা। আরও একটি অদ্ভুত সংখ্যা আমার কৌতূহলের কারণ হল। পাঠক্রমের একটি গ্রুত্বপূর্ণ অংশ ছিল ল্গারিদম। তখনও মুঠো ক্যালকুলেটরের প্রচলন হয়নি। ফলে গণিতে উচ্চ শিক্ষায় ইচ্ছুক যে কাউকেই সঙ্গে রাখতে হত একটি লগ সারণি। সবুজ মলাটের এই সারণি শিক্ষা মন্ত্রণালয় থেকে সরবরাহ করা হত। দেখলেই ভয়ে গায়ে কাঁটা দিত। বার বার এতে মান খুঁজতে গিয়ে বিরক্তিতে মরণ দশা হয়ে যেত। তাও আবার এই আশায় থাকতে হবে যাতে কোনো একটি সারি বাদ পড়ে না যায় বা ভুল কলামে চোখ চলে না যায়। আমরা যেটা ব্যবহার করতাম তাকে বলা হত কমন লগ। একেবারে স্বাভাবিকভাবেই এতে লগের ভিত্তি (**base**) ছিল ১০। তবে সারণিতে ন্যাচারাল লগারিদম নামে আরেকটা পৃষ্ঠা ছিল। আমি জানতে চেষ্টা করলাম, ১০ এর চেয়ে ন্যাচারাল বা স্বাভাবিক আর কী হতে পারে? প্রশ্নটি করলে শিক্ষক বললেন, ‘একটি বিশেষ সংখ্যা আছে, যাকে** e **দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এর মান হল প্রায় ২.৭১৮২৮। উচ্চতর গণিতে একেই ভিত্তি হিসেবে ব্যবহার করা হয়।‘ কিন্তু এই অদ্ভুত সংখ্যাটিই কেন? আরও সিনিয়র হয়ে ক্যালকুলাসের দেখা পেলাম। অপেক্ষার পালা শেষ, পেয়ে গেলাম জবাব।**

**এর মধ্যে দিয়ে পাই একজন সঙ্গী খুঁজে পেল। দুটোর মধ্যে তুলনা অনিবার্য হয়ে ওঠল। এর আরেকটি বড় কারণ হল, দুটোরই মান খুব কাছকাছি। বিশ্ববিদ্যালয়ে আরও কয়েক বছর পার করার পর আমি বুঝলাম, এরা দুজন আসলে একে অপরের সাথে খুব নিবিড়ভাবে জড়িয়ে আছে। এদের এই সম্পর্কের রহস্য আরও বাড়িয়ে দিয়েছে তৃতীয় আরেকটি প্রতীক** i**। এটি হল বিখ্যাত কাল্পনিক একক, -১ এর বর্গমূল। ফলে গাণিতিক নাটকীয়তা বর্ণনার যাবতীয় উপকরণ ছিল এখানেই।**

**পাই এর গল্প অনেক করা হয়েছে। নিঃসন্দেহে এর পেছনে কারণ হল, প্রাচীন কাল থেকেই এর সাথে মানুষের যোগাযোগ। আরেকটি কারণ হল, উচ্চতর গণিতের সাহায্য ছাড়াই এর অনেক কিছু জানা সম্ভব হয়। পাই সম্পর্কে সবচেয়ে ভালো বই সম্ভবত পিটার বেকম্যানের লেখা *আ হিস্টরি অব পাই*। বইটি সংক্ষিপ্ত হলেও এতে রয়েছে স্পষ্ট ও নির্ভুল ব্যাখ্যা। সে তুলনায়** e **একটু কম গুরুত্ব পেয়েছে। এক দিকে এটি হল আধুনিক যুগের আবিষ্কার। পাশাপাশি এর ইতিহাস জড়িয়ে আছে ক্যালকুলাসের সাথে। ঐতিহ্যগতভাবে ক্যালকুলাসকে উচ্চতর গণিতের দরজা মনে করা হয়। আমি যত দূর জানি,** e **এর ইতিহাস নিয়ে বেকম্যানের বইটার সাথে তুলনীয় কোনো বই এখনও প্রকাশিত হয়নি। আশা করছি, এই বইটি এই শূন্যতা পূরণ করবে।**

**আমি** e **এর গল্প এমনভাবে বলতে চাই, যাতে গণিতের মোটামুটি জ্ঞান আছে অন্তত এমন সবাই এটা বুঝতে পারেন। মূল লেখায় আমি গণিতের ব্যবহার করেছি খুব কম। বেশ কিছু প্রমাণ ও আহরণকে আমি পরিশিষ্ট অংশে রেখেছি। এছাড়া মাঝে-মধ্যেই আমি মূল আলোচনা থেকে সরে গিয়ে প্রাসঙ্গিক কিছু ঐতিহাসিক কথা নিউয়ে এসেছি।** e **এর ইতিহাসে অবদান আছে- এমন কিছু মানুষের জীবনীমূলক কথাও রয়েছে এর মধ্যে। পাঠ্যবইয়ে তাঁদের কথা থাকে না বললেই চলে। পদার্থ ও জীববিদ্যা থেকে শুরু করে কলা ও সঙ্গীতের বিভিন্ন ঘটনার সাথে সূচকীয় ফাংশন ex এর সম্পর্ক আছে। সর্বোপরি, সেটাই আমি দেখাতে চাই। আমি চাই, গণিতের বাইরের দুনিয়ায়ও এটি আবেদন খুঁজে পাক।**

**ক্যালকুলাসের প্রচলিত পাঠ্যবইয়ে বিভিন্ন টপিক যেভাবে আলোচনা করা হয়, আমি মাঝে-মধ্যেই তা থেকে সরে গেছি। যেমন ex নিজেই নিজের ডেরিভেটিভ। এটা দেখাতে গিয়ে অধিকাংশ পাঠ্যবইয়ে শুরুতে** সূত্রটি বের করা হয়। এটা অনেক দীর্ঘ একটি প্রক্রিয়া। এর ফলে, ইনভার্স ফাংশনের ডেরিভেটিভ বের করার পরেই কেবল পাওয়া যায় কাঙ্ক্ষিত ফলাফল। আমার কাছে সব সময় একে অহেতুক বাড়াবাড়ি মনে হয়েছে।

ফর্মুলাটি আরো সরাসরি ও কম সময় খরচ করেই বের করা যায়। আমাদেরকে দেখাতে হবে যে সাধারণ সূচকীয় ফাংশন y = bx  এর ডেরিভেটিভ bx এর সমানুপাতিক। এবার আমাদেরকে b এর সেই মানটি বের করতে হবে, যার জন্যে সমানুপাতিক ধ্রুবক হয় ১। প্রতিপাদনটি পরিশিষ্ট ৫ এ দেওয়া আছে। আবার রাশিমালাটি উচ্চতর গণিতে খুব বেশি কাজে লাগে। এর জন্যে আমি সংক্ষেপে cis *x* (উচ্চারণ সিস এক্স) ব্যবহার করেছি। আমি আশা করব, অনেক সংক্ষিপ্ত এই প্রতীকটিই সচরাচর ব্যবহার করা হবে।

বৃত্তীয় এবং হাইপারবোলিক ফাংশনের মধ্যে একটি সাদৃশ্য আছে। ১৭৫০ সালের দিকে ভিনসেনজো রিকাটি এটি আবিষ্কার করেন। এদের মধ্যে মিল হল, দুটো ফাংশনের ক্ষেত্রেই স্বাধীন চলককে জ্যামিতিকভাবে একটি ক্ষেত্রফল হিসেবে চিন্তা করা যায়। এর ফলে, দুই ধরনের ফাংশনের জ্যামিতিক মিলটি আরও বেশি চোখে পড়ার মতো। এ কথাটি পাঠ্যবইয়ে খুঁজে পাওয়া কঠিন। এটা আমরা আলোচনা করেছি দ্বাদশ অধ্যায়ে পুনরায় পরিশিষ্ট ৮ এ।

অনুসন্ধান করতে গিয়ে একটি বিষয় আমি খুব সহজেই ধরতে পেরেছি। তা হল, ক্যালকুলাস আবিষ্কারের অন্তত অর্ধ-শতক আগেই গণিতবিদরা e এর কথা জানতেন। লগারিদম নিয়ে জন নেপিয়ারের লেখা বইয়ের ইংরেজি অনুবাদ করেন এডওয়ার্ড রাইট। ১৬১৮ সালে প্রকাশিত এই বইতেই পাওয়া যায় e এর কথা! **এটা কী করে হল? সম্ভাব্য একটি ব্যাখ্যা হল সংখ্যাটির প্রথম উৎপত্তি ঘটেছে চক্রবৃদ্ধি সুদের সূত্র থেকে। কেউ একজন- আমরা জানি না কে**, **কখন- হয়ত কৌতূহলভরে দেখেছিল, যদি** P **পরিমাণ মূলধন প্রতি বছর** n **বার করে বার্ষিক সুদের হার** r **নিয়ে** t **বছর ধরে চক্রবৃদ্ধি হারে বাড়তে থাকে, এবং যদি মেনে নেওয়া হয় যে** n **এর মান যে- কোনো পরিমাণ বড় হতে পারবে, তাহলে মোট অর্থের পরিমাণ (**S**) বের করার সূত্র**  **থেকে পাওয়া মান একটি নির্দিষ্ট লিমিটের দিকে যেতে থাকে।** P**,** r **ও** t**এই** **তিনটি রাশির মানই যদি ১ হয়, তবে লিমিটের মান হয় ২.৭১৮। এই আবিষ্কার নিশ্চয়ই সপ্তদশ শতকের শুরুর দিকের গণিতবিদদেরকে মোহিত করেছিল, যদের কাছে লিমিটের ধারণা তখনও অচেনা। তবে, খুব সম্ভব এ আবিষ্কার ঘটেছে পরীক্ষামূলক পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে। জটিল গাণিতিক চর্চা থেকে নয়। তার মানে সংখ্যা ও সূচকীয় ফাংশন এর উদ্ভব ঘটছে একটি নীরস ঘটনা থেকে। এটি হল, সময়ের সাথে টাকার পরিমাণ বৃদ্ধির নিয়ম। তবে আমরা দেখব, অন্য প্রশ্নের অনুসন্ধান করতে গিয়েও পাওয়া গেল একই সংখ্যা। এর মধ্যে বিশেষভাবে উল্লেখ করা যায়** y=1/x **অধিবৃত্ত দ্বারা উৎপন্ন ক্ষেত্রফল বের করার সমস্যার কথা। ফলে,** e **এর সত্যিকারের উদ্ভব রহস্যের চাদরেই ঢাকা থাকছে। স্বাভাবিক লগারিদমের ভিত্তি হিসেবে** e **সবচেয়ে বেশি পরিচিতি। তবে সংখ্যাটির এই ভূমিকার কথা জানা গেছে আঠারো শ শতকের প্রথম অর্ধে লিওনার্দ অয়লারের কাজের মাধ্যমে। তাঁর কাজের মাধ্যমে সূচকীয় ফাংশন ক্যালকুলাসের মূল ভূমিকায় অবতীর্ণ হল।**

**নাম ও সালগুলো সম্পর্কে অনেক সময় বিভিন্ন উৎসে বিপরীত কথা বলা আছে। তবে আমি সঠিক তথ্য দেওয়ার জন্যে যথেষ্ট চেষ্টা করেছি, বিশেষ করে যেসব বিষয়ের আবিষ্কারক সম্পর্কে বিতর্ক আছে। সতের শ শতকের প্রথম ভাগে গণিতের যে চর্চা ছিল সেটা নজীরবিহীন। অনেক সময় বিভিন্ন বিজ্ঞানী অন্যদের কাজ সম্পর্কে না জেনেই প্রায় একই রকম ধারণার উদ্ভব ঘটাতেন। পৌঁছতেন একই ফলাফলে। আবার প্রায় একই সময়েও। নিজের প্রাপ্ত ফলাফল একটি বৈজ্ঞানিক জার্নালে ছাপতে হবে-এমন চর্চার বহুল প্রচলন তখনও ঘটেনি। ফলে সেই সময়ের অনেকগুলো বড় বড় আবিষ্কারের কথা জানা গিয়েছিল চিঠি, পুস্তিকা বা স্বল্প-প্রচারিত বইয়ের মাধ্যমে। ফলে কাজটি সবার আগে কে করেছেন তা বুঝতে পারা একটি সমস্যার বিষয়।**

**এই দূর্ভাগ্যজনক অবস্থারই চূড়ান্ত পরিণতি ঘটে ক্যালকুলাসের আবিষ্কারের অগ্রাধিকার নিয়ে সৃষ্টি তিক্ত বিতর্কের মাধ্যমে। এই ঘটনা নিয়েই সেই সময়ের বেশ কিছু মহান পণ্ডিত একে অপরের বিরুদ্ধে বিবাদে লিপ্ত হন। নিউটনের পরবর্তী প্রায় এক শতক পর্যন্ত ইংল্যান্ড গণিতে পিছিয়ে পড়ার ক্ষেত্রে এই ঘটনা বড় ভূমিকা রেখেছিল।**

**বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রতিটি স্তরে আমি গণিত পড়িয়েছি। এ কারণে গণিত সম্পর্কে শিক্ষার্থীদের নেতিবাচক ধারণা সম্পর্কে আমার খুব ভালো করে জানা আছে। এর পেছনে কারণ আছে অনেকগুলো। নিঃসন্দেহে একটি কারণ হল, আমরা কঠিন ও নীরস উপায়ে বিষয়টি পড়াই। আমরা শিক্ষার্থীদের ঘাড়ে কাড়ি কাড়ি সূত্র, সংজ্ঞা, উপপাদ্য ও প্রমাণ চাপিয়ে দেই। এই ঘটনাগুলোর ঐতিহাসিক পটভূমি কমই উল্লেখ করি। ফলে শিক্ষার্থীদের কাছে মনে হয়, কোনো ঐশী বাহক এগুলো আমাদের কাছে টেন কমান্ডমেন্ডস এর মতো হস্তান্তর করেছে। এই ধারণাগুলো দূর করতে গণিতের ইতিহাস একটি ভালো ভূমিকা রাখতে পারে। আমি ক্লাস নেওয়ার সময় সব সময় গণিতের ইতিহাস থেকে কিছু কথা বলতে চেষ্টা করি। এছাড়া সূত্র ও উপপাদ্যের সাথে যে ব্যক্তিদের নাম জড়িয়ে আছে তাদের জীবন থেকেও কিছু কথা বলতে চেষ্টা করি। এই বইটাও অনেকটা এ প্রচেষ্টারই ফসল। আশা করছি, এটি এই উদ্দেশ্য পূরণে সফল হবে।**

**বইটি লেখার সময় অমূল্য সহায়তা দান করার জন্যে আমার স্ত্রী ডালিয়াকে অসংখ্য ধন্যবাদ। চিত্রগুলো এঁকে দেওয়ার জন্যে ছেলে ইয়ালকে ধন্যবাদ। ওদের সাহায্য না পেলে বইটি কোনো দিনই আলোর মুখ দেখত না।**

**স্ককি, ইলিনয়**

**৭ জানুয়ারি, ১৯৯৩**