Obligatorisk innlevering 3

IN1150 – Logiske metoder

Våren 2018

Dette er den tredje og siste obligatoriske oppgaven . For at oppgaven skal bestås, **må alle oppgaver være besvart** og du må vise at du behersker stoffet som er gjennomgått så langt. Dersom du ikke finner svaret på en oppgave, må du skrive minst én setning som sier hva du synes er vanskelig med den.

Innleveringsfrist: Fredag 4. mai, kl. 23:59.

Oppgave 1 - Partisjoner og ekvivalensrelasjoner

La $S = \{a, b, c, d\}$.

(a) List opp alle mulige partisjoner av S.

(b) Velg en av partisjonene dine av S fra forrige oppgave, og kall denne for P. Gi en ekvivalensrelasjon $\sim$ som en mengde av tupler slik at $S/\sim\, = P$.

(c) Med ekvivalensrelasjonen du valgte i forrige oppgave, hva er ekvivalensklassen til c?

(d) Gi to ulike partisjoner av S slik at den ene er en forfining av den andre.

Oppgave 2 - Kombinatorikk

(a) Du er i butikken og skal kjøpe to forskjellige sjokolader, og det er åtte forskjellige sjokolader å velge mellom. På hvor mange måter kan du velge ut 2 av de 8 sjokoladetypene?

(b) Mens du er i butikken panter du 7 flasker. I hvor mange forskjellige rekkefølger kan du legge flaskene inn i panteautomaten?

(c) Du skal også kjøpe litt smågodt. Du har valgt deg ut tre typer smågodt (krokodiller, sjokoladebiter og lakrisbiter) du skal plukke fra, og du skal plukke 20 biter til sammen. På hvor mange måter kan du gjøre det? (En måte er å plukke 20 krokodiller. En annen er å plukke 10 krokodiller, 3 sjokoladebiter og 7 lakrisbiter.) Forklar kort hvordan du kommer frem til svaret.

Oppgave 3 - Abstrakt algebra

La R være relasjonen $\{\langle a, b\rangle \mid a \text{ er delelig med } b\}$ på mengden av heltall.

(a) Hva er R^{-1}?

(b) Hva er $\overline{R}$? (Den universelle mengden her er mengden av alle par der begge elementene er heltall, altså $\{\langle x, y\rangle \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$.)

(c) La f og g være to funksjoner fra heltall til heltall (fra $\mathbb{Z}$ til $\mathbb{Z}$) slik at $f(x) = 3x$ og $g(x) = x - 4$. Hvilke av disse funksjonene har en invers? Begrunn svaret. Hvis f har en invers, gi et funksjonsuttrykk for $f^{-1}(x)$, og hvis g har en invers, gi et funksjonsuttrykk for $g^{-1}(x)$. (Hvis en av disse funksjonene har en invers, skal inversen også være en funksjon fra heltall til heltall. Det kan være lurt å repetere definisjonen av en funksjon (kapittel 7) og definisjonen av invers funksjon (kapittel 20).)

Oppgave 4 - Grafteori

Grafen G har noder $V = \{a, b, c, d\}$ og kanter $E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, a\}, \{b, d\}\}$.

(a) Er grafen G sammenhengende? Begrunn svaret.

(b) Er grafen G komplett? Begrunn svaret.

(c) Skriv opp mengden av kanter i komplementet til G.

(d) Hvilke noder er naboer med noden b? Hva er graden til noden b?

(e) Har grafen G en eulerkrets? Hvis ikke, har den en eulervei? Begrunn svaret.

Oppgave 5 - Regulære språk og regulære uttrykk

Er det slik at følgende par av regulære uttrykk beskriver samme språk? Begrunn svaret. Hvis paret for eksempel består av $0|1$ og $1|0$, er svaret ja, fordi begge skriver språket $\{0, 1\}$.

(a) `(01)*` og `(10)*`

(b) `01*` og `(01)*`

(c) `1(Λ|0*)` og `10*`

For hvert av følgende språk finn et regulært uttrykk som beskriver dette språket:

(d) $\{aa, ab, ac, ba, bb, bc\}$

(e) $\{a, b, ab, ba, abb, baa, \ldots, ab^n, ba^n, \ldots\}$

(f) $\{\Lambda, a, abb, abbbb, \ldots, ab^{2n}, \ldots\}$

Oppgave 6 - Naturlig deduksjon

Gi bevis i naturlig deduksjon for formlene. (Ingen antakelser skal være åpne.)

(a) $(P \to (Q \land R)) \to (P \to Q)$

(b) $\neg P \to \neg(P \land Q)$