

MAREK POLEWSKI  
MECHANIKA LOTU 2  
CESSNA 150M  
PROWADZĄCY: DR INŻ. MACIEJ ŁASEK  
WTOREK 14:15-16:00

**Projekt 10**  
**„Podłużna statyczna stateczność i sterowność  
samolotu”**

DATA ODDANIA PROJEKTU:

OCENA: .....



## Spis treści

|   |          |
|---|----------|
| <b>1 Wstęp</b>  | <b>1</b> |
| <b>2 Środki statecznej stateczności i sterowności podłużnej</b> | <b>1</b> |
| <b>3 Zapasy podłużnej stateczności i sterowności samolotu</b>   | <b>3</b> |
| <b>4 Kryterium sterowności podłużnej samolotu</b>               | <b>4</b> |
| 4.1 Względem prędkości lotu . . . . .                           | 4        |
| 4.2 Względem przeciążenia . . . . .                             | 5        |
| 4.3 Podsumowanie . . . . .                                      | 6        |

## 1 Wstęp

Celem projektu jest sprawdzenie statycznej stateczności i sterowności podłużnej. Obliczenia zostały wykonane w język Python.

Podsatawowe zmienne wykorzystane do obliczeń:

- powierzchnia nośna  $S = 15.0m^2$ ,
- powierzchnia steru wysokości  $S_H = 2.2m^2$ ,
- Średnia cięciwa aerodynamiczna  $C_a = 1.5m$ ,
- wydłużenie płata  $\Lambda = 6.59$ ,
- średnia cięciwa steru wysokości  $C_{sH} = 0.803m$ ,

Ponadto zostało założone przełożenie kątowe drążka  $K_{dh} = 1.0$

|                | $\bar{x}_c [-]$ |
|----------------|-----------------|
| $\bar{x}_{c1}$ | 0.12            |
| $\bar{x}_{c2}$ | 0.25            |
| $\bar{x}_{c3}$ | 0.38            |

Tab. 1: Położenia środka ciężkości samolotu

## 2 Środki statecznej stateczności i sterowności podłużnej

$$\bar{x}_N = \left( \bar{x}_{SA} + \sum_j \Delta \bar{x}_{SA_j} + \bar{z}_s \left( 2 \cdot C_z \left( \frac{1}{\pi \Lambda} - \frac{1}{a} \right) - \alpha_0 \right) + \kappa_H^0 \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right) \cdot K_{gHN} \quad (1)$$

$$\bar{x}_{N'} = \left( \bar{x}_{SA} + \sum_j \Delta \bar{x}_{SA_j} + \bar{z}_s \left( 2 \cdot C_z \left( \frac{1}{\pi \Lambda} - \frac{1}{a} \right) - \alpha_0 \right) + \kappa_H^0 \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_2} \right) \right) \cdot K_{gHN'} \quad (2)$$

$$\bar{x}_M = \left( \bar{x}_{SA} + \sum_j \Delta \bar{x}_{SA_j} + \bar{z}_s \left( 2 \cdot C_z \left( \frac{1}{\pi \Lambda} - \frac{1}{a} \right) - \alpha_0 \right) + \kappa_H^0 \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left( \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) + \frac{a}{\mu_1^0} \right) \right) \cdot K_{gHM} \quad (3)$$

$$\bar{x}_{M'} = \left( \bar{x}_{SA} + \sum_j \Delta \bar{x}_{SA_j} + \bar{z}_s \left( 2 \cdot C_z \left( \frac{1}{\pi \Lambda} - \frac{1}{a} \right) - \alpha_0 \right) + \kappa_H^0 \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left( 1 - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_2} \right) \cdot \left( \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) + \frac{a}{\mu_1^0} \right) \right) \cdot K_{gHM'} \quad (4)$$

$$K_{gHN} = \frac{1}{1 + \frac{S_H}{S} \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left(\frac{V_{H\infty}}{V_\infty}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)} = 0.9528 \quad (5)$$

$$K_{gHN'} = \frac{1}{1 + \frac{S_H}{S} \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left(\frac{V_{H\infty}}{V_\infty}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_2}\right)} = 0.9761 \quad (6)$$

$$K_{gHN} = \frac{1}{1 + \frac{S_H}{S} \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left(\frac{V_{H\infty}}{V_\infty}\right)^2 \cdot \left(\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) + \frac{2a}{\mu_1^0}\right)} = 0.9478 \quad (7)$$

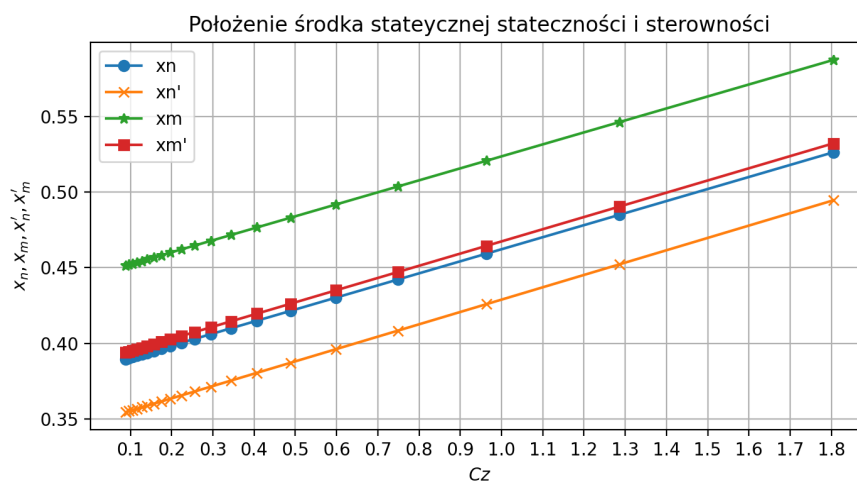
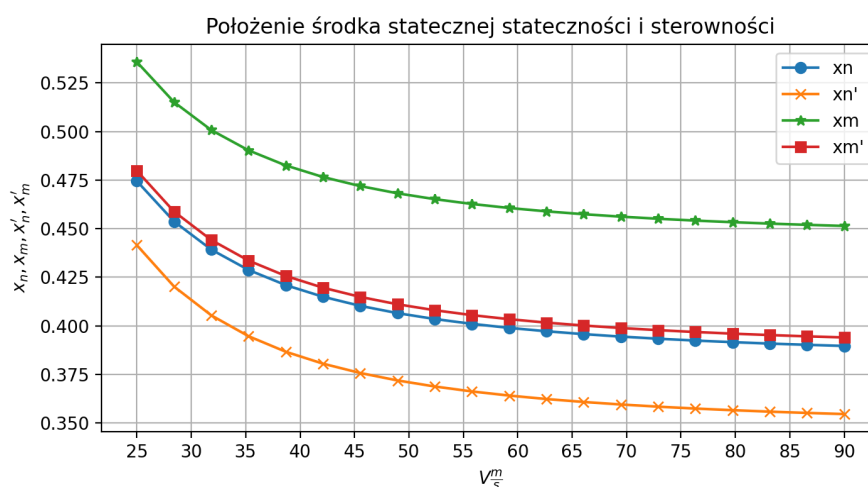
$$K_{gHM'} = \frac{1}{1 + \frac{S_H}{S} \cdot \frac{a_1}{a} \cdot \left(\frac{V_{H\infty}}{V_\infty}\right)^2 \cdot \left(\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) + \frac{2a}{\mu_1^0}\right) \cdot \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_2}\right)} = 0.9636 \quad (8)$$

$$\mu_1^0 = \frac{m}{\frac{1}{2} \cdot \rho S x_{SAH}} = 16.45 \quad (9)$$

$$\kappa_H^0 = \frac{S_H x_{SAH}}{S \cdot c_a} \cdot \left(\frac{V_{H\infty}}{V_\infty}\right) = 0.3573 \quad (10)$$

| $V$ [m/s] | $C_z$ | $x_n$ | $x'_n$ | $x_m$ | $x'_m$ |
|-----------|-------|-------|--------|-------|--------|
| 20.000    | 1.805 | 0.526 | 0.494  | 0.587 | 0.532  |
| 23.684    | 1.287 | 0.485 | 0.452  | 0.546 | 0.490  |
| 27.368    | 0.964 | 0.459 | 0.426  | 0.521 | 0.464  |
| 31.053    | 0.749 | 0.442 | 0.408  | 0.504 | 0.447  |
| 34.737    | 0.598 | 0.430 | 0.396  | 0.492 | 0.435  |
| 38.421    | 0.489 | 0.421 | 0.387  | 0.483 | 0.426  |
| 42.105    | 0.407 | 0.415 | 0.380  | 0.477 | 0.420  |
| 45.789    | 0.344 | 0.410 | 0.375  | 0.472 | 0.415  |
| 49.474    | 0.295 | 0.406 | 0.371  | 0.468 | 0.411  |
| 53.158    | 0.255 | 0.403 | 0.368  | 0.465 | 0.407  |
| 56.842    | 0.223 | 0.400 | 0.366  | 0.462 | 0.405  |
| 60.526    | 0.197 | 0.398 | 0.363  | 0.460 | 0.403  |
| 64.211    | 0.175 | 0.396 | 0.362  | 0.458 | 0.401  |
| 67.895    | 0.157 | 0.395 | 0.360  | 0.457 | 0.399  |
| 71.579    | 0.141 | 0.394 | 0.359  | 0.455 | 0.398  |
| 75.263    | 0.127 | 0.393 | 0.358  | 0.454 | 0.397  |
| 78.947    | 0.116 | 0.392 | 0.357  | 0.454 | 0.396  |
| 82.632    | 0.106 | 0.391 | 0.356  | 0.453 | 0.395  |
| 86.316    | 0.097 | 0.390 | 0.355  | 0.452 | 0.395  |
| 90.000    | 0.089 | 0.390 | 0.355  | 0.451 | 0.394  |

Tab. 2: Tablica z danymi do obliczeń.


Rys. 1: Wykresy w funkcji  $C_z$ 

Rys. 2: Wykresy w funkcji  $V$ 

### 3 Zapasy podłużnej stateczności i sterowności samolotu

Kryteria sterowności podłużnej względem prędkości definiowane jako pochodne kąta wychylenia steru wysokości oraz siły na drążku (wolancie) względem prędkości lotu dane są następującymi zależnościami:

- Zapas stateczności ze sterem trzymanym:

$$h_N^- = \bar{x}_N - \bar{x}_c$$

- Zapas stateczności ze sterem puszczoneym:

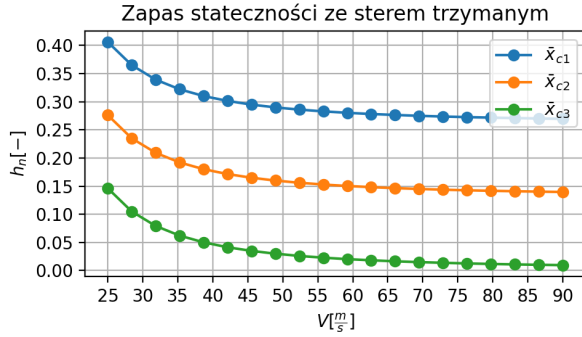
$$h_N^- = \bar{x}_N - \bar{x}_c$$

- Zapas sterowności ze sterem trzymanym:

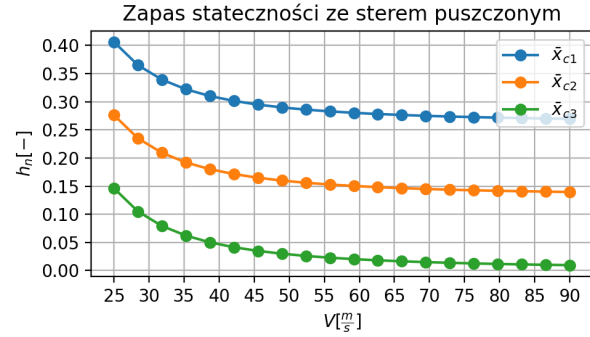
$$h_N^- = \bar{x}_N - \bar{x}_c$$

- Zapas sterowności ze sterem puszczoneym:

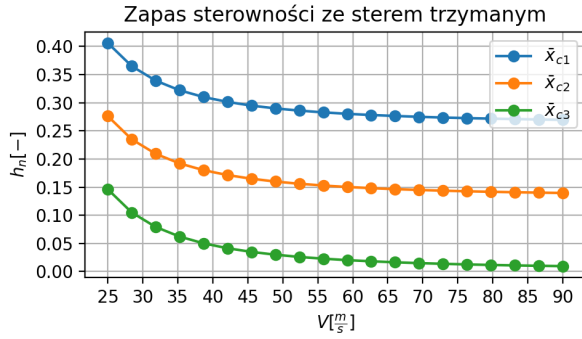
$$\bar{h}_N = \bar{x}_N - \bar{x}_c$$



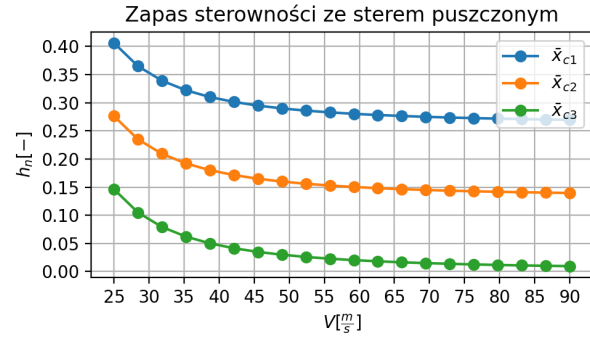
(a) Zapas stateczności ze sterem trzymanym



(b) Zapas stateczności ze sterem puszczoneym



(c) Zapas sterowności ze sterem trzymanym



(d) Zapas sterowności ze sterem puszczoneym

Rys. 3: Zapas stateczności i sterowności w funkcji prędkości

## 4 Kryterium sterowności podłużnej samolotu

### 4.1 Względem prędkości lotu

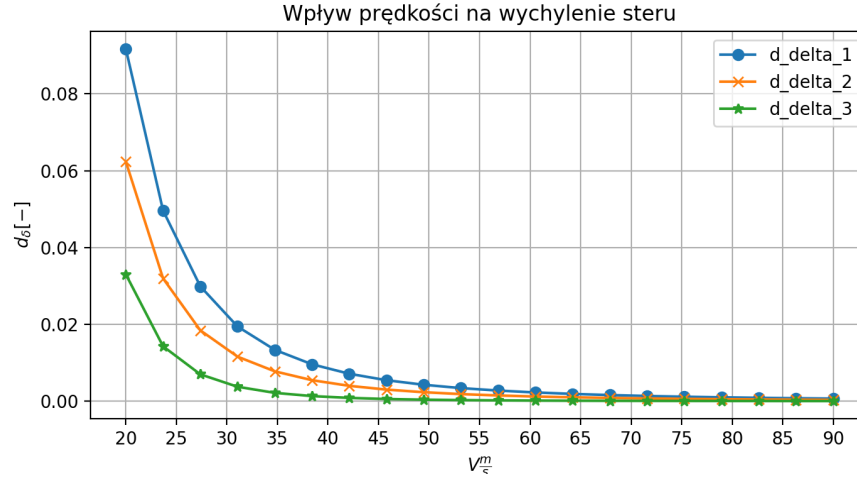
Kryteria sterowności podłużnej względem prędkości definiowane jako pochodne kąta wychylenia steru wysokości oraz siły na drążku (wołanie) względem prędkości. Wyniki zostały przedstawione w

$$\frac{\delta_H}{dV} = \frac{4mg}{\rho S \kappa_H^0 \cdot a_2} \cdot \frac{1}{V^3} \cdot \bar{h}_N \quad (11)$$

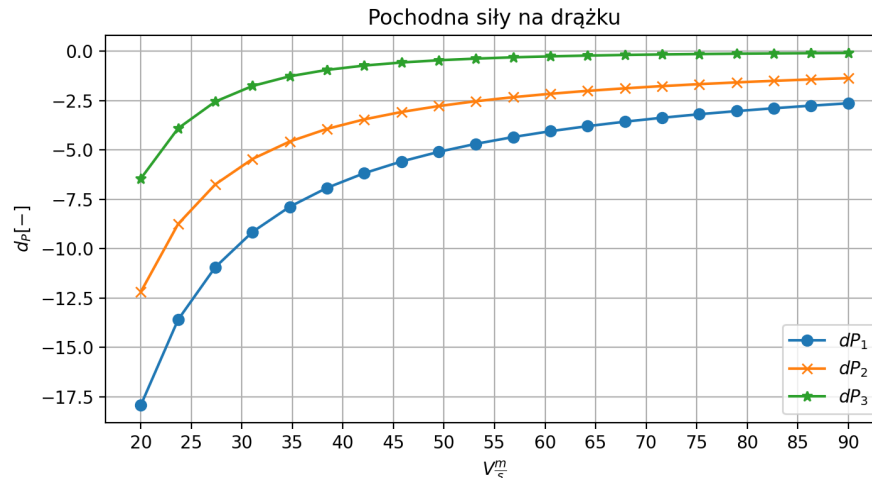
$$\frac{\delta_H}{dV} = \frac{4 \cdot 670.0 \cdot 9.81}{1.225 \cdot 15.0 \cdot 0.3573 \cdot 2.218} \cdot \frac{1}{V^3} \cdot \bar{h}_N$$

$$\frac{dP_{dH}}{dV} = -2mgK_{dH} \cdot \frac{S_{Sh} \cdot c_{sH}}{S_H \cdot x_{SAH}} \cdot \frac{c_a}{l_{dH}} \cdot \frac{1}{V} \cdot \bar{h}_N \quad (12)$$

$$\frac{dP_{dH}}{dV} = -2 \cdot 670.0 \cdot 9.81 \cdot 1.0 \cdot \frac{2.2 \cdot 0.803}{15.0 \cdot 4.29} \cdot \frac{1.5}{1.0} \cdot \frac{1}{V} \cdot \bar{h}_{N'}$$



(a) Pochodna wychylenia stery wysokości



(b) Przyrost siły na drążku

Rys. 4: Kryteria sterowności podłużnej w funkcji prędkości

## 4.2 Względem przeciążenia

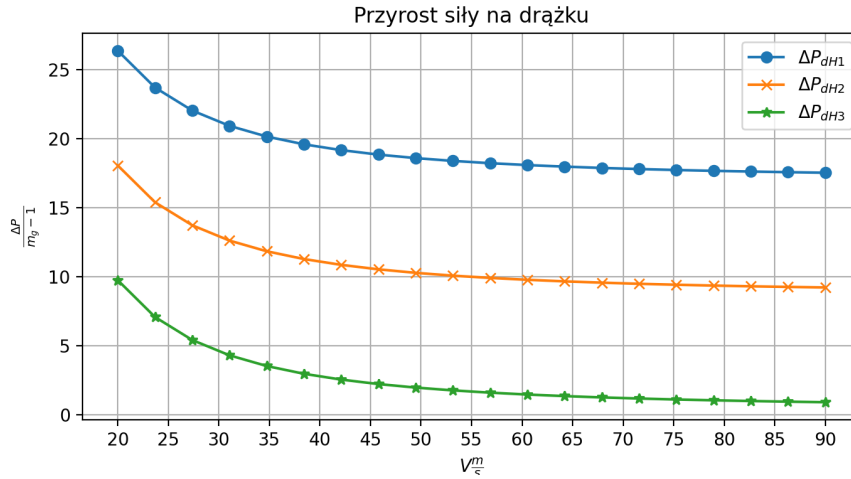
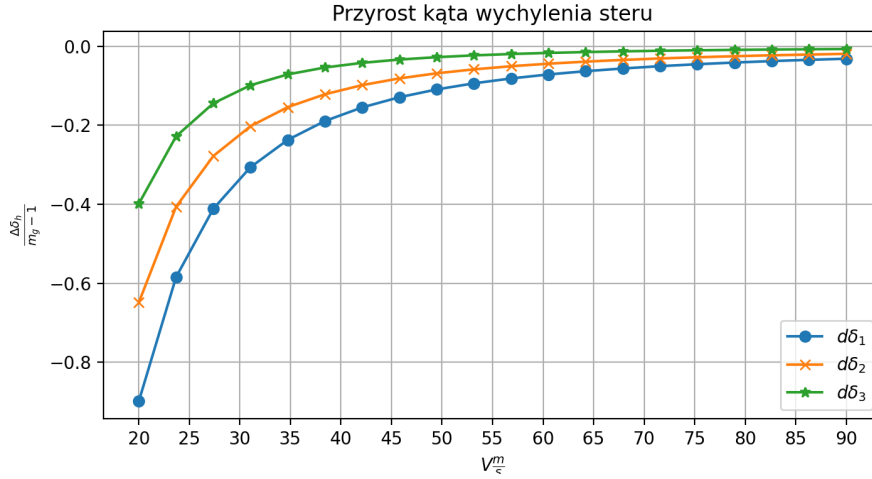
Kryteria sterowności podłużnej względem przeciążenia: przyrost kąta wychylenia względem współczynnika przeciążeń i przyrost siły na drążku odniesiony do współczynnika przeciążeń

$$\frac{\Delta \delta_H}{m_g - 1} = -2 \cdot m \cdot g \cdot \frac{c_a}{\rho \cdot S_H \cdot x_{SAH} \cdot a_2} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \bar{h}_M \quad (13)$$

$$\frac{\Delta \delta_H}{m_g - 1} = -2 \cdot 670.0 \cdot 9.81 \cdot \frac{1.5}{1.225 \cdot 2.2 \cdot 4.29 \cdot 2.218} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \bar{h}_M$$

$$\frac{\Delta P_{dH}}{m_g - 1} = m \cdot g \cdot K_{dH} \cdot \frac{c_a}{l_{dH}} \cdot \frac{S_{SH} \cdot c_{SH}}{S_H \cdot x_{SAH} \cdot \frac{b_2}{a_2}} \cdot \bar{h}_{M'} \quad (14)$$

$$\frac{\Delta P_{dH}}{m_g - 1} = 670.0 \cdot 9.81 \cdot 1.0 \cdot \frac{1.5}{1.0} \cdot \frac{2.2 \cdot 0.803}{15.0 \cdot 4.29 \cdot \frac{-0.322}{2.218}} \cdot \bar{h}_{M'}$$



Rys. 5: Kryteria sterowności podłużnej w funkcji przeciążenia

### 4.3 Podsumowanie

Na podstawie warunków zawartych w poniżej można stwierdzić, że samolot jest sterowny podłużnie.

$$\frac{d\delta_H}{dV} > 0 \quad \frac{dP_{dH}}{dV} < 0 \quad \frac{\Delta\delta_H}{m_g - 1} < 0 \quad \frac{\Delta P_{dH}}{m_g - 1} > 0$$