

«بسمه تعالی»

«تکلیف شماره 8 درس بهینه‌سازی ترکیبیاتی ترم اول 1399-1400»

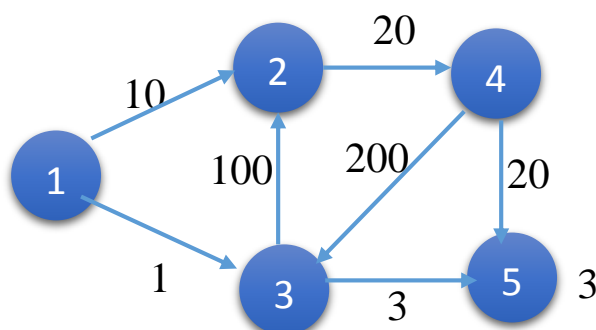
**سوال اول:** با فرض آن که  $x$  متغیری پیوسته و در فاصله  $[0, a]$  و به ازای هر  $j \in J$ ،  $\delta_j$  متغیری دودویی است، گزاره منطقی زیر را به صورت خطی بازنویسی کنید:

$$(\forall j \in J \ \delta_j = 0) \Rightarrow x = 0$$

**سوال دوم:** می‌دانیم که مسیر جهت‌دار از  $S$  به  $t$  دنباله‌ای از رئوس به صورت  $S = v_1, v_2, \dots, v_k = t$  است به طوری که در این دنباله هیچ رأسی تکراری نباشد و بین هر دو رأس متوالی  $v_i$  و  $v_{i+1}$  کمان جهت‌دار  $(v_i, v_{i+1})$  وجود داشته باشد.

(الف) مسأله بلندترین مسیر را در قالب یک مدل بهینه‌سازی فرمول‌بندی کنید.

(ب) مدل پیشنهادی در قسمت الف را روی گراف زیر به ازای  $s = 1$  و  $t = 5$  در GAMS پیاده‌سازی و نتایج را تحلیل کنید.



**سوال سوم:** فرض کنید  $\mathbb{I}$  (با اندیس  $i$ ) مجموعه‌ای شامل انواع بیماری‌ها و  $\mathbb{J}$  (با اندیس  $j$ ) مجموعه‌ای از نشانه‌ها و علائم باشد که پزشکان عموماً هنگام تشخیص بیماری‌ها بر مبنای آن تصمیم‌گیری می‌کنند و  $C_{i,j}$  بیانگر سطح و شدت نشانه  $j$  در بیماری  $i$  است. پارامتر دودویی  $d_{i,i',j}$  را به این صورت تعریف می‌کنیم که اگر بیماری‌های  $i$  و  $i'$  از نظر شدت نشانه  $j$  با یکدیگر متفاوت باشند، یک و در غیر این صورت، صفر است. پزشکان برای تسریع در امر تشخیص بیماری‌ها، می‌خواهند صرفاً زیرمجموعه کوچکی از نشانه‌ها را ملاک عمل قرار دهند که آن را  $\mathbb{J}'$  می‌نامیم. البته برای آنکه خطایی در فرآیند تشخیص رخ ندهد، باید مجموعه  $\mathbb{J}'$  به گونه‌ای انتخاب شود که هر جفت بیماری  $i$  و  $i'$  حداقل در  $k$  تا از نشانه‌های مجموعه  $\mathbb{J}'$  دارای شدت متفاوت باشند، به عبارت دیگر

$$\sum_{j \in \mathbb{J}'} d_{i,i',j} \geq k$$

(الف) برای یافتن  $\mathbb{J}'$  با کمترین تعداد عضو، یک مدل بهینه‌سازی ارائه کنید.

(ب) فرض کنید  $\mathbb{I} = \{1, \dots, 5\}$ ،  $\mathbb{J} = \{1, \dots, 8\}$  و شدت علائم در هر بیماری مطابق با جدول زیر باشد. با توجه به اطلاعات داده شده مدل قسمت الف را به ازای  $k = 1$  و  $k = 3$  در نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی و حل کنید.

شدت علائم در بیماری‌ها

علائم \ بیماری	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	1	1	1	2	1	2
2	1	1	1	1	3	1	2	1
3	3	4	2	3	2	2	3	2
4	2	2	2	2	2	1	2	3
5	1	1	1	2	1	1	1	2

در مورد سوالات GAMS علاوه بر شرح مدل و تحلیل نتایج در پاسخ‌نامه، فایل GAMS را نیز ارسال نمایید.

مهلت تحویل: پنج‌شنبه 27 آذر 99 ساعت 22

شیوه تحویل: سامانه مدیریت یادگیری به آدرس Courses.aut.ac.ir

موفق و پیروز باشید - هوشمند