



تاریخ تحویل: ۱۳۹۹/۰۳/۰۷

تاریخ انتشار تمرین: ۱۳۹۹/۲/۲۴

لطفا توجه فرمایید که:

* مهلت تحویل تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۷ خرداد ماه است .

* لطفا تمرین های نثوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW5_StudentID$ آپلود کنید .

* لطفا تمرین ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

مسئله‌ی ۱: ۱۶ نمره

الف) ضرایب a ، b و b_{-1} را در فرمول تصحیح کننده زیر به گونه ای تعیین کنید تا فرمول زیر برای توابع $y = x$ و $y = x^2$ جواب دقیق بدهد :

$$y_{n+1} = y_n a_0 + h(b_{-1} y'_{n+1} + b_1 y'_n)$$

ب) مقدار تقریبی $y(0.1)$ را با استفاده از تیلور مرتبه ۳ و $h = 0.1$ برای معادله دیفرانسیل زیر بیابید .

$$y' = e^x + y, \quad y(0) = 3$$

مسئله‌ی ۲: ۱۶ نمره

الف) معادله $y' = y$ را با شرط $y(0) = 1$ با فرض $h = 0.1$ به روش اویلر حل کنید و تقریبی برای $y(0.4)$ به دست آورید .

ب) با روش اویلر جواب تقریبی معادله دیفرانسیل زیر را در فاصله $[0, 1]$ با $h = 0.25$ به دست آورید .

$$y' = \sin x + \sin y, \quad y(0) = 1$$

مسئله‌ی ۳: ۱۶ نمره

مقدار $y(0.1)$ را با روش رانگ کوتای مرتبه ۴ از معادله زیر به دست آورید .

$$y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

مسئله‌ی ۴: ۱۶ نمره

با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه ۳ پاسخ معادله زیر را برای $t = 2/6$ با $h = 0.2$ به دست آورید .

$$y'(t) = 1 + (t - y)^2, \quad y(2) = 1$$

مسئله‌ی ۵: ۱۶ نمره

تابع $y(t_{i+1})$ را به صورت زیر در نظر بگیرید :

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + ahf(t_i, y(t_i)) + bhf(t_{i-1}, y(t_{i-1})) + chf(t_{i-2}, y(t_{i-2}))$$
$$y'(t_i) = f(t_i, y(t_i))$$

با استفاده از سری تیلور حول نقطه $(t_i, y(t_i))$ فرم کلی روش آدامز بیشفورت سه گامی و مرتبه خطای آن را به دست آورید .

مسئله‌ی ۶: برنامه نویسی ، ۲۰ نمره

الف) معادله دیفرانسیل $y' = -2y$, $y(0) = 3$ با گام $h = 0.2$ مفروض است . با استفاده از روش اویلر مقدار تقریبی تابع y را در نقطه ای دلخواه با مقدار واقعی آن مقایسه کنید . (نقطه دلخواه به صورت کامنت در کد ارسالی نوشته شود)

ب) برنامه بنویسید که پاسخ یک معادله دیفرانسیل دلخواه با شرط اولیه دلخواه را با روش اویلر در نقطه x بدست آورد . معادله دیفرانسیل و مقدار x و h به عنوان ورودی به برنامه داده می شوند . (تاکید می شود یک نمونه ورودی به صورت کامنت در کد ارسالی نوشته شود . در غیر این صورت کد شما تصحیح نخواهد شد .)

در محاسبات دقت مورد نظر تا ۴ رقم اعشار می باشد