



تاریخ تحویل: تاریخ تحویل: ۱۳۹۹/۲/۵

تاریخ انتشار تمرین: ۱۳۹۸/۱۲/۲۹

لطفا توجه فرمایید که:

* مهلت ارسال تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۵ اردیبهشت ماه است .

* لطفا تمرین های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW3_StudentID$ آپلود کنید .

* لطفا تمرین ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

مسئله‌ی ۱: ۱۷ نمره

برای تابع $f(x) = \cos(x)$ در نقاط $x_0 = 0, x_1 = \pi/6, x_2 = \pi/9$:الف) چند جمله ای درونیاب لاگرانژ از درجه حداکثر دو را محاسبه کنید و به وسیله آن مقدار $f(\pi/45)$ را تقریب بزنید.ب) خطای مطلق در نقطه $\pi/45$ را محاسبه کنید.

ج) کران بالای خطا را محاسبه کنید.

مسئله‌ی ۲: ۲۰ نمره

الف) سرعت رو به بالای یک راکت در جدول زیر داده شده است. بهترین تخمین را برای سرعت راکت در لحظه $t = 16(s)$ با استفاده از چند جمله ای درونیاب از درجه دو به روش درونیابی لاگرانژ به دست آورید.

$t(s)$	0	10	15	20	22.5	30
$v(m/s)$	0	227.04	362.78	517.35	602.97	901.67

ب) با استفاده از روش تفاضلات متناهی چند جمله ای درونیاب داده های زیر را محاسبه کنید و مینیمم $f(x)$ را در بازه $[0, 3]$ بیابید.

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$-\frac{5}{2}$	-2	$\frac{27}{2}$

مسئله‌ی ۳: ۱۸ نمره

الف) اگر فرض کنیم i_0, i_1, \dots, i_n ترتیب جدیدی از اعداد صحیح $0, 1, \dots, n$ باشند؛ نشان دهید که تساوی $f[x_{i_0}, x_{i_1}, \dots, x_{i_n}] = f[x_0, x_1, \dots, x_n]$ برقرار است.ب) نشان دهید $f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!}$ به ازای مقداری از $\xi(x)$.ج) فرض کنید $x \neq x_i$ برای $0 \leq i \leq n$ نشان دهید: $f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] = \sum_{i=0}^n \frac{f[x_i, x]}{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x_i - x_j)}$

مسئله‌ی ۴: ۱۰ نمره

با استفاده از روش کمترین مربعات گسسته، چند جمله‌ای درجه ۲ را برای داده‌های جدول زیر محاسبه کنید.

x	1	3	4	5	7	8
y	14	11	7	10	15	13

مسئله‌ی ۵: ۱۵ نمره

الف) مقدار $f(0.05)$ را با استفاده از داده‌های داده شده در جدول زیر و فرمول تفاضلات پیشرو نیوتون تقریب بزنید.

ب) با استفاده از فرمول تفاضلات پسرو این بار مقدار $f(0.65)$ را محاسبه کنید.

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8
$f(x)$	1.0000	1.22140	1.49182	1.82212	2.22554

مسئله‌ی ۶: ۲۰ نمره

الف

ثابت کنید اگر f یک چندجمله‌ای از درجه k باشد، آنگاه برای $n > k$ داریم:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = 0$$

ب

اگر $f(x) = x^{n+1}$ و $p(x)$ چندجمله‌ای درونیاب f در نقاط متمایز x_0 تا x_n باشد نشان دهید:

$$a. \quad f[x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}] = 1$$

$$b. \quad p(x) = x^{n+1} - (x - x_0) \dots (x - x_n)$$

مسئله‌ی ۷: برنامه نویسی، ۲۰ نمره

برنامه‌ای بنویسید که در آن با بهره‌گیری از روش تفاضلات متناهی نیوتن مقدار را در یک نقطه خواسته شده توسط چند جمله‌ای درونیاب حاصل برگرداند. (برنامه باید تعداد داده‌ها و پس از آن یکایک داده‌ها و در نهایت نقطه مورد نظر را از ورودی بگیرد)

مسئله ۸: برنامه نویسی ، ۳۰ نمره

داده‌های زیر، نرخ رشد جمعیت چین را در سال‌های مختلف نشان می‌دهد:

سال	۱۹۵۰	۱۹۵۵	۱۹۶۰	۱۹۶۵	۱۹۷۰	۱۹۷۵	۱۹۸۰	۱۹۸۵	۱۹۹۰	۱۹۹۵
نرخ رشد جمعیت	۲.۷	۱.۴۴	۱.۵۸	۲.۳۷	۲.۵۴	۱.۸۲	۱.۴۲	۱.۷۳	۱.۵۲	۰.۸۵

می‌خواهیم نرخ رشد جمعیت را در سال‌های ۱۹۸۷ و ۱۹۵۲ تخمین بزنیم. برای این کار برنامه‌ای بنویسید که ضرایب لاگرانژ را بدست آورد. سپس چندجمله‌ای درونیاب نرخ رشد بر حسب سال را بدست آورید و نمودار آن را رسم کنید. در نهایت نرخ رشد در سال‌های داده‌شده را با استفاده از نمودار تخمین بزنید.

عیدتون مبارک:*