



دانشکده ریاضی

روش ناحیه اطمینان (Assurance Region) در رشته ریاضی گرایش تحقیق در عملیات

نام دانشجو:

محیا بخشی

استاد :

آقای دکتر محمد رضا علیرضایی

دی ماه ۱۳۹۹

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

فهرست مطالب

1	فصل 1: مقدمه
2	1-1 - مقدمه
3	فصل 2: مدل‌های پایه‌ای
4	2-1 - مقدمه
5	2-2 - مدل CCR
8	2-2-2 - حل مثال بیمارستان با مدل CCR با استفاده از گمز
12	2-2-3 - پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل CCR
13	2-2-4 - حل مثال بانک با مدل CCR با استفاده از گمز
21	2-3 - مدل BCC
25	2-3-2 - حل مثال بیمارستان با مدل BCC با استفاده از گمز
28	2-3-3 - پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل BCC
29	2-3-4 - حل مثال بانک با مدل BCC با استفاده از گمز
35	2-4 - مدل CCR – BCC
40	2-4-2 - حل مثال بیمارستان با مدل CCR – BCC با استفاده از گمز
43	2-4-3 - پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل CCR – BCC
44	2-4-4 - حل مثال بانک با مدل CCR – BCC با استفاده از گمز
52	2-5 - مدل BCC – CCR
55	2-5-2 - حل مثال بیمارستان با مدل BCC – CCR با استفاده از گمز
59	2-5-3 - پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل BCC – CCR
60	2-5-4 - حل مثال بانک با مدل BCC – CCR با استفاده از گمز
67	فصل 3: ناحیه اطمینان
68	3-1 - مقدمه
68	3-2 - ناحیه اطمینان
73	3-2-2 - حل مثال بیمارستان مدل AR با نرم افزار گمز
76	3-2-3 - که پرونده حاصل از عبارت put برای مدل CCR – AR
78	3-2-4 - روش تصمیم‌گیری با استفاده از مدل ناحیه اطمینان
83	3-2-5 - حل مثال واقعی بانک مدل AR با نرم افزار گمز
94	فصل 4: نسبت مخروطی
95	4-1 - مقدمه
95	4-2 - مخروط محدب چند وجهی به عنوان ناحیه وزن های قابل قبول
96	4-3 - فرمول روش نسبت مخروطی

فهرست اشکال

4 شکل (1-2) اصل شمول مشاهدات
4 شکل (2-2) اصل اشعه بیکران
5 شکل (3-2) اصل دستری آزاد
5 شکل (4-2)
5 شکل (5-2) اصل محبی
78 شکل (1-3) مقایسه کارایی AR و CR
95 شکل (1-4)

فهرست جداول

جدول (1-3) داده های 14 بیمارستان 73

فصل 1:

مقدمه

۱-۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، که توسط چارنر و همکارانش (۱۹۷۸-۱۹۸۶) توسعه یافته بود، از برخی جهات بهخصوص برای مدیران و سازمان‌ها دارای ضعف‌هایی بود. به عنوان مثال در مدل‌های پایه‌ای DEA برای محاسبه کارایی، نظر مدیران و سازمان‌ها لحاظ نمی‌شد و امکان اعمال محدودیت‌هایی خارج از DMU مثل هزینه، قیمت، ارزش و... وجود نداشت. از این رو در محاسبه کارایی اغراق می‌شد و وزن‌های غیرواقعی و یا وزن‌های صفر برای ورودی‌های و خروجی‌ها در نظر گرفته می‌شد و لذا نتایج حاصل، مورد قبول مدیران و سازمان‌ها واقع نمی‌شد. برای رفع این مشکلات، برای داشتن و رسیدن به بهترین عملکرد با توجه به شرایط هر DMU، نیاز است تا در یک بازه اقتصادی، تکنیکی عمل شود تا بتوانیم ارزیابی بر اساس نظرات کارشناسی را با ارزیابی در DEA ترکیب کنیم. لذا روش‌هایی برای کنترل وزن‌ها ارائه شد. یکی از این روش‌ها، روش ناحیه اطمینان (سال ۱۹۸۶-۱۹۹۰ توسط تامپسون و همکارانش) است که توضیح این روش و مثال‌هایی از کاربردهای آن با استفاده از گمز، در فصل سوم آورده شده است. برای درک بهتر این فصل، ابتدا در فصل اول اشاره‌ای به مدل‌های پایه‌ای و نتایج حاصل از کاربرد آن با استفاده گمز، شده است تا در فصل سوم، تفاوت نتایج روش ناحیه اطمینان با مدل‌های پایه‌ای، محسوس‌تر باشد. به جهت اینکه روش ناحیه اطمینان، حالت خاصی از روش نسبت مخروطی (Cone Ratio) است، در فصل چهارم اشاره‌ای به این روش نیز شده است.

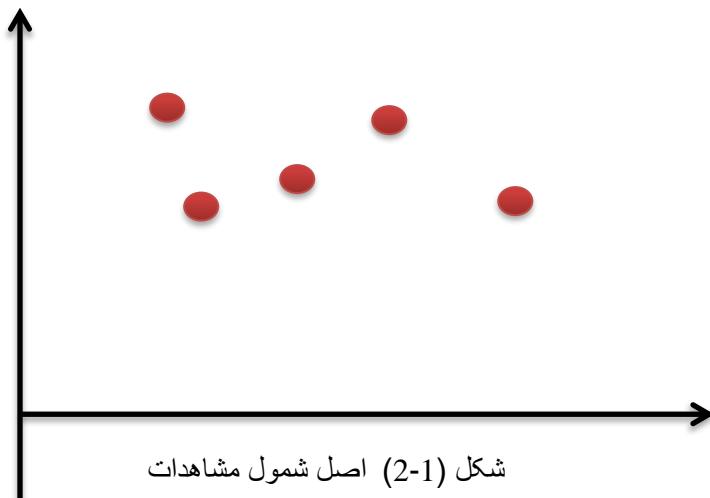
فصل 2:

مدل‌های پایه‌ای

(Basic DEA Models)

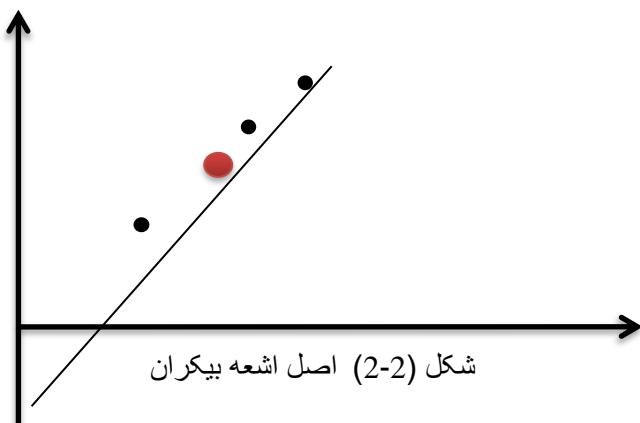
2-1 مقدمه

ابتدا اشاره‌ای به اصول لازم برای ایجاد مجموعه امکان تولید (PPS) می‌کنیم.
اصل ۱ (شمول مشاهدات): مشاهدات ما برای DMU‌ها امکان‌پذیر هستند. شکل (۲-۱)



اصل ۲ (اشعه بیکران- اصل CRS): اگر $DMU_j, j = 1, \dots, n$ ، امکان‌پذیر باشد، تمام نقاط روی اشعه (خط در شکل ۲-۲) امکان‌پذیر است.

$$(x_j, y_j) \in PPS \rightarrow \forall \lambda \geq 0 \quad (\lambda x_j, \lambda y_j) \in PPS$$

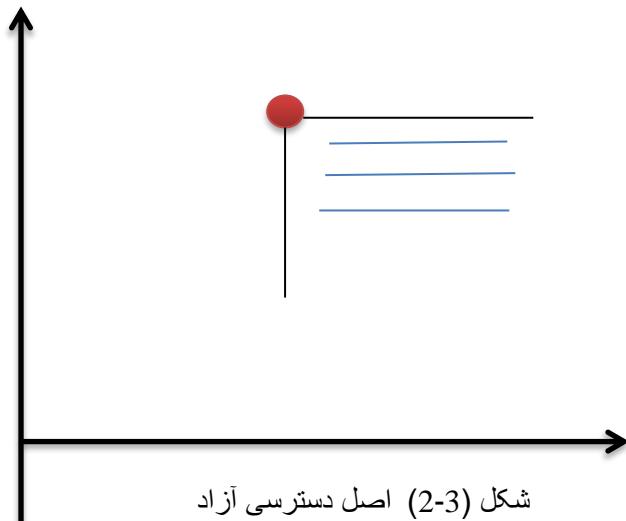


اصل ۳ (دسترسی آزاد): اگر $DMU_j, j = 1, \dots, n$ امکان‌پذیر باشد؛

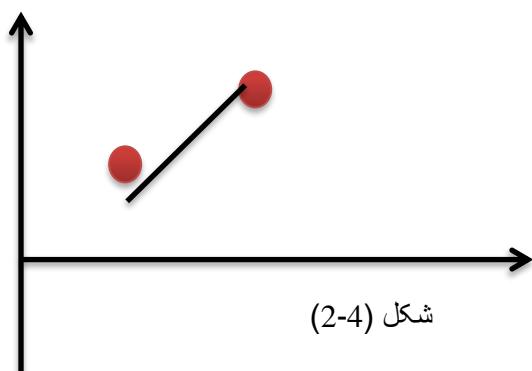
$$(x_j, y_j) \in PPS \Rightarrow (x_p, y_p) \in PPS$$

$$x_p \geq x_j, y_p \leq y_j$$

.(شکل ۲-۳)



اصل ۴ (اصل محدبی):
اگر دو عضو در PPS باشد، ترکیب‌های محدب آن دو عضو نیز در PPS می‌باشد. (شکل ۲-۴)



شکل (2-5) اصل محدبی

CCR-2-2 مدل

ناحیه امکان تولید PPS در مدل CCR با پذیرفتن تمام ۵ اصل فوق، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$PPS_C = \{(x, y); x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j, \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n\}$$

که دارای خاصیت بازده به مقیاس ثابت (CRS) است. [1],[2]
بنابراین مدل CCR به شکل زیر نوشته می‌شود:
(فرم پوششی- ورودی محور)

$$\text{Min } \theta$$

s. t.

$$\begin{aligned} \theta x_p &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ y_p &\leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

CCR (1-2) فرم پوششی ورودی محور مدل

Max φ

s. t.

$$\begin{aligned} x_p &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ \varphi y_p &\leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

CCR (2-2) فرم پوششی خروجی محور مدل

فرم پوششی-ورودی محور بصورت دوفازی:

فاز اول:

Min θ

s. t.

$$\begin{aligned} \theta x_{i0} &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \\ y_{r0} &\leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

CCR (3-2) فاز اول مدل

فاز دوم:

$$\begin{aligned} \text{Max } w &= \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= \theta^* x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ s_i^- &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ s_r^+ &\geq 0, \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

CCR فاز دوم مدل (4-2)

فرم مضربی مدل که همان دوگان فرم پوششی است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ v_i &\geq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ u_r &\geq 0 \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

CCR فرم مضربی ورودی محور مدل (5-2)

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{r=1}^m v_i x_{i0} \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} &= 1 \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 v_i &\geq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 u_r &\geq 0 \quad r = 1, \dots, s
 \end{aligned}$$

فرم مضربی خروجی محور مدل CCR (6-2)

2-2-2- حل مثال بیمارستان با مدل CCR با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment CCR Model
$context
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
i "Inputs" /i1 "Doctors",i2 "Nurses"/
r "Outputs" /o1 "Outpatients",o2 "Inpatients"/
j "Units" /DMU01*DMU12/;

Alias (j,1);

Table x(i,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
i1 20    19    25    27    22    55    33    31    30    50    53    38
i2 151   131   160   168   158   255   235   206   244   268   306   284;

Table y(r,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
o1 100   150   160   180   94    230   220   152   190   250   260   250
o2 90    50    55    72    66    90    88    80    100   100   147   120;

Variables
z
Teta
w
Lambda(j)
s(i) "Input excess"
t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
Lambda
s
t;

Parameters
xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"

```

```
xp(i) "Inputs of projection point"
yp(r) "Output of projection point";
```

Equations

```
Objective1
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3(i)
Const4(r);
Objective1.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=Teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=y0(r);
Const3(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const4(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=y0(r);
```

```
File CCR_Model /Results.txt/ ;
```

```
Models CCR_Phase1 /Objective1,Const1,Const2/
        CCR_Phase2 /Objective2,Const3,Const4/;
```

```
Put1 CCR_Model 'Title ' System.title, @60'Page ' System.page//;
```

```
Put CCR_Model;
```

```
Put 'Envelopment CCR Model';
Put @6'Efficiency', @19'Input-Excess', @35'Output-Shortfall' ;
Put @10'z', @18's(i1)', @27's(i2)', @36't(o1)', @45't(o2)', @52'Reference-set' ;
```

```
Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,y0(r)=y(r,l));
```

```
Solve CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;
```

```
Put l.tl:6;
Put z.l:6;
```

```

Loop (i, Put s.l(i):9);
Loop (r, Put t.l(r):9);
Loop (j,
    If (Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put/;
);

Put//;

Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @28'Outputs'//;
Put @10'x(i1)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)'//;

Loop (l,
    Loop (i, xo(i)=x(i,l));
    Loop (r, yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;
Solve CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i, Put xp(i):8);
Loop (r, Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

2-2-3- پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل CCR

بهصورت زیراست:

Title A Envelopment CCR Model

Page 1

Envelopment CCR Model

	Efficiency	Input-Excess	Output-Shortfall		Reference-set	
	z	$s(i1)$	$s(i2)$	$t(o1)$	$t(o2)$	
DMU01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01
DMU02	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU02
DMU03	0.88	1.22	0.00	0.00	0.00	DMU02 DMU04
DMU04	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
DMU05	0.76	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01 DMU02 DMU04
DMU06	0.83	12.11	0.00	0.00	0.00	DMU02 DMU04
DMU07	0.90	0.00	3.35	0.00	0.00	DMU01 DMU02
DMU08	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01 DMU02 DMU04
DMU09	0.96	0.00	27.21	0.00	0.00	DMU01 DMU02
DMU10	0.87	6.03	0.00	0.00	0.00	DMU04
DMU11	0.96	7.32	0.00	0.00	0.00	DMU01 DMU04
DMU12	0.96	0.00	12.60	0.00	0.00	DMU01 DMU02

Projection points

	Inputs		Outputs	
	$x(i1)$	$x(i2)$	$y(o1)$	$y(o2)$
DMU01	20.00	151.00	100.00	90.00
DMU02	19.00	131.00	150.00	50.00
DMU03	20.85	141.23	160.00	55.00
DMU04	27.00	168.00	180.00	72.00
DMU05	16.80	120.63	94.00	66.00
DMU06	33.80	212.87	230.00	90.00
DMU07	29.76	208.61	220.00	88.00
DMU08	24.69	164.04	152.00	80.00
DMU09	28.81	207.13	190.00	100.00
DMU10	37.50	233.33	250.00	100.00
DMU11	43.30	292.26	260.00	147.00
DMU12	36.41	259.53	250.00	120.00

2-2-4- حل مثال بانک با مدل CCR با استفاده از گمز

داده‌های وارد شده در فایل اکسل با در نظر گرفتن:
 i_1 = هزینه پرسنلی، i_2 = موقعیت مکانی، o_1 = منابع، o_2 = مصارف، o_3 = خدمات که به صورت زیر است.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i1	1.05E+10	3.24E+09	2.84E+09	4.43E+09	9.66E+09	6.16E+09	1.12E+10	3.14E+09	4.12E+09
i2	1157	1049	1133	903.2	1147	813.7	1155	1077	1051
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
o1	1716	662.3	817.2	1089	2994	1136	2138	738.6	808.7
o2	1193	564.2	868.3	1142	1071	1307	1623	627	835.9
o3	829.7	458.6	462.5	440.1	1111	636.5	1773	683.7	527.7
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2.26E+09	7.5E+09	1.54E+10	3.11E+09	7.87E+09	3.94E+09	2.59E+09	5.3E+09	4.82E+09	5.01E+09
1024	1168	1136	1060	884.3	732.1	982.5	1095	1031	1065
	19	20							
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
331	2502	1632	716.2	1413	835.8	573.2	1472	1053	877.5
414.8	950.9	1737	503	3147	2052	214.9	1413	1049	1345
338.8	1099	2075	623.3	828.7	702.7	922.8	714.7	570.5	624
	21	22	23	24	25	26	27	28	29
4.39E+09	3.57E+09	4.49E+09	6.09E+09	3.7E+09	7.15E+09	4.81E+09	4.51E+09	7.78E+09	2.93E+09
666.5	686.3	1049	829.8	991.3	1095	1060	1042	1059	998.3
	30								
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1180	738.8	518.2	1195	910.9	2146	1264	953.3	1273	569.5
466.3	972.7	356.4	2182	765.9	1021	930.2	495.6	2118	545.1
797.6	464.4	770.6	771.7	649.6	1679	646.9	436.2	620.9	634.1

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
3.08E+09	4.97E+09	6.29E+09	7.22E+09	3.53E+09	3.95E+09	3.72E+09	3.06E+09	3.63E+09	4.64E+09
1066	983.1	1075	1059	1042	974.9	1025	808.3	1028	1040
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
773.6	803.1	1255	1153	691.8	709.4	740.7	492.5	728.1	761
767.9	513	768.5	585.5	1024	136.3	457.3	677	1070	629.5
651.4	643.8	715.4	2099	584.5	591.9	577.4	357.9	542.4	1106

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
4.89E+09	5.4E+09	4.73E+09	6.67E+09	5.36E+09	1.18E+10	2.5E+09	5.16E+09	4.89E+09	5.61E+09
1098	663.7	1030	1039	996.8	1051	923.7	1042	971.7	1015
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1066	1297	1088	1350	1266	3865	312.3	1211	769.6	1342
592.5	1215	548.6	1849	593.5	932.1	99.24	494.1	215.7	499.5
730.6	990.7	632.6	653.1	1255	1433	654.1	1765	1287	1225

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
3.55E+09	5.11E+09	5.36E+09	6.62E+09	2.24E+09	3.38E+09	3.67E+09	3.12E+09	1.14E+10	3.08E+09
989.8	955.6	970.3	986.5	840.1	625	632.6	1000	961.2	961
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1118	1233	915.8	2082	505.3	570.6	978.5	750.5	3773	485.1
612.1	941.2	606.5	812.3	436.9	913.7	655.9	673.3	1038	498.4
696.5	926.8	514.7	1048	508.4	821.1	592	891.5	7239	540

61	62	63	64	65
3.46E+09	2.03E+09	4.24E+09	1.63E+09	2.48E+09
707	669.6	596.3	805.2	813.2
61	62	63	64	65
703.2	296	668	218.7	311.2
1232	429	1583	100.5	118.9
893.5	437.9	495.3	134.1	347.7

حل با استفاده از گمز:

```

$title A Envelopment CCR Model
$context
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Personal cost",i2 "Location"/
  r "Outputs" /o1 "Resources", o2 "Expenditures", o3 "Services"/
  j "Units" /1*74/;

Alias (j,l);

Parameter x(i,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=x rng=sheet1!al:bw3 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load x
$GDXIN

Parameter y(r,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=y rng=sheet1!a5:bw8 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load y
$GDXIN

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

```

Parameters

```
xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"
xp(i) "Inputs of projection point"
yp(r) "Output of projection point";
```

Equations

```
Objectivel
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3(i)
Const4(r);

Objectivel.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=Teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const4(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);
```

```
File CCR_Model /Results.txt/ ;
```

```
Models CCR_Phase1 /Objectivel,Const1,Const2/
      CCR_Phase2 /Objective2,Const3,Const4/;
```

```
Puttl CCR_Model 'Title ' System.title, @100'Page ' System.page//;
```

```
Put CCR_Model;
```

```
Put 'Envelopment CCR_AR Model/';
Put @6'Efficiency', @25'Input-Excess', @59'Output-Shortfall' ;
Put @10'z', @21's(i1)', @35's(i2)', @51't(o1)', @66't(o2)', @81't(o3)', @91'Reference-set'';

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop(i,Put s.l(i):13:4);
Loop(r,Put t.l(r):15:4);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put/;
);

Put//;

Put 'Projection points';
Put @13'Inputs', @36'Outputs';
Put @10'x(il)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)', @4'y(o3)'';

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;
Solve CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;
```

```

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i,Put xp(i):8);
Loop (r,Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

پرونده حاصل از عبارت put برای فرم دوفازی:

Title A Envelopment CCR Model							Page 1		
Envelopment CCR_AR Model		Input-Excess			Output-Shortfall				
	Efficiency	$s_{(i1)}$	$s_{(i2)}$	$t_{(o1)}$	$t_{(o2)}$	$t_{(o3)}$	Reference-set		
1	0.5108	0.0000	0.0000	0.0000	7118.5976	3686.6239	3	60	
2	0.4647	0.0000	95.0816	0.0000	0.0000	329.9166	52	60	
3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3		
4	0.3739	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	747.7122	3	52	60
5	0.5027	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	47.4931	3	52	60
6	0.4802	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	96.2543	3	52	60
7	0.5337	0.0000	0.0000	0.0000	148.3270	0.0000	3	18	52
8	0.3938	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	857.5473	3	52	60
9	0.3625	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	924.9586	3	52	60
10	0.4443	0.0000	162.5647	264.5357	0.0000	1922.2741	60		
11	0.3791	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	152.9883	3	52	60
12	0.4187	0.0000	135.4888	0.0000	0.0000	881.4041	52	60	
13	0.6131	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	389.1454	3	52	60
14	0.3859	0.0000	205.5017	0.0000	0.0000	835.4686	52	60	
15	0.3258	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	114.8978	3	52	60
16	0.5391	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
17	0.5820	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
18	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18		
19	0.3673	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	531.4247	3	52	60
20	0.4766	0.0000	58.0691	0.0000	0.0000	325.8805	52	60	
21	0.4238	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	390.5852	3	52	60
22	0.4077	0.0000	91.3973	0.0000	0.0000	202.8308	52	60	
23	0.5798	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
24	0.8458	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
25	0.3674	0.0000	52.7836	0.0000	0.0000	328.5402	52	60	
26	0.8540	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
27	0.8766	0.0000	0.0000	0.0000	7184.3734	2743.1308	3	60	
28	0.4504	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	26.2177	3	52	60
29	0.3646	0.0000	6.9076	0.0000	0.0000	843.6645	52	60	
30	0.5578	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.2946	3	52	60

31	0.3260	0.0000	104.7086	0.0000	0.0000	544.6113	52	60		
32	0.6386	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
33	0.7580	0.0000	0.0000	0.0000	924.0650	0.0000	3	18	52	
34	0.4242	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	324.1539	3	52	60	
35	0.4025	0.0000	58.9174	0.0000	0.0000	731.6258	52	60		
36	0.7588	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	659.4393	3	52	60	
37	0.5455	0.0000	45.7623	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
38	0.4352	0.0000	31.2252	0.0000	0.0000	154.5675	52	60		
39	0.4089	0.0000	35.0655	0.0000	0.0000	995.3434	52	60		
40	0.3626	0.0000	105.5697	0.0000	0.0000	156.9680	52	60		
41	0.2974	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	729.7915	3	52	60	
42	0.9528	0.0000	0.0000	0.0000	366.8917	0.0000	3	18	52	
43	0.4456	0.0000	274.8973	0.0000	0.0000	381.5404	52	60		
44	0.7784	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
45	0.7274	0.0000	25.4036	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
46	0.8450	0.0000	0.0000	0.0000	62.9056	0.0000	3	18	52	
47	0.3776	0.0000	8.6572	0.0000	0.0000	8.8564	52	60		
48	0.6805	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	147.0904	3	52	60	
49	0.8052	0.0000	0.0000	0.0000	68.1410	0.0000	3	18	52	
50	0.5228	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	149.0749	3	52	60	
51	0.6055	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
52	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	52			
53	0.5723	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	434.8748	3	52	60	

Title A Envelopment CCR Model

Page 1

54	0.3630	0.0000	30.0343	0.0000	0.0000	231.8929	52	60		
55	0.5608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	206.3196	3	52	60	
56	0.4917	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	411.2303	3	52	60	
57	0.4603	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	97.1652	3	52	60	
58	0.7263	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	287.4364	3	52	60	
59	0.6737	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	193.5038	3	52	60	
60	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	60			

61	0.3191	0.0000	134.7450	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60
62	0.4424	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	93.8495	3	52	60
63	0.3057	0.0000	13.3333	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60
64	0.6403	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	388.5620	3	52	60
65	0.2786	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
66	0.3734	0.0000	35.8568	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60
67	0.3937	0.0000	6.0183	0.0000	0.0000	95.3451	52	60	
68	0.1641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
69	0.1800	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	27.9459	3	52	60
70	0.4007	0.0000	20.0697	0.0000	0.0000	224.2688	52	60	
71	0.2116	0.0000	78.3834	0.0000	0.0000	209.0933	52	60	
72	0.5048	0.0000	42.5214	0.0000	13.1525	337.9133	52		
73	0.5412	0.0000	62.2547	0.0000	0.0000	390.3581	52	60	
74	0.0746	0.0000	35.3279	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60

Projection points

	Inputs		Outputs		
	x(i1)	x(i2)	y(o1)	y(o2)	y(o3)
1	6.810E+9	619.08	3472.00	9979.60	5656.62
2	1.381E+9	393.81	919.70	908.70	893.42
3	7.969E+9	1079.00	5491.00	2125.00	2698.00
4	2.185E+9	420.26	1272.00	2425.00	1669.41
5	3.216E+9	443.97	1639.00	4949.00	2912.49
6	2.746E+9	545.95	1857.00	1248.00	1315.25
7	2.531E+9	578.52	1819.00	504.43	995.10
8	2.589E+9	400.91	1518.00	2648.00	1790.75
9	1.967E+9	281.27	1013.00	2968.00	1763.96
10	3.073E+9	218.98	1323.54	6130.00	3220.27
11	2.381E+9	420.43	1560.00	1353.00	1212.99
12	2.186E+9	230.91	1024.00	3890.00	2149.40
13	3.272E+9	658.44	2282.00	1008.00	1361.65
14	2.131E+9	212.48	984.50	3872.00	2119.47
15	1.677E+9	308.65	1063.00	1224.00	985.90

16	3.403E+9	585.41	2229.00	1886.00	2032.00
17	2.844E+9	590.13	1993.00	831.50	1229.00
18	5.363E+9	1085.00	3693.00	430.70	18942.00
19	2.068E+9	393.37	1220.00	2173.00	1521.82
20	1.432E+9	332.60	870.40	1416.00	1068.58
21	2.112E+9	423.74	1332.00	1646.00	1319.59
22	1.263E+9	249.52	719.50	1523.00	1024.73
23	3.094E+9	587.34	2168.00	798.10	1505.00
24	2.539E+9	883.86	1915.00	301.30	1570.00
25	1.578E+9	319.79	907.70	1852.00	1264.94
26	6.039E+9	901.02	4098.00	2177.00	2444.00
27	8.422E+9	915.15	4896.00	8309.37	5340.13
28	1.888E+9	469.36	1229.00	1341.00	1203.22
29	1.779E+9	330.74	990.70	2275.00	1482.36
30	2.470E+9	590.12	1694.00	1105.00	1264.29

Title A Envelopment CCR Model

Page 2

31	1.272E+9	253.21	726.60	1521.00	1028.01
32	2.189E+9	657.80	1604.00	448.60	1145.00
33	5.074E+9	768.60	3520.00	1282.17	2033.00
34	2.278E+9	447.92	1444.00	1708.00	1385.15
35	1.803E+9	358.88	1030.00	2157.00	1457.63
36	2.831E+9	782.28	1981.00	1155.00	1494.94
37	1.369E+9	481.49	1019.00	265.70	881.90
38	1.527E+9	398.47	976.30	1236.00	1057.27
39	2.099E+9	322.19	1094.00	3109.00	1876.34
40	7.894E+8	194.67	492.30	710.10	567.97
41	2.216E+9	308.09	1240.00	2631.00	1662.99
42	4.134E+9	919.97	2951.00	763.79	3400.00
43	1.180E+9	204.10	640.40	1605.00	1012.14
44	3.936E+9	764.07	2779.00	896.70	1834.00
45	2.241E+9	698.91	1590.00	802.00	2090.00
46	2.590E+9	843.36	1942.00	333.91	1189.00

47	1.078E+9	354.59	769.90	415.10	609.26
48	3.074E+9	673.54	2094.00	1385.00	1523.09
49	2.383E+9	754.62	1779.00	316.44	1223.00
50	2.008E+9	529.09	1396.00	840.80	1046.67
51	2.300E+9	400.95	1548.00	1002.00	1102.00
52	2.520E+9	947.00	1930.00	234.70	1204.00
53	1.961E+9	375.45	1299.00	1060.00	1001.17
54	9.719E+8	233.56	599.40	912.60	710.79
55	2.455E+9	587.20	1666.00	1229.00	1315.32
56	1.544E+9	348.16	960.80	1353.00	1065.63
57	1.040E+9	286.61	739.90	336.20	509.37
58	3.461E+9	702.82	2385.00	1279.00	1540.44
59	2.822E+9	604.41	1947.00	1075.00	1298.50
60	8.085E+8	576.10	3482.0016127.00	8472.00	
61	8.123E+8	149.03	454.20	1012.00	777.80
62	1.245E+9	353.20	865.00	566.40	691.65
63	8.771E+8	291.18	634.60	271.30	615.60
64	2.377E+9	572.56	1587.00	1378.00	1360.56
65	9.792E+8	188.33	668.70	340.50	948.20
66	9.096E+8	215.99	563.10	822.00	790.00
67	7.686E+8	270.21	568.10	187.60	401.95
68	3.970E+8	72.53	261.50	213.00	272.30
69	2.492E+8	69.12	172.30	116.80	138.55
70	9.449E+8	290.62	652.70	490.40	572.07
71	3.840E+8	93.71	238.40	351.60	278.14
72	9.793E+8	367.96	749.90	91.19	467.81
73	1.042E+9	377.85	783.00	183.20	523.76
74	1.356E+8	24.74	86.80	62.53	397.20

BCC-2-3

ناحیه امکان تولید PPS در مدل BCC با پذیرفتن اصل ۲ (اصل CRS) و پذیرفتن سایر ۴ اصل،

بهصورت زیر تعریف می‌شود:

$$PPS_V = \{(x, y); x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

که دارای خاصیت باز ده به مقیاس متغیر (VRS) است.[3]

بنابراین مدل BCC بهشكل زیر نوشته می‌شود:
فرم ورودی محور مدل BCC:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \theta \\ \text{s.t. } & \theta x_p \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ & y_p \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

فرم ورودی محور مدل BCC (7-2)

فرم خروجی محور مدل BCC:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \varphi \\ \text{s.t. } & x_p \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ & \varphi y_p \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{aligned}$$

$$\lambda_j \geq \cdot \quad j = 1, \dots, n$$

فرم پوششی خروجی محور مدل BCC (8-2)

فرم مضربی ورودی محور مدل BCC:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - u_0 \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq \cdot, \quad j = 1, \dots, n \\ & v_i \geq \cdot \quad i = 1, \dots, m \\ & u_r \geq \cdot \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

فرم مضربی ورودی محور مدل BCC (9-2)

فرم مضربی خروجی محور مدل BCC:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{r=1}^m v_r x_{r0} - v_0 \\ \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - v_0 \leq \cdot, \quad j = 1, \dots, n \\ & v_i \geq \cdot \quad i = 1, \dots, m \\ & u_r \geq \cdot \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

فرم مضربی خروجی محور مدل BCC (10-2)

فرم پوششی(ورودی محور) بصورت دوفازی:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \theta \\
 \text{s.t.} \\
 & \theta x_{io} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \\
 & y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

BCC فاز اول مدل (11-2)

فاز دوم:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } w = \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\
 \text{s.t.} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta^* x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 & s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s
 \end{aligned}$$

BCC فاز دوم مدل (12-2)

2-3-2- حل مثال بیمارستان با مدل BCC با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment BCC Model
$ontext
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Doctors",i2 "Nurses"/
  r "Outputs" /o1 "Outpatients",o2 "Inpatients"/
  j "Units" /DMU01*DMU12/;

Alias (j,l);

Table x(i,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
i1 20    19    25    27    22    55    33    31    30    50    53    38
i2 151   131   160   168   158   255   235   206   244   268   306   284;
Table y(r,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
o1 100   150   160   180   94    230   220   152   190   250   260   250
o2 90    50    55    72    66    90    88    80    100   100   147   120;

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

Parameters
  xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
  yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"

```

```
xp(i)  "Inputs of projection point"
yp(r)  "Output of projection point";
```

Equations

```
Objective1
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3
Const4(i)
Const5(r);
Objective1..  z=e=Teta;
Objective2..  w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i)..   Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=teta*xo(i);
Const2(r)..   Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3..     Sum(j,Lambda(j))=e=1;
Const4(i)..   Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const5(r)..   Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);
```

```
File BCC_Model/Results.txt/ ;
```

```
Models BCC_Phase1 /Objective1,Const1,Const2,Const3/
        BCC_Phase2 /Objective2,Const3,Const4,Const5/;
```

```
Puttl BCC_Model 'Title ' System.title, @60 'Page ' System.page//;
```

```
Put BCC_Model;
```

```
Put 'Envelopment BCC Model';
Put @6'Efficiency', @19'Input-Excess', @35'Output-Shortfall' ;
Put @10'z', @18's(i1)', @27's(i2)', @36't(o1)', @45't(o2)', @52'Reference-set' ;
```

```
Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));
```

```
Solve BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;
```

```

Put l.tl:6;
Put z.l:6;
Loop(i, Put s.l(i):9);
Loop(r, Put t.l(r):9);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put//;
Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @28'Outputs'//;
Put @10'x(i1)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)'//;

Loop(l,
    Loop(i, xo(i)=x(i,l));
    Loop(r, yo(r)=y(r,l));
);

Put l.tl:6;

Solve BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i, Put xp(i):8);
Loop (r, Put yp(r):8);
Put//;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

3-3-2- پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل BCC

به صورت زیر است:

Title A Envelopment BCC Model

Page 1

Envelopment BCC Model

	Efficiency	Input-Excess	Output-Shortfall		Reference-set				
	z	$s(i1)$	$s(i2)$	$t(o1)$	$t(o2)$				
DMU01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01			
DMU02	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU02			
DMU03	0.90	0.73	0.00	0.00	2.33	DMU02	DMU04		
DMU04	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00		DMU04		
DMU05	0.88	0.00	0.33	36.00	0.00	DMU01	DMU02		
DMU06	0.94	8.21	0.00	0.00	2.00	DMU04	DMU10		
DMU07	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU07			
DMU08	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01	DMU04	DMU11	DMU12
DMU09	0.99	0.00	20.89	0.00	0.00	DMU01	DMU02	DMU12	
DMU10	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU10			
DMU11	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU11			
DMU12	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU12			

Projection points

	Inputs		Outputs	
	$x(i1)$	$x(i2)$	$y(o1)$	$y(o2)$
DMU01	20.00	151.00	100.00	90.00
DMU02	19.00	131.00	150.00	50.00
DMU03	21.67	143.33	160.00	57.33
DMU04	27.00	168.00	180.00	72.00
DMU05	19.40	139.00	130.00	66.00
DMU06	43.43	239.43	230.00	92.00
DMU07	33.00	235.00	220.00	88.00
DMU08	24.76	164.56	152.00	80.00
DMU09	29.68	220.51	190.00	100.00
DMU10	50.00	268.00	250.00	100.00
DMU11	53.00	306.00	260.00	147.00
DMU12	38.00	284.00	250.00	120.00

2-3-4- حل مثال بانک با مدل BCC با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment BCC Model
$ontext
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Personal cost",i2 "Location"/
  r "Outputs" /o1 "Resources", o2 "Expenditures", o3 "Services"/
  j "Units" /1*74/;

Alias (j,l);

Parameter x(i,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=x rng=sheet1!al:bw3 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load x
$GDXIN
|
Parameter y(r,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=y rng=sheet1!a5:bw8 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load y
$GDXIN

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

```

```

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop(i,Put s.l(i):13:4);
Loop(r,Put t.l(r):15:4);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put//;
);
Put//;
Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @36'Outputs'//;
Put @10'x(il)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)', @41'y(o3)'//;

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;

Solve BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

```

```

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i,Put xp(i):8);
Loop (r,Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

پرونده حاصل از عبارت put برای فرم دوفازی:

Title A Envelopment BCC Model							Page 1		
Envelopment BCC Model									
	Efficiency	Input-Excess		Output-Shortfall			Reference-set		
	z	s(i1)	s(i2)	t(o1)	t(o2)	t(o3)			
1	0.5404	0.0000	0.0000	0.0000	8341.1210	4246.2728	3	60	69
2	0.7008	0.0000	154.6420	0.0000	0.0000	308.1391	52	60	69
3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3		
4	0.4965	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	681.7906	3	52	60
5	0.6054	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
6	0.5862	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	43.5772	3	52	60
7	0.6515	0.0000	0.0000	0.0000	206.9249	0.0000	3	18	52
8	0.5181	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	758.1350	3	52	60
9	0.5621	0.0000	0.0000	0.0000	1009.5148	1301.2414	3	60	69
10	0.5640	0.0000	28.1966	356.3755	0.0000	1953.0211	60	69	
11	0.5091	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	67.7440	3	52	60
12	0.5764	0.0000	51.8922	0.0000	0.0000	855.8454	52	60	69
13	0.7006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	349.4885	3	52	60
14	0.5395	0.0000	143.5648	0.0000	0.0000	809.1461	52	60	69
15	0.5132	0.0000	0.0000	0.0000	100.1236	71.2960	3	60	69
16	0.6301	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
17	0.6960	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
18	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18		
19	0.5044	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	459.1396	3	52	60
20	0.7315	0.0000	60.8617	0.0000	0.0000	302.1027	52	60	69
21	0.5726	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	327.2564	3	52	60
22	0.6888	0.0000	92.0273	0.0000	0.0000	175.7878	52	60	69
23	0.6920	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
24	0.8723	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
25	0.5466	0.0000	27.3546	0.0000	0.0000	304.6556	52	60	69

مدل‌های پایه‌ای

روش ناحیه اطمینان(Assurance Region)

26	0.8808	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60	69
27	0.89095.55049655E+8	0.0000	0.0000	5146.9338	1811.0697	3	60				
28	0.5978	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60	69
29	0.5366	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	770.2156	3	52	60	69	
30	0.6686	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60	69
31	0.5480	0.0000	115.3297	0.0000	0.0000	517.7159	52	60	69		
32	0.7464	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60	69
33	0.8216	0.0000	0.0000	0.0000	993.2124	0.0000	3	18	52	60	69
34	0.5571	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	260.9457	3	52	60	69	
35	0.5608	0.0000	32.3638	0.0000	0.0000	709.6134	52	60	69		
36	0.8133	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	654.2633	3	52	60	69	
37	0.7888	0.0000	117.5671	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
38	0.6305	0.0000	39.6276	0.0000	0.0000	133.2886	52	60	69		
39	0.5647	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	935.5364	3	52	60	69	
40	0.8068	0.0000	213.0721	0.0000	0.0000	126.9336	52	60	69		
41	0.4486	0.0000	0.0000	0.0000	1496.9319	1347.0673	3	60	69		
42	0.9788	0.0000	0.0000	0.0000	379.2019	0.0000	3	18	52	69	
43	0.7958	0.0000	401.6278	0.0000	0.0000	352.7345	52	60	69		
44	0.8475	0.0000	0.0000	0.0000	14.7807	0.0000	3	18	52	69	
45	0.8302	0.0000	43.0207	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
46	0.8893	0.0000	0.0000	0.0000	67.3158	0.0000	3	18	52	69	
47	0.6471	0.0000	61.5987	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
48	0.7681	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	119.0943	3	52	60	69	
49	0.8888	0.0000	0.0000	0.0000	77.8444	0.0000	3	18	52	69	
50	0.6656	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	129.5829	3	52	60	69	
51	0.8388	0.0000	0.0000	0.0000	194.6089	0.0000	3	18	60	69	
52	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	52				
53	0.8231	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	355.2069	3	52	60	69	

Title A Envelopment BCC Model

Page 1

54	0.7029	0.0000	31.8535	0.0000	0.0000	203.6257	52	60	69	
55	0.6720	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	179.5941	3	52	60	69
56	0.7498	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	358.0046	3	52	60	69
57	0.8403	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	74.8476	3	52	60	69
58	0.8079	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	254.9612	3	52	60	69
59	0.7959	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	155.3063	3	52	60	69
60	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	60			
61	0.7207	0.0000	218.3148	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69
62	0.7098	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	79.0753	3	52	60	69
63	0.6051	0.0000	81.7125	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69
64	0.7737	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	362.0722	3	52	60	69
65	0.6331	0.0000	0.0000	0.0000	1247.9286	0.0000	3	18	60	69
66	0.7595	0.0000	44.6125	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69
67	0.8468	0.0000	85.8041	0.0000	0.0000	67.8773	52	60	69	
68	0.88055.64968549E+8	0.0000	0.0000	335.2922	63.6488	60	69			
69	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	69			
70	0.7606	0.0000	70.6432	0.0000	0.0000	197.9146	52	60	69	
71	0.8233	0.0000	277.0084	0.0000	0.0000	174.6293	52	60	69	
72	0.9061	0.0000	167.8188	0.0000	77.5033	340.0035	52	69		
73	0.9276	0.0000	176.1505	0.0000	0.0000	367.2479	52	60	69	
74	0.7951	0.0000	245.5201	139.0825	59.0473	0.0000	18	69		

Projection points				
	Inputs	Outputs		
	x(i1) x(i2)	y(o1) y(o2) y(o3)		
1	7.205E+9	654.94 3472.0011202.12	6216.27	
2	2.082E+9	582.61 919.70 908.70	871.64	
3	7.969E+9	1079.00 5491.00 2125.00	2698.00	
4	2.902E+9	558.10 1272.00 2425.00	1603.49	
5	3.873E+9	534.63 1639.00 4949.00	2865.00	
6	3.353E+9	666.53 1857.00 1248.00	1262.58	
7	3.089E+9	706.22 1819.00 563.02	995.10	
8	3.406E+9	527.39 1518.00 2648.00	1691.33	
9	3.050E+9	436.15 1013.00 3977.51	2140.24	
10	3.901E+9	456.15 1415.38 6130.00	3251.02	
11	3.197E+9	564.57 1560.00 1353.00	1127.74	
12	3.009E+9	452.50 1024.00 3890.00	2123.85	
13	3.739E+9	752.41 2282.00 1008.00	1321.99	
14	2.979E+9	440.69 984.50 3872.00	2093.15	
15	2.641E+9	486.20 1063.00 1324.12	942.30	
16	3.978E+9	684.28 2229.00 1886.00	2032.00	
17	3.401E+9	705.71 1993.00 831.50	1229.00	
18	5.363E+9	1085.00 3693.00 430.7018942.00		
19	2.840E+9	540.21 1220.00 2173.00	1449.54	
20	2.198E+9	538.75 870.40 1416.00	1044.80	
21	2.854E+9	572.51 1332.00 1646.00	1256.26	
22	2.134E+9	483.98 719.50 1523.00	997.69	
23	3.692E+9	700.96 2168.00 798.10	1505.00	
24	2.619E+9	911.54 1915.00 301.30	1570.00	
25	2.347E+9	526.87 907.70 1852.00	1241.06	
26	6.228E+9	929.21 4098.00 2177.00	2444.00	
27	8.004E+9	930.06 4896.00 6271.93	4408.07	
28	2.506E+9	622.90 1229.00 1341.00	1177.00	
29	2.619E+9	496.99 990.70 2275.00	1408.92	
30	2.960E+9	707.35 1694.00 1105.00	1263.00	

Title A Envelopment BCC Model

Page 2

31	2.138E+9	486.39	726.60	1521.00	1001.12
32	2.558E+9	768.84	1604.00	448.60	1145.00
33	5.499E+9	833.07	3520.00	1351.31	2033.00
34	2.991E+9	588.28	1444.00	1708.00	1321.95
35	2.512E+9	549.72	1030.00	2157.00	1435.61
36	3.035E+9	838.48	1981.00	1155.00	1489.76
37	1.979E+9	644.85	1019.00	265.70	881.90
38	2.212E+9	582.96	976.30	1236.00	1035.99
39	2.899E+9	493.38	1094.00	3109.00	1816.54
40	1.757E+9	455.06	492.30	710.10	537.93
41	3.343E+9	464.76	1240.00	4127.93	2280.27
42	4.246E+9	945.01	2951.00	776.10	3400.00
43	2.108E+9	453.84	640.40	1605.00	983.33
44	4.285E+9	831.91	2779.00	911.48	1834.00
45	2.558E+9	783.73	1590.00	802.00	2090.00
46	2.726E+9	887.54	1942.00	338.32	1189.00
47	1.847E+9	560.84	769.90	415.10	600.40
48	3.470E+9	760.22	2094.00	1385.00	1495.09
49	2.631E+9	833.02	1779.00	326.14	1223.00
50	2.556E+9	673.59	1396.00	840.80	1027.18
51	3.186E+9	555.48	1548.00	1196.61	1102.00
52	2.520E+9	947.00	1930.00	234.70	1204.00
53	2.821E+9	540.06	1299.00	1060.00	921.51
54	1.882E+9	478.63	599.40	912.60	682.53
55	2.942E+9	703.63	1666.00	1229.00	1288.59
56	2.354E+9	530.90	960.80	1353.00	1012.40
57	1.899E+9	523.24	739.90	336.20	487.05
58	3.850E+9	781.84	2385.00	1279.00	1507.96
59	3.333E+9	713.99	1947.00	1075.00	1260.31
60	8.085E+9	576.10	3482.00	16127.00	8472.00
61	1.834E+9	422.50	454.20	1012.00	777.80
62	1.998E+9	566.72	865.00	566.40	676.88
63	1.736E+9	521.01	634.60	271.30	615.60
64	2.872E+9	691.80	1587.00	1378.00	1334.07
65	2.226E+9	428.06	668.70	1588.43	948.20
66	1.850E+9	467.64	563.10	822.00	790.00
67	1.653E+9	508.34	568.10	187.60	374.48
68	1.565E+9	389.18	261.50	548.29	335.95
69	1.385E+9	384.00	172.30	116.80	110.60
70	1.794E+9	519.11	652.70	490.40	545.71
71	1.494E+9	392.51	238.40	351.60	243.68
72	1.758E+9	569.01	749.90	155.54	469.90
73	1.787E+9	578.21	783.00	183.20	500.65
74	1.445E+9	394.67	225.88	121.58	397.20

CCR – BCC - 2-4 مدل

ناحیه امکان تولید PPS در مدل CCR – BCC با نپذیرفتن اصل ۲ (اصل CRS) و در نظرگرفتن

بازده به مقیاس با $1 \leq \lambda$ (اگر x_0, y_0 را تولید کند، آنگاه اگر $1 \leq \lambda \leq \lambda_{x_0}$ باشد، λx_0 بتواند λy_0 را تولید کند)، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$PPS_D = \{(x, y); x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

که دارای خاصیت بازده به مقیاس کاهشی (DRS) است.

فرم پوششی ورودی محور CCR – BCC

$$\text{Min } \theta$$

s.t.

$$\theta x_p \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j$$

$$y_p \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

فرم پوششی ورودی محور CCR – BCC (13-2)

فرم پوششی خروجی محور CCR – BCC

$$\text{Max } \varphi$$

s.t.

$$x_p \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j$$

$$\varphi y_p \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

فرم پوششی خروجی محور مدل CCR - BCC (14-2)

فرم پوششی-ورودی محور بصورت دوفازی:

$$\text{Min } \theta$$

s.t.

$$\theta x_{io} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m$$

$$y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

CCR - BCC فاز اول مدل (15-2)

فاز دوم:

$$\text{Max } w = \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta^* x_{io}, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

CCR – BCC فاز دوم مدل (16-2)

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + u_o \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_o \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\ & u_o \leq 0 \end{aligned}$$

CCR – BCC فرم مضربی ورودی محور مدل (17-2)

CCR – BCC فرم مضربی خروجی محور مدل

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + v_o \\ \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + v_o \leq \cdot \quad j = 1, \dots, n \\
 & v_i \geq \cdot \quad i = 1, \dots, m \\
 & u_r \geq \cdot \quad r = 1, \dots, s \\
 & v_o \geq \cdot
 \end{aligned}$$

CCR – BCC فرم مضربی خروجی محور مدل (18-2)

2-4-2- حل مثال بیمارستان با مدل CCR – BCC با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment CCR_BCC Model
$ontext
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Doctors",i2 "Nurses"/
  r "Outputs" /o1 "Outpatients",o2 "Inpatients"/
  j "Units" /DMU01*DMU12/;

Alias (j,1);

Table x(i,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
i1 20    19    25    27    22    55    33    31    30    50    53    38
i2 151   131   160   168   158   255   235   206   244   268   306   284;
Table y(r,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
o1 100   150   160   180   94    230   220   152   190   250   260   250
o2 90    50    55    72    66    90    88    80    100   100   147   120;

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

Parameters
  xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
  yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"

```

```
xp(i) "Inputs of projection point"
yp(r) "Output of projection point";
```

Equations

```
Objective1
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3
Const4(i)
Const5(r);
Objective1.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3.. Sum(j,Lambda(j))=l=1;
Const4(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const5(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);
```

```
File CCR_BCC_Model/Results.txt/ ;
```

```
Models CCR_BCC_Phase1 /Objective1,Const1,Const2,Const3/
CCR_BCC_Phase2 /Objective2,Const3,Const4,Const5/;
```

```
Puttl CCR_BCC_Model 'Title ' System.title, @60 'Page ' System.page//;
```

```
Put CCR_BCC_Model;
```

```
Put 'Envelopment CCR_BCC Model/';
Put @6'Efficiency', @19'Input-Excess', @35'Output-Shortfall' /;
Put @10'z', @18's(i1)', @27's(i2)', @36't(o1)', @45't(o2)', @52'Reference-set' /;
```

```
Loop(l,
  Loop(i,xo(i)=x(i,l));
  Loop(r,yo(r)=y(r,l));
```

```
Solve CCR_BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;
```

```

Put l.tl:6;
Put z.l:6;
Loop(i,Put s.l(i):9);
Loop(r,Put t.l(r):9);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put/;
);
Put//;
Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @28'Outputs'//;
Put @10'x(i1)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)'//;

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;

Solve CCR_BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i,Put xp(i):8);
Loop (r,Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

2-4-3- پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل CCR – BCC

به صورت زیر است:

Title A Envelopment CCR_BCC Model						Page 1	
Envelopment CCR_BCC Model							
	Efficiency	Input-Excess	Output-Shortfall				
	z	$s(i1)$	$s(i2)$	$t(o1)$	$t(o2)$	Reference-set	
DMU01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01	
DMU02	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU02	
DMU03	0.90	0.73	0.00	0.00	2.33	DMU02	DMU04
DMU04	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU04	
DMU05	0.76	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01	DMU02 DMU04
DMU06	0.94	8.21	0.00	0.00	2.00	DMU04	DMU10
DMU07	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU07	
DMU08	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01	DMU04 DMU11 DMU12
DMU09	0.99	0.00	20.89	0.00	0.00	DMU01	DMU02 DMU12
DMU10	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU10	
DMU11	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU11	
DMU12	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU12	

Projection points				
	Inputs	Outputs		
	$x(i1)$	$x(i2)$	$y(o1)$	$y(o2)$
DMU01	20.00	151.00	100.00	90.00
DMU02	19.00	131.00	150.00	50.00
DMU03	21.67	143.33	160.00	57.33
DMU04	27.00	168.00	180.00	72.00
DMU05	16.80	120.63	94.00	66.00
DMU06	43.43	239.43	230.00	92.00
DMU07	33.00	235.00	220.00	88.00
DMU08	24.76	164.56	152.00	80.00
DMU09	29.68	220.51	190.00	100.00
DMU10	50.00	268.00	250.00	100.00
DMU11	53.00	306.00	260.00	147.00
DMU12	38.00	284.00	250.00	120.00

2-4-4 حل مثال بانک با مدل CCR – BCC با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment CCR_BCC Model
$ontext
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Personal cost",i2 "Location"/
  r "Outputs" /o1 "Resources" ,o2 "Expenditures", o3 "Services"/
  j "Units" /1*74/;

Alias (j,1);

Parameter x(i,j);
$call GDXRW Bank.xlsx par=x rng=sheet1!al:bw3 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load x
$GDXIN

Parameter y(r,j);
$call GDXRW Bank.xlsx par=y rng=sheet1!a5:bw8 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load y
$GDXIN

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

```

Parameters

```

xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"
xp(i) "Inputs of projection point"
yp(r) "Output of projection point";

```

Equations

```

Objectivel
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3
Const4(i)
Const5(r);
Objectivel.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3.. Sum(j,Lambda(j))=l=l;
Const4(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const5(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);

```

File CCR_BCC_Model/Results.txt/ ;

Models CCR_BCC_Phase1 /Objectivel,Const1,Const2,Const3/
CCR_BCC_Phase2 /Objective2,Const3,Const4,Const5/;

Puttl CCR_BCC_Model 'Title ' System.title, @103'Page ' System.page//;

Put CCR_BCC_Model;

Put 'Envelopment CCR_AR Model/';
Put @6'Efficiency', @25'Input-Excess', @59'Output-Shortfall' /;
Put @10'z', @21's(i1)', @35's(i2)', @51't(o1)', @66't(o2)', @81't(o3)', @91'Reference-set'//

Loop(l,
Loop(i,xo(i)=x(i,l));
Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve CCR_BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

```

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop (i, Put s.l(i):13:4);
Loop (r, Put t.l(r):15:4);
Loop (j,
    If (Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put//;
);
Put//;
Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @36'Outputs'//;
Put @10'x(il)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)', @41'y(o3)'//;

Loop (l,
    Loop (i, xo(i)=x(i,l));
    Loop (r, yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;

Solve CCR_BCC_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_BCC_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i, Put xp(i):8);
Loop (r, Put yp(r):8);
Put//;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

پرونده حاصل از عبارت put برای فرم دوفازی:

Title A Envelopment CCR_BCC Model

Page 1

Envelopment CCR_AR Model

	Efficiency	Input-Excess		Output-Shortfall			Reference-set			
	z	s(i1)	s(i2)	t(01)	t(02)	t(03)				
1	0.5108	0.0000	0.0000	0.0000	7118.5976	3686.6239	3	60		
2	0.4647	0.0000	95.0816	0.0000	0.0000	329.9166	52	60		
3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3			
4	0.3739	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	747.7122	3	52	60	
5	0.5027	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	47.4931	3	52	60	
6	0.4802	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	96.2543	3	52	60	
7	0.5337	0.0000	0.0000	0.0000	148.3270	0.0000	3	18	52	
8	0.3938	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	857.5473	3	52	60	
9	0.3625	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	924.9586	3	52	60	
10	0.4443	0.0000	162.5647	264.5357	0.0000	1922.2741	60			
11	0.3791	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	152.9883	3	52	60	
12	0.4187	0.0000	135.4888	0.0000	0.0000	881.4041	52	60		
13	0.6131	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	389.1454	3	52	60	
14	0.3859	0.0000	205.5017	0.0000	0.0000	835.4686	52	60		
15	0.3258	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	114.8978	3	52	60	
16	0.5391	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
17	0.5820	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
18	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18			
19	0.3673	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	531.4247	3	52	60	
20	0.4766	0.0000	58.0691	0.0000	0.0000	325.8805	52	60		
21	0.4238	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	390.5852	3	52	60	
22	0.4077	0.0000	91.3973	0.0000	0.0000	202.8308	52	60		
23	0.5798	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
24	0.8458	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
25	0.3674	0.0000	52.7836	0.0000	0.0000	328.5402	52	60		
26	0.8540	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
27	0.89095.55049655E+8	0.0000	0.0000	5146.9338	1811.0697	3	60			
28	0.4504	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	26.2177	3	52	60	
29	0.3646	0.0000	6.9076	0.0000	0.0000	843.6645	52	60		
30	0.5578	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.2946	3	52	60	

31	0.3260	0.0000	104.7086	0.0000	0.0000	544.6113	52	60		
32	0.6386	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
33	0.7580	0.0000	0.0000	0.0000	924.0650	0.0000	3	18	52	
34	0.4242	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	324.1539	3	52	60	
35	0.4025	0.0000	58.9174	0.0000	0.0000	731.6258	52	60		
36	0.7588	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	659.4393	3	52	60	
37	0.5455	0.0000	45.7623	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
38	0.4352	0.0000	31.2252	0.0000	0.0000	154.5675	52	60		
39	0.4089	0.0000	35.0655	0.0000	0.0000	995.3434	52	60		
40	0.3626	0.0000	105.5697	0.0000	0.0000	156.9680	52	60		
41	0.2974	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	729.7915	3	52	60	
42	0.9528	0.0000	0.0000	0.0000	366.8917	0.0000	3	18	52	
43	0.4456	0.0000	274.8973	0.0000	0.0000	381.5404	52	60		
44	0.7784	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
45	0.7274	0.0000	25.4036	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
46	0.8450	0.0000	0.0000	0.0000	62.9056	0.0000	3	18	52	
47	0.3776	0.0000	8.6572	0.0000	0.0000	8.8564	52	60		
48	0.6805	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	147.0904	3	52	60	
49	0.8052	0.0000	0.0000	0.0000	68.1410	0.0000	3	18	52	
50	0.5228	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	149.0749	3	52	60	
51	0.6055	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60
52	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	52			
53	0.5723	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	434.8748	3	52	60	
Title A Envelopment CCR_BCC Model										
Page 1										
54	0.3630	0.0000	30.0343	0.0000	0.0000	231.8929	52	60		
55	0.5608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	206.3196	3	52	60	
56	0.4917	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	411.2303	3	52	60	
57	0.4603	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	97.1652	3	52	60	
58	0.7263	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	287.4364	3	52	60	
59	0.6737	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	193.5038	3	52	60	
60	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	60			
61	0.3191	0.0000	134.7450	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
62	0.4424	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	93.8495	3	52	60	
63	0.3057	0.0000	13.3333	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	
64	0.6403	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	388.5620	3	52	60	
65	0.2786	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60

66	0.3734	0.0000	35.8568	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60
67	0.3937	0.0000	6.0183	0.0000	0.0000	95.3451	52	60	
68	0.1641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
69	0.1800	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	27.9459	3	52	60
70	0.4007	0.0000	20.0697	0.0000	0.0000	224.2688	52	60	
71	0.2116	0.0000	78.3834	0.0000	0.0000	209.0933	52	60	
72	0.5048	0.0000	42.5214	0.0000	13.1525	337.9133	52		
73	0.5412	0.0000	62.2547	0.0000	0.0000	390.3581	52	60	
74	0.0746	0.0000	35.3279	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60

Projection points

	Inputs			Outputs		
	x(i1)	x(i2)	y(o1)	y(o2)	y(o3)	
1	6.810E+9	619.08	3472.00	9979.60	5656.62	
2	1.381E+9	393.81	919.70	908.70	893.42	
3	7.969E+9	1079.00	5491.00	2125.00	2698.00	
4	2.185E+9	420.26	1272.00	2425.00	1669.41	
5	3.216E+9	443.97	1639.00	4949.00	2912.49	
6	2.746E+9	545.95	1857.00	1248.00	1315.25	
7	2.531E+9	578.52	1819.00	504.43	995.10	
8	2.589E+9	400.91	1518.00	2648.00	1790.75	
9	1.967E+9	281.27	1013.00	2968.00	1763.96	
10	3.073E+9	218.98	1323.54	6130.00	3220.27	
11	2.381E+9	420.43	1560.00	1353.00	1212.99	
12	2.186E+9	230.91	1024.00	3890.00	2149.40	
13	3.272E+9	658.44	2282.00	1008.00	1361.65	
14	2.131E+9	212.48	984.50	3872.00	2119.47	
15	1.677E+9	308.65	1063.00	1224.00	985.90	
16	3.403E+9	585.41	2229.00	1886.00	2032.00	

17 2.844E+9 590.13 1993.00 831.50 1229.00
 18 5.363E+9 1085.00 3693.00 430.70 18942.00
 19 2.068E+9 393.37 1220.00 2173.00 1521.82
 20 1.432E+9 332.60 870.40 1416.00 1068.58
 21 2.112E+9 423.74 1332.00 1646.00 1319.59
 22 1.263E+9 249.52 719.50 1523.00 1024.73
 23 3.094E+9 587.34 2168.00 798.10 1505.00
 24 2.539E+9 883.86 1915.00 301.30 1570.00
 25 1.578E+9 319.79 907.70 1852.00 1264.94
 26 6.039E+9 901.02 4098.00 2177.00 2444.00
 27 8.004E+9 930.06 4896.00 6271.93 4408.07
 28 1.888E+9 469.36 1229.00 1341.00 1203.22
 29 1.779E+9 330.74 990.70 2275.00 1482.36
 30 2.470E+9 590.12 1694.00 1105.00 1264.29

Title A Envelopment CCR_BCC Model

Page 2

31 1.272E+9 253.21 726.60 1521.00 1028.01
 32 2.189E+9 657.80 1604.00 448.60 1145.00
 33 5.074E+9 768.60 3520.00 1282.17 2033.00
 34 2.278E+9 447.92 1444.00 1708.00 1385.15
 35 1.803E+9 358.88 1030.00 2157.00 1457.63
 36 2.831E+9 782.28 1981.00 1155.00 1494.94
 37 1.369E+9 481.49 1019.00 265.70 881.90
 38 1.527E+9 398.47 976.30 1236.00 1057.27
 39 2.099E+9 322.19 1094.00 3109.00 1876.34
 40 7.894E+8 194.67 492.30 710.10 567.97
 41 2.216E+9 308.09 1240.00 2631.00 1662.99
 42 4.134E+9 919.97 2951.00 763.79 3400.00
 43 1.180E+9 204.10 640.40 1605.00 1012.14
 44 3.936E+9 764.07 2779.00 896.70 1834.00
 45 2.241E+9 698.91 1590.00 802.00 2090.00

46	2.590E+9	843.36	1942.00	333.91	1189.00
47	1.078E+9	354.59	769.90	415.10	609.26
48	3.074E+9	673.54	2094.00	1385.00	1523.09
49	2.383E+9	754.62	1779.00	316.44	1223.00
50	2.008E+9	529.09	1396.00	840.80	1046.67
51	2.300E+9	400.95	1548.00	1002.00	1102.00
52	2.520E+9	947.00	1930.00	234.70	1204.00
53	1.961E+9	375.45	1299.00	1060.00	1001.17
54	9.719E+8	233.56	599.40	912.60	710.79
55	2.455E+9	587.20	1666.00	1229.00	1315.32
56	1.544E+9	348.16	960.80	1353.00	1065.63
57	1.040E+9	286.61	739.90	336.20	509.37
58	3.461E+9	702.82	2385.00	1279.00	1540.44
59	2.822E+9	604.41	1947.00	1075.00	1298.50
60	8.085E+9	576.10	3482.0016127.00	8472.00	
61	8.123E+8	149.03	454.20	1012.00	777.80
62	1.245E+9	353.20	865.00	566.40	691.65
63	8.771E+8	291.18	634.60	271.30	615.60
64	2.377E+9	572.56	1587.00	1378.00	1360.56
65	9.792E+8	188.33	668.70	340.50	948.20
66	9.096E+8	215.99	563.10	822.00	790.00
67	7.686E+8	270.21	568.10	187.60	401.95
68	3.970E+8	72.53	261.50	213.00	272.30
69	2.492E+8	69.12	172.30	116.80	138.55
70	9.449E+8	290.62	652.70	490.40	572.07
71	3.840E+8	93.71	238.40	351.60	278.14
72	9.793E+8	367.96	749.90	91.19	467.81
73	1.042E+9	377.85	783.00	183.20	523.76
74	1.356E+8	24.74	86.80	62.53	397.20

BCC – CCR - 2-5 مدل

ناحیه امکان تولید (PPS) در مدل BCC – CCR با نپذیرفتن اصل ۲ (اصل CRS) و در نظرگرفتن بازده به مقیاس با $1 \geq \lambda \geq 1$ (اگر x_0, y_0 را تولید کند، آنگاه اگر $1 \geq \lambda \geq 1$ باشد، λx_0 بتواند λy_0 را تولید کند)، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$PPS_D = \{(x, y); x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

که دارای خاصیت بازده به مقیاس کاوشی (DRS) است.

$$\text{Min } \theta$$

s.t.

$$\theta x_p \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j$$

$$y_p \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

(19-2) فرم پوششی ورودی محور مدل BCC – CCR

فرم پوششی خروجی محور مدل BCC – CCR

$$\text{Max } \varphi$$

s.t.

$$\begin{aligned} x_p &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ \varphi y_p &\leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &\geq 1 \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

(20-2) فرم پوششی خروجی محور مدل BCC – CCR

فرم پوششی-ورودی محور بصورت دوفازی

$$\begin{aligned} \text{Min } \theta \\ \text{s.t.} \\ \theta x_{io} &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \\ y_{ro} &\leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &\geq 1 \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

(21-2) فاز اول مدل BCC – CCR

فاز دوم:

$$\begin{aligned} \text{Max } w &= \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta^* x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1 \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 & s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s
 \end{aligned}$$

BCC – CCR فاز دوم مدل (22-2)

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + u_o \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_o \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 & v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 & u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \\
 & u_o \geq 0
 \end{aligned}$$

BCC – CCR فرم مضربی ورودی محور مدل (23-2)

فرم مضربی خروجی محور مدل BCC – CCR

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + v_o \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + v_o \leq \cdot \quad j = 1, \dots, n \\
 & v_i \geq \cdot \quad i = 1, \dots, m \\
 & u_r \geq \cdot \quad r = 1, \dots, s \\
 & v_o \leq \cdot
 \end{aligned}$$

BCC – CCR فرم مضربی خروجی محور مدل (24-2)

2-5-2- حل مثال بیمارستان با مدل BCC – CCR با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment BCC_CCR Model
$ontext
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Doctors",i2 "Nurses"/
  r "Outputs" /o1 "Outpatients",o2 "Inpatients"/
  j "Units" /DMU01*DMU12/;

Alias (j,1);

Table x(i,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
i1 20    19    25    27    22    55    33    31    30    50    53    38
i2 151   131   160   168   158   255   235   206   244   268   306   284;
Table y(r,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12
o1 100   150   160   180   94    230   220   152   190   250   260   250
o2 90    50    55    72    66    90    88    80    100   100   147   120;

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i)  "Input excess"
  t(r)  "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

Parameters
  xo(i)  "Inputs of under evaluation DMU"
  yo(r)  "Outputs of under evaluation DMU"

```

```

xp(i) "Inputs of projection point"
yp(r) "Output of projection point";

```

Equations

```

Objective1
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3
Const4(i)
Const5(r);
Objective1.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3.. Sum(j,Lambda(j))=g=1;
Const4(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const5(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);

```

File BCC_CCR_Model/Results.txt/ ;

Models BCC_CCR_Phase1 /Objective1,Const1,Const2,Const3/
BCC_CCR_Phase2 /Objective2,Const3,Const4,Const5/;

Puttl BCC_CCR_Model 'Title ' System.title, @60 'Page ' System.page//;

Put BCC_CCR_Model;

Put 'Envelopment BCC_CCR Model/';
Put @6'Efficiency', @19'Input-Excess', @35'Output-Shortfall' /;
Put @10'z', @18's(i1)', @27's(i2)', @36't(o1)', @45't(o2)', @52'Reference-set'//;

Loop(l,
Loop(i,xo(i)=x(i,l));
Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve BCC_CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;

```

Put l.tl:6;
Put z.l:6;
Loop (i, Put s.l(i):9);
Loop (r, Put t.l(r):9);
Loop (j,
    If (Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put/;
);
Put//;
Put 'Projection points//';
Put @13'Inputs', @28'Outputs//';
Put @10'x(i1)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)'//';

Loop (l,
    Loop (i, xo(i)=x(i,l));
    Loop (r, yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;

Solve BCC_CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i, Put xp(i):8);
Loop (r, Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

2-5-3- پرونده حاصل از عبارت put برای فرم پوششی مدل BCC – CCR

بهصورت زیر است:

Title A Envelopment BCC_CCR Model						Page 1
Envelopment BCC_CCR Model						
	Efficiency	Input-Excess	Output-Shortfall			
	z	$s(i1)$	$s(i2)$	$t(o1)$	$t(o2)$	Reference-set
DMU01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01
DMU02	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU02
DMU03	0.88	1.22	0.00	0.00	0.00	DMU02
DMU04	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU04
DMU05	0.88	0.00	0.33	36.00	0.00	DMU01
DMU06	0.83	12.11	0.00	0.00	0.00	DMU02
DMU07	0.90	0.00	3.35	0.00	0.00	DMU01
DMU08	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	DMU01
DMU09	0.96	0.00	27.21	0.00	0.00	DMU01
DMU10	0.87	6.03	0.00	0.00	0.00	DMU04
DMU11	0.96	7.32	0.00	0.00	0.00	DMU01
DMU12	0.96	0.00	12.60	0.00	0.00	DMU01

Projection points			
	Inputs	Outputs	
	$x(i1)$	$x(i2)$	$y(o1)$
DMU01	20.00	151.00	100.00
DMU02	19.00	131.00	150.00
DMU03	20.85	141.23	160.00
DMU04	27.00	168.00	180.00
DMU05	19.40	139.00	130.00
DMU06	33.80	212.87	230.00
DMU07	29.76	208.61	220.00
DMU08	24.69	164.04	152.00
DMU09	28.81	207.13	190.00
DMU10	37.50	233.33	250.00
DMU11	43.30	292.26	260.00
DMU12	36.41	259.53	250.00
			100.00

2-5-4- حل مثال بانک با مدل BCC – CCR با استفاده از گمز

```

$title A Envelopment BCC_CCR Model
$context
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Personal cost",i2 "Location"/
  r "Outputs" /o1 "Resources" ,o2 "Expenditures", o3 "Services"/
  j "Units" /1*74/;

Alias (j,l);

Parameter x(i,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=x rng=sheet1!a1:bw3 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load x
$GDXIN

Parameter y(r,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=y rng=sheet1!a5:bw8 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load y
$GDXIN

Variables
  z
  Teta
  w
  Lambda(j)
  s(i) "Input excess"
  t(r) "Output shortfall";
Positive Variables
  Lambda
  s
  t;

```

Parameters

```

xo(i)  "Inputs of under evaluation DMU"
yo(r)  "Outputs of under evaluation DMU"
xp(i)  "Inputs of projection point"
yp(r)  "Output of projection point";

```

Equations

```

Objective1
Objective2
Const1(i)
Const2(r)
Const3
Const4(i)
Const5(r);

Objective1.. z=e=Teta;
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=teta*xo(i);
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))=g=yo(r);
Const3.. Sum(j,Lambda(j))=g=l;
Const4(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);
Const5(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))-t(r)=e=yo(r);

```

```
File BCC_CCR_Model/Results.txt/;
```

```
Models BCC_CCR_Phase1 /Objective1,Const1,Const2,Const3/
      BCC_CCR_Phase2 /Objective2,Const3,Const4,Const5/;
```

```
Puttl BCC_CCR_Model 'Title ' System.title, @103 'Page ' System.page//;
```

```
Put BCC_CCR_Model;
```

```

Put 'Envelopment BCC_CCR Model';
Put @6'Efficiency', @25'Input-Excess', @59'Output-Shortfall' /;
Put @10'z', @21's(i1)', @35's(i2)', @51't(o1)', @66't(o2)', @81't(o3)', @91'Reference-set'/;

```

```
Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve BCC_CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop(i,Put s.l(i):13:4);
Loop(r,Put t.l(r):15:4);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put//;
);
Put//;
Put 'Projection points'//;
Put @13'Inputs', @36'Outputs'//;
Put @10'x(il)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)', @41'y(o3)'//;

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;

Solve BCC_CCR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve BCC_CCR_Phase2 Using LP Maximizing w;
```

```

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r);

Loop (i,Put xp(i):8);
Loop (r,Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

پرونده حاصل از عبارت put برای فرم دوفازی:

Title A Envelopment BCC_CCR Model							Page 1		
Efficiency	Input-Excess			Output-Shortfall			Reference-set		
	z	s(i1)	s(i2)	t(o1)	t(o2)	t(o3)			
1	0.5404	0.0000	0.0000	0.0000	8341.1210	4246.2728	3	60	69
2	0.7008	0.0000	154.6420	0.0000	0.0000	308.1391	52	60	69
3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3		
4	0.4965	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	681.7906	3	52	60
5	0.6054	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
6	0.5862	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	43.5772	3	52	60
7	0.6515	0.0000	0.0000	0.0000	206.9249	0.0000	3	18	52
8	0.5181	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	758.1350	3	52	60
9	0.5621	0.0000	0.0000	0.0000	1009.5148	1301.2414	3	60	69
10	0.5640	0.0000	28.1966	356.3755	0.0000	1953.0211	60	69	
11	0.5091	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	67.7440	3	52	60
12	0.5764	0.0000	51.8922	0.0000	0.0000	855.8454	52	60	69
13	0.7006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	349.4885	3	52	60
14	0.5395	0.0000	143.5648	0.0000	0.0000	809.1461	52	60	69
15	0.5132	0.0000	0.0000	0.0000	100.1236	71.2960	3	60	69
16	0.6301	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
17	0.6960	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
18	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18		
19	0.5044	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	459.1396	3	52	60
20	0.7315	0.0000	60.8617	0.0000	0.0000	302.1027	52	60	69
21	0.5726	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	327.2564	3	52	60
22	0.6888	0.0000	92.0273	0.0000	0.0000	175.7878	52	60	69
23	0.6920	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
24	0.8723	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
25	0.5466	0.0000	27.3546	0.0000	0.0000	304.6556	52	60	69
26	0.8808	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
27	0.8766	0.0000	0.0000	0.0000	7184.3734	2743.1308	3	60	
28	0.5978	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52
29	0.5366	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	770.2156	3	52	60
30	0.6686	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52

31	0.5480	0.0000	115.3297	0.0000	0.0000	517.7159	52	60	69		
32	0.7464	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	18	52	60	69
33	0.8216	0.0000	0.0000	0.0000	993.2124	0.0000	3	18	52	60	69
34	0.5571	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	260.9457	3	52	60	69	
35	0.5608	0.0000	32.3638	0.0000	0.0000	709.6134	52	60	69		
36	0.8133	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	654.2633	3	52	60	69	
37	0.7888	0.0000	117.5671	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
38	0.6305	0.0000	39.6276	0.0000	0.0000	133.2886	52	60	69		
39	0.5647	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	935.5364	3	52	60	69	
40	0.8068	0.0000	213.0721	0.0000	0.0000	126.9336	52	60	69		
41	0.4486	0.0000	0.0000	0.0000	1496.9319	1347.0673	3	60	69		
42	0.9788	0.0000	0.0000	0.0000	379.2019	0.0000	3	18	52	69	
43	0.7958	0.0000	401.6278	0.0000	0.0000	352.7345	52	60	69		
44	0.8475	0.0000	0.0000	0.0000	14.7807	0.0000	3	18	52	69	
45	0.8302	0.0000	43.0207	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
46	0.8893	0.0000	0.0000	0.0000	67.3158	0.0000	3	18	52	69	
47	0.6471	0.0000	61.5987	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
48	0.7681	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	119.0943	3	52	60	69	
49	0.8888	0.0000	0.0000	0.0000	77.8444	0.0000	3	18	52	69	
50	0.6656	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	129.5829	3	52	60	69	
51	0.8388	0.0000	0.0000	0.0000	194.6089	0.0000	3	18	60	69	
52	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	52				
53	0.8231	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	355.2069	3	52	60	69	
Title A Envelopment BCC_CCR Model											
Page 1											
54	0.7029	0.0000	31.8535	0.0000	0.0000	203.6257	52	60	69		
55	0.6720	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	179.5941	3	52	60	69	
56	0.7498	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	358.0046	3	52	60	69	
57	0.8403	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	74.8476	3	52	60	69	
58	0.8079	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	254.9612	3	52	60	69	
59	0.7959	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	155.3063	3	52	60	69	
60	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	60				
61	0.7207	0.0000	218.3148	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
62	0.7098	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	79.0753	3	52	60	69	
63	0.6051	0.0000	81.7125	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
64	0.7737	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	362.0722	3	52	60	69	
65	0.6331	0.0000	0.0000	0.0000	1247.9286	0.0000	3	18	60	69	
66	0.7595	0.0000	44.6125	0.0000	0.0000	0.0000	18	52	60	69	
67	0.8468	0.0000	85.8041	0.0000	0.0000	67.8773	52	60	69		
68	0.88055.64968549E+8	0.0000	0.0000	0.0000	335.2922	63.6488	60	69			
69	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	69				
70	0.7606	0.0000	70.6432	0.0000	0.0000	197.9146	52	60	69		
71	0.8233	0.0000	277.0084	0.0000	0.0000	174.6293	52	60	69		
72	0.9061	0.0000	167.8188	0.0000	0.0000	77.5033	340.0035	52	69		
73	0.9276	0.0000	176.1505	0.0000	0.0000	367.2479	52	60	69		
74	0.7951	0.0000	245.5201	139.0825	59.0473	0.0000	18	69			
Projection points											
Inputs											
Outputs											
x(i1) x(i2) y(o1) y(o2) y(o3)											
1	7.205E+9	654.94	3472.00112021.12	6216.27							
2	2.082E+9	582.61	919.70	908.70	871.64						
3	7.969E+9	1079.00	5491.00	2125.00	2698.00						
4	2.902E+9	558.10	1272.00	2425.00	1603.49						
5	3.873E+9	534.63	1639.00	4949.00	2865.00						
6	3.353E+9	666.53	1857.00	1248.00	1262.58						
7	3.089E+9	706.22	1819.00	563.02	995.10						
8	3.406E+9	527.39	1518.00	2648.00	1691.33						
9	3.050E+9	436.15	1013.00	3977.51	2140.24						
10	3.901E+9	456.15	1415.38	6130.00	3251.02						
11	3.197E+9	564.57	1560.00	1353.00	1127.74						
12	3.009E+9	452.50	1024.00	3890.00	2123.85						
13	3.739E+9	752.41	2282.00	1008.00	1321.99						
14	2.979E+9	440.69	984.50	3872.00	2093.15						
15	2.641E+9	486.20	1063.00	1324.12	942.30						

16	3.978E+9	684.28	2229.00	1886.00	2032.00
17	3.401E+9	705.71	1993.00	831.50	1229.00
18	5.363E+9	1085.00	3693.00	430.70	18942.00
19	2.840E+9	540.21	1220.00	2173.00	1449.54
20	2.198E+9	538.75	870.40	1416.00	1044.80
21	2.854E+9	572.51	1332.00	1646.00	1256.26
22	2.134E+9	483.98	719.50	1523.00	997.69
23	3.692E+9	700.96	2168.00	798.10	1505.00
24	2.619E+9	911.54	1915.00	301.30	1570.00
25	2.347E+9	526.87	907.70	1852.00	1241.06
26	6.228E+9	929.21	4098.00	2177.00	2444.00
27	8.422E+9	915.15	4896.00	8309.37	5340.13
28	2.506E+9	622.90	1229.00	1341.00	1177.00
29	2.619E+9	496.99	990.70	2275.00	1408.92
30	2.960E+9	707.35	1694.00	1105.00	1263.00
Title A Envelopment BCC_CCR Model					
31	2.138E+9	486.39	726.60	1521.00	1001.12
32	2.558E+9	768.84	1604.00	448.60	1145.00
33	5.499E+9	833.07	3520.00	1351.31	2033.00
34	2.991E+9	588.28	1444.00	1708.00	1321.95
35	2.512E+9	549.72	1030.00	2157.00	1435.61
36	3.035E+9	838.48	1981.00	1155.00	1489.76
37	1.979E+9	644.85	1019.00	265.70	881.90
38	2.212E+9	582.96	976.30	1236.00	1035.99
39	2.899E+9	493.38	1094.00	3109.00	1816.54
40	1.757E+9	455.06	492.30	710.10	537.93
41	3.343E+9	464.76	1240.00	4127.93	2280.27
42	4.246E+9	945.01	2951.00	776.10	3400.00
43	2.108E+9	453.84	640.40	1605.00	983.33
44	4.285E+9	831.91	2779.00	911.48	1834.00
45	2.558E+9	783.73	1590.00	802.00	2090.00

46	2.726E+9	887.54	1942.00	338.32	1189.00
47	1.847E+9	560.84	769.90	415.10	600.40
48	3.470E+9	760.22	2094.00	1385.00	1495.09
49	2.631E+9	833.02	1779.00	326.14	1223.00
50	2.556E+9	673.59	1396.00	840.80	1027.18
51	3.186E+9	555.48	1548.00	1196.61	1102.00
52	2.520E+9	947.00	1930.00	234.70	1204.00
53	2.821E+9	540.06	1299.00	1060.00	921.51
54	1.882E+9	478.63	599.40	912.60	682.53
55	2.942E+9	703.63	1666.00	1229.00	1288.59
56	2.354E+9	530.90	960.80	1353.00	1012.40
57	1.899E+9	523.24	739.90	336.20	487.05
58	3.850E+9	781.84	2385.00	1279.00	1507.96
59	3.333E+9	713.99	1947.00	1075.00	1260.31
60	8.085E+9	576.10	3482.0016127.00	8472.00	
61	1.834E+9	422.50	454.20	1012.00	777.80
62	1.998E+9	566.72	865.00	566.40	676.88
63	1.736E+9	521.01	634.60	271.30	615.60
64	2.872E+9	691.80	1587.00	1378.00	1334.07
65	2.226E+9	428.06	668.70	1588.43	948.20
66	1.850E+9	467.64	563.10	822.00	790.00
67	1.653E+9	508.34	568.10	187.60	374.48
68	1.565E+9	389.18	261.50	548.29	335.95
69	1.385E+9	384.00	172.30	116.80	110.60
70	1.794E+9	519.11	652.70	490.40	545.71
71	1.494E+9	392.51	238.40	351.60	243.68
72	1.758E+9	569.01	749.90	155.54	469.90
73	1.787E+9	578.21	783.00	183.20	500.65
74	1.445E+9	394.67	225.88	121.58	397.20

فصل ٣:

ناحیه اطمینان

(Assurance Region Method)

3-1- مقدمه

در فصل قبل مدل‌های پایه‌ای DEA را بررسی کردیم، و مثال بیمارستان و مثال بانک را با داده واقعی

به کمک نرم افزار گمز حل کردیم.

مدل‌های پایه‌ای که بررسی کردیم، دارای مشکلات زیر بودند:

۱. امکان ایجاد وزن‌های غیر واقعی
 ۲. امکان ایجاد وزن‌های صفر
 ۳. اغراق در محاسبه کارایی
 ۴. اعمال نشدن محدودیت‌های خارج از DMU مثل هزینه، قیمت، ارزش و ...
- برای رفع این مشکلات، روش‌هایی برای کنترل وزن‌ها ارائه شد.

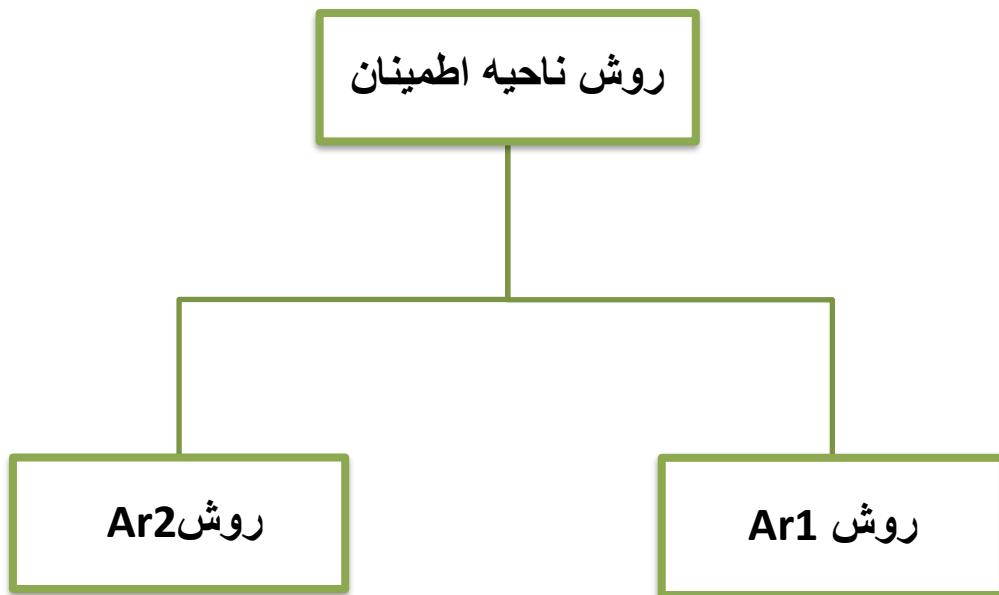


3-2- ناحیه اطمینان

برای این مبحث مقاله تامپسون و همکاران در سال ۱۹۸۶ را مرور کنید، آن‌ها از روش "ناحیه اطمینان¹"

¹ Assurance region method

برای انتخاب بهترین محل آزمایشگاه فیزیک پر انرژی استفاده کردند، در شرایطی که سایر روش‌ها در ارزیابی خروجی‌هایی مثل "نقش آن در دانش‌های بنیادی" ناکارآمد بودند. چارلز و همکاران در سال ۱۹۹۰ روشی ارائه دادند که "پوشش نسبت مخروطی" نامیده می‌شد و از آن برای ارزیابی عملکرد بانک‌ها در شرایطی که کمک هزینه‌ای نامشخص برای ریسک و عواملی مشابه باید به حساب گرفته می‌شد، استفاده کردند.^[4]



روش Ar1: ایجاد محدودیت‌هایی بین نسبت وزن‌های ورودی یا نسبت وزن‌های خروجی.
روش Ar2: ایجاد محدودیت‌هایی بین نسبت وزن‌های ورودی به وزن‌های خروجی یا نسبت وزن‌های خروجی به وزن‌های ورودی.

در روش Ar1، محدودیت‌هایی را بر روی نسبت وزن‌های هر جفت از اقلام، که نیاز است، در نظر می‌گیریم.
اگر مقایسه را با وزن اول در نظر بگیریم:

$$l_{1i} \leq \frac{v_i}{v_1} \leq u_{1i}, \quad i = 2, \dots, m$$

$$L_{1r} \leq \frac{u_r}{u_1} \leq U_{1r}, \quad r = 2, \dots, s$$

وزن خروجی v_r ، وزن ورودی v_i و کران‌ها، پارامترهایی هستند که از سوی مدیران و سازمان‌ها تحمیل شده‌اند.
کافی است همه وزن‌ها را با یک وزن مقایسه کنیم.

مشکلاتی که در مدل‌های پایه‌ای بود وقتی بحث کارایی واحدها را بررسی می‌کردیم، گاهی وزن‌ها را غیرواقعی به دست می‌آورden.

مثلثاً این مدل پایه‌ای CCR مضربی را در نظر بگیرید..

$$\begin{aligned} & \max uy_0 \\ & \text{s.t} \\ & vx_0 = 1 \\ & uy_i - vx_j \leq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

$$u, v \geq 0$$

(1-3) مدل CCR مضری

حال وقتی مثال بیمارستان را در نظر بگیریم و برای ارزیابی کارایی بیمارستان وقتی ورودی ها پرستار و دکتر بودن و خروجی ها بیماران سرپایی و بستری بود و اگر v_1^* وزنی برای پرستارها در نظر میگرفتیم و v_2^* را وزنی برای دکتر در نظر میگرفتیم.

وقتی مدل را حل میکردیم مشاهده میشد برای ارزیابی واحدی مثل D_{mu} که وزن پرستار 1 و وزن دکتر 10 میشد یعنی $10 = v_2^* = v_1^*$ و این موضوع خیلی غیر واقعی و اغراق آمیز بود. و از مشکلات دیگر میتوان این مورد را مثال زد که، با در نظر گرفتن وزن های صفر کارایی خود را بهتر نشان می دادند. برای حل این مشکل کنترل وزنها ارائه شد که مدل Ar یکی از روش‌های کنترل وزن هاست.

بنابراین شروط زیر را به مدل اضافه کردیم و مدل جدیدی ساختیم.
برای ورودی ها شرط زیر را در نظر گرفتیم:

$$L_{1i} \leq \frac{v_i}{v_1} \leq U_{1i} \quad i = 2, \dots, m$$

و U_{1i} و L_{1i} پارامتر هستند. (یعنی معلوم هستند)
حال سوالی که پیش می آید، برای همان مثال بیمارستان چرا وزن همه ورودی ها را تقسیم بر وزن اولی در نظر میگیریم:
پاسخ: فرض کنیم وزن و پرستار و کارکنان پزشک به ترتیب v_1, v_2, v_3 باشد و نسبت را به شکل زیر در نظر بگیریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{v_3}{v_1} = \frac{1}{4}$$

و اگر طرفین وسط انجام دهیم داریم:

$$v_1 = 3v_2, \quad v_1 = 2v_3 \\ 3v_2 = 2v_3 \rightarrow \frac{v_2}{v_3} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه کافی است همه را نسبت به یکی مقایسه کنیم. و فرقی ندارد نسبت به کدام وزن در نظر میگیریم و بقیه وزنها به دست می آید.

و برای خروجی ها هم مشابه به ورودی ها در نظر میگیریم:

$$L_{1r} \leq \frac{u_r}{u_1} \leq U_{1r} \quad r = 2, \dots, s$$

حال برای اینکه این مدل را ساده کنیم مینویسیم:

$$\begin{cases} v_1 L_{1i} - v_i \leq 0 \\ v_i - v_1 U_{1i} \leq 0 \end{cases} \quad \forall i (i \neq 1)$$

همچنین برای خروجی ها اعمال میشود:

$$\begin{cases} u_1 L_{1r} - u_r \leq 0 \\ u_r - u_1 U_{1r} \leq 0 \end{cases} \quad \forall r (r \neq 1)$$

چون تعداد قیدها زیاد شد برای اینکه مرتب تر شود ماتریس P و Q را در نظر میگیریم به شکل زیر:

$$P = \begin{bmatrix} l_{12} & -u_{12} & l_{13} & -u_{13} & \dots \\ -1 & 1 & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & -1 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} L_{12} & -U_{12} & L_{13} & -U_{13} & \dots \\ -1 & 1 & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & -1 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

با حاصل ضرب ماتریس P در بردار (v_1, v_2, \dots, v_m) و ماتریس Q در بردار $u = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ محدودیت‌های بالا ایجاد می‌شود.

فرم پوششی ورودی محور مدل CCR-AR

$$\begin{aligned} \min \theta \\ \text{s.t.} \\ \theta x_o - X\lambda + P\pi \geq 0 \\ Y\lambda + Q\tau \geq y_o \\ \lambda \geq 0 \\ \tau \geq 0 \\ \pi \geq 0 \end{aligned}$$

فرم پوششی ورودی محور مدل CCR-AR (2-3)

فرم مضربی ورودی محور مدل CCR-AR

$$\begin{aligned} \max uy_o \\ \text{s.t.} \\ vx_o = 1 \\ uY - vX \leq 0 \\ vP \leq 0 \\ uQ \leq 0 \\ v, u \geq 0 \end{aligned}$$

فرم مضربی ورودی محور مدل CCR-AR (3-3)

فرم پوششی ورودی محور به صورت دوفازی مدل CCR-AR

$$\min \theta$$

s.t.

$$\theta x_0 - X\lambda + P\pi \geq 0$$

$$Y\lambda + Q\tau \geq y_0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\tau \geq 0$$

$$\pi \geq 0$$

$$\max w = ls^- + ls^+$$

s.t.

$$X\lambda + s^- - P\pi = \theta^* x_0$$

$$Y\lambda + Q\tau - s^+ = y_0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\pi \geq 0$$

$$s^- \geq 0$$

$$s^+ \geq 0$$

(4-3) فرم پوششی ورودی محور به صورت دوفازی مدل CCR-AR

DMU نظیر (x_0, y_0) کارای AR است اگر و فقط اگر داشته باشیم:

$$\theta^* = 1 \quad S^{-*} = 0 \quad S^{+*} = 0$$

3-2-2- حل مثال بیمارستان مدل AR با نرم افزار گمز

مثال بیمارستان عمومی
دو جدول زیر داده های 14 بیمارستان عمومی با دو ورودی(پزشک و پرستار) و دو خروجی(بیماران سرپایی و بستری) نشان می دهد..
داده های 14 بیمارستان

جدول (3-1) داده های 14 بیمارستان

بیمارستان	پزشک	پرستار	26978	133655	بیماران سرپایی	خروجی
						بیماران بستری
1	3008	20980	97775	101225		
2	3985	25643	135871	130580		
3	4324	26978	133655	168473		
4	3534	25361	46243	100407		
5	8836	40796	17661	215616		
6	5376	37562	182576	217615		
7	4982	33088	98880	167278		
8	4775	39122	136701	193393		
9	8046	42958	225138	256575		
10	8554	48955	257370	312877		
11	6147	45514	165274	227099		
12	8366	55140	203989	321623		
13	13479	68037	174270	341943		
14	21808	78302	322990	487539		

کارایی و وزن های بهین 14 بیمارستان را با استفاده از مدل CCR به صورت زیر است:

Title A Multiplier CCR Model(B)			Page 1	
	Efficiency z	Input-weights v(il)	Output-weights	
			u(o1)	u(o2)
DMU01	0.955	0.000332446809	0.000000000000	0.000009589912
DMU02	1.000	0.000000000000	0.000038996997	0.000007359922
DMU03	1.000	0.000103918750	0.000020411273	0.000003388474
DMU04	0.702	0.000282043399	0.000000128490	0.000000000000
DMU05	0.827	0.000000000000	0.000024512207	0.000003835357
DMU06	1.000	0.000133326521	0.000007540510	-0.00000747910
DMU07	0.844	0.000132755975	0.000010233611	0.000000000000
DMU08	1.000	0.000209424084	0.000000000000	0.000005170818
DMU09	0.995	0.000000000000	0.000023278551	0.000004263149
DMU10	1.000	0.000000000000	0.000020426923	0.000003740912
DMU11	0.913	0.000162134082	0.00000073863	0.000000000000
DMU12	1.000	0.000087301651	0.000004937494	-0.000000489728
DMU13	0.786	0.000000000000	0.000014697885	0.000000000000
DMU14	1.000	0.000000000000	0.000012771066	-0.000000330195

تعداد زیادی صفر در اوزان DMU های ناکارا وجود دارد. به خصوص برای پزشکان و بیماران سرپایی. لذا کاملاً متحمل است که بیمارستان های ناکارا نسبت به بیمارستان های مرتع خود تعداد بیشتری پزشک و تعداد کمتری بیمار سرپایی داشته باشند. برای بررسی این مساله با استفاده از روش ناحیه اطمینان قیود زیر را اضافه می کنیم.

$$0.2 \leq \frac{v_2}{v_1} \leq 5, 0.2 \leq \frac{u_2}{u_1} \leq 5$$

حال برنامه گمز این مثال را، که به صورت زیر است، با استفاده از مدل ناحیه اطمینان (-CCR) در نظر می گیریم:

```

$title A CCR Assurance Region Model
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1 "Doctors",i2 "Nurses"/
  r "Outputs" /o1 "Outpatient",o2 "Inpatient"/
  j "Units" /DMU01*DMU14/;

Alias(l,j);
Alias(i,ii);
Alias(r,rr);

Parameters
  xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
  yo(r) "Outputs of under evaluation DMU";

Table x(i,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12 DMU13 DMU14
i1 3008 3985 4324 3534 8836 5376 4982 4775 8046 8554 6147 8336 13479 21808
i2 20980 25643 26978 25361 40796 37562 33088 39122 42958 48955 45514 55140 68037 78302;
Table y(r,j)
  DMU01 DMU02 DMU03 DMU04 DMU05 DMU06 DMU07 DMU08 DMU09 DMU10 DMU11 DMU12 DMU13 DMU14
o1 97775 135871 133655 46243 176661 182576 98880 136701 225138 257370 165274 203989 174270 322990
o2 101225 130580 168473 100407 215616 217615 167278 193393 256575 312877 227099 321623 341943 487539;
Table p(i,ii)
  i1 i2
i1 0.2 -5
i2 -1 1;
Table q(r,rr)
  o1 o2
o1 0.2 -5
o2 -1 1;

Variables
  v(i) "Output weights"
  u(r) "Input weights"
  z "Efficiency";
Positive Variables
  v
  u;

Equations
  Objective
  Const1
  Const2(j)
  Const3(ii)

```

```

        Const4(rr);
Objective..    z=e=Sum(r,yo(r)*u(r));
Const1..        Sum(i,xo(i)*v(i))=e=1 ;
Const2(j)..     Sum(r,y(r,j)*u(r))-Sum(i,x(i,j)*v(i))=l=0;
Const3(ii)..    Sum(i,v(i)*p(i,ii))=l=0;
Const4(rr)..    Sum(r,u(r)*q(r,rr))=l=0;

Model CCR_AR_Model /All/;

File CCR_AR /Results.txt/;

Puttl CCR_AR 'Title ' System.title, @99'Page ' System.page//;

Put CCR_AR;

Put @10'Efficiency', @32'Input-weights', @73'Output-weights'//;
Put @14'z', @28'v(il)', @44'v(i2)', @69'u(o1)', @86'u(o2)'//;

Loop(l,
      Loop(i,xo(i)=x(i,l));
      Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve CCR_AR_Model Using LP Maximizing z;

Put l.tl:6;
Put z.l:10:3;
Loop(i,Put v.l(i):20:12);
Loop(r,Put u.l(r):20:12);
Put /;

Option decimals=3;
Display z.l,z.m;
Display v.l,u.l;
Display v.m,u.m;
);

```

3-2-3 - که پرونده حاصل از عبارت put برای مدل CCR – AR

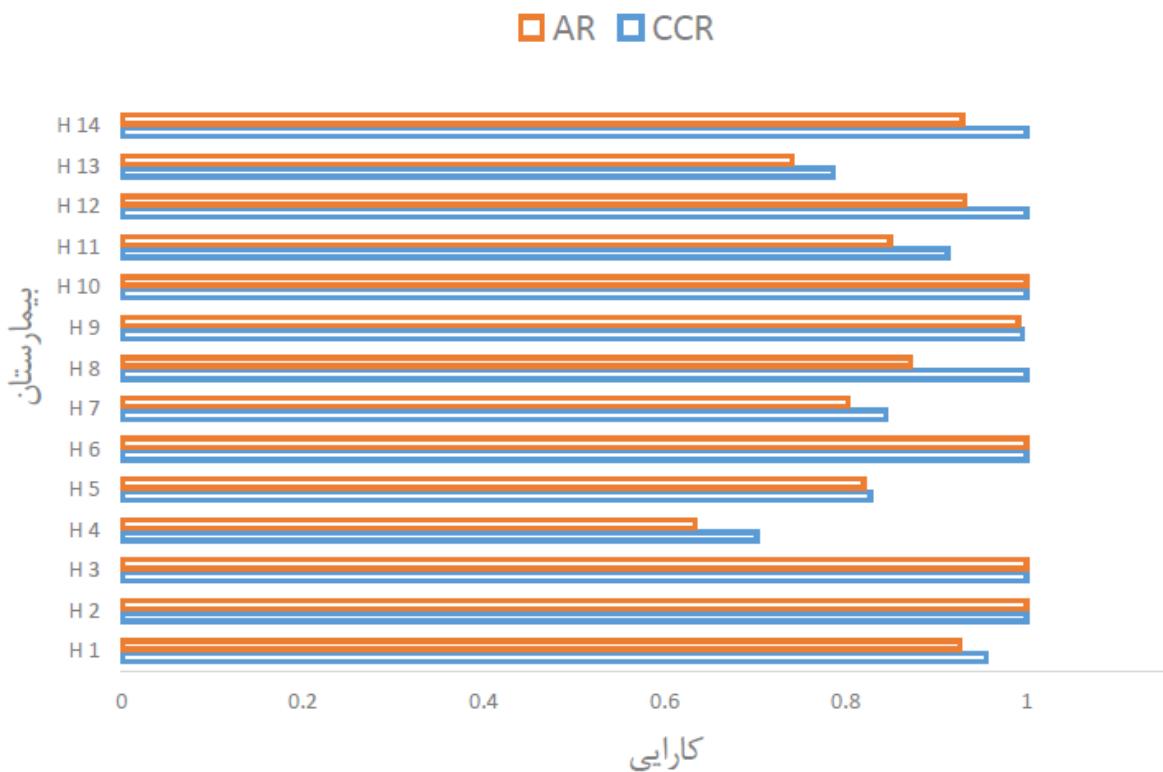
به صورت زیراست:

	Efficiency	Input-weights		Output-weights	
		z	v(i1)	v(i2)	u(o1)
DMU01	0.926	0.000138811771	0.000027762354	0.000007278701	0.000002114493
DMU02	1.000	0.000069783344	0.000028152454	0.000006173335	0.000001234667
DMU03	1.000	0.000102884892	0.000020576978	0.000003308569	0.000003310876
DMU04	0.634	0.000116195301	0.000023239060	0.000001157120	0.000005785598
DMU05	0.820	0.000004698895	0.000023494474	0.000000653417	0.000003267087
DMU06	1.000	0.000073556669	0.000016094972	0.000004020195	0.000001222383
DMU07	0.803	0.000086209869	0.000017241974	0.000000858513	0.000004292563
DMU08	0.872	0.000079368859	0.000015873772	0.000000790387	0.000003951935
DMU09	0.991	0.000004487605	0.000022438026	0.000004174657	0.000000199468
DMU10	1.000	0.000003947436	0.000019737180	0.000003672157	0.000000175458
DMU11	0.849	0.000065574630	0.000013114926	0.000000653019	0.000003265093
DMU12	0.932	0.0000051642223	0.000010328445	0.000000514274	0.000002571370
DMU13	0.741	0.000002827543	0.000014137713	0.000000393191	0.000001965957
DMU14	0.929	0.000002419445	0.000012097223	0.000000336442	0.000001682212

همانطور که مشاهده می‌شود، اکنون همه اوزان غیر صفر هستند و در خیلی از موارد، برابر کران بالا یا پایین هستند. همچنین با این متغیرهای اضافی کارایی‌ها کاهش پیدا کرده است برای مثل بیمارستان ۸ که در مدل CCR-AR ناکارا است، در مدل CCR کارا می‌باشد. این وضعیت، با اضافه کردن قیود در روش ناحیه اطمینان مرتبط است. بنابراین بیمارستان ۸ در مدل CCR کاراست در حالی که وزن نسبتاً بزرگی را برای پزشکان در مقایسه با پرستاران در نظر گرفته و همچنین به بیماران سرپایی وزن کمتری نسبت به بیماران بستری داده است. این عدم تعادل در وزن هاست که بیمارستان ۸ را کار را نشان می‌دهد اما روش ناحیه اطمینان از پراکندگی شدید وزن‌ها جلوگیری کرده و لذا باعث کاهش کارایی می‌شود.

همانطور که در شکل (3-1) نیز مشاهده می‌کنید، کارایی بیمارستان‌ها در مدل AR نسبت به CCR کاهش پیدا کرده است و یا کارا باقی مانده است.

در مقایسه‌ای بین خروجی‌های کارایی نسبت به مدل CCR



شکل (3-1) مقایسه کارایی AR و CR

4-3-2- روش تصمیم گیری با استفاده از مدل ناحیه اطمینان

روش توافق جمعی (اجماع) را تامسون و تن (۱۹۸۶) برای یک طرح ملی ژاپن پیشنهاد دادند. بنا به برخی دلایل، کارایی کارکردهای شهر توکیو، که نقش سیاسی و اقتصادی منحصر به فردی در ژاپن داشت، کاهش پیدا کرده بود و به همین دلیل در سال ۱۹۹۲ بنا شد یک مکانی برای ایجاد پایتخت جدید معرفی شود. برای این منظور، یک شورای مشورتی تشکیل شد و در اواخر ۱۹۹۳، تعداد ۹ محل برای ایجاد پایتخت جدید معرفی شد و براساس برنامه باید یک محل از بین آن‌ها، تا پایان ۱۹۹۹ انتخاب می‌شد. یکی از اهداف کمیته، شناسایی روش‌های توافق جمعی در بین اعضای شورا بود. روش زیر توسط تن، به عنوان عضو کمیته پیشنهاد گردید.

ارزیابی اماکن پیشنهادی:

می‌خواهیم مکان‌های A تا G را که ۴ معیار (به طور مثال فاصله از توکیو، میزان ایمنی در مقابل زلزله و آتشنشان، دسترسی به یک فرودگاه بین‌المللی، دسترسی آسان به زمین مورد نیاز و...) برای مقایسه آن‌ها مورد نظر بوده است را ارزیابی کنیم. فرض کنید که امتیاز هر مکان نسبت به چهار معیار مطابق جدول زیر داده شده است. در این مثال امتیازات بین ۰ تا ۱۰ است و امتیاز بیشتر، به

مفهوم برتری در آن معیار است. این امتیاز‌ها توسط کارشناسان هر موضوع محاسبه شده است (نه اعضای شورا).

مکان	معیار ۱	معیار ۲	معیار ۳	معیار ۴	جمع
A	۵	۱۰	۳	۵	۲۳
B	۷	۱۰	۳	۱۰	۳۰
C	۸	۷	۱۰	۵	۳۰
D	۴	۸	۳	۱۰	۲۵
E	۹	۴	۴	۲	۱۹
F	۱۰	۵	۱۰	۳	۲۸
G	۴	۷	۷	۸	۲۶

حال ارزیابی کنندگان (اعضای شورا) براساس نظر شخصی وزن‌هایی برای هر یک از معیارها، مطابق جدول زیر در نظر می‌گیرند. جمع وزن‌های هر ارزیاب، برابر ۱۰ می‌باشد. مسئله یافتن یک اجماع بین این ۵ ارزیاب، که هر کدام یک وزن متفاوتی برای هر معیار در نظر گرفته‌اند، می‌باشد. اگر وزن متوسط را مطابق سطر آخر در جدول در نظر بگیریم، ممکن است ایجاد مشکل کند زیرا تفاوت نظرات ارزیاب‌ها حساب نشده است. با توجه به پراکندگی مقدار میانگین، استفاده از میانگین برای رسیدن به اجماع در تصمیم‌گیری مناسب نیست.

ارزیاب	معیار ۱	معیار ۲	معیار ۳	معیار ۴	جمع
۱	۱.۶۷	۳.۳۳	۱.۶۷	۳.۳۳	۱۰
۲	۲.۱۱	۳.۱۶	۱.۵۸	۳.۱۶	۱۰
۳	۲.۵۰	۱.۸۸	۱.۸۸	۳.۷۵	۱۰
۴	۲.۰۰	۲.۰۰	۲.۰۰	۴.۰۰	۱۰
۵	۲.۴۰	۱.۹۰	۱.۹۰	۳.۸۰	۱۰
میانگین	۲.۱۴	۲.۴۵	۱.۸۱	۳.۶۱	۱۰

استفاده از مدل ناحیه اطمینان:

در این روش نظرات مختلف ارزیاب‌ها به‌کار گرفته می‌شود و به صورت زیر استفاده می‌شود:
برای ارزیاب ۱، $\frac{u_2}{u_1} = \frac{3.33}{1.67} = 2$ ، برای ارزیاب ۲، $\frac{u_2}{u_1} = \frac{3.16}{1.58} = 2.11$ ، برای ارزیاب ۳، $\frac{u_2}{u_1} = \frac{3.75}{1.88} = 2.50$ ،
برای ارزیاب ۴، $\frac{u_2}{u_1} = \frac{4.00}{2.00} = 2.00$ و برای ارزیاب ۵، $\frac{u_2}{u_1} = \frac{3.80}{1.90} = 2.00$ است. بنابراین دامنه تغییرات نسبت $\frac{u_2}{u_1}$ به صورت زیر است:

$$0.75 \leq \frac{u_2}{u_1} \leq 2$$

به همین طریق می‌توانیم برای هر وزن، نسبت $\frac{u_2}{u_1}$ را مطابق جدول زیر تعیین کنیم.

نسبت	کران پایین	کران بالا	کران
u_2/u_1	۰.۷۵	۲	

۱	۰.۷۴	u_3/u_1
۲	۱.۵	u_4/u_1
۱	۰.۵	u_3/u_2
۲	۱	u_4/u_2
۲	۲	u_4/u_3

حل با استفاده از گمز

```

$title A CCR Assurance Region Model
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /i1/
  r "Outputs" /o1 "Index1",o2 "Index2",o3 "Index3", o4 "Index4" /
  j "Units" /A*G/
  m /1*12/;

Alias(l,j);

Parameters
  xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"
  yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"
  x(i,j) /i1.(A*G) 1/;

Table y(r,j)
  A   B   C   D   E   F   G
O1  5   7   8   4   9   10  4
O2  10  10  7   8   4   5   7
O3  3   3   10  3   4   10  7
O4  5   10  5   10  2   3   8;

Table q(r,m)
  1   2   3   4   5   6   7   8   9   10  11  12
o1  0.75 -2  0.74 -1  1.5 -2  0   0   0   0   0   0
o2  -1   1   0   0   0   0   0.5 -1  1   -2  0   0
o3  0   0   -1  1   0   0   -1  1   0   0   2   -2
o4  0   0   0   0   -1  1   0   0   -1  1   -1  1;

Variables
  v(i) "Output weights"
  u(r) "Input weights"
  z "Efficiency";
Positive Variables
  v
  u;

Equations
  Objective
  Const1
  Const2(j)
  Const3(m);

```

```

Objective..    z=e=Sum(r,yo(r)*u(r));
Const1..      Sum(i,xo(i)*v(i))=e=1 ;
Const2(j)..   Sum(r,y(r,j)*u(r))-Sum(i,x(i,j)*v(i))=l=0;
Const3(m)..   Sum(r,u(r)*q(r,m))=l=0;

Model CCR_AR_Model /All/;

File CCR_AR /Results.txt/;

Putl CCR_AR 'Title ' System.title, @89'Page ' System.page//;

Put CCR_AR;

Put @7'Efficiency', @20'Input-weights', @53'Output-weights'//;
Put @11'z', @22'v(il)',@37'u(o1)', @52'u(o2)' @67'u(o3)' @82'u(o4)'//;

Loop(l,
  Loop(i,xo(i)=x(i,1));
  Loop(r,yo(r)=y(r,1));

Solve CCR_AR_Model Using LP Maximizing z;

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop(i,Put v.l(i):13:4);
Loop(r,Put u.l(r):15:4);
Put /;

Option decimals=4;
Display z.l,z.m;
Display v.l,u.l;
Display v.m,u.m;
);

```

:Put پرونده

	Efficiency	Input-weights	Output-weights			
	z	$v(i1)$	$u(01)$	$u(02)$	$u(03)$	$u(04)$
A	0.7600	1.0000	0.0200	0.0400	0.0200	0.0400
B	1.0000	1.0000	0.0200	0.0400	0.0200	0.0400
C	0.8898	1.0000	0.0315	0.0236	0.0236	0.0472
D	0.8750	1.0000	0.0250	0.0250	0.0250	0.0500
E	0.5669	1.0000	0.0315	0.0236	0.0236	0.0472
F	0.8110	1.0000	0.0315	0.0236	0.0236	0.0472
G	0.8500	1.0000	0.0250	0.0250	0.0250	0.0500

وزن خروجی بهینه برای تمام مکان‌ها $u^* = 0.04$ است.
برای مثال مکان A دارای وزن‌های بهین

$$u_1^* = 0.02 \quad u_2^* = 0.04 \quad u_3^* = 0.02 \quad u_4^* = 0.04$$

می‌باشد. که مطلوبترین وزن‌ها برای A تحت قیود وزنی جدول پیش هستند که در اینجا برای نمایش تفاوت نظرات ارزیاب‌ها درنظر گرفته شده‌اند در حقیقت این وزن‌ها نسبتی به صورت زیر دارند.

$$\frac{u_2^*}{u_1^*} = 2 \quad \frac{u_3^*}{u_1^*} = 1 \quad \frac{u_4^*}{u_1^*} = 2 \quad \frac{u_3^*}{u_2^*} = 0.5 \quad \frac{u_4^*}{u_2^*} = 2$$

پس در قیود جدول پیش صدق می‌کنند. برای سایر مکان‌ها نیز، وزن‌های بهین این در قیود وزنی صدق می‌کنند. مکان B تنها مکانی است که کارایی 1 را دارا است و به عنوان مرجع برای ارزیابی سایر مکان‌ها به کار گرفته شده است. لذا بهترین مکان بر اساس این روش می‌باشد.

از مزایای این روش، این است که:

- به هر مکان، مجموعه‌ای از بهترین وزن‌ها نسبت داده شده است. که این یکی از مهمترین مشخصات DEA است.
- نظرات همه ارزیاب‌کننده‌ها در مورد معیارها درنظر گرفته می‌شود و نسبت هر دو وزن در دامنه مجاز موردنظر ایشان قرار می‌گیرد.

3-2-3- حل مثال واقعی بانک مدل AR با نرم افزار گمز

ابتدا داده‌های آن را نمایش میدهم.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i1	1/05E+10	3/24E+09	2/84E+09	4/43E+09	9/66E+09	6/16E+09	1/12E+10	3/14E+09	4/12E+09	2/26E+09
i2	1157	1049	1133	903/2	1147	813/7	1155	1077	1051	1024
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
o1	1716	662/3	817/2	1089	2994	1136	2138	738/6	808/7	331
o2	1193	564/2	868/3	1142	1071	1307	1623	627	835/9	414/8
o3	829/7	458/6	462/5	440/1	1111	636/5	1773	683/7	527/7	338/8

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7/5E+09	1/54E+10	3/11E+09	7/87E+09	3/94E+09	2/59E+09	5/3E+09	4/82E+09	5/01E+09	4/74E+09
1168	1136	1060	884/3	732/1	982/5	1095	1031	1065	1071
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2502	1632	716/2	1413	835/8	573/2	1472	1053	877/5	881/6
950/9	1737	503	3147	2052	214/9	1413	1049	1345	655/7
1099	2075	623/3	828/7	702/7	922/8	714/7	570/5	624	866/8

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4/39E+09	3/57E+09	4/49E+09	6/09E+09	3/7E+09	7/15E+09	4/81E+09	4/51E+09	7/78E+09	2/93E+09
666/5	686/3	1049	829/8	991/3	1095	1060	1042	1059	998/3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1180	738/8	518/2	1195	910/9	2146	1264	953/3	1273	569/5
466/3	972/7	356/4	2182	765/9	1021	930/2	495/6	2118	545/1
797/6	464/4	770/6	771/7	649/6	1679	646/9	436/2	620/9	634/1

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
3/08E+09	4/97E+09	6/29E+09	7/22E+09	3/53E+09	3/95E+09	3/72E+09	3/06E+09	3/63E+09	4/64E+09
1066	983/1	1075	1059	1042	974/9	1025	808/3	1028	1040
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
773/6	803/1	1255	1153	691/8	709/4	740/7	492/5	728/1	761
767/9	513	768/5	585/5	1024	136/3	457/3	677	1070	629/5
651/4	643/8	715/4	2099	584/5	591/9	577/4	357/9	542/4	1106

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
4/89E+09	5/4E+09	4/73E+09	6/67E+09	5/36E+09	1/18E+10	2/5E+09	5/16E+09	4/89E+09	5/61E+09
1098	663/7	1030	1039	996/8	1051	923/7	1042	971/7	1015
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1066	1297	1088	1350	1266	3865	312/3	1211	769/6	1342
592/5	1215	548/6	1849	593/5	932/1	99/24	494/1	215/7	499/5
730/6	990/7	632/6	653/1	1255	1433	654/1	1765	1287	1225

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
3/55E+09	5/11E+09	5/36E+09	6/62E+09	2/24E+09	3/38E+09	3/67E+09	3/12E+09	1/14E+10	3/08E+09
989/8	955/6	970/3	986/5	840/1	625	632/6	1000	961/2	961
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1118	1233	915/8	2082	505/3	570/6	978/5	750/5	3773	485/1
612/1	941/2	606/5	812/3	436/9	913/7	655/9	673/3	1038	498/4
696/5	926/8	514/7	1048	508/4	821/1	592	891/5	7239	540

61	62	63	64	65
3/46E+09	2/03E+09	4/24E+09	1/63E+09	2/48E+09
707	669/6	596/3	805/2	813/2
61	62	63	64	65
703/2	296	668	218/7	311/2
1232	429	1583	100/5	118/9
893/5	437/9	495/3	134/1	347/7

```

$title A Envelopment CCR-AR Model
$context
Input oriented Model
$offtext
$onsymxref
$onsymlist
$onuellist
$onuelxref

Sets
  i "Inputs" /il "Personal cost",i2 "Location"/
  r "Outputs" /o1 "Resources" ,o2 "Expenditures", o3 "Services"/
  j "Units" /1*65/
  m /a1*a4/;

Alias (j,l);

Parameter x(i,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=x rng=sheet2!A1:BN3 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load x
$GDXIN

Parameter y(r,j);
$call GDXXRW Bank.xlsx par=y rng=sheet2!A5:BN8 rdim=1 cdim=1
$GDXIN Bank.gdx
$load y
$GDXIN

Table q(r,m)
      a1      a2      a3      a4
o1     -1       1      -1       1
o2      2      -4       0       0
o3      0       0       3      -6;

```

Variables

```
z  
Teta  
Tau(m)  
w  
Lambda(j)  
s(i) "Input excess"  
t(r) "Output shortfall";
```

Positive Variables

```
Lambda  
Tau  
s  
t;
```

Parameters

```
xo(i) "Inputs of under evaluation DMU"  
yo(r) "Outputs of under evaluation DMU"  
xp(i) "Inputs of projection point"  
yp(r) "Output of projection point";
```

Equations

```
Objectivel  
Objective2  
Const1(i)  
Const2(r)  
Const3(i)  
Const4(r);  
  
Objectivel.. z=e=Teta;  
Objective2.. w=e=Sum(i,s(i))+Sum(r,t(r));  
Const1(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))=l=Teta*xo(i);  
Const2(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))+sum(m,q(r,m)*Tau(m))=g=yo(r);  
Const3(i).. Sum(j,x(i,j)*Lambda(j))+s(i)=e=Teta.l*xo(i);  
Const4(r).. Sum(j,y(r,j)*Lambda(j))+sum(m,q(r,m)*Tau(m))-t(r)=e=yo(r);
```

```

File CCR_AR_Model /Results.txt/ ;

Models CCR_AR_Phase1 /Objective1,Const1,Const2/
    CCR_AR_Phase2 /Objective2,Const3,Const4/;

Puttl CCR_AR_Model 'Title ' System.title, @103'Page ' System.page//;

Put CCR_AR_Model;

Put 'Envelopment CCR_AR Model/';
Put @6'Efficiency', @25'Input-Excess', @59'Output-Shortfall' /;
Put @10'z', @21's(i1)', @35's(i2)', @51't(o1)', @66't(o2)', @81't(o3)', @91'Reference-set'//;

Loop(l,
    Loop(i,xo(i)=x(i,l));
    Loop(r,yo(r)=y(r,l));

Solve CCR_AR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_AR_Phase2 Using LP Maximizing w;

Put l.tl:6;
Put z.l:7:4;
Loop(i,Put s.l(i):13:4);
Loop(r,Put t.l(r):15:4);
Loop(j,
    If(Lambda.l(j)>0,
        Put j.tl:>8);
);
Put/;
);

Put//;

Put 'Projection points/';
Put @13'Inputs', @36'Outputs'//;
Put @10'x(i1)', @18'x(i2)', @26'y(o1)', @34'y(o2)', @4'y(o3')/;
```

```

Loop (l,
      Loop (i,xo(i)=x(i,l));
      Loop (r,yo(r)=y(r,l));

Put l.tl:6;
Solve CCR_AR_Phase1 Using LP Minimizing z;
Solve CCR_AR_Phase2 Using LP Maximizing w;

xp(i)=z.l*xo(i)-s.l(i);
yp(r)=yo(r)+t.l(r)-sum(m,q(r,m)*Tau.l(m));

Loop (i,Put xp(i):8);
Loop (r,Put yp(r):8);
Put/;

Option decimals=4;
Display z.l,w.l;
Display s.l,t.l;
Display s.m,t.m;
);

```

خروجی:

Envelopment CCR_AR Model

	Efficiency	Input-Excess		Output-Shortfall			Reference-set	
	z	s(i1)	s(i2)	t(o1)	t(o2)	t(o3)		
1	0.4786	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
2	0.6407	0.0000	408.2066	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
3	0.9468	0.0000	698.4162	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
4	0.7915	0.0000	224.4135	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
5	0.7921	0.0000	174.0852	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
6	0.6254	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
7	0.5958	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
8	0.7564	0.0000	517.1476	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
9	0.6464	0.0000	314.2952	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
10	0.5311	0.0000	370.2541	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
11	0.8678	0.0000	379.6317	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
12	0.43808.60619168E+8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	59	
13	0.7034	0.0000	489.0760	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
14	0.8128	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
15	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	
16	0.6660	0.0000	495.2456	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
17	0.8792	0.0000	335.7455	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
18	0.7034	0.0000	264.0798	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
19	0.6640	0.0000	180.4280	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
20	0.5831	0.0000	295.8000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
21	0.7258	0.0000	173.3612	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
22	0.7360	0.0000	110.2009	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
23	0.3760	0.0000	204.0104	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
24	0.8036	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
25	0.7713	0.0000	404.1270	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
26	0.8438	0.0000	303.2336	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
27	0.7790	0.0000	370.3484	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
28	0.5786	0.0000	321.5420	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
29	0.6351	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
30	0.6568	0.0000	405.7808	0.0000	0.0000	0.0000	15	59

31	0.8341	0.0000	546.1733	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
32	0.4808	0.0000	201.3042	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
33	0.5719	0.0000	206.9850	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
34	0.5114	0.0000	173.9089	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
35	0.7416	0.0000	366.2321	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
36	0.4637	0.0000	297.5137	0.0000	0.0000	0.0000	59	
37	0.5861	0.0000	355.5848	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
38	0.5867	0.0000	201.4775	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
39	0.7506	0.0000	347.6593	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
40	0.5535	0.0000	265.2365	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
41	0.6220	0.0000	351.6504	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
42	0.7812	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
43	0.6362	0.0000	336.2700	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
44	0.7196	0.0000	9.1855	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
45	0.6801	0.0000	308.5568	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
46	0.8021	0.0000	28.1738	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
47	0.3942	0.0000	280.9557	0.0000	0.0000	0.0000	59	
48	0.7003	0.0000	385.8483	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
49	0.4623	0.0000	256.1356	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
50	0.6603	0.0000	319.3002	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
51	0.8882	0.0000	535.9943	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
52	0.7412	0.0000	247.6194	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
53	0.4975	0.0000	171.7095	0.0000	0.0000	0.0000	15	59

Title A Envelopment CCR-AR Model

Page 1

54	0.8277	0.0000	279.7662	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
55	0.7337	0.0000	409.6721	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
56	0.6951	0.0000	86.4680	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
57	0.7814	0.0000	158.8360	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
58	0.8067	0.0000	489.4284	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
59	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	59	
60	0.5431	0.0000	298.9708	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
61	0.8535	0.0000	135.8399	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
62	0.5805	0.0000	219.6761	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
63	0.7355	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
64	0.3675	0.0000	234.5108	0.0000	0.0000	0.0000	15	59
65	0.3569	0.0000	206.5718	0.0000	0.0000	0.0000	15	59

Projection points

	Inputs			Outputs		
	y(o3)	x(i1)	x(i2)	y(o1)	y(o2)	
1	5.021E+9	553.70	1512.31	1007.17	2609.31	
2	2.078E+9	263.92	584.92	564.20	922.86	
3	2.691E+9	374.30	719.46	868.30	1048.93	
4	3.510E+9	490.47	935.95	1142.00	1358.41	
5	7.654E+9	734.44	2433.94	1071.00	4471.37	
6	3.850E+9	508.90	1060.70	1129.45	1620.93	
7	6.667E+9	688.15	2063.23	1138.01	3676.56	
8	2.375E+9	297.45	673.56	627.00	1073.93	
9	2.665E+9	365.03	719.24	835.90	1064.48	
10	1.202E+9	173.59	314.09	414.80	440.26	
11	6.509E+9	634.01	2058.58	950.90	3759.52	
12	5.892E+9	497.57	1953.12	537.33	3747.31	
13	2.189E+9	256.51	641.77	503.00	1069.91	
14	6.396E+9	718.76	1910.79	1339.79	3263.59	
15	3.936E+9	732.10	835.80	2052.00	702.70	
16	1.722E+9	159.07	554.74	214.90	1033.55	
17	4.662E+9	626.95	1271.98	1413.00	1914.84	
18	3.392E+9	461.09	919.61	1049.00	1370.83	
19	3.325E+9	526.75	813.69	1345.00	1006.84	
20	2.764E+9	328.74	804.58	655.70	1328.93	
21	3.184E+9	310.41	1006.64	466.30	1837.75	
22	2.627E+9	394.92	667.71	972.70	890.97	
23	1.688E+9	190.36	503.56	356.40	858.43	
24	4.896E+9	666.84	1325.99	1519.55	1973.13	
25	2.854E+9	360.42	806.20	765.90	1277.78	
26	6.034E+9	620.68	1869.70	1021.00	3336.78	
27	3.747E+9	455.35	1078.98	930.20	1757.01	
28	2.612E+9	281.37	794.70	495.60	1387.80	
29	4.939E+9	672.57	1337.49	1532.54	1990.34	
30	1.927E+9	249.93	536.41	545.10	832.63	
31	2.570E+9	343.01	704.27	767.90	1067.36	
32	2.387E+9	271.33	709.66	513.00	1204.46	
33	3.598E+9	407.84	1070.86	768.50	1820.27	
34	3.694E+9	367.67	1159.40	572.70	2099.00	
35	2.619E+9	406.55	650.75	1024.00	830.77	

36	1.830E+9	154.50	606.48	166.85	1163.61
37	2.181E+9	245.21	651.51	457.30	1112.53
38	1.795E+9	272.77	452.86	677.00	595.74
39	2.724E+9	424.00	675.39	1070.00	858.65

Title A Envelopment CCR-AR Model

40	2.571E+9	310.38	742.83	629.50	1215.02
41	3.042E+9	331.29	921.15	592.50	1599.70
42	4.219E+9	518.48	1208.30	1071.71	1952.75
43	3.012E+9	319.05	922.68	548.60	1624.54
44	4.800E+9	738.53	1200.21	1849.00	1551.82
45	3.643E+9	369.34	1135.30	593.50	2039.20
46	9.453E+9	814.84	3114.21	932.10	5937.76
47	9.845E+8	83.14	326.35	89.78	626.14
48	3.611E+9	343.88	1151.54	494.10	2121.73
49	2.259E+9	193.09	746.31	215.70	1426.76
50	3.702E+9	350.87	1182.42	499.50	2182.49
51	3.157E+9	343.17	956.86	612.10	1663.37
52	3.790E+9	460.66	1091.31	941.20	1776.91
53	2.667E+9	310.97	783.32	606.50	1309.58
54	5.482E+9	536.73	1730.88	812.30	3154.73
55	1.646E+9	206.74	466.34	436.90	742.15
56	2.350E+9	347.99	603.61	847.67	821.10
57	2.871E+9	335.51	842.66	655.90	1407.07
58	2.516E+9	317.26	711.07	673.30	1128.10
59	1.14E+10	961.20	3773.00	1038.00	7239.00
60	1.673E+9	222.96	458.99	498.40	696.65
61	2.951E+9	467.59	722.19	1194.01	893.50
62	1.180E+9	169.03	309.75	401.51	437.90
63	3.122E+9	438.60	829.60	1025.78	1197.37
64	5.986E+8	61.39	185.73	100.50	331.92
65	8.836E+8	83.66	282.28	118.90	521.21

نسبت مخروطی

4-1 مقدمه

روش نسبت مخروطی نسبت به روش ناحیه اطمینان استفاده های بیشتری دارد. لذا با بیان ارتباط آن با روش ناحیه اطمینان شروع می کنیم.[5],[6],[7].

4-2 مخروط محض چند وجهی به عنوان ناحیه وزن های قابل قبول

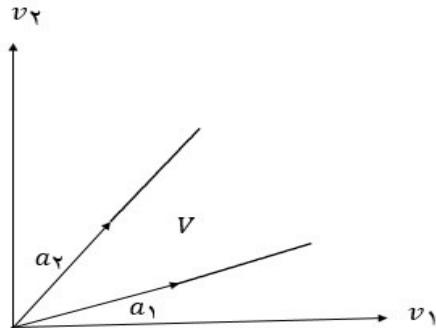
ابتدا به بررسی فضای v می پردازیم. فرض کنید ناحیه شدنی وزن v به مخروط محض چند وجهی، تولید شده به وسیله i بردار جهت های شدنی نامنفی $(a_j)_{j=1,2,\dots,k}$ محدود شده باشد. بنابراین یک v شدنی را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} v &= \sum_{j=1}^k \alpha_i a_j \quad \alpha_i \geq 0 \quad \forall i \\ &= A^T \alpha \end{aligned}$$

که $A^T = (a_1, \dots, a_k) \in R^{m \times k}$ و $\alpha^T = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ تعریف شده V باشد:

$$V = A^T \alpha$$

حالات دو بعدی آن به شکل زیر است:



شکل (4-1)

بطور مشابه ناحیه شدنی وزن ها خروجی u را به مخروط محض چند وجهی U تولید شده به وسیله i بردار جهت های شدنی نامنفی $(b_j)_{j=1,2,\dots,l}$ محدود می کنیم.

$$v = \sum_{j=1}^l \beta_j b_j \quad \beta_j \geq 0 \quad \forall j$$

$$= B^T \beta$$

که $B^T = (b_1, \dots, b_l) \in R^{m \times l}$ و $\beta^T = (\beta_1, \dots, \beta_l)$ توجه: می توان نشان داد که روش ناحیه اطمینان حالتی خاص از روش نسبت مخروطی است. در حقیقت اگر در روش ناحیه اطمینان قبودی به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$l_{1,2} \leq \frac{v_2}{v_1} \leq u_{1,2}$$

آن با انتخاب دو برابر شدنی زیر در روش نسبت مخروطی متناظر است:

$$\cdot a_2^T = (1, u_{1,2}, \dots, 0, 0) \text{ و } a_1^T = (1, l_{1,2}, 0, \dots, 0, 0)$$

که مثبت بودن فقرایه بردار های جهتی مجاز است. به هر حال در بررسی جهت هایی که همه درایه های آن ها احتماط دو لا نامنفی است روش نسبت مخروطی رایج تر است.

4-3. فرمول روش نسبت مخروطی

فرض کنید مخروط های محدب چند وجهی V و U به وسیله A و B تولید شده اند. مدل CCR زیر را داریم:

$$\begin{aligned} (\text{CRP}_0) \quad & \text{Max} \quad u^T y_0 \\ \text{s.t} \quad & v^T x_0 = 1 \\ & -v^T X + u^T Y \leq 0 \\ & v \in V, u \in U \end{aligned}$$

مسئله (CRP_0) بر مسئله CCR معمولی وقتی که $V=R_m^+$ و $U=R_s^+$ به ترتیب فضای گوشش (کنج) مثبت m بعدی هستند، منطبق است. حال مسئله (CRP_0) به مسئله زیر بر حسب β و α تبدیل کنیم.

$$\begin{aligned} (\text{CRP}'_0) \quad & \text{Max} \quad \beta^T (By_0) \\ \text{s.t} \quad & a^T (Ax_0) = 1 \\ & -\alpha^T (AX) + \beta^T (BY) \leq 0 \\ & \alpha \geq 0 \\ & \beta \geq 0 \end{aligned}$$

دوگان مسئله (CRP'_0) را می توان بر حسب متغیر حقیقی θ و متغیر برداری $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} (\text{CRP}'_0) \quad & \text{Min} \quad \theta \\ \text{s.t} \quad & \theta (Ax_0) - (AX)\lambda \geq 0 \\ & (By_0) - (BY)\lambda \leq 0 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

مراجع

مراجع

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes(1987). making units, 2, 429-444Measuring the efficiency of decision.
- [2] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European journal of operational research, 2(6), 429-444.
- [3] Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management science, 30(9), 1078-1092.
- [4] Thompson, R. G., Singleton Jr, F. D., Thrall, R. M., & Smith, B. A. (1986). Comparative site evaluations for locating a high-energy physics lab in Texas. interfaces, 16(6), 35-49.
- [5] Charnes, A., Cooper, W. W., Huang, Z. M., & Sun, D. B. (1990). Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large commercial banks. Journal of econometrics, 46(1-2), 73-91.
- [6] A. Charnes, W.W. Cooper, Q.L. Wei and Z.M. Huang, Cone ratio data envelopment analysis and multiple objective linear programming, International Journal of Management Science 20 (1989) 1099– 1118.
- [7] Kornbluth, J. S. H. (1991). Analysing policy effectiveness using cone restricted data envelopment analysis. Journal of the Operational Research Society, 42(12), 1097-1104.
- [8] COOPER , W. W & ,SEIFORD , L. M .(2020) .Introduction to Data Envelopment Analysis د. W. W. COOPER & ,L. M. SEIFORD ,Introduction to Data Envelopment Analysis .Springer
- [9] Angulo-Meza, L., & Lins, M. P. E. (2002). Review of methods for increasing discrimination in data envelopment analysis. Annals of Operations Research, 116(1-4), 225-242.

طلوع, م., & جوشقانی, س. (۱۳۹۹). در م. طلوع, راهنمای کاربران گمز. نشر کتاب دانشگاهی. [10]

