

APOSTILA

ELETROTÉCNICA

Autor: Prof. Rodrigo de Cássio Corrêa Campos

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1-1
1.1. USINAS DE ELETRICIDADE	1-1
1.2. TRANSMISSÃO DE ELETRICIDADE.....	1-4
1.3. DISTRIBUIÇÃO	1-6
2. ELETRICIDADE BÁSICA.....	2-9
2.1. PREFIXOS COMUMENTE USADOS	2-9
2.2. ANALOGIA SISTEMA HIDRAULICO X SISTEMA ELÉTRICO	2-10
2.3. AS GRANDEZAS ELÉTRICAS.....	2-12
2.3.1. Corrente Elétrica	2-12
2.3.2. Tensão	2-12
2.3.3. Resistência Elétrica	2-13
2.3.4. Fontes	2-13
2.4. LEIS DE OHM	2-15
2.4.1. Primeira lei de Ohm	2-15
2.4.2. Segunda lei de Ohm	2-16
2.5. ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES	2-17
2.5.1. Associação Série	2-17
2.5.2. Associação Paralela.....	2-18
2.5.3. Associação Mista.....	2-20
2.6. ENERGIA - TRABALHO	2-24
2.7. POTÊNCIA	2-24
2.7.1. Potência em sistemas elétricos	2-24
2.8. LEIS DE KIRCHHOFF.....	2-25
2.8.1. Leis das voltagens de Kirchhoff.....	2-26
2.8.2. Lei das correntes de Kirchhoff.....	2-29
3. MAGNETISMO E ELETROMAGNETISMO	3-32
3.1. MAGNETISMO.....	3-35
3.1.1. Ímã.....	3-35
3.1.2. Ímãs Elementares	3-37
3.1.3. Campo magnético.....	3-38
3.1.4. Linhas de um Campo magnético	3-39
3.1.5. Fluxo de força ou de indução	3-39
3.2. ELETROMAGNETISMO	3-40
3.2.1. Campo magnético produzido por corrente elétrica.....	3-40
3.2.2. Espira.....	3-41
3.2.3. Solenóide.....	3-42
3.2.4. Indução magnética.....	3-43
3.2.5. Permeabilidade Magnética	3-44
3.2.6. Propriedades magnéticas dos materiais ferromagnéticos	3-44
3.2.7. Histerese Magnética	3-45
3.2.8. Força produzida por campo magnético e correntes retilíneas	3-46
3.2.9. Torque sobre espira retangular.....	3-47
3.2.10. Regras práticas para determinar o sentido das forças eletromagnéticas	3-49
3.2.11. Lei de Faraday	3-50
3.2.12. Lei de Lenz.....	3-52
3.3. GERADOR ELEMENTAR.....	3-53
4. SISTEMAS ELÉTRICOS C.A	4-56
4.1. TENSÃO E CORRENTE SENOIDAL	4-56

4.2.	ELEMENTOS DO CIRCUITO C.A.....	4-58
4.2.1.	Resistência (R)	4-58
4.2.2.	Indutância (L).....	4-59
4.2.3.	Capacitância (C).....	4-60
4.2.4.	Impedância (Z).....	4-61
4.2.5.	Diagrama de Impedância.....	4-62
4.2.6.	Solução de circuitos em C.A.....	4-63
4.3.	POTÊNCIA NOS CIRCUITOS C.A.....	4-65
4.3.1.	Potência Aparente (S).....	4-65
4.3.2.	Potência Ativa (P)	4-65
4.3.3.	Potência Reativa (Q)	4-65
4.3.4.	Fator de Potência (F.P).....	4-66
4.3.5.	Triângulo de Potências	4-66
4.3.6.	Determinação de potência em circuitos C.A	4-67
4.4.	SISTEMAS POLIFÁSICOS	4-70
4.4.1.	Produção da tensão trifásica	4-70
4.4.2.	Sistema em triângulo e estrela.....	4-71
4.4.3.	Seqüência de fase	4-74
4.4.4.	Carga equilibrada ligada em Δ	4-76
4.4.5.	Carga equilibrada ligada em Y	4-77
5.	TRANSFORMADORES	5-79
5.1.	PASSO – A – PASSO	5-79
6.	MÁQUINAS ELÉTRICAS	6-80
6.1.	PASSO – A – PASSO	6-80
7.	ANEXO A – NÚMEROS COMPLEXOS	7-81
7.1.	POR QUE SABER?	7-81
7.2.	DEFINIÇÃO	7-81
7.3.	FORMAS DO NÚMERO COMPLEXO.....	7-82
7.3.1.	Forma retangular	7-82
7.3.2.	Forma polar	7-82
7.3.3.	Conversão.....	7-83
7.3.4.	Operação com números complexos.....	7-83
8.	ANEXO B - GLOSSÁRIO	8-85
9.	REFERÊNCIAS.....	9-86



Introdução

Os princípios físicos nos asseguram que energia, de qualquer tipo, não pode ser obtida do nada. Assim, aquilo que conhecemos com o nome de energia elétrica, na realidade, é resultado da transformação de outras formas de energia que estão disponíveis na natureza.

Isso significa que a energia elétrica produzida pelas usinas, deve ser obtida a partir de alguma outra forma de energia que esteja disponível. O sol é um grande fornecedor de energia à terra, entregando-lhe luz e calor que podem dar origem a muitos processos que acabam tornando disponível esta energia de outras formas.

1.1. Usinas de eletricidade

O primeiro tipo de energia, que nos interessa em especial, é a das correntes de água, que aparecem em nosso planeta justamente devido a à evaporação (pelo calor do sol) e condensação em locais altos na forma de chuva, dando origem aos raios.

Se um certo volume de água apresenta um certo desnível em relação a um determinado ponto, este volume tem energia potencial mecânica e pode ser transformada quando houver o seu escoamento. Assim, podemos aproveitar os grandes volumes de água que estejam em condições de escoar (caso haja um desnível para esta finalidade), para gerar energia elétrica. As usinas hidrelétricas fazem justamente isso (ver fig. 1-01). A água é represada de modo a se definir melhor um desnível, e depois canalizada para turbinas que convertem a energia disponível em eletricidade. Esta eletricidade pode, então, ser enviada aos centros de consumo por meio de fios condutores. Evidentemente, o melhor aproveitamento da força da água exige que haja ao mesmo tempo volume e desnível. É por esse motivo que a Amazônia, apesar de ter os maiores rios do mundo, não apresenta um potencial gerador de energia muito alto. Os rios são todos de planície, ou seja, correm "muito baixos", não havendo desníveis que permitam a construção das represas e a movimentação das turbinas.

Para os casos em que não se dispõe da energia dos rios, entretanto, existem alternativas como as usinas termoeletricas. Nestas usinas queima-se algum tipo de combustível como, por exemplo, o óleo ou carvão de modo a produzir calor, que aquece a água e se transforma em vapor sob pressão. Este vapor é usado para movimentar as turbinas que geram eletricidade, veja figura 1-02.

Em princípio, a energia dos combustíveis fósseis e mesmo naturais como o óleo, o carvão vegetal ou mineral é obtido a partir do sol. Nos vegetais, é por meio da fotossíntese que as substâncias orgânicas que dão origem aos vegetais são produzidas, o mesmo ocorrendo em relação o óleo.

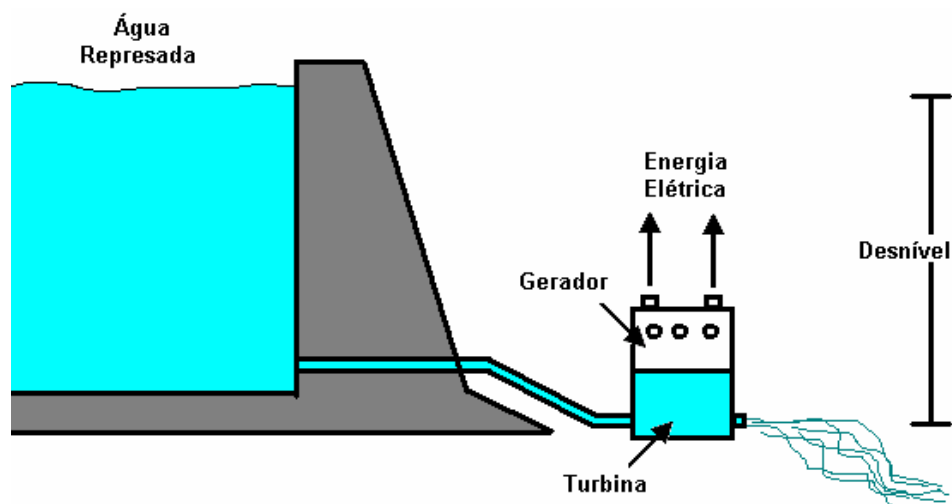


Figura 1-01 – A produção de energia elétrica depende do volume e do desnível da água

Além dos dois tipos de usinas vistos anteriormente, existem também as usinas atômicas que, além de operarem segundo um princípio completamente diferente, também causam muitas discussões por motivos de segurança. Na figura 1-03 temos uma usina atômica esquematizada de maneira bastante simples. Nestas usinas existe um tanque onde são colocadas substâncias radioativas. Estas substâncias se desintegram gradualmente liberando grande quantidade de energia. O urânio é um exemplo de substância radioativa. Em contato com a água do tanque, a energia liberada pelo material radioativo a aquece, a ponto de elevar sua temperatura acima do ponto de ebulição. No entanto, a água não ferve porque é mantida sob pressão (como ocorre numa panela de pressão, em que se obtém uma ebulição acima dos 100 graus Celsius, porque ela é mantida fechada). Essa água superaquecida entra em contato, por meio de canalizações, com a água de um segundo tanque que então se aquece a ponto de ferver. Esta sim, produz, vapor usado para movimentar as turbinas.

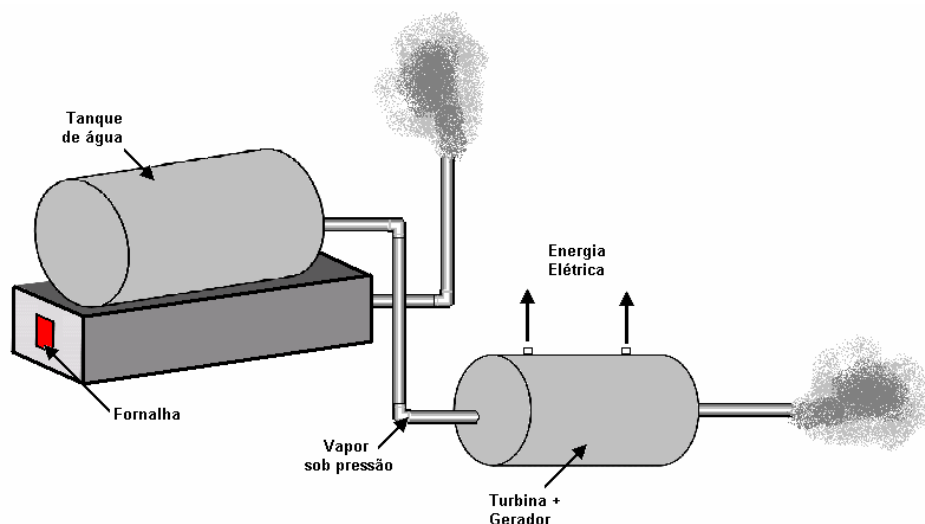


Figura 1-02 - Esquema simplificado de usina termoelétrica

A água que entra em contato com substâncias radioativas tem um sério problema: ela também se torna radioativa, o que significa que, se ela escapar, existe o perigo de

contaminação do meio ambiente. Assim, a maior preocupação dessas usinas é evitar o vazamento deste vapor que contata com material radioativo, já que o outro que movimenta a turbina é inofensivo. Uma pequena quantidade de material radioativo pode produzir energia em grande quantidade durante anos.

As três formas de geração de energia que foram vistas são usadas na maioria dos países, inclusive no Brasil, pois permitem obter grandes quantidades de eletricidade.

Existem alternativas que podem ser usadas quando se deseja menos energia ou ainda quando em condições favoráveis de obtenção.

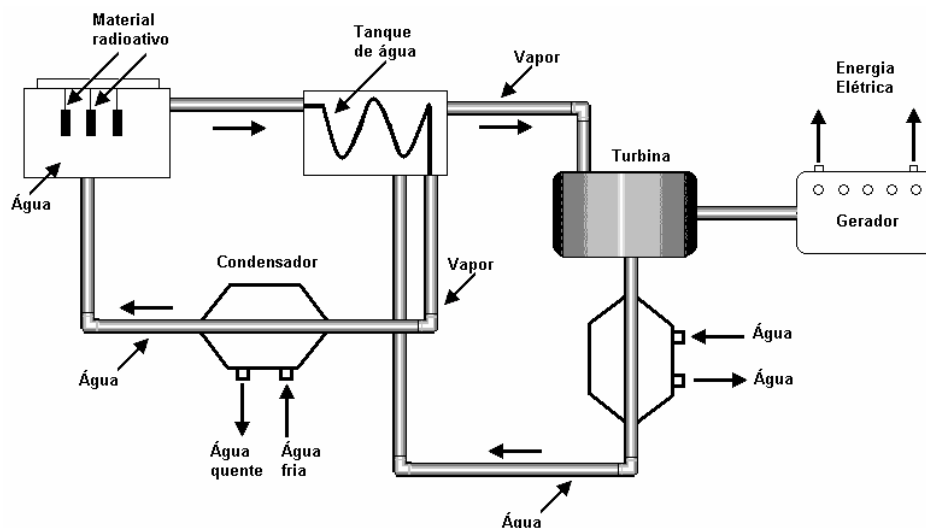


Figura 1-03 - Esquema simplificado de usina atômica

Na Islândia, por exemplo, que é um país de muitos vulcões, existem fontes de onde brota água fervente, que é usada em alguns casos para produzir vapor que movimenta turbinas geradoras de eletricidade. Em localidades isoladas ou fazendas, o gerador que produz eletricidade é movimentado por um motor a óleo diesel ou outro combustível, formando assim os "grupos geradores" conforme ilustra figura 1-04.

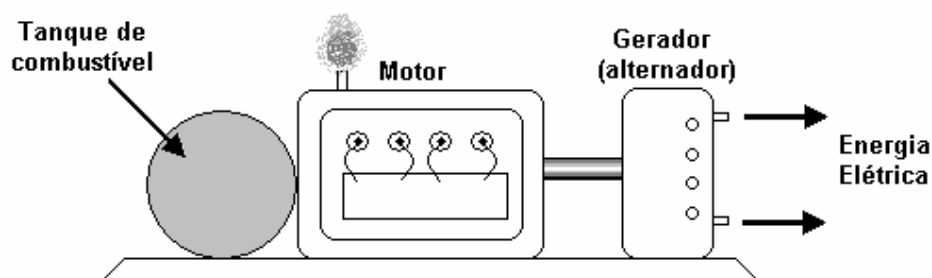


Figura 1-04 - Esquema simplificado de usina termoeletrica

Estudos feitos em alguns países, como a Holanda, já levam em consideração o aproveitamento da energia das marés. Uma grande enseada seria represada. Quando a maré subisse a água forçaria sua entrada, em movimentando as turbinas num sentido e quando a maré baixasse, o movimento da água movimentaria a turbina no sentido oposto, conforme figura 1-05. Como as marés são provocadas pela atração gravitacional da lua, estaríamos consumindo, mesmo que indiretamente, "energia lunar" para gerar eletricidade nestas usinas.

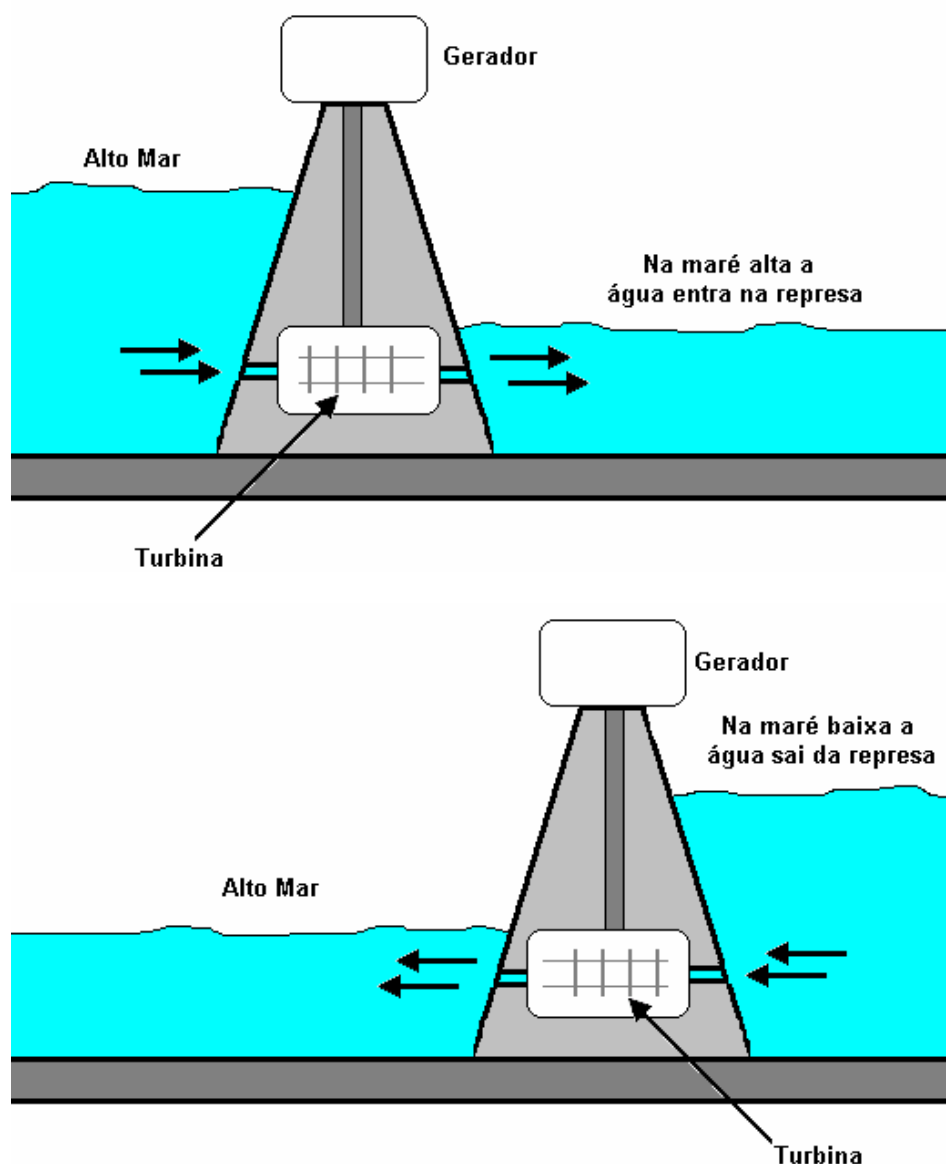


Figura 1-05 – Aproveitamento da força das marés para gerar energia elétrica

O vento também é usado para gerar eletricidade por meio de grandes geradores denominados "eólicos".

1.2. Transmissão de eletricidade

A energia gerada pelas usinas não está numa forma apropriada para consumo. Para que ocorram poucas perdas na transmissão por longas distâncias, no local em que a usina produz a energia, ela é transformada, ou seja, sua tensão é modificada. A tensão enviada da usina até os centros de consumo é muito alta. Existem linhas de transmissão de energia, dependendo da região, que operam entre 69.000V a 750.000V. Estas tensões são extremamente perigosas: se fosse levada diretamente até nossa casa, não precisaríamos sequer tocar nos fios para levar choques mortais. A simples aproximação de um fio com tais tensões faria com que saltassem faíscas, fulminando-nos instantaneamente. Assim a energia para chegar até nossa casa, passa por uma série de

transformações, entrando em ação dispositivos que, justamente por sua função, são denominados transformadores.

Na figura 1-06, apresenta-se o processo pelo qual a energia passa até chegar nas subestação redutora para distribuição. Partindo da usina em que a energia é gerada, ela passa por um primeiro transformador que eleva sua tensão para um valor da ordem de dezenas de milhares de volts. A energia que vem de Itaipu para São Paulo, por exemplo, está na forma de uma tensão de 750.000V.

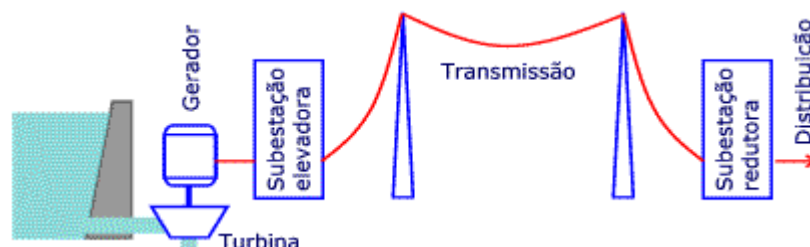


Figura 1-06 – Caminho da energia desde a geração até a subestação redutora para distribuição.

Perto do centro de consumo, a energia sofre uma transformação no sentido de abaixar sua tensão para um valor menor e mais apropriado. Normalmente, a tensão usada neste caso é da ordem de 13.600V. Mesmo os 13.600V são um valor muito alto para residências, portanto, temos nos postes transformadores que fazem o "abaixamento final" da tensão de modo que ela possa ser usada de maneira mais segura nas residências. Estes transformadores fornecem tensões de 110V a 220V que são levadas até os locais de consumo.

Indústrias apresentam suas próprias sub-estações de energia elétrica, onde a distribuição é feita para todo o processo que geralmente usam tensões de 110, 220, 380 ou 440V, estes valores podem ser aumentados dependendo do processo. Na grande maioria as indústrias de médio para grande, recebem uma tensão na ordem de 13.600V, mas dependendo do contrato com a Concessionária de Energia este valor pode ser na ordem de 64.000V, tornando assim o valor da energia contratada menor.

Nas figuras 1-07, apresenta alguns tipos de torres de transmissão mais usados.



Figura 1-07 – Torres de transmissão mais utilizadas.

1.3. Distribuição

Uma rede de distribuição deve fazer a energia chegar até os consumidores de forma mais eficiente possível.

Conforme tópico anterior, quanto mais alta a tensão menor a bitola dos condutores para transmitir a mesma potência. Assim, redes de distribuição em geral operam com, no

mínimo, duas tensões. As mais altas para os consumidores de maior porte e as mais baixas para os pequenos.

A Figura 1-08 mostra o esquema simplificado de uma distribuição típica. A subestação redutora diminui a tensão da linha de transmissão para 13,8 kV, chamada **distribuição primária**, que é o padrão geralmente usado nos centros urbanos no Brasil. São aqueles 3 fios que se vê normalmente no topo dos postes. Essa tensão primária é fornecida aos consumidores de maior porte os quais, por sua vez, dispõem de suas próprias subestações para rebaixar a tensão ao nível de alimentação dos seus equipamentos.

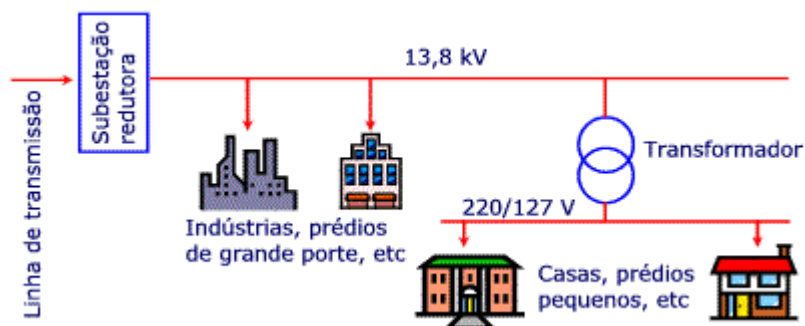


Figura 1-08 – Esquema simplificado da distribuição.

A tensão primária também alimenta aqueles transformadores localizados nos postes que reduzem a tensão ao nível de ligação de aparelhos elétricos comuns (127/220 V), para consumidores de pequeno porte. É a chamada **distribuição secundária**.

A rede é formada pelos quatro fios (separados e sem isolação ou juntos e com isolação) que se observam na parte intermediária dos postes.

É evidente que uma distribuição simples assim é típica de uma cidade de pequeno porte. Cidades maiores podem ser supridas com várias linhas de transmissão, dispondo de várias subestações redutoras e estas podem conter múltiplos transformadores, formando assim várias redes de distribuição. Também pode haver várias tensões de distribuição primária. Indústrias de grande porte, consumidoras intensivas de energia elétrica, em geral são supridas com tensões bastante altas, às vezes a da própria transmissão, para evitar altos custos da rede.

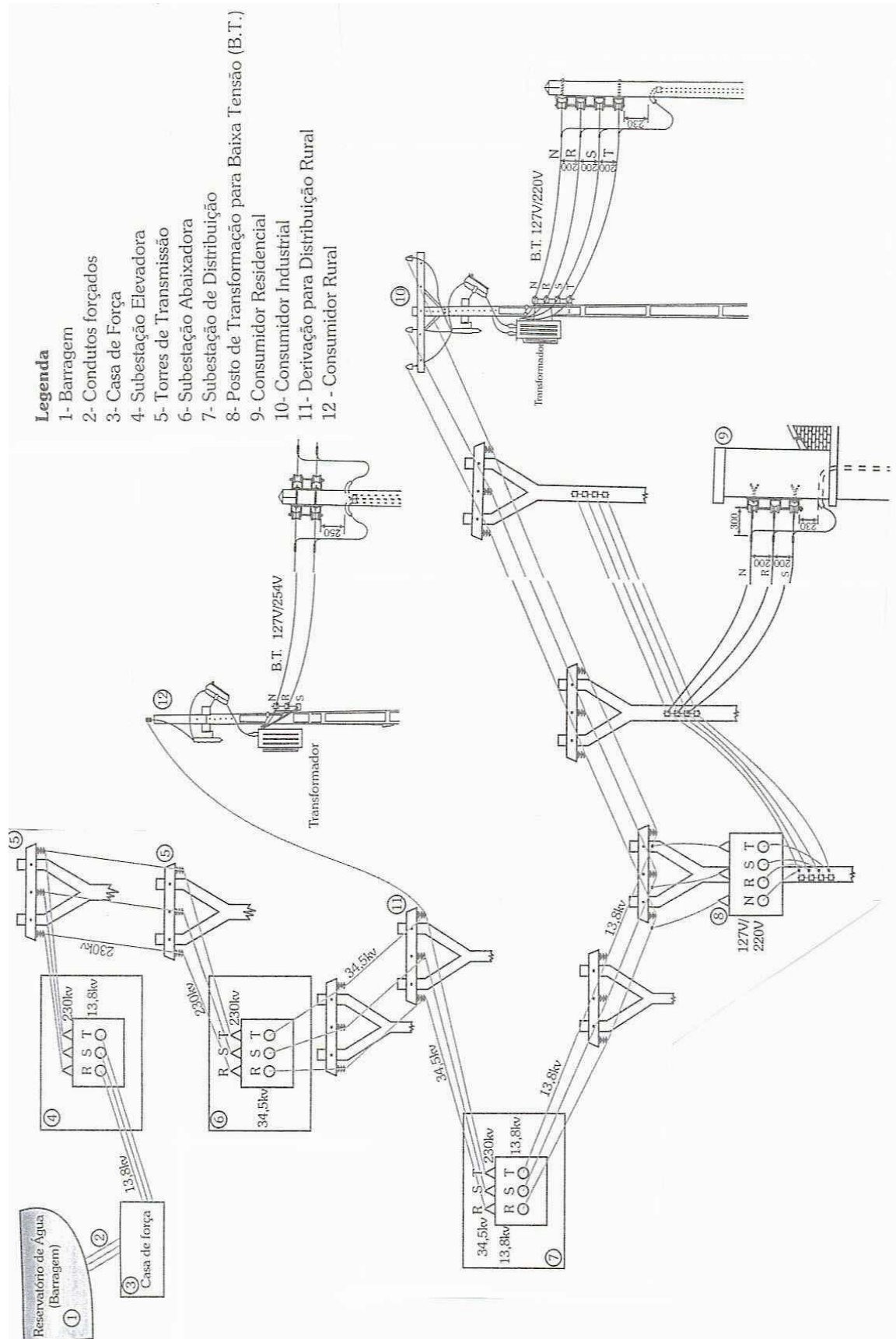


Figura 1-09 – Diagrama de distribuição de energia

A pesar da eletricidade básica não ser o foco principal deste curso, iremos fazer uma breve revisão de alguns conceitos que serão importantes no decorrer da disciplina, onde será revisto o que é tensão, corrente elétrica, resistência, lei de ohm, associação de resistores (série, paralela e mista), as leis de Kirchhoff, potência elétrica, entre outros conceitos que se farão necessários para o completo entendimento da eletrotécnica.

2.1. Prefixos comumente usados

De um modo geral, as pessoas no dia a dia, mesmo não se dando conta, já fazem uso dos "prefixos" para indicar um valor qualquer de um valor. Isto é também feito na área de Eletônica, como em outras áreas, de uma maneira em geral. Então quando alguém diz: - "Comprei 10 quilogramas ..." quilo é um prefixo, que equivale a 10^3 , ou 1000, conforme quadro abaixo.

No quadro abaixo é portanto apresentado um conjunto (os que serão mais usados) de prefixos que no dia a dia será usado.

O uso de prefixos facilita a expressão de valores ou muito pequenos ou elevados. Por exemplo: imagine que se fosse expressar a distância entre Rio e São Paulo: 429 km. Se não fosse usado o prefixo k (kilo = 1000), esta distância seria expressa da seguinte forma: 429.000 m. Perceba então a vantagem de se usar "prefixos" para expressar valores. No caso foi usado um prefixo para indicar um múltiplo da unidade básica (o metro). Imagine o peso de um cordão de ouro: 50 g. Não seria adequado expressar este valor com o prefixo *Kilo*. Isto é 0,05 kg.

PREFIXO	POTÊNCIA DE 10	VALOR
Pico (p)	10^{-12}	0,000000000001
Nano (n)	10^{-9}	0,000000001
Micro (μ)	10^{-6}	0,000001
Mili (m)	10^{-3}	0,001
Unidade	10^0	1
Kilo (k)	10^3	1000
Mega (M)	10^6	1000000



DIVIDE Fator = $10^{(\text{DIFERENÇA DE POTÊNCIAS})}$ **MULTIPLICA**

Tabela 2-01 – Prefixos comumente usados

Na Tabela 2-01 estão expressos alguns dos prefixos usados com frequência na área de Eletrônica. Por exemplo:

mili \rightarrow mA = ordem de grandeza comum para corrente;
kilo \rightarrow k Ω = ordem de grandeza comum para corrente;
Mega \rightarrow MHz = ordem de grandeza comum para frequências de FM;

NOTA: Conversão de prefixos

É comum a necessidade de se fazer a mudança de prefixos ou passar de um prefixo para a grandeza básica. Por exemplo: tem-se a corrente expressa em mA (mili Ampér) e precisa-se fazer a conversão para μ A (micro Ampér). Método prático: observe o quadro acima. Nesta conversão está acontecendo um decréscimo no expoente do prefixo correspondente : -3 (mili) para -6 (micro). Determine então um fator de conversão $= 10^{(-3) - (-6)} = 10^3$. Como está sendo feita uma conversão de mili para micro (no quadro no sentido de baixo para cima – veja seta à direita), o valor em micro será o valor em mili multiplicado pelo fator de conversão. Em termos mais práticos ainda, quando está se diminuindo de prefixo, multiplica-se pelo fator de conversão e quando está de aumentando de prefixo, divide-se pelo fator de conversão.

Obs.: Fator $= 10^{(\text{maior expoente}) - (\text{menor expoente})}$

Outro exemplo: passar 12 nA para mA

Então :

maior expoente = -3 (por causa do mA)
menor expoente = -9 (por causa do nA)
Fator $= 10^{(-3) - (-9)}$
Fator $= 10^6$

Está se passando de um prefixo menor para um maior, então divide-se o valor pelo fator:

Logo, 12 nA $= (12 / 10^6)$ mA $= 0,000012$ mA

2.2. Analogia Sistema Hidraulico x Sistema elétrico

A figura 2-01 mostra um pequeno sistema hidráulico. Nele, tem-se um reservatório de água numa altura h em relação a torneira. A torneira oferecerá uma determinada restrição à passagem de água. Note que quanto maior a restrição, menor será o fluxo de água (vazão). A altura h também influenciará no valor do fluxo de água. Quanto maior for a altura h , maior será o fluxo de água. Veja que existe neste sistema três grandezas relacionadas entre si: fluxo de água, altura e a restrição imposta pela torneira. Concluindo, o fluxo de água dependerá diretamente da altura h e terá dependência inversamente proporcional a restrição imposta pela torneira.

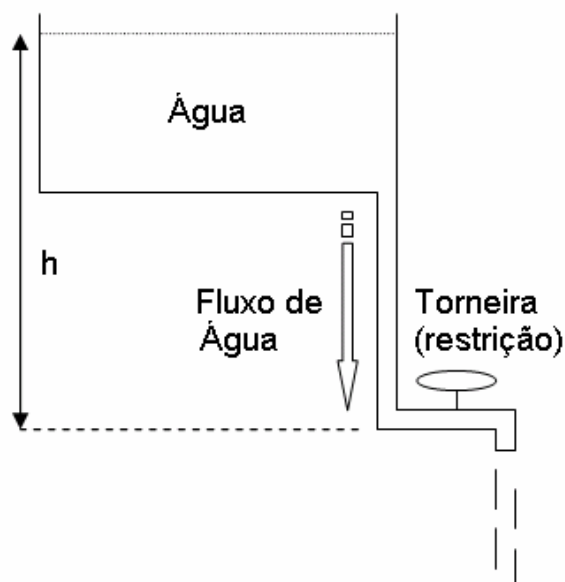


Figura 1-01 – Sistema hidráulico simples.

Ou seja, quando se aumenta a altura h , aumenta-se o fluxo de água, e quando se aumenta a restrição da torneira, diminui-se o fluxo de água. Estas três grandezas se relacionam desta forma.

Na figura 2-02, tem-se um circuito elétrico elementar, o mais simples possível. É constituído de uma fonte de tensão E , que alimenta um resistor R . Circula no circuito uma corrente I . A corrente I depende da tensão E de uma forma diretamente proporcional, ou seja, se aumentar o valor da tensão, a corrente I também aumenta na mesma proporção. Depende de uma forma inversa com a resistência elétrica R , de uma forma inversamente proporcional.

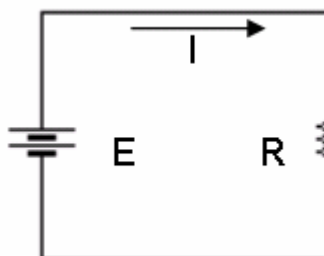


Figura 2-02 – Circuito elétrico elementar.

Neste circuito, E é uma fonte de corrente contínua, R é um resistor, I é a corrente do circuito e os traços que ligam a fonte ao resistor é a representação dos fios condutores. Note que existe uma relação entre os dois sistemas apresentados, o hidráulico e o elétrico. No hidráulico há um fluxo de água circulando, no elétrico há uma corrente circulando. No hidráulico, há uma restrição imposta pela torneira. Quanto maior for esta restrição, menor será o fluxo de água; no elétrico, há uma resistência elétrica, quanto maior for o seu valor, menor será o valor da corrente que circula. No hidráulico, há um desnível de altura h , quando maior for h , maior será a vazão de água; no elétrico há uma tensão (voltagem ou diferença de potencial). Quanto maior for o valor desta tensão, maior será o valor da corrente elétrica. Veja que há uma perfeita correspondência entre os sistemas apresentados.

2.3. As grandezas elétricas

2.3.1. Corrente Elétrica

Pode-se definir corrente elétrica como sendo um fluxo ordenado de elétrons, fluxo este criado em função de uma diferença de potencial. Formalmente pode-se definir corrente elétrica como a taxa de variação de carga no tempo

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (2-01)$$

Na teoria de circuitos a corrente é geralmente imaginada como movimento de cargas positivas. Esta convenção foi estabelecida por Benjamin Franklin que imaginou que a corrente trafegava do positivo para o negativo. Sabe-se atualmente que a corrente num condutor metálico representa o movimento de elétrons que se desprendem das órbitas dos átomos do metal. Desta forma deve-se distinguir a corrente convencional usada na teoria de redes elétricas, dada pelo movimento de cargas positivas, da corrente eletrônica ou real dada pelo movimento de elétrons.

2.3.1.1. NOTAÇÃO

A corrente elétrica é notada por I (de intensidade de corrente).

2.3.1.2. UNIDADE DE CORRENTE

A unidade de corrente elétrica é o *ampère* (A). Como foi visto anteriormente, corrente elétrica é deslocamento de elétrons, ou seja, transferência de carga. Quando se tem a corrente de 1 A, significa dizer que por este ponto que circula esta corrente, há uma transferência de carga de 1 Coulomb (C) por segundo. Como a carga elétrica de 1 Coulomb equivale a carga de $6,25 \times 10^{18}$ elétrons, então uma corrente de 1 A significa a passagem por este ponto de $6,25 \times 10^{18}$ elétrons por segundo.

2.3.2. Tensão

Pode-se conceituar *tensão* como sendo a força que provoca o deslocamento de elétrons (corrente elétrica) num circuito. Portanto, a circulação de corrente elétrica se dá em função da presença de tensão num determinado circuito.

2.3.2.1. NOTAÇÃO

Para tensão são notações comuns: E , V , f.e.m. (força eletromotriz), ddp (diferença de potencial). Uma outra notação pouco comum para tensão é \underline{U} .

2.3.2.2. UNIDADE DE TENSÃO

A tensão é expressa em Volts (V). Comumente é expressa nos seus múltiplos e submúltiplos: kV (Kilo-Volt), mV (mili-Volt). Mas vc deve estar se perguntado, o que é um Volt, bem Cargas podem ser levadas a um nível de potencial mais alto através de uma fonte externa que realize trabalho sobre elas, ou podem perder energia potencial quando se deslocam em um circuito elétrico. Em qualquer destes dois casos, pode-se dizer por definição que: *Existe uma diferença de potencial de 1 volt (V) entre dois pontos se acontece uma troca de energia de 1 joule (J) quando se desloca uma carga de 1 coulomb (C) entre estes dois pontos.*, ou seja, quando for necessário gastar uma quantidade de energia igual a 1 joule para deslocar uma carga de 1 coulomb de uma posição "A" para uma posição "B" qualquer, a diferença de potencial, ou tensão, entre estes dois pontos é de 1 volt.

2.3.3. Resistência Elétrica

À movimentação de cargas através de qualquer material, existe uma força de oposição em muitos aspectos semelhante ao atrito mecânico. Esta oposição, resultado das colisões entre elétrons e entre elétrons e átomos do material, converte energia elétrica em calor e é chamada *Resistência* do material, ou seja, a Resistência é a propriedade dos materiais de se opor ou resistir ao movimento dos elétrons. Assim, para que elétrons possam passar através de um material é necessária a aplicação de uma tensão para fazer passar a corrente. Deve ficar bem claro a diferença para o resistor: o resistor é o *componente* e a resistência a *propriedade*. Na prática, é comum o uso destes termos como sinônimos, embora de uma forma equivocada.

2.3.3.1. NOTAÇÃO

A notação de resistência elétrica é R.

2.3.3.2. UNIDADE DE RESISTÊNCIA

A unidade de resistência elétrica é o Ohm (Ω). É muito comum nos circuitos eletrônicos, os valores de resistência elétrica dos resistores não virem acompanhados da respectiva unidade, somente do múltiplo. Por exemplo, um resistor de 10 k Ω ser expresso somente por 10k, sendo subentendido a unidade Ω .

2.3.4. Fontes

Fontes são dispositivos que fornecem energia a um sistema, em nosso caso um circuito elétrico. Denomina-se uma fonte como sendo *Fonte de Corrente Contínua* (CC) quando o fluxo das cargas é unidirecional e constante para um período de tempo considerado. Já quando as cargas fluem ora num sentido, ora noutro, repetindo este ciclo com uma frequência definida denomina-se a esta fonte de *Fonte de Corrente Alternada* (CA).

Denomina-se *Fonte Ideal* uma fonte que fornece uma tensão ou corrente a uma carga independentemente do valor da carga a ela conectada. Na figura 2-03 são apresentados os símbolos utilizados para a representação de fontes de tensão (CC e CA) e fontes de corrente (CC e CA).

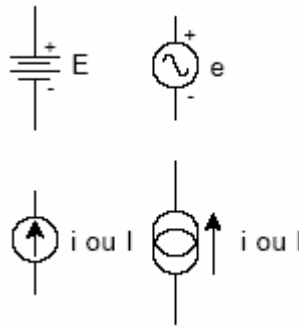


Figura 2-03 – Representação de fontes de tensão.

Uma *Fonte de Tensão Ideal* é um dispositivo que apresenta uma tensão constante em seus terminais independente da corrente solicitada por uma carga a ela conectada.

Uma *Fonte de Corrente Ideal* é um dispositivo que quando tem uma carga conectada a seus terminais mantém uma corrente constante nestes, mesmo que ocorram variações de diferença de potencial entre os terminais causadas pela carga a ela conectada.

Na realidade não existem fontes ideais. Entretanto, em muitos casos, o modelo ideal é suficientemente representativo para ser utilizado. Quando não se pode utilizar uma fonte ideal, a fonte é representada através de uma fonte ideal modificada.

2.3.4.1. REPRESENTAÇÃO

Em circuitos o símbolo E ou V, utilizado para a representação da diferença de potencial (tensão) entre dois pontos, algumas vezes é acompanhado de subscritos para designar especificamente entre quais pontos a diferença de potencial está estabelecida. Assim:

$$\begin{aligned} E &= 10V \\ E_{ab} &= 10V \\ E_{AB} &= 10V \end{aligned}$$

Na figura 2-04(a) o terminal A é +5V sobre o terminal B ou o terminal A tem um potencial de 5V acima do potencial do terminal B.

Na figura 2-04(b) o terminal B está -5V acima do terminal A ou seja o terminal A continua com um potencial de 5V acima do potencial do ponto B.

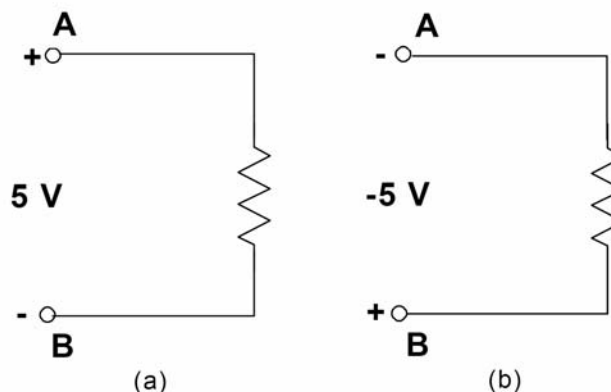


Figura 2-04 – Exemplo de potencial em terminais.

Como a polaridade do terminal deve ser levada em consideração, em (b) tem-se:

$$E_{BA} = - 5 \text{ V}$$

Como $E_{BA} = - E_{AB}$

$$\text{Tem-se: } -E_{AB} = - 5 \text{ V}$$

Que conduz a: $E_{AB} = 5 \text{ V}$

2.4. Leis de Ohm

2.4.1. Primeira lei de Ohm

Conforme explicado anteriormente, ao se tentar movimentar cargas em um condutor elétrico irá aparecer uma força de oposição denominada resistência. A força que irá fazer com que as cargas se movimentem mesmo com a presença desta força de oposição é a diferença de potencial, ou tensão.

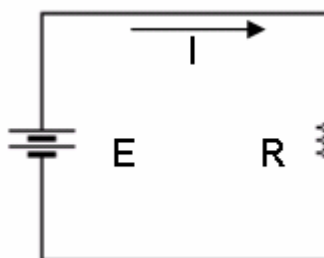


Figura 2-05 – Circuito elétrico elementar.

A relação existente entre estes três componentes, tensão, corrente e resistência foi introduzida por George Simon Ohm e é dada por:

$$E = R.I \text{ (Volts, V)}$$

Da relação da Primeira Lei de Ohm, decorre outras duas expressões:

$$R = \frac{E}{I} \text{ (ohms, } \Omega \text{)}$$

$$I = \frac{E}{R} \text{ (ampère, A)}$$

O significado físico da expressão da primeira Lei de Ohm precisa ser bem assimilado. Pela expressão da Primeira Lei de Ohm, deve ser entendido que a corrente num circuito depende diretamente da tensão, isto é, se a tensão for dobrada, o mesmo ocorrerá com a corrente. Se a resistência for dobrada, a corrente será reduzida a metade.

2.4.2. Segunda lei de Ohm

Num condutor elétrico, a resistência varia com a área da seção transversal (S) e com o comprimento do condutor (l) ou seja:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

onde:

ρ - resistividade do material($\Omega.m$)

l - comprimento do condutor (m)

A - seção transversal do condutor(área), expressa em m^2

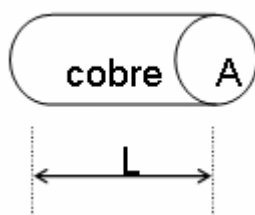


Figura 2-06 – Dimensões de um condutor elétrico.

Bons condutores possuem uma resistividade próxima a $10^{-8} \Omega.m$. São denominados isolantes os materiais cuja resistividade é maior que $10^{10} \Omega.m$. Os materiais com resistividade entre $10^{-4} \Omega$ e $10^{-7} \Omega.m$ são denominados semicondutores. A tabela abaixo apresenta a resistividade de alguns materiais a $20^\circ C$

Material	Resistividade
Alumínio	$2,83 \times 10^{-8} \Omega.m$
Cobre	$1,72 \times 10^{-8} \Omega.m$
Prata	$1,64 \times 10^{-8} \Omega.m$
Ferro	$12,3 \times 10^{-8} \Omega.m$

Tabela 2-02 – Resistividade de materiais

A resistência varia com a temperatura. Aumentando-se a temperatura, aumenta-se a resistividade do material. Nos semicondutores (Ex.: silício e germânio), as resistências diminuem com os aumentos de temperaturas.

O inverso da resistência é denominado *Condutância* (G) e a unidade utilizada para a condutância no SI é denominada Siemens.

$$G = \frac{1}{R}$$

2.5. Associação de Resistores

2.5.1. Associação Série

Um circuito série consiste de dois ou mais elementos de circuito conectados de tal forma que a mesma corrente flui através de cada um dos elementos, conforme pode ser observado na figura 2-07.

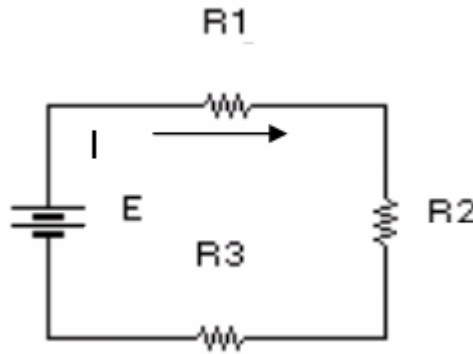


Figura 2-07 – Circuito Série.

Características do circuito série

A tensão aplicada num circuito série se divide entre os componentes assim associados; no caso da figura 2-07, a tensão aplicada "E" se dividiria em E_1 , E_2 e E_3 , respectivamente sobre R_1 , R_2 e R_3 ;

A corrente é a mesma em todos os componentes associados em série: no caso da figura 2-07, R_1 , R_2 e R_3 serão percorridos pela mesma corrente "I".

2.5.1.1. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE CIRCUITO SÉRIE

O resistor equivalente de uma associação qualquer é um resistor de valor tal que, ao substituir um conjunto de resistores do qual é equivalente, a fonte “*não perceberá*” a substituição, isto é, continuará a fornecer a mesma corrente

Isto é mostrado a seguir: no circuito da figura 2-08-A, tem-se um conjunto de resistores, percorridos por uma corrente I , fornecida pela fonte de tensão E . Este conjunto de resistores é substituído pelo seu resistor equivalente de maneira que a fonte continua fornecendo a mesma corrente I , isto na figura 2-08-B

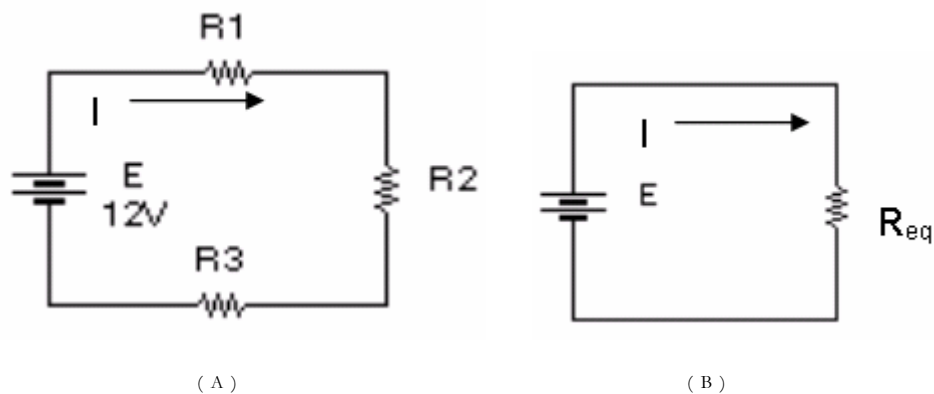


Figura 2-08 – (A) Circuito série sem simplificação. (B) Circuito série com calculo da resistência equivalente.

A) da fig. 2-08A, tem-se que $E = E_1 + E_2 + E_3$;

B) da fig. 2-08B, tem-se que $E = R_{eq} \cdot I$;

C) da lei de ohm, tem-se que $E_1 = R_1 \cdot I$, $E_2 = R_2 \cdot I$ e $E_3 = R_3 \cdot I$;

Substituindo (b) e (c) em (a), tem-se:

$R_{eq} \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I$, simplificando ambos os termos por I resulta:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

A resistência equivalente de um circuito série é a soma de todos os resistores que estão em série; generalizando:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

2.5.2. Associação Paralela

Um circuito paralelo consiste de dois ou mais elementos de circuito conectados de tal forma que a mesma voltagem exista nos terminais de cada elemento.

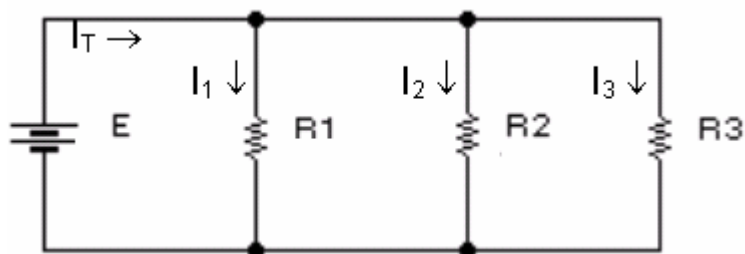


Figura 2-09 – Circuito paralelo.

A figura Fig. 2-09 acima apresenta o circuito paralelo. Note que 3 resistores estão sob a mesma tensão, onde a corrente que chega no paralelo se divide entre os componentes que estão em paralelo. A Fig. 2-10 apresenta o equivalente desta associação dos 3 resistores em paralelo. O resistor é equivalente porque ao substituir os 3 em paralelo, a corrente da fonte permaneceu a mesma.

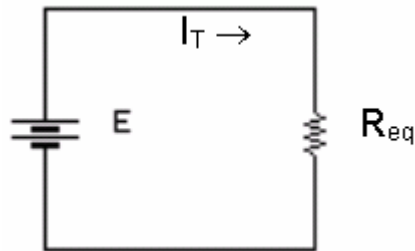


Figura 2-10 – Circuito Paralelo com cálculo da resistência equivalente.

Características do circuito paralelo

A corrente total do circuito se divide entre os componentes associados em paralelo, de forma que por exemplo, na Fig. 2-09, $I_T = I_1 + I_2 + I_3$.

Os componentes em paralelo, no caso R_1 , R_2 e R_3 estão submetidos a uma mesma tensão, que no exemplo é a tensão E

2.5.2.1. CALCULO DA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE CIRCUITO PARALELO

A) Da Fig. 2-09 A tem-se que $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

B) Da Lei de Ohm, tem-se que :

$$I_1 = \frac{E}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{R_2} \quad \text{e} \quad I_3 = \frac{E}{R_3}$$

C) Da Fig. 2-09 A tem-se que $I_T = \frac{E}{R_{eq}}$

Substituindo b) e c) em a) ter-se-á:

$$\frac{E}{R_{eq}} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

E simplificando a expressão anterior por E , tem-se que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{ou seja,}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Portanto, generalizando para um número n de resistores em paralelo, a resistência equivalente Req será:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

No caso específico de 2 resistores, Req será o produto dividido pela soma dos mesmos. A equação abaixo mostra isso:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

2.5.3. Associação Mista

A maioria dos circuitos elétricos é formada de várias combinações de elementos de circuitos conectados em série e paralelo.

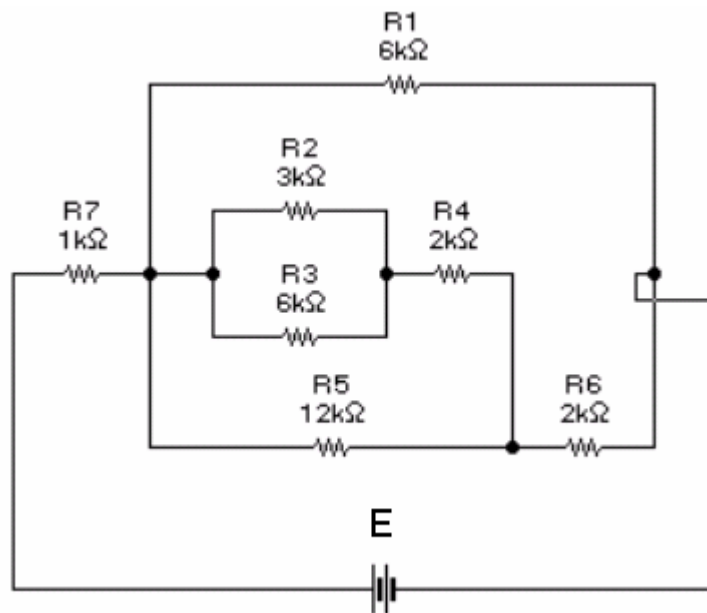


Figura 2-11 – Circuito Misto.

A figura 2-11 é um exemplo de circuito misto: há resistores associados em série, como por exemplo, o paralelo de R2 com R3 está em série com o resistor R4. Existe também resistores em paralelo, como o próprio resistor R2 que está em paralelo com o resistor R3. Existe neste circuito os dois tipos de associação visto anteriormente: série e paralelo. Logo, nestas condições, tem-se um circuito misto

Características do circuito misto

Na parte que tem-se componentes em série, este circuito tem as características do circuito série e, na parte que tem componentes em paralelo, tem-se as características do circuito paralelo.

2.5.3.1. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE CIRCUITO PARALELO

A exemplo do que ocorria nos circuitos série e paralelo, não existe uma equação para o cálculo de resistência equivalente nos circuitos mistos, devido a sua própria natureza, de possuir partes em série e partes em paralelo.

O que deve ser feito para se determinar a resistência equivalente num circuito misto é, achar resistências equivalentes parciais ao longo do circuito, resistências parciais estas de partes em série ou paralelo, obtendo sucessivas simplificações, até se obter uma resistência equivalente final. O exemplo a seguir, do cálculo de resistência equivalente num circuito misto ilustra bem este procedimento.

EXEMPLO 2-01 - Calcular o valor de R_{eq} no circuito misto mostrado na figura XX:

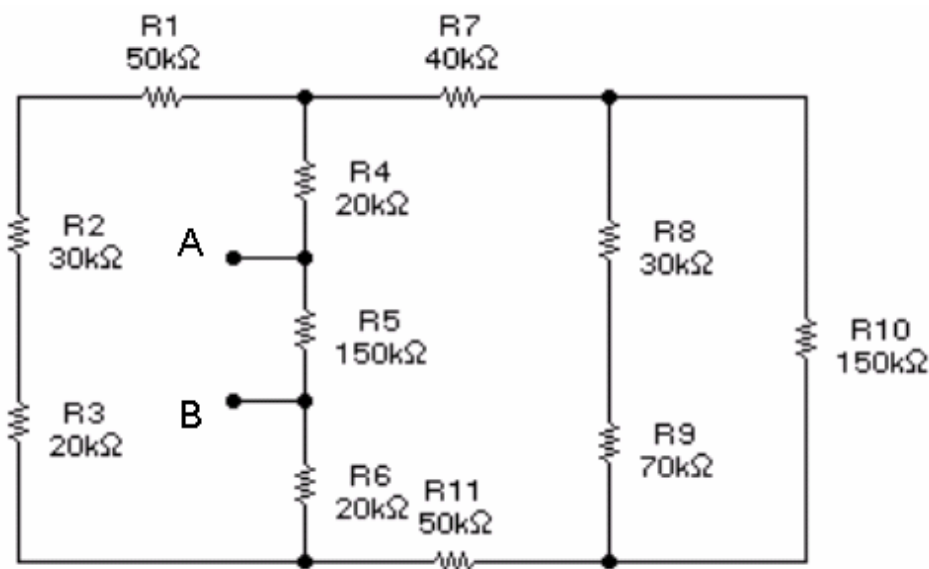


Figura 2-12 – Circuito misto exemplo 2-01.

No circuito como o mostrado figura 2-12, a maneira mais simples de se obter a R_{eq} é fazer sucessivas simplificações, achando valores de resistências equivalentes parciais, até se obter o resultado final desejado.

Exemplificando estas simplificações, R_1 , R_2 e R_3 estão em série, podendo ser substituídas por R_{eq}' , que vale 100k. Note também que R_8 e R_9 estão série e podem ser substituídas por R_{eq}'' . Estas simplificações são mostradas na Fig. 2-13

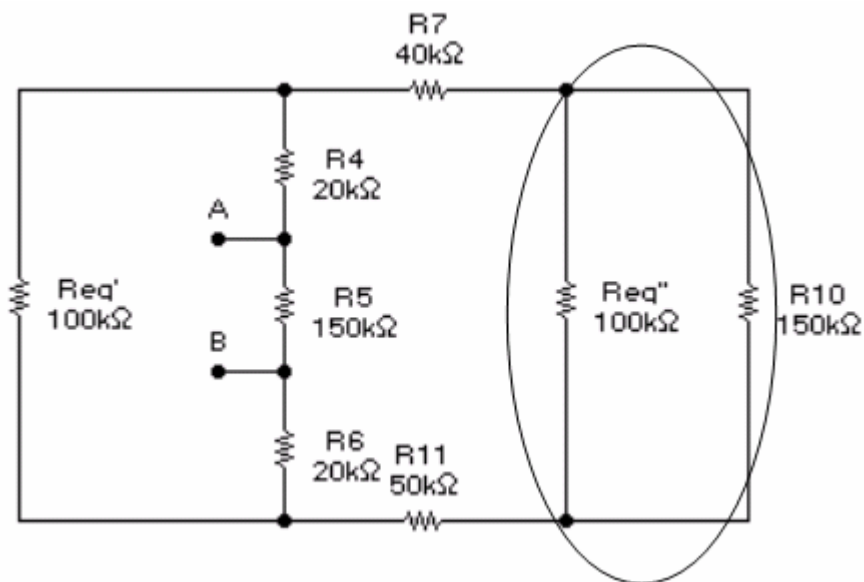


Figura 2-13 – Simplificação das resistências R8 e R9.

Note agora que após estas primeiras simplificações, R_{eq}'' resultou em paralelo com R_{10} , resultando uma R_{eq} parcial $R_{eq}''' = R_{eq}'' // R_{10}$. Assim sendo, $R_{eq}''' = 60k$.

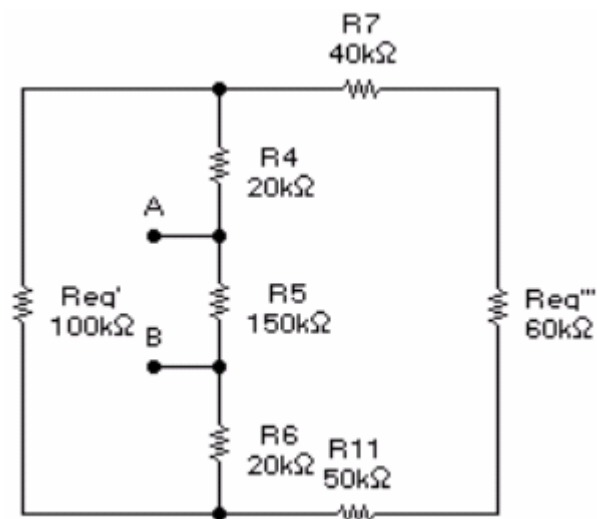


Figura 2-14 – Resultado do paralelo de Req. e R10.

No circuito ao lado, R_{eq}''' resultou em série com R_7 e R_{11} .

Observando o circuito da *Fig. 11 C*, pode ser feita mais uma simplificação: tem-se uma $R_{eq}'''' = R_{eq}''' + R_7 + R_{11}$. Esta simplificação está feita na *Fig. 11 D*.

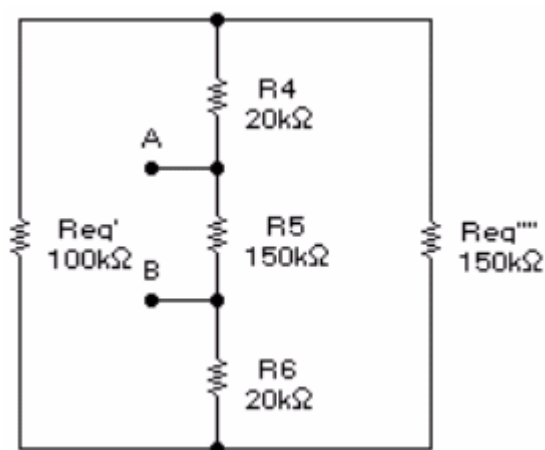


Figura 2-15 – Resultado Req. somado com R7 e R11.

Observe que a cada simplificação feita, o circuito torna-se mais simples. Estas simplificações deverão ser feitas até se obter o resultado final da resistência equivalente que se procura.

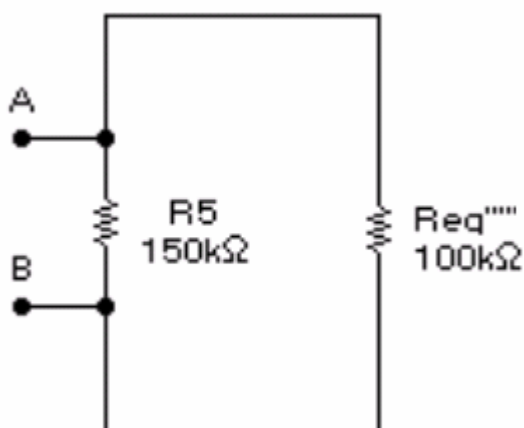


Figura 2-16 – Circuito simplificado.

Observe que na *Fig. 2-16*, R_{eq}' resultará em paralelo com R_{eq}''' , resultando na R_{eq}'''' , mostrada na *Fig. 2-17*, ao abaixo.

Na figura anterior, fica claro que R_{eq}'''' resultou em paralelo com R_5 , Este é o resultado da resistência equivalente procurada. A figura abaixo mostra o resultado.

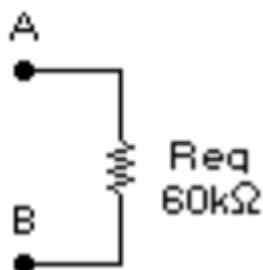


Figura 2-17 – Circuito com resistência equivalente final.

2.6. Energia - Trabalho

Estes termos Energia –Trabalho são intimamente ligados, isto porque, toda vez que um trabalho é realizado, determinada quantidade de energia é consumida (transformada).

Toda vez que uma determinada força for aplicada sobre um corpo, provocando o seu deslocamento, um trabalho é realizado.

Num circuito elétrico, tem-se a seguinte situação: a tensão atuando sobre os elétrons, provocam seu deslocamento (corrente elétrica).

A unidade de Energia ou Trabalho é o Joule (J). Convém salientar que esta quantidade de energia, 1J é um valor extremamente pequeno, comparado com que se consome de energia num dia, por uma pessoa qualquer

2.7. Potência

Se um trabalho está sendo realizado em um sistema mecânico, hidráulico ou elétrico, uma quantidade de alguma forma de energia está sendo consumida. A razão em que o trabalho está sendo executado, isto é, a razão em que a energia está sendo consumida, é chamada de "potência"

$$P = \frac{\text{Energia Consumida(ou trabalho realizado)(J)}}{\text{tempo(s)}}$$

2.7.1. Potência em sistemas elétricos

Em um sistema elétrico a voltagem está relacionada com o trabalho realizado para deslocar uma unidade de carga, e a corrente representa o número de cargas(partículas) transportadas na unidade de tempo. Assim potência em um sistema elétrico é dada por:

$$P = \frac{\text{Trabalho}}{\text{unid.carga}} \cdot \frac{\text{Carga.movida}}{\text{unid. tempo}}$$

A unidade de potência é (J/s), ou seja, o Watt(W).

2.7.1.1. POTÊNCIA EM CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA

Nos circuitos vistos até agora, tinha-se sempre uma tensão aplicada a um circuito, provocando a circulação de corrente elétrica.

A potência será calculada nestes circuitos, adotando as seguintes expressões:

$$P = E.I$$

Pela lei de ohm, sabe-se que $I = \frac{E}{R}$, substituindo na equação anterior, tem-se:

$$P = \frac{E^2}{R}$$

Sabe-se também que $E = R.I$, logo

$$P = R.I^2$$

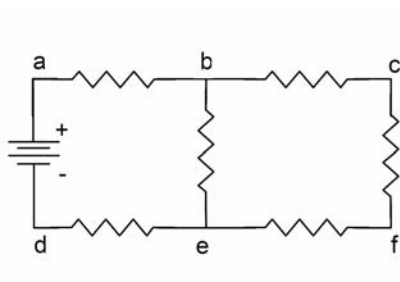
2.7.1.2. POTÊNCIA EM CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA

Em circuitos de corrente alternada(CA), além da resistência elétrica, deve-se tomar em consideração outros fatores, como reatâncias indutivas e capacitivas, devido ao fato destas reatâncias não terem sido abordadas até o presente momento, voltaremos ao tema de potências quando abordarmos esses tipos de circuitos.

2.8. Leis de Kirchhoff

Neste capítulo serão apresentados métodos para se determinar a solução de circuitos de corrente contínua, através da utilização de leis fundamentais. A seguir são apresentadas algumas definições básicas que serão utilizadas ao longo deste capítulo

- *Ramo de um circuito:* é um componente isolado tal como um resistor ou uma fonte. Este termo também é usado para um grupo de componentes sujeito a mesma corrente.
- *Nó:* é um ponto de conexão entre três ou mais ramos (entre 2: junção)
- *Circuito fechado:* é qualquer caminho fechado num circuito
- *Malha:* é um circuito fechado que não tem um trajeto fechado em seu interior



a - b - e - d - a \Rightarrow malha
b - c - f - e - b \Rightarrow malha
a - b - c - f - e - d - a \Rightarrow circuito fechado
b, e \Rightarrow nó
a, d, c, f \Rightarrow junção
b - c - f - e \Rightarrow ramo
d - a - b \Rightarrow ramo

Figura 2-18 – Representação básica de definições básicas

2.8.1. Leis das voltagens de Kirchhoff

A soma algébrica (os sinais das correntes e quedas de tensão são incluídas na adição) de todas as tensões tomadas num sentido determinado (horário ou anti-horário), em torno de um circuito fechado é nula.

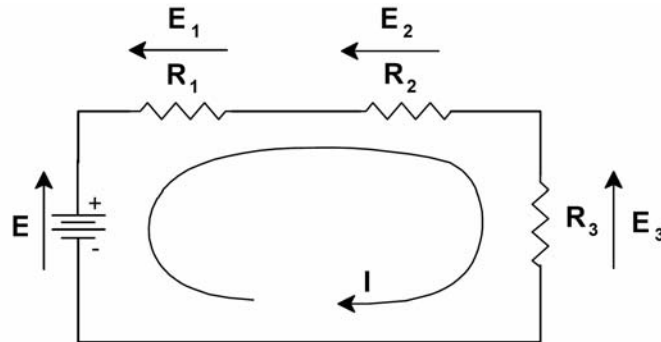


Figura 2-19 – Circuito para exemplificação da lei das voltagens de Kirchhoff.

Convenção: todas as tensões que estão no sentido da corrente são positivas.

$$E - E_1 - E_2 - E_3 = 0$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

Utilizando-se a lei de Kirchhoff.

$$E = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I$$

$$E = (R_1 + R_2 + R_3) I$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow \text{Resistência Equivalente}$$

Para cálculo da corrente deve-se fazer o seguinte: $I = \frac{E}{R_e}$.

Portanto para solucionar um circuito usando a Lei das Voltagens de Kirchhoff, basta adotar os seguintes procedimentos.

- adotar correntes de malhas que circulam pelo circuito: por questão de uniformidade, será adotada correntes de malhas circulando no sentido horário;
- entende-se por malha, todo circuito fechado de corrente;
- tirar equações de malha, no sentido da corrente de malha, sendo que, ao tirar cada equação de malha, será adotada como positivas as fontes de tensão que contribuírem com a corrente daquela malha (injetarem corrente no sentido da corrente de malha) e como negativas aquelas que se oporem à corrente de malha (injetarem corrente no sentido contrário à corrente de malha). As tensões nos resistores serão sempre negativas, por se tratarem de quedas de tensão
- quando se for determinar a queda de tensão num resistor que é percorrido simultaneamente por duas correntes de malha (em sentidos opostos), a corrente que irá ser multiplicada pelo resistor para se determinar a queda de tensão neste, será a diferença das duas correntes, sendo que a corrente da malha da qual se tira a equação de malha é *positiva* e a outra corrente consequentemente será negativa;
- uma vez tirada as equações de cada malha, estas equações irão formar um sistema de equações que será resolvido, obtendo-se assim as correntes de malhas;

- f) a corrente em cada elemento do circuito será então determinada em função das correntes de malha: mesmo sentido, positiva. Sentido contrário, negativo;

EXEMPLO 2-02: Determinar todas as correntes no circuito que segue, usando a Lei das Voltagens de Kirchhoff

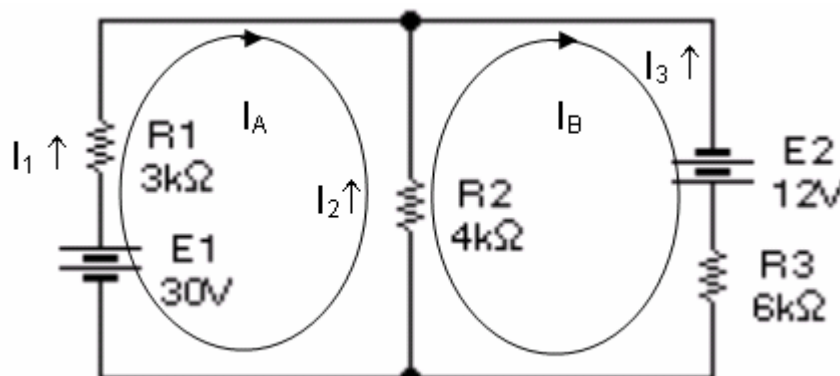


Figura 2-20 – Circuito do exemplo 2-02.

Solução:

Neste exemplo serão seguidos os passos (procedimentos) sugeridos na anteriormente, para aplicação da Lei das Voltagens de Kirchhoff na solução de um circuito, ou seja, o cálculo de suas correntes.

- foram adotadas nas duas malhas A e B, correntes de malha (I_A e I_B) no sentido horários;
- note que as duas correntes de malha percorrem circuitos fechados de corrente;
- tirando as equações de malha:

<i>Malha A:</i>	<i>malha B:</i>
$+ E_1 - R_1 \times I_A - R_2 \times (I_A - I_B) = 0$ $30 - 3I_A - 4(I_A - I_B) = 0$ $30 - 3I_A - 4I_A + 4I_B = 0$ $-7I_A + 4I_B = -30 \quad (A)$	$-R_2 (I_B - I_A) + E_2 - R_3 \times I_B$ $-4(I_B - I_A) + 12 - 6I_B = 0$ $-4I_B + 4I_A + 12 - 6I_B = 0$ $4I_A - 10I_B = -12 \quad (B)$

- perceba que na equação da malha A, a corrente no resistor R_2 foi $(I_A - I_B)$. Já na malha B, a corrente no mesmo resistor R_2 resultou $(I_B - I_A)$; portanto, será positiva a corrente da malha da qual se tira a equação de malha.
- resolvendo o sistema de equações, usando determinantes

A equação matricial de um sistema de equações será dada por:

$$[\text{matriz dos coeficientes}] \times [\text{matriz das variáveis}] = [\text{matriz das constantes}]$$

A saber:

matriz dos coeficientes → matriz dos coeficientes que multiplicam as variáveis nas equações das malhas. Observe que nesta matriz, os coeficientes entram na matriz na mesma posição que estão na equação de malha;

matriz das variáveis → é uma matriz de uma coluna pelo número de linhas que forem as correntes de malha. No caso do Exemplo 2, são duas linhas, pois tem-se duas correntes de malha, I_A e I_B , que no caso são as variáveis a serem determinadas;

matriz das constantes → as constantes são os valores depois das igualdades nas equações de malha. Em termos práticos, numa equação de malha, a constante depois da igualdade equivale ao somatório de tensões na malha.

$$\begin{cases} -7I_A + 4I_B = -30 \\ 4I_A - 10I_B = -12 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Equação} \\ \text{matricial} \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c|c} \begin{array}{cc} -7 & 4 \\ 4 & -10 \end{array} & \begin{array}{c} I_A \\ I_B \end{array} & \begin{array}{c} \\ \times \end{array} & \begin{array}{c} -30 \\ -12 \end{array} \end{array}$$

The diagram illustrates the components of the matrix equation. Three ovals are shown: 'matriz dos coeficientes' (matrix of coefficients), 'matriz das variáveis' (matrix of variables), and 'matriz das constantes' (matrix of constants). Arrows point from these ovals to the corresponding parts of the matrix equation: the coefficient matrix to the coefficient matrix, the variable matrix to the variable matrix, and the constant matrix to the constant matrix.

Agora para resolver este sistema de equações por determinantes, adota-se a seguinte solução:

$$I_A = \frac{\Delta A}{\Delta} \quad I_B = \frac{\Delta B}{\Delta}$$

Resolvendo as matrizes temos:

$$I_A = 6,444mA$$

$$I_B = 3,778mA$$

f) Uma vez calculados os valores das correntes de malha I_A e I_B , as correntes em cada componente do circuito deverá ser expressa em função das correntes de malha.

g)

$$I_1 = I_A$$

$$I_A = 6,444mA$$

$$I_2 = -I_A + I_B$$

$$I_2 = -2,666mA$$

$$I_3 = -I_B$$

$$I_3 = -3,778mA$$

Este exemplo foi resolvido por sistema de determinantes, mas poderia ser resolvido por adição de polinômios ou substituição de variáveis.

2.8.2. Lei das correntes de Kirchhoff

A lei das correntes de Kirchhoff enuncia que "A soma das correntes que chegam a um nó é igual a soma das correntes que saem deste mesmo nó". Entende-se por nó, ou ponto elétrico, é a intersecção de dois ou mais ramos, ou seja, todo ponto de derivação da corrente.

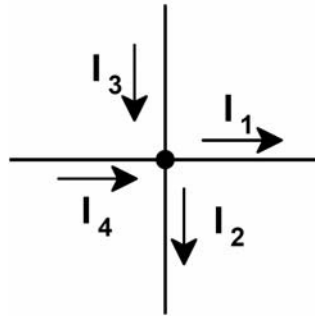


Figura 2-21 – Representação da lei das correntes de Kirchhoff.

Convenção: As correntes que entram em um nó são consideradas como sendo positivas e as que saem são consideradas como sendo negativas.

$$-I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

A seguir é listado um procedimento prático para a aplicação da Lei das Correntes de Kirchhoff no cálculo de correntes num circuito qualquer.

Procedimento:

- identificar no circuito a ser analisado, todos os nós destes, aterrando (potencial = 0) um deles, que será tomado como referência de potencial para os demais nós;
- aplicar em cada nó não aterrado, a Lei das Correntes de Kirchhoff, tirando assim para cada nó uma equação;
- após tirar as equações de nós para todos os nós não aterrados, obter uma expressão de corrente para cada uma das correntes citadas nas equações dos nós;

Obs: A expressão de cada corrente será obtida a partir do fato de que uma corrente circula sempre de um nó para outro, e mais, do nó de potencial maior (de onde ela sai) para um nó de potencial menor (onde ela chega).

Assim sendo, esta corrente deve ser expressa por:

$$I_N = \frac{\text{Potencial de onde sai} - \text{Potencial de onde chega} \pm \text{Fontes}}{\text{Resistor entre os nós}}$$

onde:

$I_N \rightarrow$ corrente num resistor qualquer, por exemplo I_5 , que seria corrente no resistor R_5 ;

Potencial de onde sai \rightarrow Potencial do nó (p.ex. E_A , E_B , etc...) de onde a corrente está saindo;

Potencial de onde chega \rightarrow Potencial do nó onde a corrente chega, lembrando sempre que a corrente sempre circulará de um nó para outro;

\pm Fonte(s) \rightarrow se a fonte contribuir com a corrente, usar sinal +, caso contrário, usar o sinal - ;

Resistor entre os nós \rightarrow resistor de onde está se tirando a expressão de corrente.

- d) substituir as expressões de corrente (obtidas no item C) nas equações de nós, obtidas ítem b), obtendo uma equação em cada nó não aterrado, formando assim um sistema de equações onde as variáveis serão os potenciais dos nós (E_A , E_B , ...). Resolver este sistema de equações, obtendo o potencial dos nós.

Obs.: caso tenha somente um nó não aterrado, ao invés de um sistema de equações ter-ser-à uma única equação, que deverá resolvida de imediato.

- e) uma vez obtidos os valores dos potenciais dos nós no ítem anterior, substituir estes valores de potenciais nas expressões de correntes, expressões estas obtidas no ítem C)

EXEMPLO 2-03- Determinar no circuito abaixo, todas as correntes indicadas, usando a Lei das Correntes de Kirchhoff. (Observe que o circuito corresponde ao exemplo para lei das tensões de Kirchhoff, e portanto, os resultados deverão ser os mesmos obtidos quando da solução daquele exemplo).

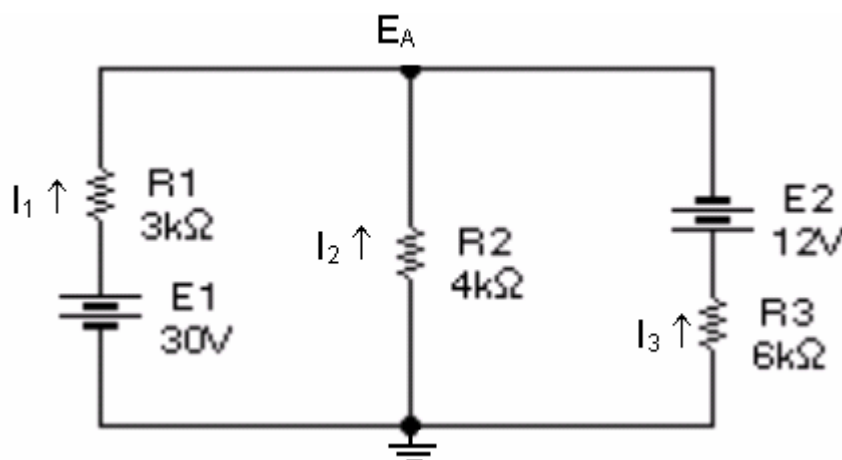


Figura 2-22 – Circuito do exemplo 2-03

Solução:

Para determinar as correntes indicadas usando a Lei das Correntes de Kirchhoff, será seguido o procedimento prático sugerido para tal. Isto será feito ítem por ítem, conforme segue

- a) o circuito apresenta 2 nós, um na parte superior e outro na parte inferior, sendo este último escolhido para ser aterrado. O outro nó será identificado por A, tendo portanto potencial E_A ;
- b) aplicando a Lei das Correntes de Kirchhoff para o nó A tem-se;

$$\sum \text{Correntes que chegam} = \sum \text{Correntes que saem}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

c) para determinar cada corrente, usar a expressão abaixo:

$$I_N = \frac{\text{Potencial de onde sai} - \text{Potencial de onde chega} \pm \text{Fontes}}{\text{Resistor entre os nós}}$$

$$I_1 = \frac{0 + E_1 - E_a}{R_1} \rightarrow I_1 = \frac{30 - E_a}{3}$$

$$I_2 = \frac{0 - E_a}{R_2} \rightarrow I_2 = \frac{-E_a}{4}$$

$$I_3 = \frac{0 - E_2 - E_a}{R_3} \rightarrow I_3 = \frac{-12 - E_a}{6}$$

d) substituindo as expressões de corrente obtidas no item anterior na equação do nó A, obtida no item b), tem-se:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\left(\frac{30 - E_a}{3} \right) + \left(\frac{-E_a}{4} \right) + \left(\frac{-12 - E_a}{6} \right) = 0$$

Obs.: para se resolver esta expressão, ao invés de tirar o mínimo, adote o mínimo como sendo o produto de todos os denominadores, no caso, $3 \times 4 \times 6 = 72$. Assim:

$$E_a = 10,667V$$

$$I_1 = 6,444mA$$

$$I_2 = -2,667mA$$

$$I_3 = -3,778mA$$

3

3. Magnetismo e Eletromagnetismo

A história do magnetismo começou, aparentemente, com um mineral chamado magnetita (Fe_3O_4), talvez a primeira substância com propriedades magnéticas conhecida pelo homem. Sua história anterior é obscura, mas sua capacidade de atrair ferro já era conhecida vários séculos antes de Cristo. A magnetita está amplamente distribuída. No mundo antigo, os depósitos mais abundantes ocorriam na região chamada Magnésia, localizada no que é hoje a Turquia, e a palavra magneto é derivada de uma similar grega, que se diz ter vindo do nome dessa região.

No século III a. C., adivinhadores chineses da sorte operavam com duas placas, uma sobre a outra. A placa superior representava o céu e girava num pivô colocado sobre a placa inferior, que simbolizava a Terra. Além disso, na placa superior estava representada a constelação da Ursa Maior, que, para um observador fixo na Terra, gira, no céu, ao redor do eixo Norte-Sul. O adivinho atirava contra as placas algumas peças de magnetita, que simbolizavam vários objetos, e de suas posições o futuro era deduzido. Uma das peças simbolizava a constelação da Ursa Maior e tinha a forma de uma colher. Com o tempo, colheres rotativas substituíram toda a placa superior e como essas colheres sempre se orientavam na direção Norte-Sul, os adivinhos se convenceram de que eram verdadeiramente objetos mágicos. Essa é, na verdade, a essência da bússola magnética, que se tornou um objeto familiar já no século I d. C. No século VI, os chineses descobriram que pequenas agulhas de ferro podiam ser magnetizadas caso fossem esfregadas com um pedaço de magnetita. Como a utilização da agulha magnética trouxe maior precisão na observação das direções magnéticas, os chineses também descobriram que o Norte e o Sul magnéticos não coincidiam com o Norte e o Sul geográficos, descoberta que só foi feita no Ocidente após mais de setecentos anos.



Figura 3-01 – Representação do campo magnético da terra .

Ainda mais tarde os chineses perceberam que era possível magnetizar o ferro aquecendo-o ao rubro e deixando-o esfriar estendido na direção Sul-Norte. No século XII, a bússola magnética era comum nos navios chineses. No Ocidente, o seu uso se iniciou pelo menos cem anos depois.

O primeiro a escrever sobre o magnetismo no Ocidente foi Peter Peregrinus, que exercia, ao que parece, as funções de engenheiro militar no exército do rei da Sicília, no século XIII. Peregrinus escreveu um tratado datado de 1269 onde, além de descrever a magnetita e suas propriedades, definia a propriedade do imã de apontar sempre para o Norte, mencionava pela primeira vez o termo pólo magnético e explicava como um imã, quando partido em dois, se transformava em dois imãs. O tratado de Peregrinus continha, ainda, uma tentativa de aplicar a força magnética para gerar um movimento perpétuo e uma menção da declinação magnética, isto é, do fato de o imã apontar para o norte magnético e não para o Norte geográfico.

O segundo a escrever sobre esse assunto no Ocidente foi o fabricante de instrumentos inglês Robert Norman, cujo livro apareceu em 1581 contendo um pequeno discurso sobre imãs e uma descrição da inclinação magnética, isto é, da inclinação da agulha magnética em relação à horizontal, que difere de um lugar para outro. Mas o trabalho mais significativo desse tempo e o mais completo desde a época de Peter Peregrinus foi o livro *De Magnete*, publicado em Londres, em 1600, por William Gilbert, que exercia, na época, a função de médico da rainha Elizabeth I da Inglaterra. O livro discutia a bússola magnética, o comportamento do imã propriamente dito, com suas propriedades de atração e repulsão, a distinção entre a ação magnética e a ação (elétrica) do âmbar e o envolvimento de cada imã por uma “órbita invisível de virtude”, que afetava qualquer pedaço de ferro que fosse colocado em sua vizinhança. O livro discutia, também, como um imã de forma esférica poderia desempenhar o papel da Terra e com o auxílio de pequenos imãs, demonstrava o comportamento daquilo que hoje chamamos de campo magnético terrestre, explicando a propriedade da agulha da bússola de sempre apontar para o Norte ou para o Sul, a declinação magnética e a inclinação magnética.

Por mais de um século e meio depois de Gilbert, nenhuma descoberta de importância fundamental foi realizada, embora houvessem muitos melhoramentos práticos na construção de magnetos. Assim, no século XVIII construíram-se muitos magnetos compostos de ferro, formados de muitas lâminas de ferro magnetizadas presas juntas, que levantavam corpos de ferro com pesos de até 28 vezes seus próprios pesos. Isso é mais notável quando observamos que existia um único modo de fazer magnetos naquela época: o ferro ou o aço tinham que ser esfregados com um imã ou com outro magneto que por sua vez tinha que ter sido esfregado com imã.

No século XIX, o professor dinamarquês Hans Christian Oersted conseguiu provar experimentalmente (em 1820) que quando uma corrente elétrica passava ao longo de um fio aparecia um campo magnético. André-Marie Ampère, na França, entre 1821 e 1825, esclareceu o efeito de um fio condutor percorrido por uma corrente elétrica sobre um imã e o efeito oposto, de um imã sobre um fio condutor percorrido por uma corrente elétrica e, além disso, para explicar as propriedades magnéticas dos imãs permanentes, postulou a existência de “moléculas” magnéticas nas quais uma corrente circulava permanentemente.

A pesquisa em materiais com propriedades magnéticas começou, pode-se dizer, com a invenção do eletromagneto, em 1825, uma vez que com ele se tornou possível obter campos magnéticos muito mais intensos do que aqueles produzidos por imãs ou magnetos feitos com imãs. Nos anos seguintes, Michael Faraday, na Inglaterra, iniciou suas pesquisas argumentando que se um fio condutor percorrido por uma corrente elétrica produzia efeitos magnéticos, como Ampère tinha demonstrado, o inverso poderia ser verdadeiro, isto é, um efeito magnético poderia produzir uma corrente

elétrica num fio condutor. Para testar essa hipótese, Faraday enrolou duas espiras de fio num anel de ferro, uma ligada a uma bateria e a outra, ligada a um medidor de corrente elétrica, verificando a existência, na segunda espira, de uma corrente temporária quando ligava e desligava a bateria. Noutra experiência, Faraday usou uma espira enrolada em uma haste de ferro e dois ímãs em forma de barra para demonstrar que os ímãs, por si sós, podiam produzir uma corrente.

A partir de experiências como essas desenvolvidas por Faraday, começaram a ser desenvolvidos os motores elétricos e os geradores e, a partir daí, os bondes e os trens elétricos, a geração de eletricidade para uso público, o telégrafo elétrico e o telefone fixo.

Para explicar como a eletricidade e o magnetismo podiam afetar um ao outro no espaço vazio, Faraday propôs, pela primeira vez na Física, a idéia de um campo, imaginando linhas de força magnética tanto mais próximas umas das outras quanto mais intenso era esse campo e supondo que essas linhas tendiam a se encurtar sempre que possível e a se repelir mutuamente. Mais tarde, em 1837, Faraday introduziu também a idéia de um campo elétrico com as correspondentes linhas de força elétrica.

Uma análise matemática completa dos fenômenos elétricos e magnéticos, unificando-os sob um mesmo arcabouço matemático, apareceu em 1873, quando o escocês James Clerk Maxwell publicou seu Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo. As leis do Eletromagnetismo, expressas pelas equações de Maxwell, desempenham, aqui, o mesmo papel que as três leis do movimento e a lei da gravitação universal, de Newton, desempenham na Mecânica. Assim, para aqueles que trabalhavam em Física no início do século XX, parecia que as leis básicas que descreviam os fenômenos onde tomavam parte campos elétricos e magnéticos estavam estabelecidas de uma vez para sempre, faltando, quando muito, encontrar as soluções das equações para este ou aquele caso ou melhorar a precisão das soluções já encontradas para outros casos. Mas, a partir desse início de século, a teoria que descrevia os fenômenos eletromagnéticos teve um desenvolvimento substancial, do mesmo modo que a Mecânica, pela adição das idéias quânticas, e aqueles que trabalham em Física passaram a ser mais cautelosos quanto a seus juízos sobre o caráter consumado de uma ou outra área de conhecimento. Toda ciência cujo desenvolvimento se acha bastante avançado deve formular não apenas os princípios básicos sobre os quais se estabelece, mas também, os limites de validade desses mesmos princípios. O Eletromagnetismo e a Mecânica Quântica formam a base do entendimento da estrutura e das propriedades das substâncias que nos rodeiam e dos fenômenos em que tomam parte, desde que não se chegue ao interior dos átomos. Então, não se precisa modificar as leis do Eletromagnetismo, como descritas pelas equações de Maxwell.

O conceito fundamental do Eletromagnetismo é o de campo eletromagnético. O campo eletromagnético independente do tempo se separa em dois, muito diferentes, o campo elétrico e o campo magnético. Na verdade, um campo eletromagnético dependente do tempo não é senão a unidade dos campos elétrico e magnético. Em uma onda eletromagnética, por exemplo, a variação no tempo do campo elétrico origina um campo magnético, e a variação no tempo do campo magnético, por sua vez, origina um campo elétrico, e assim, sucessivamente. Desse modo, analogamente ao que acontece no caso de um pêndulo, em que a energia cinética aumenta enquanto que a energia potencial diminui, e vice-versa, enquanto as oscilações se sucedem, na radiação eletromagnética, a energia passa do campo elétrico para o campo magnético e deste para aquele, enquanto a onda se propaga no espaço.

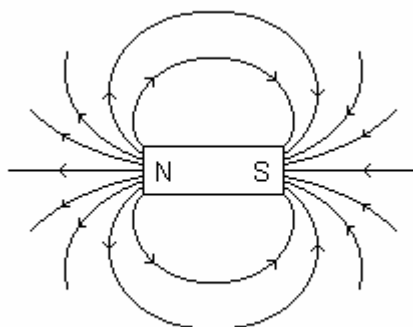


Figura 3-02 – Representação do campo magnético de um ímã

O campo eletromagnético pode ser percebido pelo homem somente no caso em que os campos elétricos e magnéticos oscilam com frequências muito altas, entre 4×10^{14} Hz e $7,5 \times 10^{14}$ Hz, quando, então, são percebidos através dos olhos como luz. Os campos estáticos, tanto o elétrico quanto o magnético, não podem ser percebidos pelo homem. Algumas espécies animais percebem esses campos como, por exemplo, as aves migratórias, que traçam suas rotas a partir do campo magnético terrestre.

3.1. Magnetismo

3.1.1. Ímã

Independentemente da forma, quando se aproxima um ímã de outro, eles podem tanto atrair-se como repelirem-se. Esse comportamento é devido ao efeito magnético que apresentam sendo mais intenso nas proximidades das extremidades, razão pela qual elas são denominadas de pólos magnéticos. A possibilidade de atração ou de repulsão entre dois pólos, indica a existência de dois tipos diferentes de pólos magnéticos, denominados de pólo norte e pólo sul. A atração entre os ímãs ocorre quando se aproximam dois pólos diferentes e a repulsão ocorre na aproximação de dois pólos iguais.

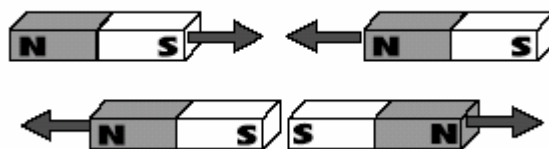


Figura 3-03 – Representação das forças de atração e repulsão dos ímãs

A atração ou a repulsão entre ímãs é resultado da ação de uma força de natureza magnética e ocorre independente do contato entre eles, isto é, ocorre a distância. O mesmo se pode observar na aproximação do ímã com a bússola. Isso evidencia a existência de um campo magnético em torno do ímã, criado por ele. A agulha de uma

bússola, que é imantada, tem sensibilidade de detectar campos magnéticos criados por ímãs e, por isso, alteram sua posição inicial para se alinhar ao campo magnético detectado. Ela é usada para orientação justamente pelo fato de que sua agulha, fica alinhada ao campo magnético terrestre que apresenta praticamente a direção norte-sul geográfica.

O mapeamento do campo magnético produzido por um ímã nas suas proximidades pode ser feito com o auxílio de uma bússola. Esse mapa (fig. 3-04) nos permite "visualizar" o campo magnético.

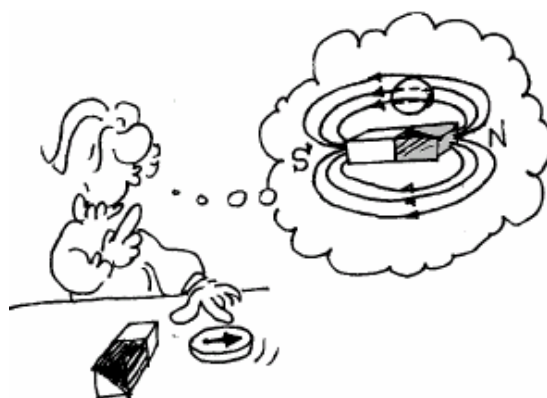


Figura 3-04 – Mapeamento do campo magnético de um ímã

Se a um pólo de um ímã aproxima-se um pedaço de ferro, ou outro material magnético, esse adquire, logo, as propriedades magnéticas. Explica-se este fenômeno dizendo-se que o pedaço de ferro fica magnetizado por indução pelo ímã preexistente, o qual é chamado ímã indutor, e o novo ímã formado, enquanto fica sob a influência do primeiro, constitui o ímã induzido. O fenômeno da indução magnética demonstra, então, que as forças magnéticas agem sempre entre corpos magnetizados.

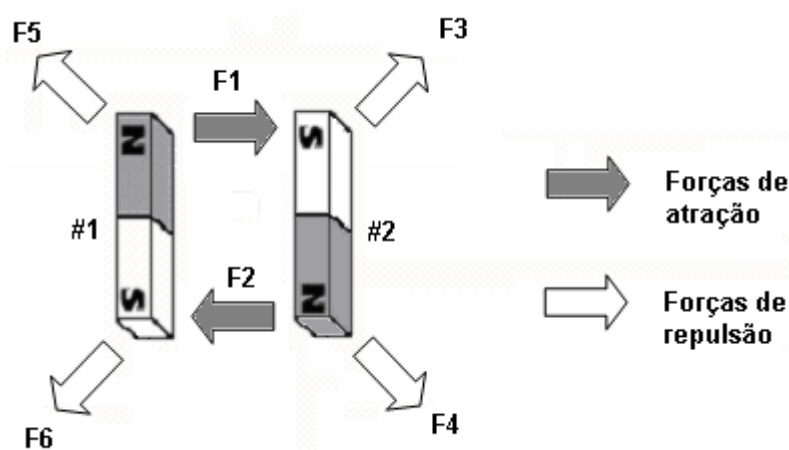


Figura 3-05 – Forças presentes em dois ímãs paralelos

Na figura 3-05 verifica-se que da mesma forma que existem forças de atração entre os pólos N (norte) e S (sul), existem forças de repulsão presentes entre N-N e S-S. No mínimo deve-se considerar, no mínimo, quatro forças (F1, F2, F3 e F4), sendo muito difícil a determinação do ponto de aplicação.

3.1.2. Ímãs Elementares

Experiências demonstram que as ações magnéticas são exercidas entre as extremidades magnéticas Norte e Sul dos ímãs, as quais são separadas por uma zona neutra. Pode acontecer, em casos mais complexos, que o mesmo corpo magnetizado tenha mais de duas zonas que possuam propriedades magnéticas, mas é absolutamente impossível que um corpo magnetizado apresente as propriedades de uma só extremidade magnética (monopolo magnético), pois que qualquer corpo magnetizado apresenta, no mínimo, duas extremidades magnéticas opostas (dipolo magnético).

Está experimentalmente demonstrado que, subdividindo um corpo magnetizado, obtêm-se sempre pequenos elementos que apresentam as propriedades de um ímã completo, isto é, no mínimo duas extremidades opostas. Assim, por exemplo, se na seção meia 'ab' de uma barra magnetizada, pratica-se um corte transversal (figura XX), numa parte e na outra da seção revelam-se duas extremidades magnéticas S e N, de maneira que as duas porções Ns e nS, em que o ímã inicial foi dividido, se transformam em dois ímãs completos, iguais.

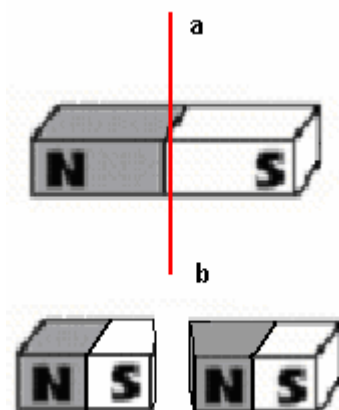


Figura 3-06 – Ímã quebrado

Repetindo a mesma experiência sobre as partes da barra resultante das sucessivas divisões, chega-se sempre ao mesmo resultado. Também, cortando a barra em pedaços infinitamente pequenos, pode-se ver que cada um destes pequenos pedaços possui as características de um ímã completo (figura 3-06).

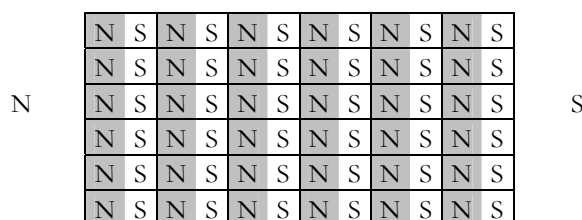


Figura 3-07 – Ímãs elementares

Deve-se, portanto, pensar que todas as infinitas partes de que a matéria se compõe, em qualquer corpo magnetizado, sejam tantos ímãs completos, os quais são chamados de ímãs elementares.

Esta experiência fundamental demonstra que a origem dos fenômenos magnéticos não é localizada nas extremidades magnéticas dos corpos magnetizados, mas deve, pelo contrário, considerar-se distribuída por toda massa dos mesmos.

Isso leva a representar a constituição de um corpo magnetizado como um conjunto de ímãs elementares, infinitamente pequenos, semelhantes, por exemplo, aos átomos ou moléculas da matéria, todos orientados da mesma maneira. Os ímãs elementares são ordenados em conjuntos paralelos, cada um dos quais é formado por uma série destes ímãs ligados com as extremidades opostas, da maneira que grosseiramente indica a figura 3-07. Desenvolvendo este conceito, chegou-se a pensar que os ímãs elementares, antes definidos, existem em todos os corpos que podem ser magnetizados, como uma propriedade conexas à estrutura molecular e atômica da matéria que os constitui. O fenômeno da magnetização teria de ser então interpretado como uma simples orientação destes ímãs elementares inicialmente dispostos sem nenhuma ordem.

3.1.3. Campo magnético

Uma zona no espaço em que os corpos magnetizados tendem a assumir uma orientação fixa e determinada, revelando assim a existência de um campo especial de forças que age somente sobre os corpos magnetizados, constitui um campo magnético.

As forças que um campo magnético exerce sobre os corpos magnetizados, nele imersos, revelam-se aplicadas nas extremidades magnéticas dos mesmos, mas o ponto de aplicação da resultante destas forças não é determinado. Considerando, porém ímãs retilíneos muito compridos e finos pode-se pensar, embora erradamente, que o campo atua sobre cada extremidade do magneto com uma força aplicada no centro da respectiva superfície terminal.

A intensidade do campo magnético é uma grandeza vetorial definida, em cada ponto do campo, como a força que solicita a massa magnética unitária colocada neste ponto.

A intensidade do campo magnético, assim definida, é sempre indicada com H e é medida em Gauss. O gauss é, então, a unidade da intensidade de campo magnético e representa a intensidade de um campo que age sobre massa magnética unitária, com a unidade de força.

As linhas de força de um campo magnético são as linhas que em cada um dos seus pontos tem por tangente a direção do campo, isto é, o vetor H . As linhas de força são também chamadas de linhas de indução.

Se a intensidade de campo H é constante em todos os pontos, em valor, direção e sentido, o campo magnético é uniforme e é representado por meio de um fecho de linhas de forças paralelas equidistantes, munidas de uma flecha que representa o sentido do vetor.

3.1.4. Linhas de um Campo magnético

Para determinar a direção e o sentido do vetor campo magnético em um dado ponto do espaço pode-se usar como indicador a agulha magnética de uma bússola (que, na verdade, é um pequeno ímã permanente), colocando o seu eixo de rotação sobre o ponto considerado (Fig.3-08). A direção do vetor campo magnético é a direção da reta definida pela agulha e o sentido do vetor campo magnético é do polo S ao polo N da agulha. Para determinar a configuração do campo numa dada região do espaço deve-se repetir esse procedimento em muitos pontos dessa região, o que pode demandar muito tempo.

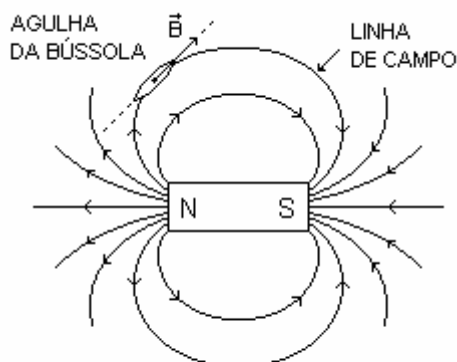


Figura 3-08 – Mapeamento do ímã permanente

Um modo pictórico de representar a configuração de um campo magnético é através das linhas de campo. As linhas de campo associadas a um dado campo magnético são desenhadas obedecendo às seguintes convenções:

- 1) Toda linha de campo magnético é contínua e fechada, saindo do polo N e chegando ao polo S por fora do ímã e saindo do polo S e chegando ao polo N por dentro do ímã.
- 2) Apenas uma linha de campo passa por um dado ponto do espaço e essa linha é tangente ao vetor campo magnético nesse ponto.
- 3) O número de linhas de campo que atravessam uma superfície de área unitária e perpendicular a essas linhas é proporcional à intensidade do campo magnético local.

3.1.5. Fluxo de força ou de indução

Nos campos magnéticos, chama-se fluxo de indução ou de força, ou também simplesmente fluxo que atravessa uma superfície, o produto da intensidade de campo H pela projeção da mencionada superfície sobre o plano normal ao vetor H . Assim, por exemplo, o fluxo que atravessa a superfície S , indicada pela figura 3-09, é dado por:

$$\phi = S_n \cdot H$$

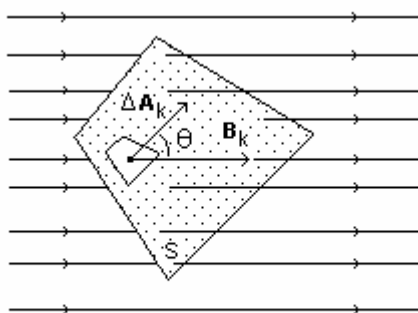


Figura 3-09 – Fluxo que atravessa uma superfície

S_n representa a projeção da superfície S sobre o plano perpendicular a H e resulta igual a: $S_n = S \cdot \cos \alpha$. O vetor de fluxo é expresso por:

$$\phi = S_n \cdot H \cdot \cos \alpha$$

Se nesta relação põe-se $H=1$ gauss, $S=1 \text{ cm}^2$ e $\cos \alpha=1$, obtem-se $\Phi=1$. Fica, assim, definida a unidade de fluxo, que é denominada maxwell (M). A unidade de fluxo de indução representa o fluxo que atravessa um elemento de superfície plana, cuja área é 1 cm^2 , colocada normalmente ($\cos \alpha=1$) às linhas de força de um campo magnético uniforme, com a intensidade de 1 gauss.

3.2. Eletromagnetismo

3.2.1. Campo magnético produzido por corrente elétrica

O físico dinamarquês OERSTED deduziu por sua experiência que no espaço que circunda um condutor percorrido por corrente, existe um campo magnético revelado pela ação orientadora exercida sobre uma agulha magnética, livremente suspensa na proximidade do condutor.

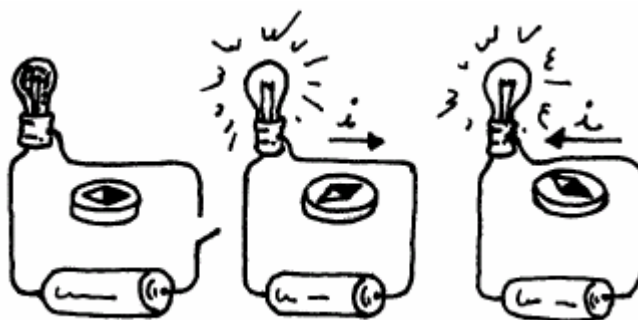


Figura 3-10 – Experiência de OERSTED

O campo magnético gera-se no momento em que se estabelece a corrente e acaba quando está é interrompida; o sentido da orientação desse campo, conforme foi observado pelo desvio da agulha, depende do sentido da corrente.

Observando a orientação que a agulha toma em cada ponto, podemos traçar o vetor B que representa o campo magnético, criado pelo condutor, naqueles pontos. Assim, a experiência nos mostra que a corrente no fio cria um campo magnético cujas linhas de indução "envolvem" o condutor, apresentando uma forma circular, com centro sobre ele. É fácil perceber que podemos traçar várias linhas de indução para representar o campo magnético a diversas distâncias do condutor.

Quando o sentido da corrente no condutor é invertido, podemos observar que, nestas condições, as linhas de indução continuam com a mesma forma, porém o sentido de B se inverte.

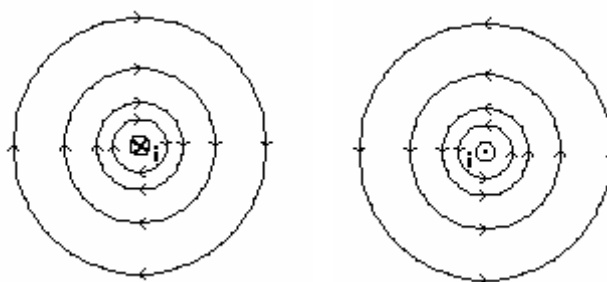


Figura 3-11 – Sentido do campo em um condutor

Uma regra prática, muito usada, comumente denominada "regra da mão direita", nos permite facilmente obter o sentido do campo magnético em torno do fio: Dispondo o polegar da mão direita ao longo do condutor, no sentido da corrente, e os demais dedos envolvendo o condutor, estes dedos nos indicarão o sentido das linhas de indução.

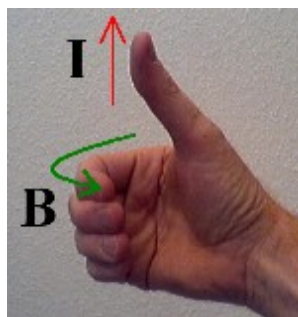


Figura 3-12 – Regra da mão direita

3.2.2. Espira

Imagine-se, agora, curvar um condutor percorrido por corrente, até formar uma espira conforme figura ao lado. É fácil compreender qual será a distribuição das linhas de força do campo magnético produzido considerando-se cada elemento infinitesimal do condutor da espira como sendo retilíneo, e o qual podem ser aplicados diretamente os princípios antes mencionados. Aplicando a regra da mão direita, pode-se ver que eles exercem ações magnéticas igualmente dirigidas em todos os pontos internos da espira, onde são dirigidos para direita. No interior da

espira, sendo as ações magnéticas concordes, seus efeitos somam-se. A figura 3-13 mostra a distribuição das linhas de força num plano diametral da espira, que pode ser experimentalmente reproduzido por meio do espectro magnético.

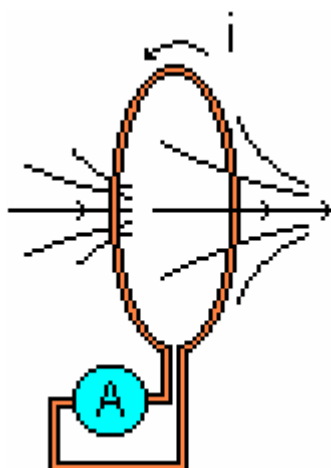


Figura 3-13 – Fluxo em uma espira

3.2.3. Solenóide

Uma vez examinada a distribuição das linhas de força do campo magnético produzido por uma espira circular pode-se analisar o campo magnético de sistemas mais complexos.

Particularmente interessante entre estes é o solenóide, o qual é composto por um sistema de circuitos circulares planos, iguais, próximos um do outro, coaxiais, percorridos por correntes de igual intensidade. A linha que une os centros dos vários circuitos constitui o eixo do solenóide.

Considere-se, por exemplo, o caso mais simples, que é constituído pelo solenóide retilíneo, indicado na figura 3-14.

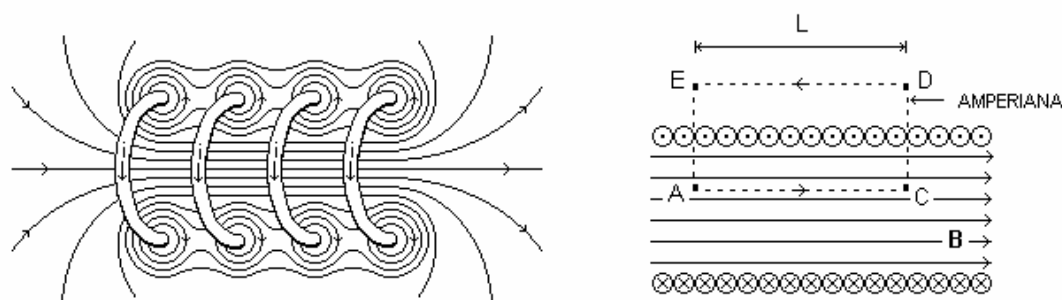


Figura 3-14 – Campo magnético em um solenóide

Se o sentido das correntes, de igual intensidade, que atravessam os circuitos é o indicado na figura, o campo magnético, por elas produzido, é dirigido no sentido B em todos os pontos internos do solenóide.

Compreende-se que o solenóide percorrido por corrente comporta-se como um ímã.

No interior do solenóide existe um feixe de linhas de forças paralelas que saindo de uma das extremidades voltam para entrar na extremidade oposta. O eixo do solenóide é a única linha de força retilínea que se fecha no infinito.

A intensidade do campo magnético produzido por um solenóide é dado pela fórmula:

$$H = \frac{4.\pi}{10} \cdot \frac{N.I}{l}$$

onde:

N - Número de espiras

I - Corrente que circula pelo solenóide

l - comprimento do condutor do solenóide

3.2.4. Indução magnética

Imergindo-se um corpo de material magnético num campo, este corpo magnetiza-se e portando cria um campo próprio, que somando-se com o inicial constitui um campo resultante único, cujos efeitos serão mais acentuados de que os do campo inicial.

Assim sendo, considera-se, por exemplo, um solenóide fechado, em anel, que produz no seu espaço interno, supondo-se vazio, um campo magnético, cuja intensidade é dada por:

$$H = \frac{4.\pi}{10} \cdot \frac{N.I}{l}$$

onde:

N - Número de espiras

I - Corrente que circula pelo solenóide

l - comprimento do condutor do solenóide

Se neste solenóide introduz-se um anel de ferro, o ferro sob a ação do campo inicial H magnetiza-se e adquire uma determinada intensidade de magnetização J e, portanto, criará um campo magnético cuja intensidade é dada por $H_1 = 4.\pi.J$.

No interior do solenóide existirá um campo resultante da superposição dos dois campos distintos: 1º inicial, criado pela corrente $H = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{NI}{l}$ e o segundo devido a contribuição da matéria magnetizada $H_1 = 4.\pi.J$. A intensidade do campo resultante no interior do solenóide é dada por:

$$B = H + H_1 = H + 4\pi J$$



Figura 3-15 – Superposição do campo magnético em um solenóide e de um material magnético imerso no mesmo

3.2.5. Permeabilidade Magnética

Do que foi observado até agora, evidenciou-se que a imersão de um corpo magnético em um campo magnético H , reforça este, produzindo um campo magnético resultante B , maior que o primeiro. A relação entre B e H , chama-se permeabilidade magnética do material de que é constituído o corpo em exame e a notação para esta grandeza é o μ , sendo

$$\mu = \frac{B}{H}$$

O valor de μ , ou seja, da permeabilidade magnética, é uma grandeza característica de cada material, pois indica a aptidão que um determinado material possui em reforçar um campo magnético inicial sendo

$$B = \mu.H$$

No ar, nos gases e em todos os materiais não amagnéticos em que $B=H$, resulta $\mu=1$.

Nos materiais magnéticos, ao contrário, a permeabilidade alcança valores elevados.

3.2.6. Propriedades magnéticas dos materiais ferromagnéticos

As propriedades magnéticas de cada material estão ligadas à sua estrutura atômica e molecular, por isso variam de um corpo para o outro. Assim, por exemplo, juntando ao ferro, carbono, tungstênio e outros elementos, mesmo em pequenas percentagens, alteram-se consideravelmente suas qualidades magnéticas.

Um determinado corpo pode, entretanto, alterar suas qualidades magnéticas, em consequência de tratamentos físicos a que foi sujeito. Por exemplo, temperando um determinado aço altera-se sua estrutura cristalina e como isso suas qualidades magnéticas. Uma barra de aço alterará suas qualidades magnéticas se for submetida

Verifica-se também que as propriedades magnéticas dos materiais ferromagnéticos enfraquecem com o aumentar da temperatura. Se esta última alcançar 750°C o material perde qualquer traço de magnetização. Este fato é devido à agitação molecular que o calor produz, destruindo a orientação dos ímãs elementares do corpo.

3.2.7. Histerese Magnética

Como a permeabilidade dos materiais magnéticos (alto μ) não é constante e sim uma função de H , a expressão $B = \mu H$, não pode ser calculada. Deve ser obtida experimentalmente, através de curvas levantadas para cada material.

Todo material ferromagnético após ter sido submetido à magnetização, quando não está mais sujeito ao campo externo, não retorna ao seu estado original. Se uma amostra for saturada (ponto 1 da figura 3-16) e depois o for campo removido, se tem o caminho 1 a 2 representando o que irá ocorrer com $B \times H$. A ordenada no ponto 2 é denominada de magnetismo residual (M_r). Se um H positivo crescente for aplicado novamente, tem-se a trajetória 2-3-1. Uma força magnetizante negativa (força coercitiva - F_c) é necessária para trazer a densidade de fluxo até zero (ponto 4). Um grande H negativo produz saturação na direção oposta (ponto 5). Invertendo-se a força magnetizante tem-se a trajetória 5-1.

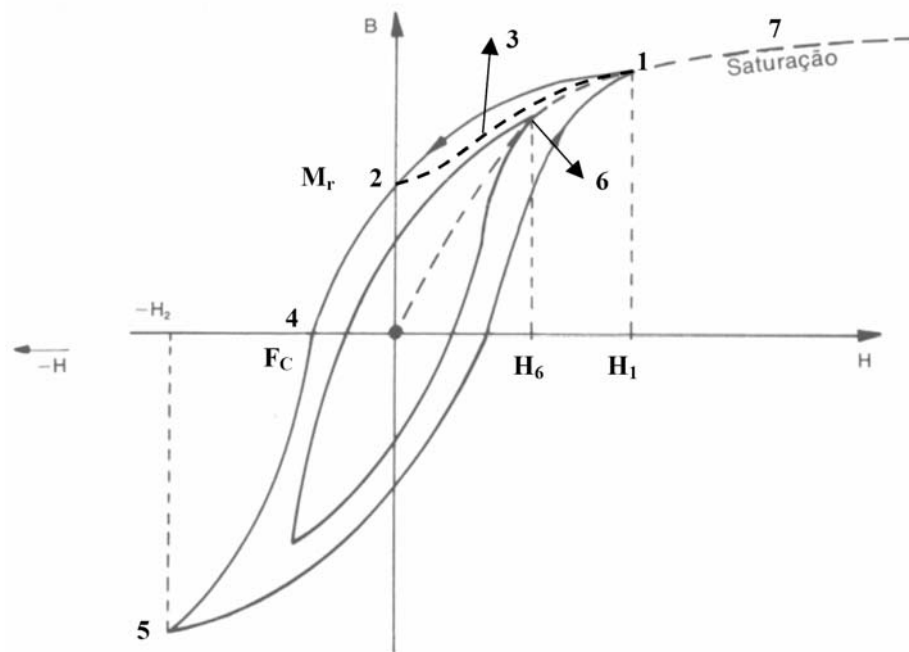


Figura 3-16 – Laço de Histerese

3.2.8. Força produzida por campo magnético e correntes retilíneas

Um fio condutor percorrido por corrente elétrica mergulhado numa região de campo magnético fica sob a ação de uma força que resulta da soma das forças magnéticas que atuam sobre as partículas carregadas em movimento que constituem a corrente (Fig. 3-17). Como $F = q.v.B$, a força magnética sobre uma partícula de carga negativa que se desloca numa direção tem a mesma direção e o mesmo sentido que a força magnética sobre uma partícula de carga positiva que se desloca na direção oposta

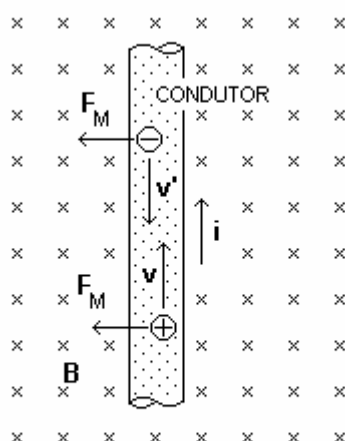


Figura 3-17 – Força produzida em cargas elétricas sob campo magnético

Seja o segmento de comprimento L de um fio condutor por onde circulam n_1 partículas de carga negativa por unidade de volume e n_2 partículas de carga positiva por unidade de volume. Assim, nesse segmento de comprimento L existem n_1LA cargas negativas e n_2LA cargas positivas, se A é a área da seção reta do fio condutor, e a força resultante sobre o segmento tem um módulo:

$$F = (n_1 + n_2).L.A.q.v.B$$

Mas, sendo $J = i / A = (n_1 + n_2)qv$ a densidade de corrente, vem:

$$F = iLB$$

e se \mathbf{L} for um vetor de módulo L e direção e sentido dados pela corrente i , o vetor força resultante sobre o segmento de comprimento L pode ser escrito:

$$\mathbf{F} = i.\mathbf{L}.B$$

Atividade

Com o objetivo de observar o efeito da força magnética sobre um segmento de fio condutor por onde passa uma corrente elétrica pode-se montar um balancinho de

fio condutor que oscila entre os pólos de um ímã (Fig. 3-18). Ao se fechar a chave, aparece no circuito uma corrente elétrica que, no balancinho da figura, vem da direita para a esquerda. O campo magnético do ímã aponta do pólo N para o pólo S, isto é, de cima para baixo na figura. Então, a força magnética sobre o balancinho está direcionada no sentido de puxá-lo para fora da região entre os pólos. Invertendo-se o sentido da corrente elétrica no balancinho, isto é, trocando-se as ligações do fio condutor nos terminais da bateria, ao se fechar a chave a força magnética sobre o balancinho estará direcionada no sentido de empurrá-lo para dentro da região entre os pólos do ímã.

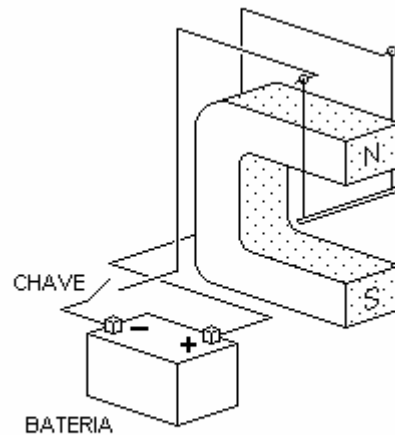


Figura 3-18 – Balancinho com condutor imerso em um campo magnético

A chave deve ficar fechada por um intervalo de tempo pequeno porque, nessa posição, a bateria está em curto.

3.2.9. Torque sobre espira retangular

Seja uma espira retangular ACDEA, percorrida por uma corrente i , mergulhada no campo magnético uniforme \mathbf{B} de um ímã permanente em forma de U (Fig. 3-19). O plano da espira forma um ângulo θ com a direção do campo. Nessas condições, a espira gira ao redor do seu eixo por efeito do torque resultante associado às forças \mathbf{F} e $-\mathbf{F}$

Sobre cada um dos quatro lados da espira existe uma força magnética dada por $\mathbf{F} = i \mathbf{L} \times \mathbf{B}$, onde o vetor \mathbf{L} tem módulo dado pelo comprimento do lado e direção e sentido dados pela corrente. Assim, as forças que atuam sobre os lados CD e EA se cancelam mutuamente e são as forças sobre os outros dois lados que originam o torque resultante sobre a espira. Suponhamos que os lados AC e DE têm comprimento d e os lados CD e EA, comprimento h .

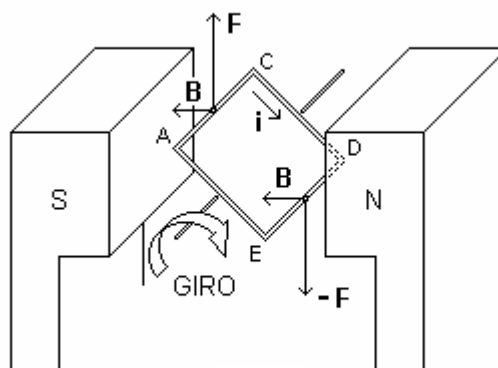


Figura 3-19 – Espira retangular imersa em um campo magnético

Como o torque de uma força \mathbf{F} em relação a um ponto que se encontra a uma distância d do ponto de aplicação da força é dado pela expressão $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{d} \times \mathbf{F}$, e como os torques associados às forças \mathbf{F} e $-\mathbf{F}$ têm a mesma direção e o mesmo sentido (que é a direção do eixo da espira, no sentido de A para C), podemos escrever, para o módulo do torque resultante:

$$\tau = 2 \left(\frac{h}{2} \right) (idB \sin 90^\circ) \sin \theta = i h d B \sin \theta$$

Agora, definindo o vetor momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ por:

$$\boldsymbol{\mu} = i \mathbf{A} \mathbf{n}$$

onde $A = hd$ é a área plana limitada pela espira e \mathbf{n} , o vetor de módulo unitário, direção perpendicular ao plano da espira e sentido dado pelo polegar da mão direita quando os dedos da mesma mão seguem a corrente, vem, para o torque resultante sobre a espira de corrente:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

Atividade

Com o objetivo de discutir o funcionamento de um motor elétrico de corrente contínua pode-se construir um motor com uma pilha, um ímã permanente e fio condutor (Fig.3-20). As partes do fio condutor que são usadas para montar os suportes da bobina devem ter as extremidades desencapadas totalmente para o contato com a pilha e as extremidades da bobina. A parte do fio que é usada para construir a bobina deve formar muitas espiras e as extremidades, dobradas de modo que formem o eixo de rotação. Além disso, uma dessas extremidades deve ser completamente desencapada e a outra, apenas pela metade, de modo que passe corrente na bobina apenas durante metade de uma volta. O motor elétrico de corrente contínua funciona, basicamente, aproveitando o torque sobre a bobina na região de campo magnético.

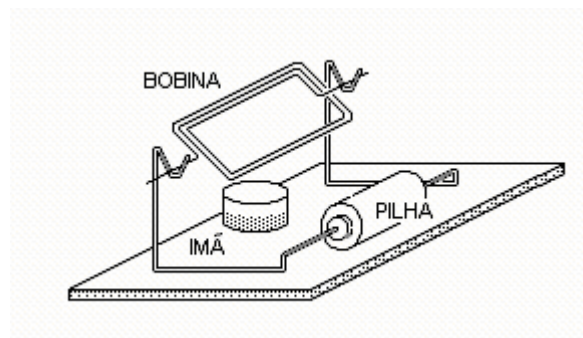


Figura 3-20 – Balancinho com condutor imerso em um campo magnético

3.2.10. Regras práticas para determinar o sentido das forças eletromagnéticas

As regras práticas, de fácil memorização, para a determinação do sentido das forças eletromagnéticas são três, ou sejam:

Regra dos três dedos da mão esquerda – Dispondo o indicador, o polegar e o médio da mão esquerda em ângulo reto entre si, colocando o indicador na direção do campo e o médio na direção da corrente, o polegar indica o sentido da força, conforme figura [3-21]

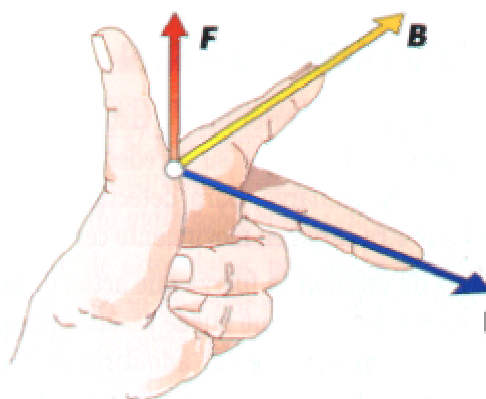


Figura 3-21 – Regra dos três dedos da mão esquerda

Regra da palma da mão esquerda (regra do tapa) – Dispondo a mão esquerda com o polegar aberto e os outros estendidos no sentido da corrente, o sentido da força eletromagnética é indicado pelo polegar, quando a mão é colocada de maneira que a palma seja investida pelas linhas de força.

Regra da deformação do campo – Outra regra de fácil de recordar é a seguinte: Um condutor percorrido por corrente gera um campo magnético de forma circular, cuja orientação pode ser obtida pela regra da mão direita. Se este condutor for imerso num campo magnético uniforme, conforme figura [3-XX], a composição dos dois campos determinará um adensamento e um correspondente enfraquecimento em duas partes distintas do campo, conforme figura [3-YY]. O condutor sofrerá uma força do ponto de intensificação do campo para o ponto de enfraquecimento.

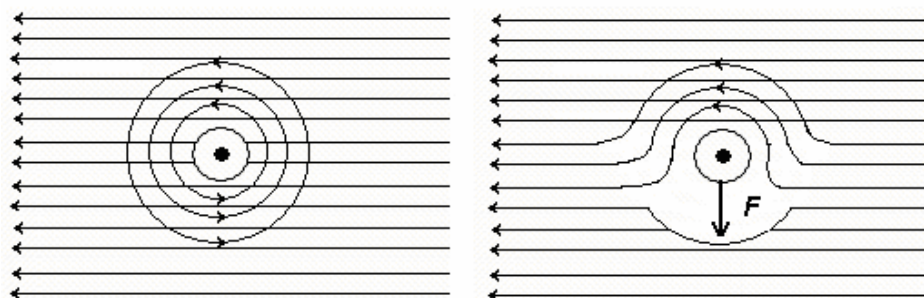


Figura 3-22 – Regra da deformação do campo

3.2.11. Lei de Faraday

O enunciado da lei de Faraday diz: *'Se um circuito elétrico está imerso num campo magnético e sobre ele age-se de maneira a fazer variar o fluxo de indução que atravessa o circuito, gera-se neste uma f.e.m (força eletro-motriz) chamada f.e.m induzida. A corrente que esta f.e.m produz no circuito induzido, se este for fechado, chama-se corrente induzida. O campo magnético, no qual o circuito está imerso, chama-se indutor'..* Matematicamente:

$$\mathcal{E} = - \Delta \phi / \Delta t$$

O sinal negativo que aparece nessa expressão representa matematicamente a lei de Lenz. Esta lei está relacionada ao princípio de conservação da energia, conforme se discute adiante.

Deve-se observar, de passagem, que o nome força eletromotriz, dado a essa grandeza, é mantido por questões históricas. Essa grandeza não representa fisicamente uma força e sim, uma diferença de potencial elétrico. Assim, tem como unidade no SI, o volt (V).

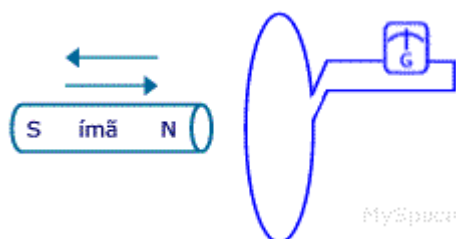


Figura 3-23 – Arranjo da primeira experiência de FARADAY

Atividade

Com o objetivo de estudar a lei de Faraday pode-se mover um ímã permanente em forma de barra em relação a uma espira ligada a um galvanômetro G (Fig. 3-23). Conforme o movimento do ímã em relação à espira, se de aproximação ou afastamento, o sentido da corrente é diferente. E conforme a velocidade relativa, a intensidade da corrente varia: quanto maior a velocidade, maior a intensidade da corrente.

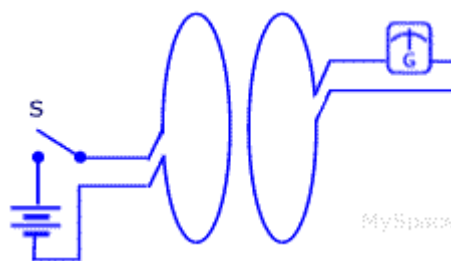


Figura 3-24 – Arranjo para a segunda experiência de FARADAY

Por outro lado, pode-se também, para estudar a lei de Faraday, fazer variar a corrente em uma espira ligada a uma bateria, ligando e desligando uma chave S colocada em série no circuito, e observar a corrente em outra espira próxima, essa ligada a um galvanômetro G (Fig. 3-24). A corrente na segunda espira só aparece nos instantes que se seguem aos atos de ligar e desligar a chave no circuito da primeira espira e, em cada caso, com um sentido diferente. Enquanto a chave no circuito da primeira espira permanecer desligada ou ligada, não aparece corrente na Segunda espira.

Exemplo

Como exemplo de aplicação da lei de Faraday pode-se calcular a fem induzida em uma espira retangular que se movimenta entrando ou saindo, com velocidade constante, de uma região de campo magnético uniforme (Fig. 3-24). A área da parte da espira que está na região de campo magnético é xL e como o campo é uniforme, o fluxo do campo magnético através da superfície limitada pela espira vale:

$$\phi = xLB$$

Agora, levando em conta que L e B são constantes e que $\Delta x / \Delta t = v$, tem-se, para a variação do fluxo no tempo:

$$\Delta\phi / \Delta t = \Delta(xLB) / \Delta t = (\Delta x / \Delta t) LB = vLB$$

e, finalmente, pela lei de Faraday:

$$\varepsilon = vLB$$

Se a espira tem uma resistência R , a corrente induzida é:

$$i = \varepsilon / R = vLB / R$$

Deve-se observar novamente que esta corrente induzida na espira existe apenas em dois intervalos de tempo: enquanto a espira está entrando na região de campo magnético e enquanto está saindo. Apenas durante estes intervalos de tempo o fluxo magnético através da superfície limitada pela espira varia.

Um condutor percorrido por corrente elétrica mergulhado numa região de campo magnético fica sob a ação de uma força dada por $\mathbf{F} = i \mathbf{L} \times \mathbf{B}$. Assim, por efeito da corrente induzida na espira aparecem as forças \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 e \mathbf{F}_M . As duas primeiras se cancelam mutuamente. A terceira é cancelada por uma força externa, necessária para manter a espira com velocidade constante. Como a força \mathbf{F}_M deve se opor à força \mathbf{F}_{EXT} , a corrente induzida na espira pela variação do fluxo magnético deve ter o sentido indicado na Fig.3-24. Esse fato constitui um exemplo particular de aplicação da lei de Lenz.

3.2.12. Lei de Lenz

E enunciado da lei de Lenz, diz: "*A corrente induzida num circuito por efeito do seu deslocamento num campo magnético, tem sempre sentido tal que produz forças eletromagnéticas que se opõem ao deslocamento. O trabalho que se deve empregar, para produzir o deslocamento considerado, contra a ação destas forças que o impedem, é em cada intervalo de tempo perfeitamente equivalente à energia elétrica que se gera naquele intervalo.*". Matematicamente, a lei de Lenz é expressa pelo sinal negativo que aparece na expressão matemática da Lei de Faraday. Para entender o conteúdo da lei de Lenz pode-se considerá-la no contexto da atividade proposta com a lei de Faraday.

Quando um ímã é aproximado de uma espira (Fig.3-25), a corrente induzida que aparece na espira tem o sentido indicado porque, assim, ela gera um campo magnético cujo pólo norte se confronta com o pólo norte do ímã. Os dois pólos se repelem, ou seja, o campo gerado pela corrente induzida na espira se opõe ao movimento do ímã. Quando o ímã é afastado da espira, a corrente induzida tem sentido contrário àquele indicado porque, assim, gera um campo magnético cujo pólo sul se confronta com o pólo norte do ímã. Os dois pólos se atraem, ou seja, o campo gerado pela corrente induzida na espira se opõe ao movimento de afastamento do ímã.

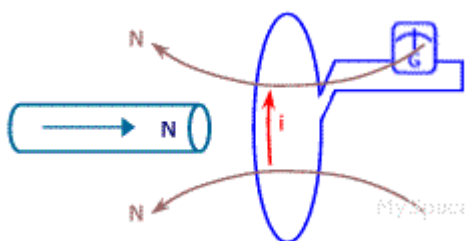


Figura 3-25 – Exemplificação da lei de LENZ

Quando duas bobinas são colocadas frente a frente, não existe corrente em qualquer delas. No instante em que a chave é fechada, aparece uma corrente na correspondente bobina. Então, uma corrente induzida aparece na segunda bobina. Ao se fechar a chave, a corrente da bobina correspondente vai de zero até um certo valor máximo que, a partir daí, permanece constante. Dessa forma, enquanto a corrente está mudando, o campo magnético que ela gera, com pólo norte confrontando a segunda bobina, também está mudando, e o mesmo acontece com o fluxo desse campo através dessa segunda bobina. Então, aparece uma corrente induzida na segunda bobina cujo sentido é tal que o campo magnético que ela gera tende a diminuir o fluxo mencionado, ou seja, apresenta um pólo norte confrontando o pólo norte do campo da primeira bobina. A partir do instante em que a corrente na primeira bobina atinge o seu valor máximo e fica constante, o campo magnético que ela gera também fica constante e também fica constante o fluxo desse campo através da segunda bobina. Nessas condições, não existe

corrente induzida na segunda bobina. Quando a chave é aberta, a corrente na primeira bobina vai do valor máximo dado até zero, a intensidade do campo correspondente diminui e o fluxo desse campo na segunda espira também diminui, de modo que a corrente induzida na segunda bobina tem, agora, sentido contrário, sentido esse que é tal que o campo magnético que a corrente induzida gera se soma àquele, ou seja, apresenta um pólo sul confrontando o pólo norte daquele campo.

O fato expresso na lei de Lenz, de que qualquer corrente induzida tem um efeito que se opõe à causa que a produziu, é uma realização, nesse contexto, do princípio de conservação da energia. Se a corrente induzida atuasse no sentido de favorecer a variação do fluxo magnético que a produziu, o campo magnético da espira (Fig.3-20) teria um pólo sul confrontando o pólo norte do ímã que se aproxima, com o que o ímã seria atraído no sentido da bobina. Se o ímã fosse, então, abandonado, seria acelerado na direção da bobina, aumentando a intensidade da corrente induzida, que geraria um campo cada vez maior que, por sua vez, atrairia o ímã com uma força cada vez maior, e assim sucessivamente, com um aumento cada vez maior na energia cinética do ímã. Se fosse retirada energia do sistema ímã-espira na mesma taxa com que a energia cinética do ímã aumenta, haveria um fornecimento infundável de energia às custas do nada. Um dispositivo que operasse desse modo seria um moto-perpétuo. Tal dispositivo não pode existir porque seria violado o princípio da conservação da energia.

Regra prática para determinar a f.e.m induzida – Dispondo o indicador, o polegar e o médio da mão direita em ângulo reto entre si, colocando o indicador na direção do campo e o médio na direção da corrente, o polegar indica o sentido da força, conforme figura [3-26]

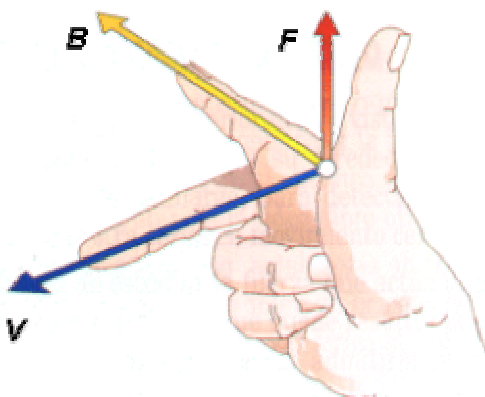


Figura 3-26 – Regra dos três dedos da mão direita

3.3. Gerador Elementar

Um gerador tem, como elementos básicos, um ímã permanente em forma de U, uma espira e um coletor. A espira gira ao redor do seu eixo com velocidade angular constante por alguma causa mecânica, na região de campo magnético entre o pólo N e o pólo S do ímã permanente. O fluxo magnético através da superfície limitada pela espira varia com o tempo.

Pela lei de Faraday, essa variação do fluxo magnético faz aparecer, na espira, uma corrente elétrica induzida. A corrente induzida é alternada (Fig.3-27(a)) ou contínua (Fig.3-27(b)), conforme o tipo de coletor, ou seja, conforme o modo como a espira é ligada ao circuito externo.

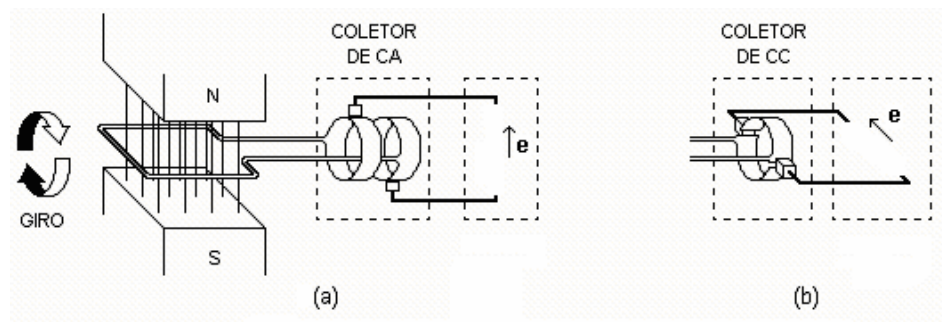


Figura 3-27 – Regra dos três dedos da mão direita

Os geradores industriais, por questões de eficiência, têm, em lugar de uma espira, como no exemplo discutido acima, vários conjuntos de enrolamentos ligados em série e fazendo entre si ângulos constantes, cada enrolamento, por sua vez, sendo constituído por um grande número de espiras. O coletor, nessas condições, deve também ser construído apropriadamente.

A Fig.3-28 representa oito posições sucessivas (a, b, c, d, e, f, g e h) da espira que aparece na Fig.3-27(a), o correspondente gráfico da corrente induzida na espira. Considerando que a espira gira com velocidade angular constante ao redor do seu eixo, pode-se avaliar a variação do fluxo magnético através da espira e o sentido e a intensidade da corrente induzida na espira, para as situações representadas, e, então, convencer-se da validade do gráfico da Fig.3-29.

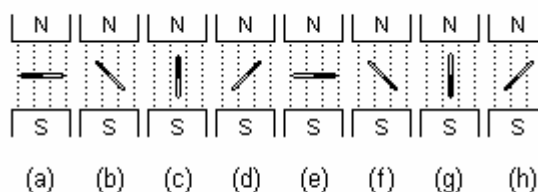


Figura 3-28 – Posições da espira no campo magnético

A tensão induzida em um condutor perpendicular às linhas de força do campo magnético e que se desloca paralelamente com velocidade v numa direção, que forma com o campo um ângulo θ , é dado por:

$$e = 10^{-8} \cdot B \cdot l \cdot v \cdot \sin \theta$$

Para as mesmas posições sucessivas da espira representas na Fig.3-28, mas com o coletor representado na Fig.27(b), o correspondente gráfico da corrente induzida na espira aparece na Fig.3-30. Esta corrente não é uma corrente contínua porque, obviamente, flutua com o tempo. É uma corrente unidirecional, apenas.

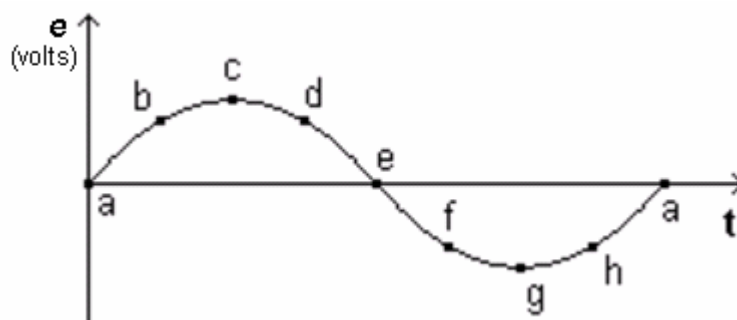


Figura 3-29 – Gráfico da tensão alternada gerada por uma espira girando em um campo magnético

Contudo, pode-se praticamente eliminar as flutuações e conseguir uma corrente praticamente contínua se, em lugar de uma espira, for usado um grande número delas fazendo entre si ângulos constantes, ligadas em série e conectadas convenientemente a um número correspondente de segmentos no coletor. A tensão induzida nas espiras pode ser considerada como a soma das tensões induzidas em cada espira individualmente. Assim, como as espiras fazem um ângulo reto uma com a outra, quando a corrente induzida numa é máxima, a corrente na outra é nula.

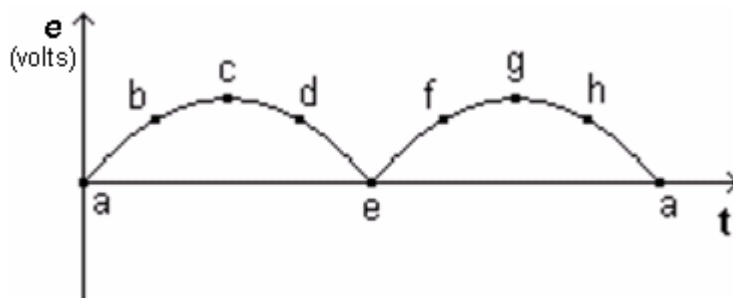


Figura 3-30 – Gráfico da tensão unidirecional gerada por uma espira girando em um campo magnético

4

Sistemas Elétricos C.A

No Capítulo 2 foram apresentados diversos métodos para solucionar circuitos excitados por uma fonte constante de tensão ou corrente. A seguir são introduzidas as características da excitação senoidal bem como uma maneira para trabalhar com circuitos excitados em AC sem necessitar operar com as funções trigonométricas.

4.1. Tensão e corrente senoidal

Uma tensão ou corrente senoidal, varia com o tempo como mostrado na figura [4-01].

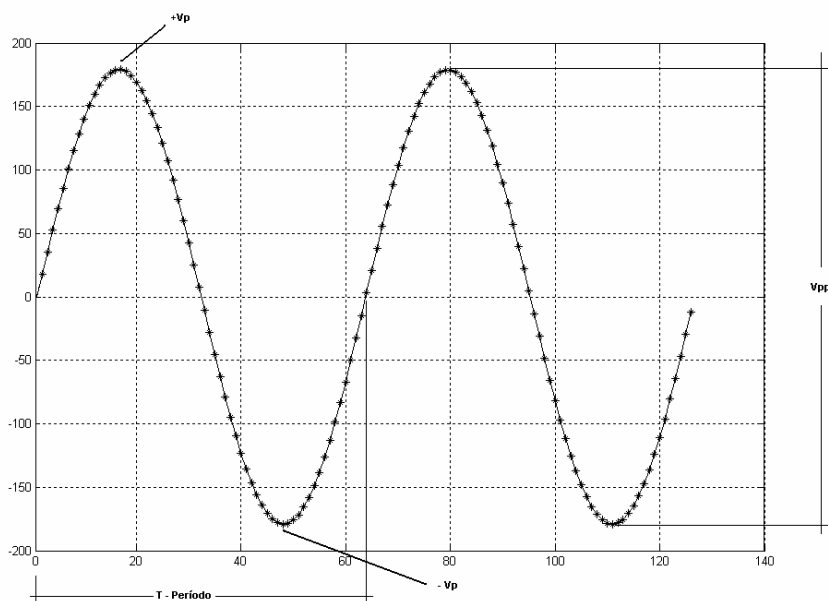


Figura 4-01 – Sinal Senoidal

Em uma onda alternada, os seguintes valores característicos podem ser ressaltados:

- **Valor instantâneo:** Valor em um instante qualquer no tempo;
- **Valor de Pico** (valor máximo): mais alto valor instantâneo de tensão ou corrente em cada ciclo. Pode ser definido para a parte positiva (+Vp) ou negativa (-Vp) da onda;
- **Valor de Pico a Pico:** como o próprio nome diz é o valor entre os picos máximos e mínimos de uma onda. Para uma onda simétrica $V_{pp}=2 V_p$ e para uma onda não simétrica $V_{pp}=|+V_p|+|-V_p|$;

- **Ciclo:** compreende o intervalo onde o sinal apresenta todos os seus possíveis valores;
- **Período(T):** é o tempo necessário para ocorrer um ciclo do sinal;
- **Valor médio:** uma função periódica $v(t)$, com período T, tem um valor médio ($V_{\text{médio}}$) dado por:

$$V_{\text{médio}} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$$

- **Valor eficaz (V_{ef}):** Quando se aplica uma tensão alternada senoidal numa carga resistiva, resulta também numa corrente alternada senoidal. Como potência é dada por $p = v \times i$, esta potência resultará em forma pulsante como mostra a figura [4-02].

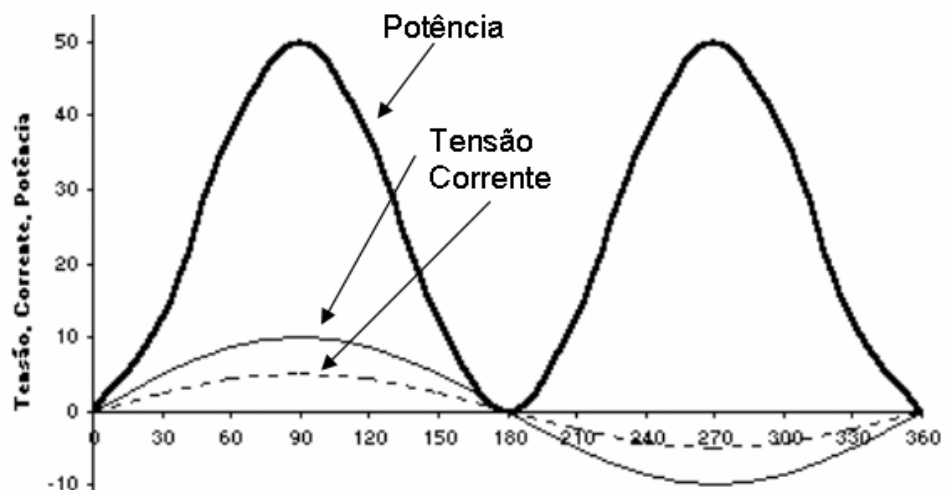


Figura 4-02 – Potência

Define-se como valor eficaz de um determinado valor de tensão alternada, o valor de uma tensão contínua que provocaria a mesma dissipação de potência que a referida tensão alternada provocaria num mesmo resistor.

Para ficar bem claro, imagine-se a seguinte situação: uma tensão alternada é aplicada num determinado resistor, dissipando uma determinada potência de valor **P**. Alimenta-se este mesmo resistor com um determinado valor de tensão CC, de modo que neste resistor haja a mesma potência **P**, quando de sua alimentação em CA. O valor CC corresponde ao valor eficaz do valor CA, dado que houve a mesma dissipação de potência. Este é conceito de valor eficaz de uma tensão CA. Uma tensão senoidal é expressa por:

$$V = V_{\text{max}} \text{sen}(\omega t), \text{ onde}$$

V_{max} - valor máximo (de pico) da tensão;

ω - frequência angular expressa em rad/seg;

Uma função periódica $v(t)$, com período T, tem valor eficaz dado por:

$$V_{ef} \cong \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

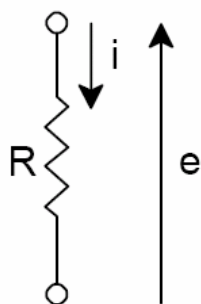
No caso de uma senóide $v(t) = V_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \Rightarrow V_{ef} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

- **Frequência(f):** É a quantidade de ciclos que ocorrem em um segundo. A unidade de frequência é Hertz (Hz) e pode ser expresso pela fórmula:

$$f = \frac{1}{T}$$

4.2.Elementos do Circuito C.A

4.2.1. Resistência (R)



Circuitos com características puramente resistivas, ou ohmicas, quando alimentados com correntes alternadas, apresentam o mesmo comportamento do que quando alimentados com corrente contínua. A frequência das correntes que os atravessam não tem nenhuma influência sobre os fenômenos que se processam, ou seja, na figura [4-03] pode ser observado que a corrente elétrica está em fase com a tensão.

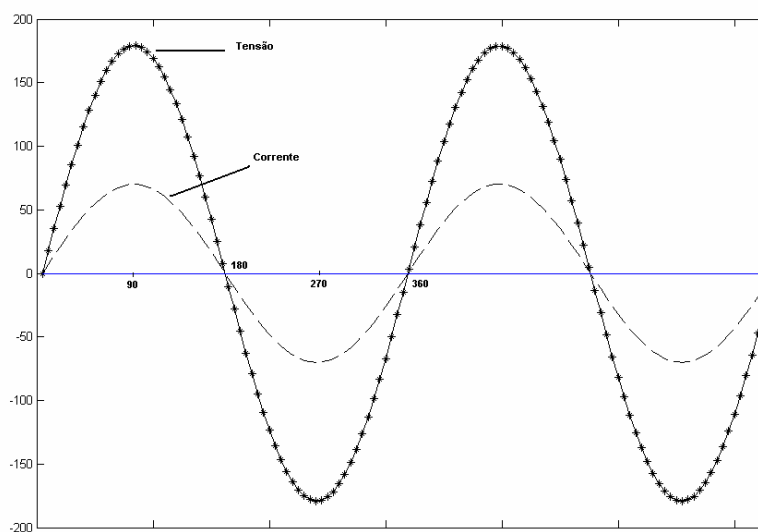
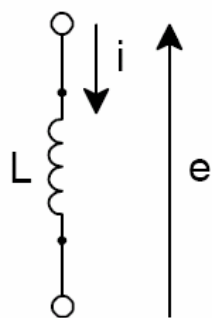


Figura 4-03 – Relação tensão X corrente em um circuito puramente resistivo

4.2.2. Indutância (L)



O Indutor é um elemento de circuito cuja tensão é diretamente proporcional à taxa de variação da corrente que o percorre. Esta tensão é calculada por:

$$e = L \frac{di}{dt}$$

A constante de proporcionalidade L é a auto-indutância ou simplesmente, a indutância do elemento, ou seja a constante que relaciona a variação de fluxo magnético com a tensão induzida é chamada de indutância. A unidade da indutância é **Henry** (volt-segundo/ampere) e o símbolo é H. É comum valores expressos em mH.

Quando a corrente em um indutor varia, o fluxo Magnético também varia. Esta variação de fluxo magnético provoca a indução (geração) de uma f.e.m. , sendo que a f.e.m induzida é proporcional à variação de fluxo magnético.

Esta tensão gerada se opõe a tensão aplicada, e por isto, se comporta limitando a corrente. Esta oposição descrita acima se chama reatância indutiva (X_L), expressa em Ω (ohms) e pode ser calculada pela expressão:

$$X_L = 2.\pi.f.L$$

onde:

f – é a frequência da rede expressa em Hertz (Hz)

L - é a indutância da bobina (solenóide) expressa em henry (H)

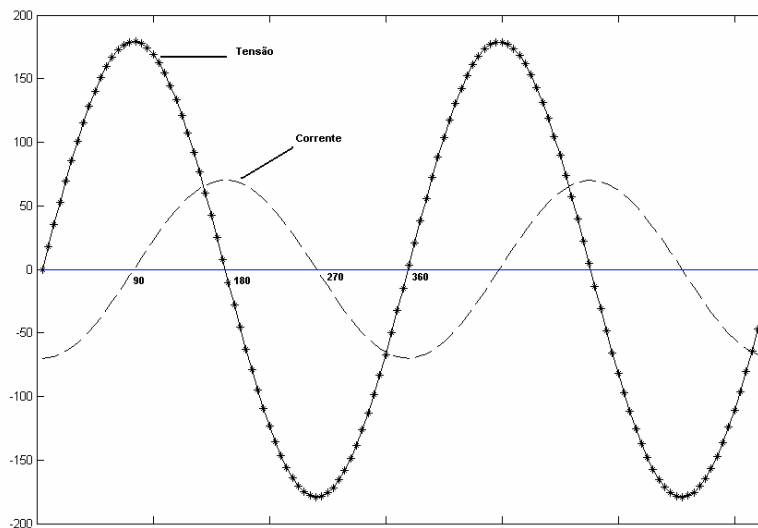


Figura 4-04 – Relação tensão X corrente em um circuito puramente indutivo

Toda vez que uma corrente alternada atravessa um circuito puramente indutivo de reatância X_L , determina uma queda de tensão $V=X_L.I$, defasada de 90° em adiantamento com respeito a corrente, ou seja, a corrente se encontra defasada em atraso de 90° em relação a tensão, conforme pode ser observado pela figura [4-04].

4.2.2.1. Aplicação de indutores

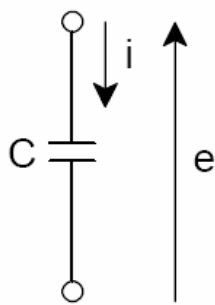
Indutores são utilizados em diversas aplicações. Entre estas se pode citar sua utilização na partida de lâmpadas fluorescentes, onde os indutores têm como função provocar uma sobretensão devido a uma abertura no circuito. Como a corrente não pode variar rapidamente, quem varia é a tensão.

4.2.2.2. Inconvenientes

Os indutores apresentam os seguintes inconvenientes:

- pesados e volumosos;
- resistência não é desprezível;
- indução de tensões indesejáveis em outros elementos.

4.2.3. Capacitância (C)



O Capacitor é o elemento de circuito que apresenta uma corrente diretamente proporcional à derivada da tensão em relação ao tempo. Esta corrente é calculada por:

$$i_c = C \cdot \frac{de}{dt}$$

A constante de proporcionalidade C é a capacitância, que é uma medida da capacidade do capacitor em armazenar carga. A unidade da capacitância é Farad e o símbolo C . Uma capacitância de 1 F é muito grande e dificilmente

encontrada em aplicações práticas. Os valores usuais são da ordem de μF - microfarad (10^{-6} F) ou pF - picofarad (10^{-12} F).

Inicialmente quando um capacitor é alimentado, ele absorve com facilidade carga elétrica (corrente), permitindo um fluxo sem restrições à corrente. A medida que ele vai se carregando, a sua capacidade de absorção de novas cargas, vai diminuindo, provocando uma oposição a corrente. Quando no caso de CA, a polaridade da fonte se inverte, o processo se repete: inicialmente a corrente flui com facilidade, a medida que o capacitor se carrega com outra polaridade, aumenta a oposição a corrente. Isto resulta numa oposição à corrente. Esta oposição é chamada de reatância capacitiva X_C , expressa também em Ω (ohms), que pode ser calculada pela expressão:

$$X_c = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

onde:

f – é a frequência da rede expressa em Hertz (Hz)

C - é a capacitância do capacitor, expressa em Farad (F)

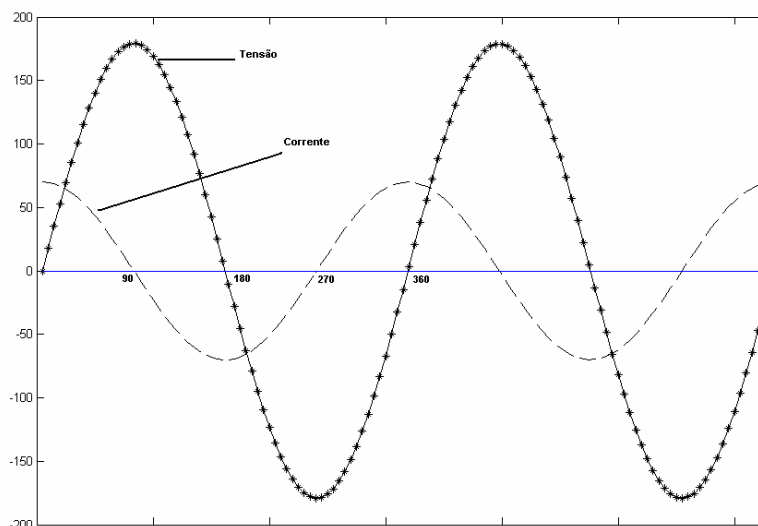


Figura 4-05 – Relação tensão X corrente em um circuito puramente capacitivo

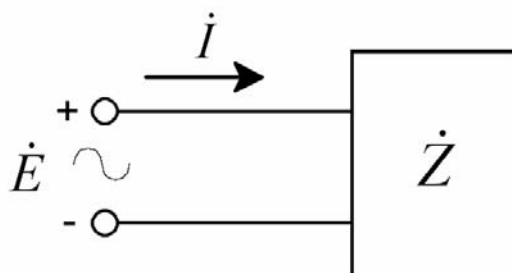
Toda vez que uma corrente alternada atravessa um circuito puramente capacitivo de reatância X_c , determina uma queda de tensão $V = X_c \cdot I$, defasada de 90° em atraso com respeito a corrente, ou seja, a corrente se encontra defasada em avanço de 90° em relação a tensão, conforme pode ser observado pela figura [4-05].

4.2.3.1. Aplicação de capacitores

Capacitores têm também diversas utilizações. Entre estas pode-se citar sua utilização em circuito temporizadores, ou em circuitos utilizados na correção do fator de potência em sistema de potência.

4.2.4. Impedância (Z)

Para agilizar a aplicação do método de solução no domínio da frequência, o conceito de impedância será introduzido. A impedância representa o quanto um elemento “impede” a passagem da corrente no circuito.



onde:

Z – impedância;
 Ω - unidade;

Reescrevendo a lei de Ohms, tem-se $\dot{V} = \dot{Z} \cdot \dot{I}$ (forma complexa). Portanto a impedância é definida como: $\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$

Na forma retangular uma impedância é definida como sendo composta de uma parte real representada por um resistor e de uma parte imaginária representada por uma reatância (um indutor ou um capacitor). Tem-se então: $Z = R + jX$, onde R é a parte real e X a parte imaginária.

Esta impedância pode também ser representada na forma polar. Para tanto se deve determinar seu módulo e seu ângulo de fase.

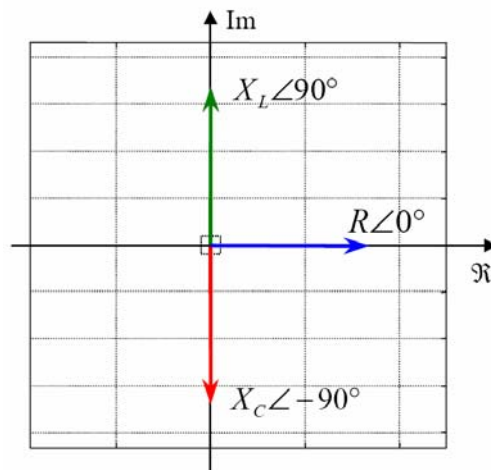
- Módulo: $r = \sqrt{R^2 + X^2}$
- Ângulo de fase: $\theta = \arctg \frac{X}{R}$

Deste modo $Z = r \angle \theta$

Foi visto anteriormente que a Reatância Indutiva é dada por jX_L ou $X_L \angle 90^\circ$. Neste caso tem-se uma indutância pura. Já a Reatância Capacitiva pura é dada por $-jX_C$ ou $X_C \angle -90^\circ$. Fazendo uma analogia com θ pode-se dizer que quando este for positivo se tem um circuito que é indutivo e quando θ for negativo se tem um circuito que é capacitivo.

4.2.5. Diagrama de Impedância

Conforme apresentado nos itens anteriores, os resistores, indutores e capacitores quando representados no domínio da frequência têm associado um ângulo de fase. Desta maneira, um resistor tem um ângulo de fase $\theta = 0^\circ$, um indutor um ângulo de fase $\theta = 90^\circ$ e um capacitor um ângulo de fase $\theta = -90^\circ$. Isto equivale a dizer que em um diagrama de fasores, o resistor está sempre no eixo dos reais, a reatância indutiva no eixo imaginário positivo e a reatância capacitiva no eixo imaginário negativo.



A associação destes elementos, seja em série, seja em paralelo irá produzir portanto uma impedância equivalente onde o ângulo de fase estará entre $+90^\circ$ e -90° . Se o ângulo de fase θ for positivo será dito que o circuito é indutivo e se este ângulo for negativo que o circuito é capacitivo. Se o ângulo de fase θ for igual a zero o circuito é puramente resistivo.

É importante salientar que a impedância, da mesma maneira que a resistência ou reatância não é uma grandeza fasorial visto que um fasor está associado a uma função do tempo com um deslocamento de fase particular. Sua representação

através de um módulo e um ângulo de fase é entretanto extremamente útil como ferramenta na análise de circuitos CA.

4.2.6. Solução de circuitos em C.A

Nesta seção os teoremas e leis apresentados nos capítulos anteriores para os circuitos CC serão revistos de maneira a aplicá-los aos circuitos CA.

A lei de Ohm anunciada no primeiro capítulo como sendo $V = R.I$, neste capítulo será enunciada em termos da impedância da seguinte maneira: $\dot{V} = \dot{Z}.\dot{I}$.

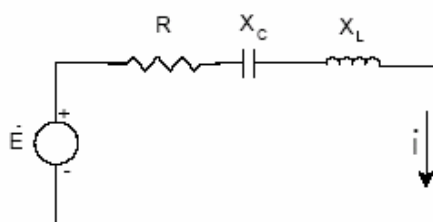
A *Lei das Tensões de Kirchhoff – LTK* enunciada no capítulo dois como: “A soma (os sinais das correntes e quedas de tensão são incluídas na adição) de todas as tensões tomadas num sentido determinado (horário ou anti-horário), em torno de um circuito fechado é nula” é válida quando se trabalha com circuitos em CA, da mesma maneira que a *Lei das Correntes de Kirchhoff – LCK* “A soma algébrica (soma das correntes com os sinais) de todas as correntes que entram num nó é nula. As correntes que entram em um nó são consideradas como sendo positivas e as que saem são consideradas como sendo negativas”.

4.2.6.1. Associação em série das impedâncias

A fórmula para o cálculo da impedância equivalente de uma associação em série de N impedâncias é similar àquela apresentada para os resistores, ou seja:

$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 + \dots + \dot{Z}_N$$

Exemplo 1: Para o circuito abaixo calcular a corrente \dot{I} e as tensões sobre cada um dos elementos que o compõem sabendo que $\dot{E} = 50\angle 0^\circ$ e que $R = 3\ \Omega$, $X_C = 3\ \Omega$ e $X_L = 7\ \Omega$.



O primeiro passo é determinar Z_{eq} . Tem-se então:

$$\dot{Z}_{eq} = R\angle 0^\circ + X_C\angle -90^\circ + X_L\angle 90^\circ$$

$$\dot{Z}_{eq} = 3 - j3 + j7 = 3 + j4 = 5\angle 53,13^\circ\ \Omega$$

Pode-se agora determinar a corrente:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{50\angle 0^\circ}{5\angle 53,13} = 10\angle -53,13\text{ A}$$

Pode-se agora calcular a tensão sobre cada um dos elementos utilizando a lei de ohm:

$$\dot{V}_R = \dot{I} \cdot (R) = 10 \angle -53,13 \times 3 \angle 0^\circ =$$

$$\dot{V}_R = 30 \angle -53,13^\circ \text{ V}$$

$$\dot{V}_C = \dot{I} \cdot (-jX_C) = 10 \angle -53,13 \times 3 \angle -90^\circ =$$

$$\dot{V}_C = 30 \angle -143,13^\circ \text{ V}$$

$$\dot{V}_L = \dot{I} \cdot (jX_L) = 10 \angle -53,13 \times 7 \angle 90^\circ =$$

$$\dot{V}_L = 70 \angle 36,87^\circ \text{ V}$$

4.2.6.2. Associação em paralelo das impedâncias

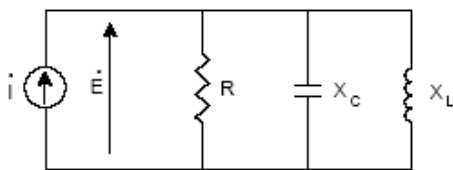
Novamente como para os resistores tem-se que a impedância equivalente de N impedâncias em paralelo é similar àquela apresentada para os resistores, ou seja:

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3} + \dots + \frac{1}{\dot{Z}_N}$$

Para o caso particular de duas impedâncias em paralelo tem-se:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

Exemplo 2: Para o circuito abaixo calcular a tensão \dot{E} e as correntes sobre cada um dos elementos que compõem o circuito sabendo que $\dot{I} = 12 \angle 0^\circ$ e que $R = 8 \, \Omega$, $X_C = 10 \, \Omega$ e $X_L = 4 \, \Omega$.



O primeiro passo é determinar-se Z_{eq} . Tem-se então:

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} + \frac{1}{X_C \angle -90^\circ} + \frac{1}{X_L \angle 90^\circ}$$

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{8 \angle 0^\circ} + \frac{1}{10 \angle -90^\circ} + \frac{1}{4 \angle 90^\circ}$$

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = 0,125 \angle 0^\circ + 0,1 \angle 90^\circ + 0,25 \angle -90^\circ$$

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = 0,1953 \angle -50,19^\circ \Rightarrow \dot{Z}_{eq} = 5,12 \angle 50,19^\circ \, \Omega$$

Pode-se agora determinar a tensão:

$$\dot{E} = \dot{Z}_{eq} \times \dot{I} = 5,12 \angle 50,19^\circ \times 12 \angle 0^\circ = 61,44 \angle 50,19^\circ \text{ V}$$

Pode-se agora calcular a corrente sobre cada um dos elementos utilizando a lei de ohm:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{E}}{R} = \frac{61,44 \angle 50,19^\circ}{8 \angle 0^\circ} = 7,68 \angle 50,19^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}}{X_L} = \frac{61,44 \angle 50,19^\circ}{4 \angle 90^\circ} = 15,36 \angle -39,81^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}}{X_C} = \frac{61,44 \angle 50,19^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 6,14 \angle 140,19^\circ \text{ A}$$

4.3. Potência nos Circuitos C.A

Como citado anteriormente, em circuitos CA, além da resistência elétrica, deve-se tomar em consideração um outro fator, isto é, a reatância, indutiva ou capacitiva; a qual, combinada com a resistência elétrica, faz com que o circuito apresente, à passagem de corrente, a impedância Z e a corrente resulta defasada com a tensão, em atraso ou adiantada, segundo se trate de circuito indutivo ou capacitivo

4.3.1. Potência Aparente (S)

- é o produto da tensão e a corrente do sistema

$$S = v.i \text{ (unidade Volt-ampere - VA)}$$

4.3.2. Potência Ativa (P)

- é a potência que é consumida, ou seja, é transformada em calor, energia mecânica ou em outra modalidade.

$$P = e.i.\cos\phi$$
$$P = R.i^2 \quad (\text{unidade watt - W})$$

ϕ - defasagem angular entre a corrente com a tensão, vista pelo ângulo da impedância.

4.3.3. Potência Reativa (Q)

- é a potência que executa o jogo de troca entre o circuito e o campo elétrico ou magnético, conforme for o circuito capacitivo ou indutivo.

Esta potência é devido a energia necessária à excitação magnética dos equipamentos indutivos(motores, transformadores,etc)

$$Q = e.i.\text{sen}\phi$$

$$Q = X.i^2 \quad (\text{unidade Volt-ampere-reativo - VAR})$$

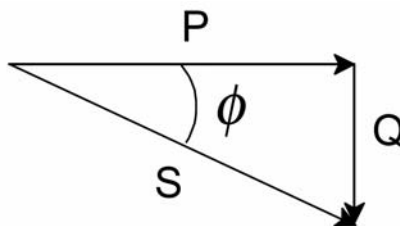
4.3.4. Fator de Potência (F.P)

A energia elétrica é destinada a vários fins, porém a classificação de seu aproveitamento é feita em 3 grupos fundamentais, que são: luz, aquecimento e força.

Luz – sistemas de iluminação;
 Aquecimento – Cargas ohmicas;
 Força – motores

Compreende-se que os campos magnéticos absorvam das linhas que os alimentam elevadas potências reativas, as quais não criam trabalho útil algum, e são, pelo contrário, danosas, pois sobrecarregam inutilmente as linhas, reduzindo a capacidade das mesmas.

Matematicamente, o fator de potência pode ser definido como a relação entre o componente ativo da potência e o valor total desta mesma potência, ou seja



$$FP = \frac{P}{S}$$

$$FP = \cos \phi$$

Onde:

P – Potência ativa
 Q – Potência reativa
 S – Potência aparente
 ϕ - ângulo de defasagem entre a corrente e a tensão

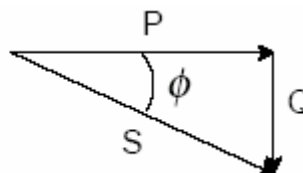
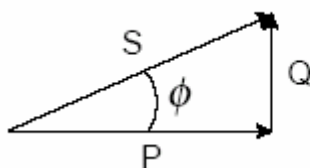
4.3.5. Triângulo de Potências

a) carga resistiva

No caso de carga resistiva, não existe triângulo de potência, pelo fato de só existir potência ativa P, isto é, impossível um triângulo de um lado só;

b) carga indutiva

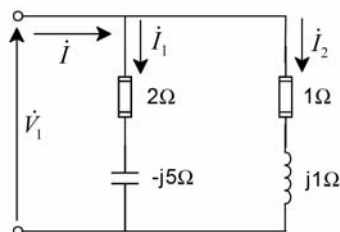
c) carga capacitiva



4.3.6. Determinação de potência em circuitos C.A

Exercícios:

1. Determinar o Δ de potências de cada ramo do circuito sendo de 20 W a potência consumida no resistor de $2\ \Omega$. Determinar também o Δ de potência total e o FP.



$$20 = R \cdot I_1^2 \Rightarrow 20 = 2 \cdot I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{10} = 3,16 \text{ A}$$

$$Z_1 = \sqrt{2^2 + 5^2} = 5,385 \Omega$$

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \Rightarrow V_1 = Z_1 I_1$$

$$V_1 = 5,385 \times 3,16 = 17,02 \text{ V}$$

Ramo 1

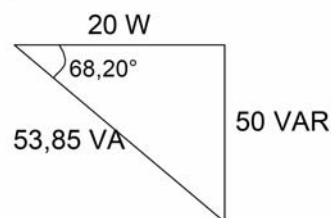
$$P_1 = 20 \text{ W}$$

$$Q_1 = X_1 I_1^2 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ VAR (capacitivo)}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 53,85 \text{ VA}$$

$$\phi_1 = \arctan \frac{50}{20}$$

$$\phi_1 = 68,20^\circ \text{ adiantado}$$



Ramo 2:

$$V_2 = V_1 = 17,02 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = \frac{17,02}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 12,035 \text{ A}$$

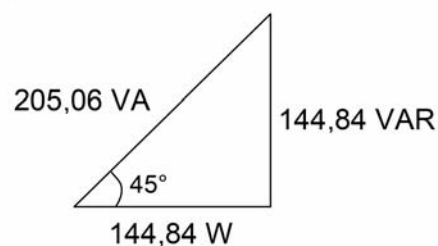
$$P_2 = R_2 I_2^2 = 144,84 \text{ W}$$

$$Q_2 = X_2 I_2^2 = 144,84 \text{ VAR (indutiva)}$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 205,06$$

$$\phi_2 = \cos^{-1}(P/S) = \cos^{-1}(144,84/205,06)$$

$$\phi_2 = 45^\circ \text{ atrasado}$$



Total:

$$P_T = P_1 + P_2 = 164,84 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 144,84 - 50$$

$$Q_T = 94,84 \text{ V (indutivo)}$$

S_T nunca pode ser $S_1 + S_2$ em módulo:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 190,18 \text{ VA}$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{94,84}{164,84} \right) = 27,23^\circ \text{ atrasado}$$

$$\text{FP} = \cos \phi$$

$$\text{FP} = 0,889 \text{ atrasado}$$



2. Dado um circuito com $\dot{E} = 500\angle 30^\circ \text{ V}$ e $\dot{I} = 10\angle 60^\circ \text{ A}$ (valores eficazes) determinar o Δ de potências.

$$\dot{S} = \dot{E} \cdot \dot{I}^* = 500\angle 30^\circ \cdot 10\angle -60^\circ = 5000\angle -30^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = 5000 \cos(-30) + j 5000 \sin(-30^\circ) \text{ VA}$$

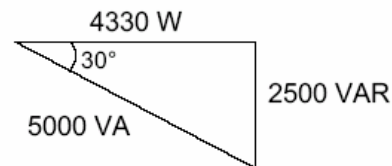
$$\dot{S} = 4330 - j 2500 \text{ VA}$$

$$P = 4330 \text{ W}$$

$$Q = 2500 \text{ VAR (capacitivo)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2500}{4330}$$

$$\phi = 30^\circ \text{ adiantado}$$



3. Calcular a corrente na linha, a potência consumida e o FP global de um circuito monofásico de distribuição de 110 V, 60 Hz, que alimenta as seguintes cargas em paralelo:

- 10 lâmpadas incandescentes de 100 W cada
- 20 lâmpadas fluorescentes, que consomem 40W cada lâmpada com reator de 8W (cada) com FP global de 0,9 atrasado.
- 2 motores de indução que consomem 1 kW com corrente de 12A cada, atrasado em relação a tensão.
- Um forno elétrico a resistência de 1 kW.

$$\text{Adota-se } \dot{E} = 110\angle 0^\circ \text{ V}.$$

Para a carga **a** tem-se um circuito puramente resistivo e tem-se:

$$\text{FP} = 1$$

$$P = 10 \cdot 100 \text{ W} = 1000 \text{ W}$$

$$Q = 0 \text{ e } S = 1000 \text{ VA}$$

$$\dot{S} = P + jQ = 1000 + j0 = 1000\angle 0^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{E} \dot{I}_a^* \Rightarrow \dot{I}_a = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{E}} \right)^* = \left(\frac{1000\angle 0^\circ}{110\angle 0^\circ} \right)^* = 9,09\angle 0^\circ \text{ A}$$

Para a carga **b** tem-se um circuito reativo e tem-se:

$$\text{FP} = 0,9 \text{ (atrasado)} \Rightarrow \phi_b = \cos^{-1}(0,9) = 25,84^\circ$$

$$P = 40 \cdot 20 + 8 \cdot 20 = 960 \text{ W}$$

$$Q = P \cdot \tan \phi_b = P \cdot \tan (\cos^{-1} 0,9) = 464,94 \text{ VAR}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{960^2 + 464,94^2} = 1066,67 \text{ VA}$$

$$\dot{S} = 1066,67\angle 25,84^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{E} \dot{I}^* \Rightarrow \dot{I}_b = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{E}} \right)^* = \left(\frac{1066,67 \angle 25,84^\circ}{110 \angle 0^\circ} \right)^* = 9,70 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

Para a carga *c* tem-se um circuito reativo e tem-se:

$$S = E \cdot I = 110 \cdot 12 = 1320 \text{ VA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1320^2 - 1000^2} = 861,63 \text{ VAR}$$

$$\dot{S} = P + jQ = 2.1000 + j2.861,63 = 2640 \angle 40,75^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{E} \dot{I}^* \Rightarrow \dot{I}_c = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{E}} \right)^* = \left(\frac{2640 \angle 40,75^\circ}{110 \angle 0^\circ} \right)^* = 24 \angle -40,75^\circ \text{ A}$$

Para a carga *d* tem-se um circuito puramente resistivo e temos:

$$FP = 1$$

$$P = 1000 \text{ W}$$

$$Q = 0 \text{ e } S = 1000 \text{ VA}$$

$$\dot{S} = P + jQ = 1000 + j0 = 1000 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{E} \dot{I}^* \Rightarrow \dot{I}_d = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{E}} \right)^* = \left(\frac{1000 \angle 0^\circ}{110 \angle 0^\circ} \right)^* = 9,09 \angle 0^\circ \text{ A}$$

A seguir apresenta-se, de forma tabular, os resultados obtidos acima para cada uma das cargas, bem como os totais para cada quantidade.

Carga	P(W)	Q(VAR)	\dot{S} (VA)	\dot{I} (A)
1	1000	0	$1000 \angle 0^\circ$	$9,09 \angle 0^\circ$
2	960	464,96 (ind)	$1066,66 \angle 25,84^\circ$	$9,70 \angle -25,84^\circ$
3	2000	1723,25 (ind)	$2640 \angle 40,75^\circ$	$24,00 \angle -40,75^\circ$
4	1000	0	$1000 \angle 0^\circ$	$9,09 \angle 0^\circ$
Total	4960	2188,21 (ind)	$5421,22 \angle 23,81^\circ$	$49,29 \angle -23,81^\circ$

Pode-se calcular os valores solicitados para conferir com as somas obtidas na tabela acima.

$$P_{Total} = 4960 \text{ W}$$

$$\dot{S}_{Total} = P + jQ = 4960 + j2188,21 = 5421,22 \angle 23,81^\circ \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{E} \dot{I}^* \Rightarrow \dot{I} = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{E}} \right)^* = \left(\frac{5421,22 \angle 23,81^\circ}{110 \angle 0^\circ} \right)^* = 49,28 \angle -23,81^\circ \text{ A}$$

$$FP = \cos(23,81^\circ) = 0,91 \text{ atrasado}$$

4.4. Sistemas Polifásicos

A maior parte da geração, transmissão e utilização em alta potência da energia elétrica envolve sistemas polifásicos, ou seja, sistemas nos quais são disponíveis diversas fontes de mesma amplitude com uma diferença de fase entre elas. Por possuir vantagens econômicas e operacionais, o sistema trifásico é o mais difundido.

Uma Fonte Trifásica é constituída de três fontes de tensões iguais defasadas 120° uma da outra. A figura [4-06] apresenta o esquema de um gerador trifásico com as tensões produzidas.

4.4.1. Produção da tensão trifásica

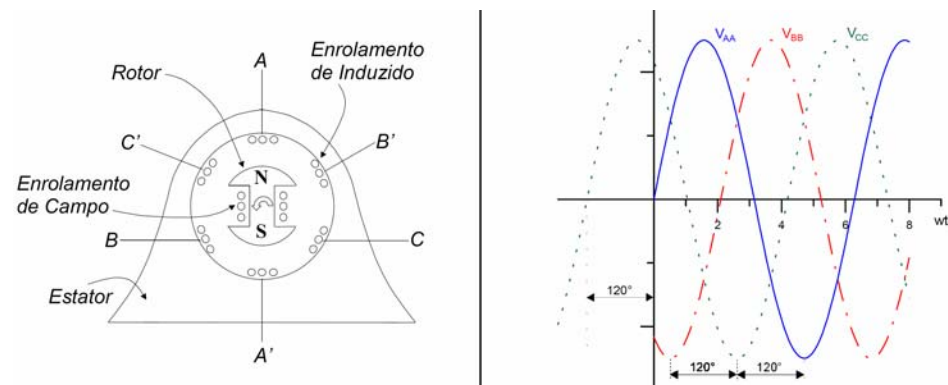


Figura 4-06 – Esquema de um gerador trifásico com as tensões produzidas

Supondo o rotor girando no sentido anti-horário com 3600 rpm ($f = 60$ Hz) seu campo magnético corta os enrolamentos do induzido, induzindo neles as tensões senoidais ilustrados na figura [4-06]. Estas tensões atingem seus valores máximos e mínimos com uma distância de 1/3 de um período, ou seja, com uma defasagem de 120°, e isto devido ao deslocamento espacial de 120° dos enrolamentos do induzido. Como resultado, visto que as bobinas são iguais (mesma seção e mesmo número de espiras), o alternador produz 3 tensões de mesmo valor eficaz com uma defasagem de 120° entre elas. Normalmente estas tensões são geradas em 13,8 kV. Tem-se portanto:

$$e_{AA'} = 19500 \cdot \sin(2\pi \cdot 60)t \Rightarrow \dot{E}_{AA'} = 13,8 \angle 0^\circ \text{ KV}$$

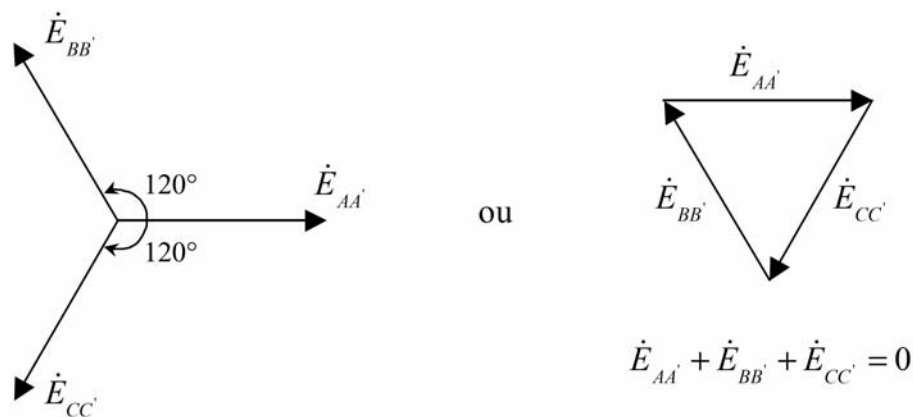
$$e_{BB'} = 19500 \cdot \sin(2\pi \cdot 60 + (120^\circ))t \Rightarrow \dot{E}_{BB'} = 13,8 \angle 120^\circ \text{ KV}$$

$$e_{CC'} = 19500 \cdot \sin(2\pi \cdot 60 + (240^\circ))t \Rightarrow \dot{E}_{CC'} = 13,8 \angle 240^\circ \text{ KV}$$

pois:

$$\frac{19500}{\sqrt{2}} = 13,8 \text{KV} \text{ que é o valor eficaz do módulo da tensão.}$$

O diagrama fasorial destas tensões é representado por:

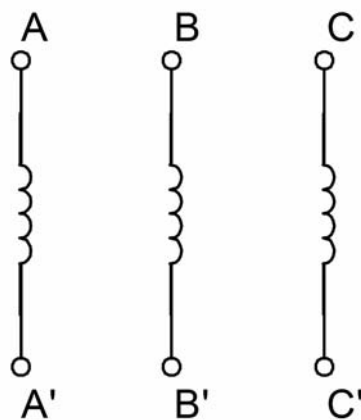


4.4.1.1. Razões que levam a preferência pelo sistema trifásico

- Permite transmissão de potência de forma mais econômica;
- Em sistemas trifásicos o módulo do campo girante total é constante, o que não ocorre em outros sistemas polifásicos (todos os sistemas polifásicos com $3 \times n$ fases apresentam esta característica, mas com $n > 1$ estes sistemas não são interessantes economicamente).
- A potência $p(t)$ é constante (no monofásico é pulsante)

$$p(t) = e_{AA'} \cdot i_A + e_{BB'} \cdot i_B + e_{CC'} \cdot i_C = 3E \cdot I \cdot \cos \theta$$

4.4.2. Sistema em triângulo e estrela



A figura ao lado apresenta de maneira esquemática os três enrolamentos de um gerador trifásico.

Os terminais destes enrolamentos são ligados para diminuir o número de linhas necessárias para as conexões em relação às cargas. Desta maneira pode-se ter dois tipos de ligações que são apresentadas nas duas próximas seções.

Nomenclatura:

- **Tensão de linha:** é a tensão entre duas linhas, ou seja, entre fases;
- **Tensão de fase:** é a tensão no enrolamento ou na impedância de cada ramo;
- **Corrente de linha:** é a corrente na linha que sai do gerador ou a corrente solicitada pela carga;

- **Corrente de fase:** é a corrente no enrolamento do gerador, ou na impedância de cada ramo.

4.4.2.1. Ligação em triângulo (Δ)

A figura [4-07] apresenta o esquema de ligações que deve ser realizado com os três enrolamentos do gerador para que se obtenha uma conexão em Δ .

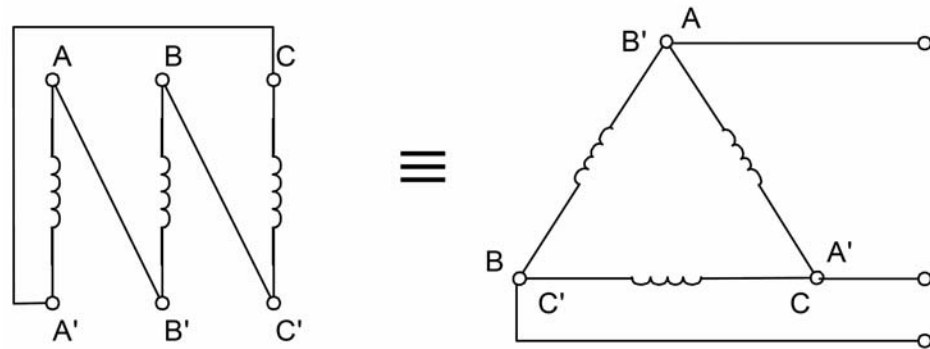


Figura 4-07 – Esquema de ligação triângulo

Quando um gerador tem seus enrolamentos ligados em Δ , as tensões de linha ($\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$) são iguais às tensões de fase ($\dot{E}_{AB}, \dot{E}_{BC}, \dot{E}_{CA}$) e as correntes de linha ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$) são diferentes das correntes de fase ($\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$). A figura [4-08] apresenta a nomenclatura utilizada para as tensões e correntes em um circuito em Δ .

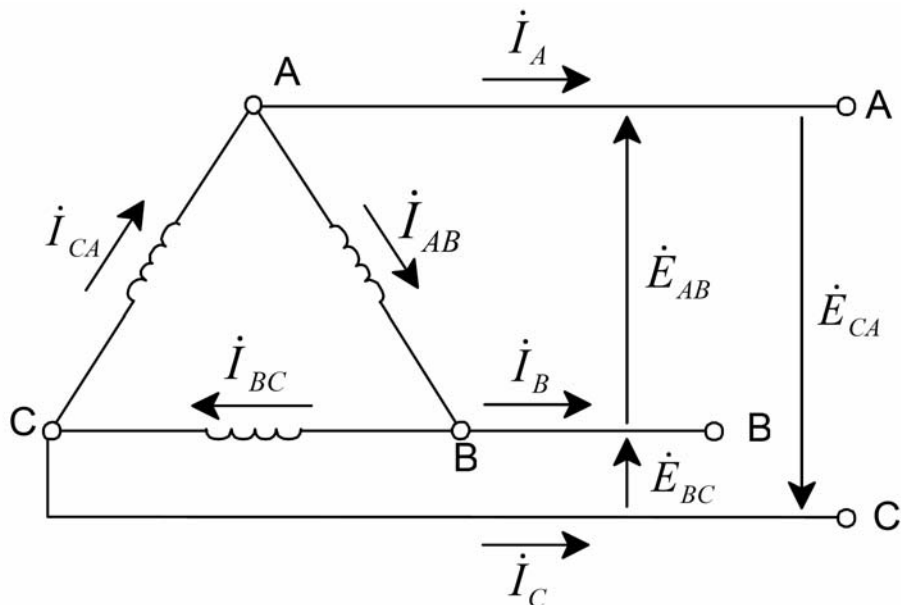


Figura 4-08 – Tensões e correntes na ligação triângulo

Em circuitos Δ a relação das correntes e tensões são:

$$V_L = V_F$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$$

4.4.2.2. Ligação em estrela (Y)

A figura [4-09] apresenta o esquema de ligações que deve ser realizado com os três enrolamentos do gerador para que se obtenha uma conexão em Y.

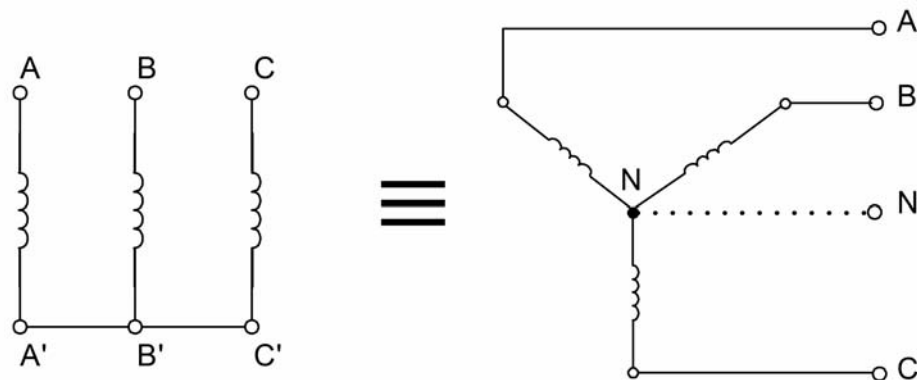


Figura 4-09 – Esquema de ligação estrela

Quando um gerador tem seus enrolamentos ligados em Y, as tensões de linha ($\dot{E}_{AB}, \dot{E}_{BC}, \dot{E}_{CA}$) são diferentes das tensões de fase ($\dot{E}_{AN}, \dot{E}_{BN}, \dot{E}_{CN}$) e as correntes de linha ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$) são iguais às correntes de fase ($\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$). A figura [4-10] apresenta a nomenclatura utilizada para as tensões e correntes em um circuito em Y.

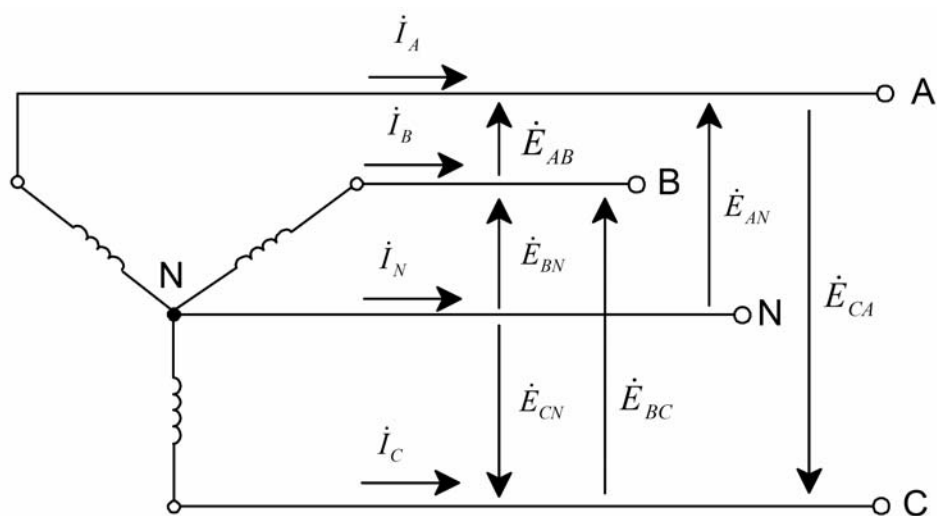


Figura 4-10 – Tensões e correntes na ligação estrela

Em circuitos Y a relação das correntes e tensões são:

$$I_L = I_F$$

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N$$

A figura [4-11] mostra as tensões de fase e de linha na forma vetorial, permitindo assim obter a relação vetorial entre as mesmas:

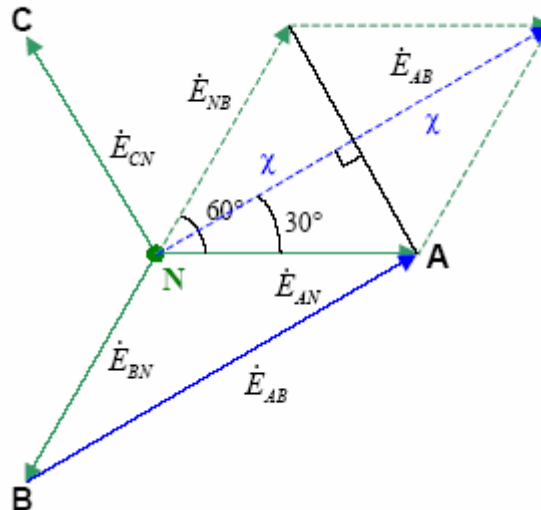


Figura 4-11 – Representação vetorial das tensões de fase e de linha

Pela representação vetorial da figura [4-11], pode-se chegar a seguinte relação:

$$X = E_{AN} \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot E_{AN}$$

$$E_{AB} = 2 \cdot X = \sqrt{3} \cdot E_{AN}$$

4.4.3. Seqüência de fase

A ordem na qual as tensões ou correntes atingem seus valores máximos é denominada seqüência de fase. Assim, a seqüência ABC indica que a tensão VAA' atinge seu valor máximo antes da tensão VBB' e esta antes da tensão VCC'. O mesmo vale para qualquer outra seqüência. A figura [4-12] já apresentada no item [4.4.1] a seqüência ABC.

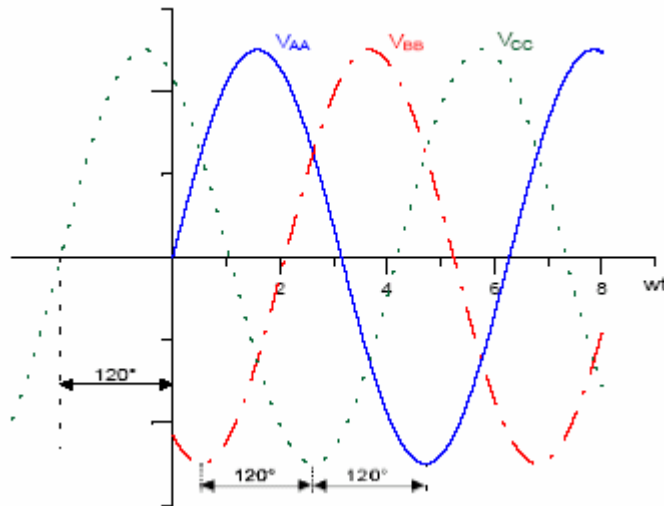
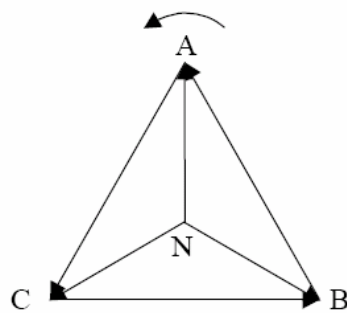


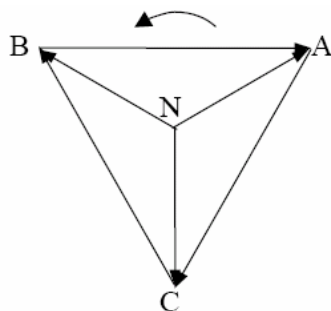
Figura 4-12 – Gráfico da sequência de fase ABC

Após o estabelecimento de uma sequência arbitrária pode descobrir o valor dos ângulos de cada uma das tensões trifásica. A figura abaixo apresenta estas tensões (conexões em Y e Δ) com a sequência ABC. Ao se adotar E_{BC} como referência, pode-se descobrir as demais tensões.



$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= \dot{E}_l \angle 120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{AN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= \dot{E}_l \angle 0^\circ \text{ V} & \dot{E}_{BN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= \dot{E}_l \angle -120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{CN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A figura abaixo apresenta as tensões (conexões em Y e Δ) para a sequência CBA, adotando-se neste caso E_{AB} como referência. A partir da referência pode-se descobrir então as demais tensões.



$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= E_l \angle 0^\circ \text{ V} & \dot{E}_{AN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= E_l \angle 120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{BN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= E_l \angle -120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{CN} &= \frac{E_l}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

4.4.4. Carga equilibrada ligada em Δ

Quando é referenciado um sistema trifásico equilibrado, deve ser considerado que:

- As cargas (consumo de potências ativas e reativas) equilibradas, isto é, iguais;
- Componentes do sistema (linhas de transmissão, transformadores e geradores) de características lineares e idênticas por fase;
- Sistema de tensões trifásicas simétricas;

A figura [4-13] apresenta a configuração de um sistema elétrico de cargas equilibradas ligadas em Δ .

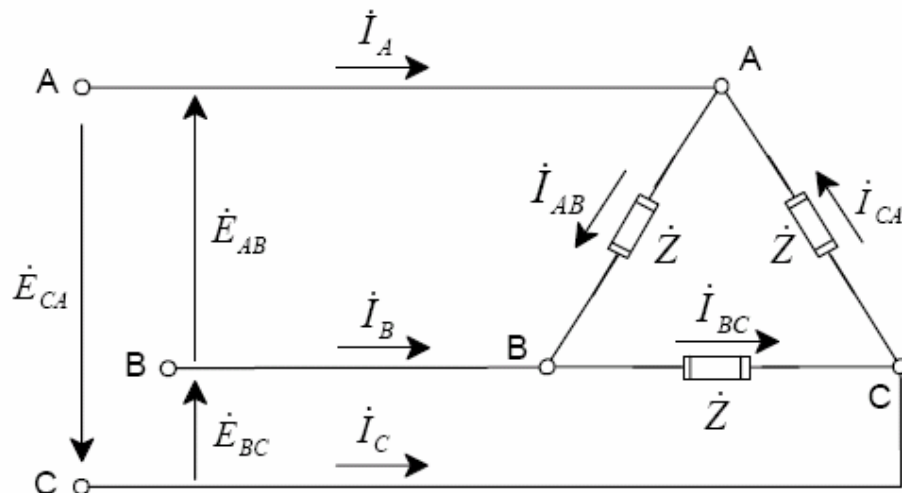


Figura 4-13 – Cargas equilibradas ligadas em Δ

Pela figura [4-13] pode-se deduzir as seguintes relações:

Tensões de linha: E_{AB} , E_{BC} , E_{CA}

Tensões de fase: E_{AB} , E_{BC} , E_{CA}

Corrente de linha: I_A , I_B , I_C

Corrente de fase: I_{AB} , I_{BC} , I_{CA}

sendo as correntes de fase,

$$I_{AB} = \frac{E_{AB}}{Z}$$

$$I_{BC} = \frac{E_{BC}}{Z}$$

$$I_{CA} = \frac{E_{CA}}{Z}$$

e as correntes de linha,

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

Como as cargas são equilibradas a corrente de linha é $\sqrt{3}$ vezes maior que a corrente de fase.

4.4.5. Carga equilibrada ligada em Y

A figura [4-14] apresenta a configuração de um sistema elétrico de cargas equilibradas ligadas em Y.

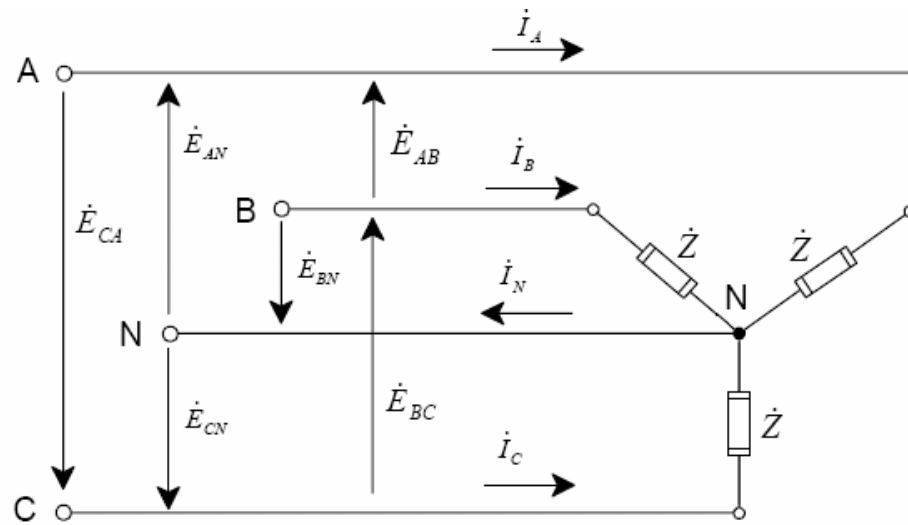


Figura 4-14 – Cargas equilibradas ligadas em Δ

Pela figura [4-14] pode-se deduzir as seguintes relações:

Tensões de linha: E_{AB} , E_{BC} , E_{CA}

Tensões de fase: E_{AN} , E_{BN} , E_{CN}

Corrente de linha: I_A, I_B, I_C

Corrente de fase: I_A, I_B, I_C

sendo as correntes de fase e linha iguais tem-se,

$$I_A = \frac{E_{AN}}{Z}$$

$$I_B = \frac{E_{BN}}{Z}$$

$$I_C = \frac{E_{CN}}{Z}$$

$$I_N = I_A + I_B + I_C = 0$$

e as tensões de fase,

$$E_{AN} = \frac{E_L}{\sqrt{3}}$$

$$E_{BN} = \frac{E_L}{\sqrt{3}}$$

$$E_{CN} = \frac{E_L}{\sqrt{3}}$$



Transformadores

Para gerar o sistema SHC Report acompanhe e salve no banco de dados as informações das máquinas de isqueiros, o mesmo deve ficar “On line” com as SHC’s..

5.1.PASSO – A – PASSO

Na tela principal (FIG 05) escolha a máquina de isqueiro que se deseja gerar o relatório.

FIG 05



Máquinas Elétricas

Para gerar o sistema SHC Report acompanhe e salve no banco de dados as informações das máquinas de isqueiros, o mesmo deve ficar “On line” com as SHC’s..

6.1.PASSO – A – PASSO

Na tela principal (FIG 05) escolha a máquina de isqueiro que se deseja gerar o relatório.

FIG 05



7. Anexo A – Números Complexos

Os números complexos são introduzidos nesta seção a fim de fornecer uma ferramenta que permita calcular rapidamente somas algébricas de valores de tensão e corrente alternadas que são expressos por valores senoidais.

7.1. Por que saber?

Nos circuitos em CA, existe a necessidade de utilizarmos ferramentas mais adequadas para o estudo das grandezas envolvidas. A maioria dos equacionamentos envolvidos utilizam equações temporais do tipo: $y(t) = y_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi)$. Este nível de equacionamento exige os conhecimentos básicos de trigonometria (as propriedades de soma e produto de arcos) e as resolução de equações íntegro-diferenciais com funções trigonométricas, aumentando ainda mais o nível de complexidade do estudo dos circuitos.

Como o nosso objetivo principal não é nos aprofundarmos muito nestes estudos, utilizaremos a ferramenta dos números complexos, que solicitam uma matemática mais simples e precisa nas respostas do sistema alimentado em CA.

Após a definição dos NC (números complexos) e de suas operações básicas, será mostrado como transformar uma grandeza definida no campo do tempo para uma grandeza definida no campo da frequência, que é o campo de ação dos NC's.

7.2. Definição

Um número complexo pode ser representado por um ponto em um plano referido a um sistema de eixos cartesianos, sendo que o ponto determina um vetor a partir da origem do plano. O eixo horizontal é chamado de eixo real e o eixo vertical de eixo imaginário. Os números complexos podem ser apresentados de duas maneiras, retangular e polar.

7.3. Formas do número complexo

Existem duas representações para um número complexo, sendo a primeira denominada **forma retangular** ou **cartesiana** e a outra forma de escrevermos o mesmo NC é a **forma polar** ou **fasorial**.

7.3.1. Forma retangular

A representação de um número complexo Z na forma retangular, é:

$$\dot{Z} = a + jb$$

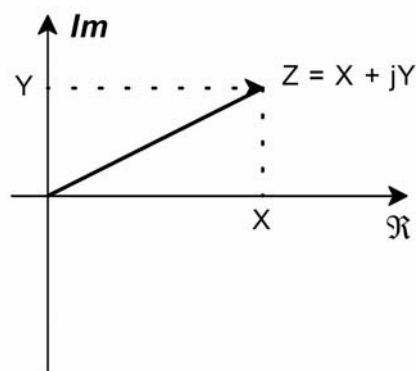
onde:

$a \rightarrow$ parte real do número complexo;

$b \rightarrow$ parte imaginária do número complexo;

$j \rightarrow \sqrt{-1}$ (nos livros de Matemática utiliza-se a letra i . Aqui, utiliza-se a letra j para não se confundir com a letra i da corrente elétrica)

A figura XX mostra a representação do número complexo na forma retangular em um sistema de eixos.



7.3.2. Forma polar

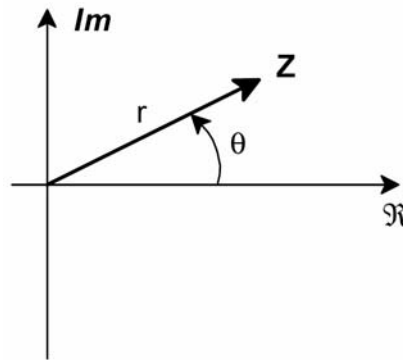
A forma polar utiliza um módulo e um ângulo na representação de um número complexo. O ângulo é sempre medido a partir do eixo real positivo no sentido anti-horário (um sentido horário indica um ângulo negativo). A figura XX mostra a representação em forma polar de

$$\dot{Z} = r \angle \theta$$

onde:

$r \rightarrow$ módulo ou intensidade do número complexo;

$\theta \rightarrow$ fase ou argumento do número complexo.;



7.3.3. Conversão

Atualmente, praticamente todas calculadoras científicas fazem esta conversão, mesmo assim será abordada esta conversão.

$$\text{Retangular} \rightarrow \text{Polar: } r = \sqrt{X^2 + Y^2} \text{ e } \theta = \text{tg}^{-1} \frac{Y}{X}$$

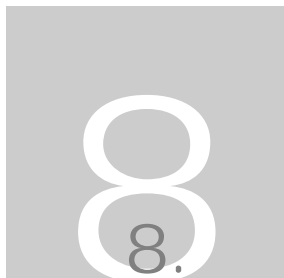
$$\text{Polar} \rightarrow \text{Retangular: } X = r \cdot \cos \theta \text{ e } Y = r \cdot \sin \theta$$

7.3.4. Operação com números complexos

Considerando dois números complexos, $Z_1 = X_1 + jY_1$ cuja representação polar é $r_1 \angle \theta_1$ e $Z_2 = X_2 + jY_2$ com representação polar $r_2 \angle \theta_2$ apresenta-se abaixo as fórmulas utilizadas para a realização das diversas operações (considerando que $j = \sqrt{-1}$):

- Complexo conjugado de Z_1 : $X_1 - jY_1$ ou $r_1 \angle -\theta_1$;
- Inverso ou recíproco de Z_1 : $\frac{1}{X_1 + jY_1}$ ou $\frac{1}{r_1 \angle \theta_1}$;
- Adição $Z_1 + Z_2$: $(X_1 + X_2) + j(Y_1 + Y_2)$;
- Subtração $Z_1 - Z_2$: $(X_1 - X_2) + j(Y_1 - Y_2)$;
- Multiplicação $Z_1 \cdot Z_2$: $(X_1 \cdot X_2 - Y_1 \cdot Y_2) + j(Y_1 \cdot X_2 + X_1 \cdot Y_2)$ ou $r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)^\circ$

- Divisão $\frac{Z_1}{Z_2} : \frac{X_1 \cdot X_2 + Y_1 \cdot Y_2}{X_2^2 + Y_2^2} + j \frac{X_2 \cdot Y_1 - X_1 \cdot Y_2}{X_2^2 + Y_2^2}$ ou $\frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)^\circ$



Anexo B - GLOSSÁRIO

Apresentam-se aqui alguns termos chave em Eletrotécnica, que são usados nesta apostila. Definições que são o objetivo deste curso serão tratadas no texto.

COULOMB. O Coulomb é a unidade de carga elétrica. Esta unidade representa a quantidade de carga deslocada até um determinado ponto quando o fluxo de corrente por esse ponto for de 1 ampère por segundo. Assim 1 coulomb é equivalente à carga deslocada por $6,28 \times 10^{18}$ elétrons. O coulomb é análogo à quantidade de fluido (litros) em um processo hidráulico. O símbolo para o coulomb é Q .

DEFASAGEM(ϕ). É o atraso da onda da corrente em relação a onda da tensão. Em vez de ser medido em tempo (segundos), este atraso é geralmente medido em ângulo (grau) correspondente à fração de um ciclo completo, considerando 1 ciclo = 360° . Mas comumente a defasagem é expressa pelo cosseno do ângulo.

NOTAÇÃO. Sistema de representação ou designação convencional, ou seja, é o termo pelo qual se identifica uma grandeza qualquer. Por exemplo, a notação de temperatura é T , de velocidade é v , de aceleração é a .



Referências
