Autômato de Pilha

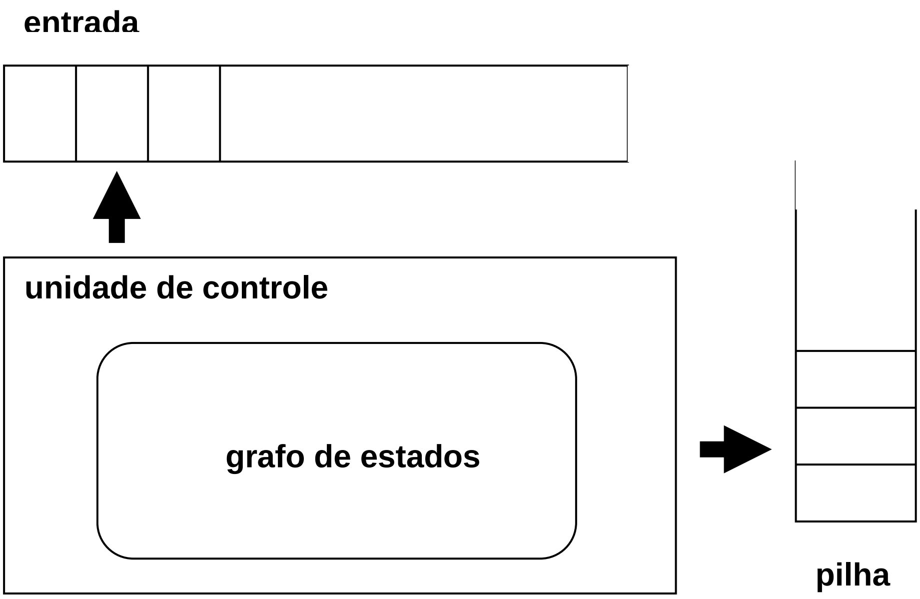
Linguagens Livre de Contexto → Gramáticas Livre de Contexto

Autômatos Finitos não reconhecem certas Linguagens Livre de Contexto

$L = \{ w \mid w \in \{ a, b \} \wedge$ w segue o padrão de formação $a^n b^n, n \geq 0 \}$

$L = \{ w \mid w, u \in \{ a, b \} \wedge w = u\, u^R$ onde R = reverso $\}$

idéia → autômato com memória = autômato de pilha



Definição

Um autômato de pilha é uma sétupla M = (Q, Σ, Γ, δ, q_0, z, F), onde

Q é um conjunto de estados
Σ é um conjunto finito de símbolos $\rightarrow$ alfabeto de entrada
Γ é um conjunto finito de símbolos $\rightarrow$ alfabeto da pilha
$q_0 \in$ Q é o estado inicial
z $\in \Gamma$ é o símbolo inicial da pilha
F $\subseteq$ Q é o conjunto de estados finais
δ : (Q x ($\Sigma \cup \{ \varepsilon \}$)) x $\Gamma \rightarrow$ (Q x Γ^*) é a função de transição

- ✓ (q', w) $\in \delta$ (q, r, s) significa que, no estado q, se o símbolo da entrada é r e o símbolo no topo da pilha é s, o autômato lê r, desempilha s, muda para o estado q' e empilha a seqüência w

- ✓ (q', w) $\in \delta$ (q, ε, s) significa que, no estado q, se o símbolo no topo da pilha é s, o autômato desempilha s, muda para o estado q' e empilha a seqüência w

- ✓ se a pilha estiver vazia, nenhum movimento é possível

- ✓ se o valor de δ for um par (q, ε), a quantidade de elementos da pilha diminui $\rightarrow$ desempilhamento

$$\delta\ (q_1, r, s) = \{\ (q_2, tu), (q_3, \varepsilon)\ \}$$

se a unidade de controle estiver no estado q_1, o símbolo da entrada for r e o símbolo no topo da pilha for s,

são possíveis as ações

a unidade de controle passa para o estado q_2 e os símbolos t e u substituem o símbolo s no topo da pilha

ou

a unidade de controle passa para o estado q_3 e o símbolo s é desempilhado

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$

$\Sigma = \{ a, b \}$

$\Gamma = \{ 0, 1 \}$

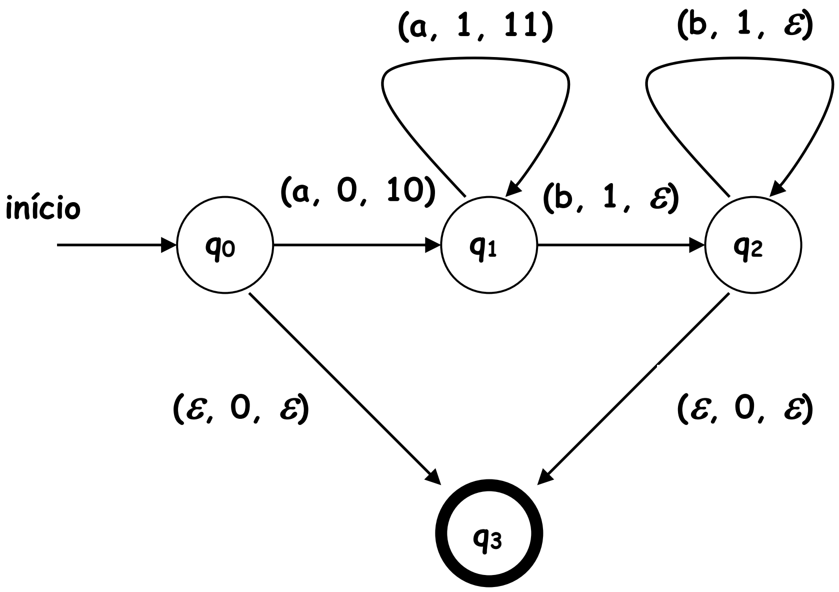
$q_o = q_o$

$z = 0$

$F = q_3$

$\delta = \{ (q_0, a, 0) \rightarrow (q_1, 10),\ (q_0, \varepsilon, 0) \rightarrow (q_3, \varepsilon),$
$\quad (q_1, a, 1) \rightarrow (q_1, 11),\ (q_1, b, 1) \rightarrow (q_2, \varepsilon),$
$\quad (q_2, b, 1) \rightarrow (q_2, \varepsilon),\quad (q_2, \varepsilon, 0) \rightarrow (q_3, \varepsilon) \}$

	a	b	ε
$(q_0, 0)$	$(q_1, 10)$		(q_3, ε)
$(q_1, 1)$	$(q_1, 11)$	(q_2, ε)	
$(q_2, 1)$		(q_2, ε)	
$(q_2, 0)$			(q_3, ε)



Exemplo

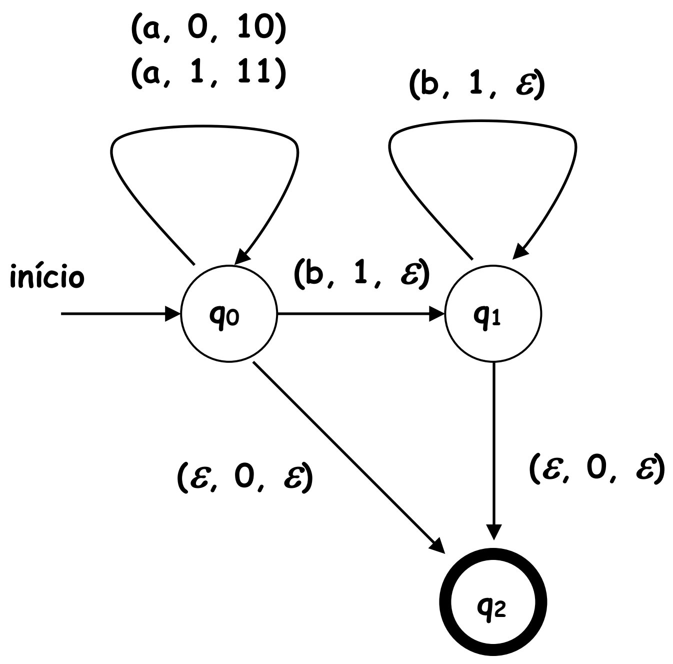
L = { w | w $\in$ { a, b } $\wedge$ w segue o padrão de formação $a^n b^n$, $n \geq 0$ }

M = ({ q_0, q_1, q_2 }, { a, b }, { 0, 1 }, δ, q_0, 0, { q_2 }), para δ

	a	b	ε
(q_0, 0)	(q_0, 10)		(q_2, ε)
(q_0, 1)	(q_0, 11)	(q_1, ε)	
(q_1, 1)		(q_1, ε)	
(q_1, 0)			(q_2, ε)

leitura de a $\rightarrow$ empilhamento de 1

leitura de b $\rightarrow$ desempilhamento de 1



Exemplo

L = { w | w $\in$ { a, b }* $\wedge$ #a´s = #b´s }

M = ({ q_0, q_1 }, { a, b }, { 0, 1, z }, δ, q_0, z, { q_1 }), para δ

	a	b	ε
(q_0, z)	(q_0, 0z)	(q_0, 1z)	(q_1, z)
(q_0, 0)	(q_0, 00)	(q_0, ε)	
(q_0, 1)	(q_0, ε)	(q_0, 11)	

O número de 0s (de 1s) empilhados é a diferença positiva entre o número de *a´s* e o número de *b´s* lidos (de *b´s* e de *a´s* lidos)