Banco de questões de astronomia

Estas questões foram produzidas/selecionadas cuidadosamente com o objetivo de preparar os estudantes para o processo seletivo de astronomia no Brasil. Algumas questões não são de autoria própria e estão devidamente sinalizadas por () antes do enunciado. O template do banco de questões é o mesmo do Professor Kevin Zhou. Seu trabalho é valioso, e diversas ideias desta lista podem ser encontradas em seus Handouts.

1 Fotometria e Física Moderna

[3] **Problema 1.** O objetivo dessa questão é deduzir uma expressão para a *profundidade óptica*. Imagine que um feixe de luz passe por uma região do espaço, com uma determiada quantidade de partículas. Se I_0 é a intensidade da luz antes de passar por tal região de espaço e I é a intensidade da luz após, a profundidade óptica é definida como:

$$I = I_0 e^{-\tau}$$

Onde τ é a profundidade óptica.
Considere uma região do espaço possuí densidade numérica de partículas n.

a) Qual o número de partículas em uma área A e espessura dz?

b) Supondo que cada partícula possua sessão transversal σ, qual é a área tampada pelas parículas?

c) Encontre a fórmula para τ.

[2] **Problema 2.** A Galáxia do Triângulo, $M33$, é a terceira maior galáxia do grupo local, ela está a uma distância $d = 970$ kpc de nós e possuí magnitude aparente de $5,72$. Sabendo que ela possuí aproximadamente 40 bilhões de estrelas, encontre a luminosidade média das estrelas de $M33$. Sua estimativa parece condizer com a realidade? Por que?

[4] **Problema 3.** Considere que o universo possuí densidade numérica de estrelas, isto é, numero de estrelas por unidade de volume, constante e de valor n. Assumindo que todas elas tenham $L = L_\odot$ e que existam um total de N_0 estrelas no universo.

a) qual a probrabilidade da magnitude absoluta de uma estrela, vista do centro do universo, ter magnitude entre m e $m + dm$, onde dm é uma porção infinitesimal de magnitude? Deixe sua resposta em termos de m e da maior magnitude possivél, m_{lim}, de uma estrela na "borda"do universo.

b) Qual a probabilidade de uma estrela poder ser observada a olho nu?

Dados:

$$\int_{-\infty}^{6} 10^{0,6(x-A)} dx \approx 2881.6 e^{-1.381A}$$

[4] **Problema 4.** O *Brilho Superfícial*, fluxo por ângulo sólido por frequência, B_ν é dada pela Lei de Plank:

$$B_\nu = \frac{dF}{d\nu d\Omega} = \frac{2h\nu^3}{c^2(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1)}$$

a) Encontre uma expressão para:

$$B_\lambda = \frac{dF}{d\lambda d\Omega}$$

b) A partir de B_λ encontre o comprimento de onda máximo de onda λ_{max} que uma estrela de temperatura T emite (você terá que resolver algo numéricamente).

c) Para pequenas frequências temos a aproximação de Righlight-Jeans. Obetenha uma expressão para B_ν para frequêncais pequenas.

[3] **Problema 5.** A luminosidade de um corpo secundário, depende da área iluminada vísivel do astro. Nestá questão vamos fazer um breve estudo sobre esse fenômeno.

a) Considere a Seguinte situação:

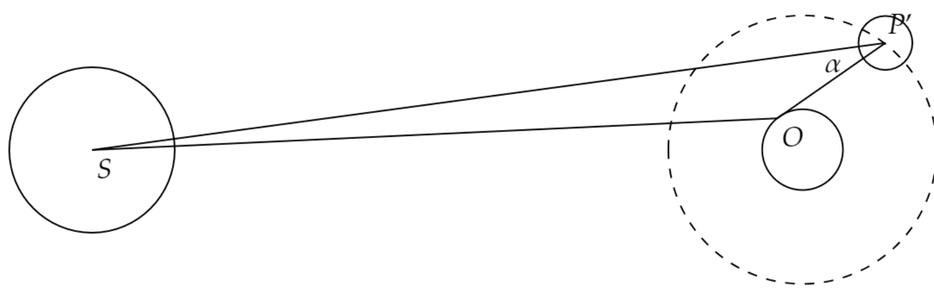

Figura 1: Esquema Sol-Terra-Lua

Encontre uma expressão para a razão Φ entre a área iluminada em função de α e a área total do planeta.

b) Encontre os ângulos α em que temos a fase da Lua em: Nova, crescente, cheia e minguante, respectivamente.

[5] **Problema 6.** (Apostila Magna) Neste problema, modelaremos o efeito da atmosfera na Terra. Suponha que o Sol seja um corpo negro de temperatura T_1 e raio R_1. A Terra é uma esfera que está localizada a uma distância R do Sol e possui raio R_3. A emissividade da Terra é ϵ_3.

a) Se não houvesse atmosfera na Terra, determine sua temperatura de equilíbrio, T_3.

b) Agora, consideraremos os efeitos da atmosfera. Modele-a como uma casa esférica de gás, com uma emissividade ϵ_2 e raio exterior $R_2 > R_3$, concêntrica à Terra. No equilíbrio térmico, sua absortividade para os comprimentos de onda no ultravioleta e no infravermelho é ϵ_2. A atmosfera transmite uma fração t da radiação ultravioleta mas é completamente opaca ao infravermelho. Assumindo que o Sol emita luz ultravioleta enquanto a Terra emite e re-emite no infravermelho, determine as temperaturas T_2 da atmosfera e T_3 da Terra, no equilíbrio termodinâmico. Assuma que a atmosfera seja um condutor de calor perfeito, de forma que toda a radiação incidente sobre ela seja uniformemente distribuída por sua superfície.

[2] **Problema 7.** (Lista 2 - 2021) A Nebulosa do Anel (M57) possui uma magnitude aparente igual a 9 e um diâmetro angular de $2'$ para um observador na Terra. Qual seria a magnitude aparente do céu noturno de um planeta orbitando uma estrela exatamente no centro de M57?

[4] **Problema 8.** (Adaptado Lista 4 - 2021) O Efeito Cherenkov foi primeiramente detectado pelo cientista soviético Pavel Cherenkov, em 1937. Mais tarde, em conjunto com seus colegas de trabalho, I. E. Tamm e I. M. Frank, ele interpretou fisicamente o fenômeno, ganhando, assim, o Prêmio Nobel de Física de 1958. Antes de fazer um estudo matemático, precisamos, primeiro, entender um pouco mais sobre seu princípio.

Quando partículas carregadas de alta energia percorrem um meio dielétrico, é possível que, caso sua velocidade seja maior que a velocidade de fase ($\frac{c}{n}$), átomos sejam excitados. Esses, por sua vez, ao retornarem ao estado fundamental, emitem radiação eletromagnética. As ondas emitidas se espalham de forma esférica e, quando somadas, formam um cone de ângulo de abertura 2α, como mostra a figura abaixo.

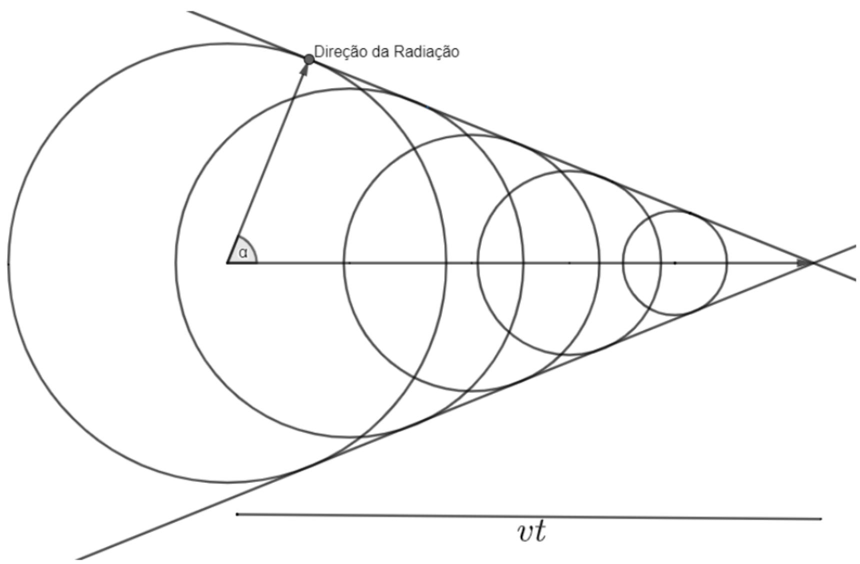

Figura 2: Mecanismo de radiação do Efeito Cherenkov

Esse efeito é similar a um jato movendo-se em velocidade supersônica, ou seja, segue o mesmo princípio do Cone de Mach, porém, com a luz. Finalmente, iremos desenvolver o modelo matemático do Efeito Cherenkov.

Parte A - Modelo Teórico

Considere uma partícula movimentando-se a velocidades relativísticas em um meio de índice de refração n. Sabe-se que sua massa de repouso é m_0, possui momento linear p e velocidade v. Em determinado momento, há emissão de um fóton sob um ângulo α, como mostra a figura 1.

a) Sendo μ a frequência do fóton emitido, determine a equação de seu momento linear, p_μ, e sua energia, E_μ. Sua resposta deve estar em função de n, μ e constantes físicas.

b) Encontre uma expressão para o momento linear da partícula após a emissão do fóton em função de p_μ, p e α.

c) Sendo $\beta_n = \frac{c}{vn}$, prove que a relação abaixo é verdadeira:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\beta_n} \tag{1}$$

d) Considerando que o momento linear e a energia se conservem, determine a velocidade mínima para a ocorrência do Efeito Cherenkov. **Dica:** Quando comparado com os outros parâmetros, o fator $(n^2 - 1)h\mu$ pode ser desprezado.

Parte B - Reações Nucleares

A cadeia próton-próton é um processo de reações de fusão para conversão de hidrogênio em hélio. Um dos ramos possíveis da cadeia próton-próton é a *pp* IV, na qual, teoricamente, um átomo de hélio-3 reage diretamente com um próton, conforme a reação a seguir:

$$^3\text{He} +^1\text{H} \rightarrow^4\text{He} + \nu + \_\_ \tag{2}$$

e) Indicando a lei de conservação nuclear utilizada, indique qual partícula faltante no quadrado da reação acima.

f) Indicando a lei de conservação nuclear utilizada, indique qual partícula faltante no quadrado da reação abaixo:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \_ \tag{3}$$

Dados: Massa do píon: 140 MeV/c^2, massa do múon: 106 MeV/c^2.

[3] **Problema 9.** (Lista 3 - Vinhedo 2022) Juvelino, diretamente de seu observatório em Paris, França, monitora a estrela Polaris (αUMi). Ele tem como objetivo descobrir a temperatura de cor T_c do astro. Alguns dos dados de que ele dispõe a respeito de seu alvo são:

- Magnitude aparente na banda V: $V = 1,98$;
- Magnitude absoluta na banda V: $M_V = -3,60$;
- Magnitude absoluta na banda B: $M_B = -3,19$.

Com as informações fornecidas, ajude Juvelino!

a) Realizando diversas observações, Juvelino determinou que a extinção interestelar na banda V na direção de Polaris é $a_V = 5,8\,\text{mag/kpc}$. Determine a distância, em pc, de αUMi até a Terra.

b) Usando a relação empírica

$$\frac{A_V}{E_{B-V}} = 3,0 \tag{4}$$

sendo A_V a extinção interestelar total na banda V e E_{B-V} o excesso de cor $B-V$, determine o índice de cor $B-V$ da estrela observada.

c) Demonstre a relação

$$T_c = \frac{7009}{(B-V)+0,47} \tag{5}$$

na qual a temperatura de cor é dada em Kelvin. Para tanto, use o fato de que estrelas de classe espectral $A0$ possuem $(B-V)=0$ e $T_c = 15000\,\mathrm{K}$. Use também que os comprimentos de onda das bandas B e V são, respectivamente, $\lambda_B = 440\,\mathrm{nm}$ e $\lambda_V = 548\,\mathrm{nm}$. Justifique quaisquer aproximações feitas.

DICA: A lei de plack talvez seja útil

d) Determine a temperatura de cor de Polaris.

[4] **Problema 10.** (Lista 4 - 2020) Apesar de assustadora, a plantação de bananeiras de Juvelino possui um céu perfeito para uma de suas duas paixões: astrofotografia. Ele possui um telescópio de 200 mm de diâmetro e uma super CCD acoplada, com os parâmetros: lado do pixel 5 μm, escala de placa $3,2$ arcmin/mm, eficiência quântica de 97%, RON (Read-out noise, ou ruído de leitura) 1 contagem/pixel e DN (ruído térmico) 1 contagem/(pixel.hora). Ele prefere fazer suas observações na banda V (comprimento de onda central $\lambda_V = 5500$ Å, largura de banda $\Delta\lambda = 820$ Å), pois lembra-se de um número mágico associado a ela: o fluxo de fótons de um objeto de magnitude 0 nessa banda é $\phi_0 = 1000$ fótons/$(\mathring{A} \cdot \mathrm{cm}^2)$. Juvelino possui 2 alvos prediletos: uma estrela de magnitude $m_V = 4,51$ e um aglomerado globular de brilho superficial uniforme em V de $19,5$ mag/arcsec^2 e diâmetro angular $\theta = 40''$.