Unidade III

Objetivos

Neste tópico, apresentar-se-á o tema mais importante da lógica tradicional, ou seja, o argumento. Estudar-se-á que, para a lógica clássica, o principal objetivo no estudo dos argumentos é a verificação da validade da sua forma, entendendo-se por forma, aqui, a forma de raciocínio.

5 PRINCÍPIOS DA ARGUMENTAÇÃO

5.1 Argumentos

5.1.1 Introdução

Intuitivamente, todos temos uma ideia do que seja argumento – bem próxima ao que de fato é – no entanto, é preciso dar-se uma definição formal e todo o simbolismo matemático para um trabalho preciso.

Lembrete

Argumento: 1. Raciocínio de no qual se tira uma conclusão. 2. Prova, demonstração. 3. Resultado de uma obra; sumário.

Observação

Um argumento é um conjunto de duas os mais proposições, no qual uma das proposições é denominada **conclusão**, e as demais são chamadas de premissas. A conclusão é consequência das premissas.

A forma como, por meio das premissas, chega-se a uma conclusão é denominada de inferência lógica. Ela pode ser dita como forma de raciocínio.

Exemplo:

"Minha avó é alta, minha mãe é alta, eu sou alta, logo minha filha será alta."

Esse argumento é composto de quatro proposições: as três primeiras são as premissas e a última é a conclusão, justificada com base nas outras três.

Note-se que, em um argumento, nem sempre a última proposição é a conclusão. Esta pode estar em qualquer lugar no argumento, pode ser a primeira proposição ou alguma intermediária. Na maioria dos casos aqui estudados, entretanto, manter-se-á a conclusão por último.

Geralmente, classificam-se os argumentos em dedutivos ou indutivos.

Os argumentos dedutivos são aqueles em que a conclusão é uma consequência lógica das premissas.

Exemplos:

Todos os peixes vivem na água.

Piranha é um peixe

Logo, a piranha vive na água.

No argumento exemplificado, há três proposições, sendo a última a conclusão, que é uma consequência lógica das premissas. Diz-se que um argumento dedutivo é bem construído quando é impossível obter-se uma conclusão falsa se as premissas forem verdadeiras; para este caso, diz-se que o argumento é válido, por outro lado, tendo-se premissas verdadeiras e conclusão falsa, diz-se que o argumento é inválido.

Os argumentos indutivos são aqueles em que a conclusão apresenta informações que não estão presentes nas premissas. Esses argumentos, contudo, não farão parte de nossos estudos neste livro-texto.

Exemplo:

O Corinthians nunca foi campeão da Taça Libertadores.

No próximo ano, participará da Taça Libertadores.

Logo, o Corinthians não será campeão.

Nesse argumento, não há de fato como afirmar categoricamente que o Corinthians não será campeão, porém é provável que não o seja em virtude de seu passado na competição. Fica claro que, nesse tipo de argumento, há uma dedução do que poderá ocorrer, mas não uma certeza absoluta.

5.1.2 Definição simbólica de argumento

De acordo com Alencar Filho (2002), sejam $P_1, P_2,..., P_n$ $(n \geq 1)$ e Q proposições quaisquer, simples ou compostas.

Denomina-se argumento toda afirmação em que uma dada sequência finita $P_1, P_2,..., P_n$ $(n \geq 1)$ de proposições tem como consequência uma proposição Q.

As proposições $P_1, P_2, ..., P_n$ dizem-se as premissas do argumento, e a proposição final Q diz-se a conclusão do argumento.

Notação

Um argumento de premissas $P_1, P_2, ..., P_n$ e de conclusão Q é denotado por:

1. Na primeira forma, as premissas vêm separadas por vírgulas, seguidas em sequência pelo símbolo ⊢ e finalizadas pela conclusão Q.

$$P_1, P_2, ..., P_n \vdash Q$$

2. Na segunda forma, tem-se uma estrutura de uma coluna com várias linhas, sendo a última a relativa à conclusão, a qual é separada das demais por um traço.

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ ... \\ Pn \\ \hline Q \end{array}$$

O argumento que consiste em duas premissas e uma conclusão chama-se silogismo.

Diz-se antecedente o conjunto das premissas e o consequente é a conclusão.

5.2 Validade de um argumento

No tocante a um argumento (dedutivo), diz-se que é válido ou inválido; não podemos dizer se é verdadeiro ou falso, já que as designações de verdadeiro ou falso aplicam-se às premissas.

Simbolicamente:

Um argumento $P_1, P_2, ..., P_n \vdash Q$ é dito válido se, e somente se, a conclusão Q é verdadeira em todas as vezes que as premissas $P_1, P_2, ..., P_n$ são verdadeiras.

Chama-se de sofisma (ou falácia) um argumento não válido.

Lembrete

Sofisma: 1. Raciocínio capcioso, feito com a intenção de enganar. 2. Argumento ou raciocínio falso, com alguma aparência de verdade.

Falácia: 1. Engano, burla. 2. Palavra ou ato enganoso.

Todo o argumento tem um valor lógico, V se for válido (correto, legítimo) ou F se é um sofisma (incorreto, ilegítimo).

> As premissas dos argumentos são verdadeiras ou pelo menos admitidas como tal. Aliás, a lógica só se preocupa com a validade dos argumentos e não com a verdade ou a falsidade das premissas e das conclusões. O importante para a lógica é a forma do raciocínio.
>
> A validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e a conclusão. Portanto, afirmar que um dado argumento é válido significa afirmar que as premissas estão de tal modo relacionadas com a conclusão que não é possível ter a conclusão falsa se as premissas são verdadeiras (ALENCAR FILHO, 2002).

Exemplos:

Todo carro é azul.

O fusca é um carro.
___
Logo, o fusca é azul.

Esse é um argumento válido, pois se admite em princípio que as premissas são verdadeiras, logo, se elas fossem verdadeiras, a conclusão também seria. Esse argumento é do tipo

Todo x é y

z é x
___
logo, z é y

Podem-se substituir as variáveis x, y e z por quaisquer palavras, se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também será. Por isso, esse é um argumento válido.

1. Nenhum macaco é banana.

Nenhuma banana tem rabo.
___
Logo, nenhum macaco tem rabo.

2. Alguns professores são matemáticos.

Alguns matemáticos são altos.
___
Logo, alguns professores são altos.

Esses são exemplos de argumentos inválidos, pois mesmo nos casos em que as premissas e a conclusão sejam aparentemente verdadeiras, a forma de raciocínio é incorreta. Logo, para a lógica, o importante é a forma do argumento e não o valor lógico das proposições componentes do argumento.

5.2.1 Critério de validade de um argumento

Um argumento $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$ é válido se e somente se a condicional:

$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow Q$ é tautológica.

Exemplo:

O argumento válido $p \vdash p \vee q$ (pois sempre que **p** for válida, a disjunção também o será), assim, os argumentos a seguir também são válidos, pois possuem a mesma forma:

a. $(\sim p \wedge r) \vdash (\sim p \wedge r) \vee (\sim s \rightarrow r)$

b. $(p \rightarrow r \vee s) \vdash (p \rightarrow r \vee s) \vee (\sim r \wedge s)$

Observação

A validade ou não validade de um argumento depende apenas da sua forma, e não de seu conteúdo ou da verdade e falsidade das proposições que o integram.

Logo, diversos argumentos podem ter a mesma forma, e como é a forma que determina a validade, todos os argumentos serão válidos se a forma em questão for válida.

5.2.2 Lista de argumentos válidos fundamentais e/ou regras de inferência

Os argumentos a seguir são considerados argumentos válidos fundamentais; por conseguinte, são usados para validar outros argumentos. Os argumentos fundamentais são utilizados para fazer inferências, ou seja, demonstrações.

A vantagem do uso das regras de inferência em relação à tabela-verdade é que, quando se tem um número elevado de premissas, as tabelas-verdade tornam-se de um tamanho inviável, daí o uso dos argumentos fundamentais para demonstrar a validade de argumentos mais complexos.

Junto às regras, colocam-se as abreviações costumeiramente adotadas.

1. Adição (AD)

   a. $p \vdash p \vee q$;

b. $p \vdash q \vee p$.

2. Simplificação (SIMP)

a. $p \wedge q \vdash p$;

b. $p \wedge q \vdash q$.

3. Conjunção (CONJ)

a. $p, q \vdash p \wedge q$;

b. $p, q \vdash q \wedge p$.

4. Absorção (ABS)

$p \to q \vdash p \to (p \wedge q)$

5. *Modus ponens* (MP, também conhecida como regra da separação)

$p \to q, p \vdash q$

6. *Modus tollens* (MT)

$p \to q, p \vdash \sim p$

7. Silogismo disjuntivo (SD)

a. $p \vee q, \sim p \vdash q$;

b. $p \vee q, \sim q \vdash p$.

8. Silogismo hipotético (SH)

$p \to q, q \to r \vdash p \to r$.

9. Dilema construtivo (DC)

$p \to q, r \to s, p \vee r \vdash q \vee s$

10. Dilema destrutivo (DD)

$p \to q, r \to s, \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$.

11. Simplificação disjuntiva (SIMPD)

$p \vee q, p \vee \sim q \vdash p$

12. Disjunção exclusiva (DE)

$p \underline{\vee} q, q \vdash \sim q$

13. Eliminação bicondicional (EB)

a. $p \leftrightarrow q, p \vdash q$;

b. $p \leftrightarrow q, q \vdash p$;

c. $p \leftrightarrow q, \sim p \vdash \sim q$;

d. $p \leftrightarrow q, \sim q \vdash \sim p$.

5.2.3 Exemplos do uso das regras de inferência

1. Regra da adição – sendo uma proposição **p** verdadeira, conclui-se que a sua disjunção com qualquer outra proposição é verdadeira.

a. $\dfrac{p}{p \vee \sim q}$

Se p for verdadeira, então $p \vee \sim q$ será verdadeira.

b. $\dfrac{p \wedge q}{(p \wedge q) \vee r}$

Se $p \wedge q$ for verdadeira, então $(p \wedge q) \vee r$ será verdadeira.

c. $\dfrac{x \neq 4}{x \neq 4 \vee x \neq 1}$

Se $x \neq 4$ for verdadeira, então $x \neq 4 \vee x \neq 1$ será verdadeira.

2. Regra da simplificação – se a conjunção $p \wedge q$ é uma proposição verdadeira, pode-se inferir que cada uma das proposições componentes é verdadeira.

a. $\dfrac{(p \vee q) \wedge r}{p \vee q}$

Se a proposição $(p \vee q) \wedge r$ for verdadeira, então $(p \vee q)$ será verdadeira e r também. Logo, pode-se concluir tanto $p \vee q$ como r.

c. $\dfrac{x \in A \wedge x \in B}{x \in A}$

Se a proposição $x \in A \wedge x \in B$ for verdadeira, então $x \in A$ será verdadeira e $x \in B$ também.

3. Regra da conjunção – sendo duas proposições p e q verdadeiras, tidas como premissas, a conjunção delas também o será.

a. $\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$

Sendo verdadeiras tanto a proposição p como a proposição q, a conjunção entre elas também o será.

b. $\begin{array}{c} x > 7 \\ x > 4 \\ \hline x > 4 \wedge x > 7 \end{array}$

Sendo verdadeiras tanto a proposição $x > 7$ como a proposição $x > 4$, a conjunção entre elas também o será.

4. Regra da absorção – sendo verdadeira a proposição $p \rightarrow q$, conclui-se que a proposição $p \rightarrow (p \wedge q)$ também o será.

Se hoje é sexta-feira, então irei sair ($p \rightarrow q$).

Hoje é sexta feira, então hoje e sexta-feira eu irei sair ($p \rightarrow (p \wedge q)$).

Têm-se as proposições p e q abaixo com os seguintes significados:

p = hoje é sexta feira

q = irei sair

5. Regra *modus ponens* – sendo verdadeira a proposição $p \rightarrow q$, conclui-se que a proposição p também o será.

Se hoje é sexta-feira, então amanhã irei ao cinema ($p \rightarrow q$).

Ora, hoje é sexta-feira.
___
Logo, amanhã irei ao cinema.

Têm-se as proposições p e q abaixo com os seguintes significados:

p = hoje é sexta-feira

q = amanhã irei ao cinema

6. Regra *modus tollens* – sendo verdadeiras as proposições p→q e ~q, conclui-se que a proposição ~p também o será.

a. $\dfrac{\begin{array}{l} p \rightarrow \sim q \\ \sim\sim q \end{array}}{\sim p}$

b. Se hoje for domingo, então irei ao cinema.

Ora, não irei ao cinema.

Logo, hoje não é domingo.

7. Regra do silogismo disjuntivo – sendo verdadeiras as proposições p ∨ q e ~p, conclui-se que a proposição q também o será.

a. $\dfrac{\begin{array}{l} x = 3 \vee x = 6 \\ x \neq 6 \end{array}}{x = 3}$

b. João é professor ou engenheiro.

Ora, João não é professor.

Logo, João é engenheiro.

8. Regra do silogismo hipotético – sendo verdadeiras as proposições p → q e q → r, conclui-se que a proposição p → r também o será.

a. $\dfrac{\begin{array}{l} \sim p \rightarrow \sim q \\ \sim q \rightarrow \sim r \end{array}}{\sim p \rightarrow \sim r}$

b. Se almoço bem, então vou ao cinema.

Se vou ao cinema, então como pipoca.

Se almoço bem, então como pipoca.

9. Regra do dilema construtivo – essa regra trata de duas proposições condicionais mais uma proposição formada pelos disjunção dos antecedentes, o que leva a inferir a disjunção dos consequentes.

a. $$\begin{array}{l} x < y \rightarrow x = 3 \\ x \geq y \rightarrow x > 5 \\ \underline{x < y \vee x \geq y} \\ x = 3 \vee x > 5 \end{array}$$

b. Se o Corinthians vencer, então irei ao cinema.

Se o Palmeiras perder, então ficarei em casa.

Ora, ou o Palmeiras perdeu ou o Corinthians venceu.

Logo, irei ao cinema ou irei ficar em casa.

10. Regra do dilema – essa regra trata-se de duas proposições condicionais mais uma proposição formada pela disjunção da negação dos consequentes, o que leva a inferir a disjunção da negação dos antecedentes

a. $$\begin{array}{l} x - y = 3 \rightarrow x = 2 \\ y + x = 5 \rightarrow x = 3 \\ \underline{x \neq 2 \vee x \neq 3} \\ x - y \neq 3 \vee y + x \neq 5 \end{array}$$

b. Se João é professor, então Maria é professora.

Se Pedro é médico, então Marta é médica.

Ora, ou Maria não é professora ou Marta não é médica.

Logo, João não é professor ou Pedro não é médico.

6 TÉCNICAS PARA VALIDAÇÃO DE ARGUMENTOS

6.1 Validação através de tabelas–verdade

Introdução

Relembramos aqui que, para a lógica tradicional, o tema de maior interesse são os argumentos, e o mais importante neles é a sua forma, isto é, a forma de raciocínio construída nos argumentos.

As tabelas-verdade são um dos instrumentos que podem ser usados para demonstrar a validade de qualquer argumento. A desvantagem desse método está na dificuldade de lidar com um número de premissas grande; porém, para uma quantidade pequena de proposições, é excelente.

Para construir-se uma tabela-verdade para validar um argumento procede-se de maneira semelhante aos passos normais, isto é, inicialmente, colocam-se as colunas referentes às proposições simples, em seguida, vêm as proposições relativas às premissas e, por fim, a coluna relativa à conclusão.

Note que não é necessário que a coluna da conclusão seja aquela mais à direita, ela pode ser uma coluna intermediária na tabela ou até mesmo a primeira.

Após a construção da tabela-verdade para se verificar se o argumento é válido, deve-se procurar pelas linhas em que todas as premissas possuem valor lógico verdadeiro. Se em algumas dessas linhas o valor lógico da conclusão for falso (inválido), então o argumento será inválido; porém, se em todas as linhas em que as premissas possuem valor lógico verdadeiro e a conclusão também possuir valor lógico verdadeiro, então o argumento será válido.

Colocando-se em forma simbólica o que foi dito, temos:

Dado um argumento:

$P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$

Deve-se verificar se é ou não possível ter $V(Q) = F$ quando $V(P_1) = V(P_2) = V(P_n) = V$.

O procedimento prático consiste em construir uma tabela-verdade, identificando inicialmente as proposições simples que ocuparão as primeiras colunas; em seguida, uma coluna para cada premissa P_i e, por fim, uma coluna para a conclusão.

O procedimento de validação consiste em identificar linhas em que os valores lógicos das premissas $P_1, P_2, \dots, P_n$ são todos V. Nessas linhas, o valor lógico da conclusão Q deve ser também V para que o argumento dado seja válido. Se, em pelo menos uma dessas linhas o valor lógico da conclusão Q for F, então o argumento dado é não válido, ou seja, é um sofisma (falácia).

Alternativamente, demonstrar a validade do argumento dado consiste em construir a tabela-verdade da condicional associada ao argumento:

Como já visto, dado o argumento $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$, a condicional associada é $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow Q$.

Se, nessa tabela-verdade relativa à condicional associada, verifica-se que essa condicional é uma tautologia, isto é, para a coluna referente à proposição Q todos os valores lógicos são verdadeiros, então o argumento dado é válido. Caso contrário, é inválido, ou seja, um sofisma.

Exemplos adaptados de Alencar Filho (2002):

1. Verificar a validade dos argumentos dados a seguir:

Dão-se como exemplo dois argumentos aparentemente distintos, porém, observando-se com detalhe, nota-se que possuem a mesma forma de raciocínio.

a. Se $a = 3$ e $b = c$, então $b > 2$

$b \leq 2$

Portanto, $b \neq c$

b. Se João tem 2 m de altura e Maria tem a altura de Pedro, então Maria tem 1,8 m de altura.

A altura do Pedro é menor que 1,8 m.

Portanto, Maria e Pedro não têm a mesma altura.

Solução:

Inicialmente, identificam-se as proposições simples envolvidas em todas as proposições do argumento dado.

No caso do item A, identificam-se três proposições simples:

$a = 3$; $b = c$; $b > 2$

Representando-as respectivamente por p, q e r, pode-se então escrever o argumento do item A da seguinte forma simbólica:

$p \wedge q \rightarrow r, \sim r \vdash \sim q$

No caso do item B, identificam-se três proposições simples:

João tem 2 m de altura.

Maria tem a altura de Pedro.

Maria tem 1,8 m de altura.

Analogamente, como no item A, representando essas proposições respectivamente por p, q e r, pode-se então escrever o argumento da seguinte forma simbólica:

$p \wedge q \rightarrow r, \sim r \vdash \sim q$

Para verificar os argumentos dos itens A e B, construir-se-á a tabela-verdade referente a ambos. Para isso, inicialmente colocam-se as colunas referentes às proposições simples componentes; depois insere-se uma coluna auxiliar com a conjunção de p e q; na sequência, colocam-se as premissas e a conclusão, respectivamente.

Tabela 61

				Premissa 1	Premissa 2	Conclusão	
p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow r$	~r	~q	
V	V	V	V	V	F	F	
V	V	F	V	F	V	V	
V	F	V	F	V	F	F	
V	F	F	F	V	V	V	← 4
F	V	V	F	V	F	F	
F	V	F	F	V	V	F	← 6
F	F	V	F	V	F	F	
F	F	F	F	V	V	V	← 8

As premissas do argumento dado estão nas colunas 5 e 6, e a conclusão na coluna 7.

As premissas são verdadeiras (V) nas linhas 4, 6 e 8. Nas linhas 4 e 8, a conclusão também é verdadeira (V), porém, na linha 6, a conclusão é falsa (F), isto é, essa linha está afirmando que a falsidade da conclusão é compatível com a verdade das premissas. Logo, o argumento dado não é válido, ou seja, é um sofisma ou falácia.

Observação

Para se demonstrar que um argumento é inválido, basta encontrar um argumento da mesma forma com premissas verdadeiras e conclusão falsa. Essa maneira de demonstrar a não validade de um argumento chama-se **método do contraexemplo**.

Por exemplo (ALENCAR FILHO, 2002), baseado no argumento do item A, tem-se o seguinte argumento, que possui a mesma forma de raciocínio daquele:

Se $3 = 8$ e $2 = 2$, então $2 > 3$
$2 \leq 3$
___
Portanto, $2 \neq 2$

A primeira premissa é verdadeira (V) porque o seu antecedente é falso (lembre-se da tabela-verdade da condicional), e a segunda premissa é claramente verdadeira (V), mas a conclusão é irrefutavelmente falsa (F). Logo, esse argumento é um contraexemplo que prova que o argumento dado é não válido, ou seja, um sofisma.

2. Verificar se é válido o argumento : $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$.

Tabela 62

		Premissa 1	Premissa 2	Conclusão	
p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	
V	V	V	F	F	
V	F	F	F	V	
F	V	V	V	F	← 3
F	F	V	V	V	← 4

Note-se que as primeiras colunas foram destinadas às proposições simples componentes de todas as proposições envolvidas no argumento. As premissas do argumento estão nas colunas 3 e 4, e a conclusão na coluna 5. As premissas são ambas verdadeiras (V) nas linhas 3 e 4. Na linha 4 a conclusão também é verdadeira (V), mas na linha 3 a conclusão é falsa (F). Logo, o argumento dado não é válido, ou seja, é um sofisma.

Observação

Essa forma de argumento não válido apresenta certa semelhança com a forma de argumento válido *modus tollens*. Tem o nome de "sofisma de negar o antecedente".

3. Verificar se é válido o argumento: $p \rightarrow q, q \vdash p$.

Tabela 63

Conclusão	Premissa 2	Premissa 1	
p	q	$p \rightarrow q$	
V	V	V	← 1
V	F	F	
F	V	V	← 3
F	F	V	

As premissas do argumento dado estão nas colunas 2 e 3, e a conclusão na coluna 1. As premissas são ambas verdadeiras (V) nas linhas 1 e 3. Na linha 1, a conclusão também é verdadeira (V), mas na linha 3 a conclusão é falsa (F). Logo, o argumento dado não é válido, é um sofisma.

Observação

Essa forma de argumento não válido apresenta certa semelhança com a forma de argumento válido *modus ponens*. Tem o nome de "sofisma de afirmar o consequente".

4. Verificar a validade do argumento: $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$.

Tabela 64

			P_1	P_2	Q	P_3	
p	q	r	$p \vee q$	$\sim q$	$\sim q$	$p \rightarrow r$	
V	V	V	V	F	F	V	
V	V	F	V	F	F	F	
V	F	V	V	V	V	V	← 3
V	F	F	V	V	V	F	
F	V	V	V	F	F	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	F	V	V	V	
F	F	F	F	V	V	V	

As premissas do argumento dado estão nas colunas 4, 5 e 6, e a conclusão na coluna 3. As três premissas são verdadeiras (V) somente na linha 3, e nesta linha a conclusão também é verdadeira (V), isto é, não é possível ter as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Logo, o argumento dado é válido.

5. Verificar a validade do argumento : $p \leftrightarrow q, q \vdash p$.

Tabela 65

Conclusão	Premissa 2	Premissa 1
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

As premissas do argumento dado estão nas colunas 2 e 3, e a conclusão na coluna 1. As premissas são ambas verdadeiras (V) somente na linha 1, e nesta linha, a conclusão também é verdadeira (V), isto é, não é possível ter premissas verdadeiras e conclusão falsa. Logo, o argumento dado é válido.

6. Verificar se é válido o argumento : $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$.

Neste item, será verificada a validade ou não do argumento utilizando-se o recurso da condicional associada ao argumento sob análise, logo, para este caso, a condicional associada ao argumento objeto de análise é:

$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$

Tabela 66

			P_1		Q	Condicional Associada	
p	**q**	**r**	$p \rightarrow q$	$q \vee r$	$p \rightarrow q \vee r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$	
V	V	V	V	V	V	V	← 1
V	V	F	V	V	V	V	← 2
V	F	V	F	V	V	V	← 3
V	F	F	F	F	F	V	
F	V	V	V	V	V	V	← 5
F	V	F	V	V	V	V	← 6
F	F	V	V	V	V	V	← 7
F	F	F	V	F	V	V	← 8

Na última coluna dessa tabela-verdade, a referente à condicional associada, encontra-se somente a letra V (verdade). Logo, a "condicional associada" é tautológica e, por conseguinte, o argumento dado é válido.

Observando-se as linhas 1, 2, 5, 6, 7, 8, nota-se, como era de se esperar, que, para premissas verdadeiras, a conclusão é sempre verdadeira, o que torna o argumento válido. A linha 3 em destaque sinaliza que, de uma premissa falsa, obteve-se uma conclusão verdadeira, mas isso não invalida o argumento, pois de uma premissa falsa pode-se chegar a uma conclusão verdadeira.

7. Verificar a validade do argumento:

Se correr, então Vinicius fica suado.

Vinicius não ficou suado.

Logo, Vinicius não correu.

Escreva-se então o argumento na forma simbólica, em que as proposições serão representadas pelos seguintes significados: "p = correr", q = "Vinicius fica suado".

$p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$

Visto que esse argumento está na forma *modus tollens*, pode-se concluir, pela regra de inferência, imediatamente que se trata de um argumento válido. Porém, segue-se a tabela-verdade, que corrobora essa conclusão.

Tabela 67

		Q	P_2	P_1	
p	q	~p	~q	p→q	
V	V	F	F	V	← 1
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	← 3
F	F	V	V	V	← 4

As premissas do argumento dado estão nas colunas 4 e 5, e conclusão na coluna 3. As premissas são ambas verdadeiras (V) somente na linha 4, e nessa linha conclusão também é verdadeira (V). Logo, o argumento válido.

8. Verificar a validade do argumento:

Se 9 não é ímpar, então 7 não é primo.

Mas 9 é ímpar.

Logo, 7 é primo.

Primeiramente, passa-se o argumento dado para a forma simbólica. Representando por p a proposição "9 é impar" e por q a proposição "7 é primo", tem-se:

$\sim p \rightarrow \sim q, p \vdash q$

Tabela 68

P_2	Q			P_1	
p	q	~p	~q	~ p → ~q	
V	V	F	F	V	← 1
V	F	F	V	V	← 2
F	V	V	F	F	
F	F	V	V	V	

As premissas do argumento dado estão nas colunas 1 e 5, e a conclusão na coluna 2.

As premissas verdadeiras (V) estão nas linhas 1 e 2, mas na linha 2 a conclusão é falsa (F). Logo, o argumento dado é um sofisma, embora tenha premissas e conclusão verdadeiras na outra linha.

9. Verificar se é válido o argumento: $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$.

Neste item, será verificada a validade ou não do argumento utilizando-se o recurso da condicional associada ao argumento sob análise. Logo, para este caso, a condicional associada ao argumento objeto de análise é:

$((\sim p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow \sim q$

Tabela 69

P_2		Q	P_1		Condicional associada	
p	q	~p	$\sim p \rightarrow q$	$(\sim p \rightarrow q) \wedge p$	$((\sim p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow \sim q$	
V	V	F	V	V	F	← 1
V	F	F	V	V	V	
F	V	V	V	F	V	
F	F	V	F	F	V	

Na última coluna desta tabela-verdade relativa à condicional associada, têm-se as letras V e F. Logo, a condicional associada não é tautológica e, por conseguinte, o argumento dado não é válido, ou seja, é um sofisma ou falácia.

Da mesma forma, pode-se observar na segunda linha que há premissas verdadeiras e uma conclusão falsa, ou seja, a verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão, o que corrobora a não validade do argumento.

10. Verificar se é válido o argumento:

Se 5 é primo, então 5 não divide 15.

5 divide 15.

Logo, 5 não é primo.

Convertendo-se as proposições para sua fórmula simbólica, representar-se-á por p a proposição "5 é primo" e por q a proposição "5 divide 15", assim escreve-se:

$p \rightarrow \sim q, q \vdash \sim p$

Tabela 70

	P_2	Q		P_1	
p	q	~p	~q	$p \rightarrow \sim q$	
V	V	F	F	F	← 1
V	F	F	V	V	
F	V	V	F	V	← 3
F	F	V	V	V	

As premissas do argumento dado estão nas colunas 2 e 5, e a conclusão na coluna 3. As premissas são ambas verdadeiras (V) somente na linha 3, e nesta linha a conclusão também é verdadeira (V). Logo, o argumento válido.

Observe-se neste exemplo que se sabe que nosso argumento em questão não cai no caso de premissas verdadeiras e conclusão verdadeira. O argumento é visualizado na linha 1 da tabela, onde se tem a primeira premissa falsa, a segunda premissa verdadeira e uma conclusão obviamente falsa, contudo, para essa forma de raciocínio apresentada no argumento em questão, quando as premissas forem ambas verdadeiras, a conclusão também o será.

11. Verificar se é válido o argumento:

Se um homem é baixo, ele é complexado.

Se um homem é complexado, fica doente.

Logo, os homens baixos ficam doentes.

Escreva-se então o argumento na forma simbólica, em que as proposições serão representadas pelos seguintes significados: “p = Ele é baixo”, q = “Ele é complexado” e r = “Ele fica doente”.

$p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$

De imediato, pode-se concluir que é um argumento válido, pois tem a forma de um silogismo hipotético.

Tabela 71

			P_1	P_2	Q	
p	**q**	**r**	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$	
V	V	V	V	V	V	← 1
V	V	F	V	F	F	
V	F	V	F	V	V	
V	F	F	F	V	F	
F	V	V	V	V	V	← 5
F	V	F	V	F	V	
F	F	V	V	V	V	← 7
F	F	F	V	V	V	← 8

As premissas do argumento dado estão nas colunas 4 e 5, e a conclusão na coluna 6. As premissas são ambas verdadeiras (V) somente nas linhas 1, 5, 7, 8, e nessas linhas a conclusão também é verdadeira (V). Logo, o argumento válido.

12. Verificar a validade do argumento.

Se 13 é menor que 8, então 13 não é primo.
13 não é menor que 8.

Logo, 13 é primo.

Convertam-se as proposições do argumento a sua forma simbólica. Para tanto, faça-se p igual à proposição "13 é menor que 8" e q à proposição "13 é primo". Do que se escreve a seguinte expressão:

$p \rightarrow \sim q, \sim p \vdash q$

Tabela 72

	Q		P_1	P_2	
p	q	~q	p→~q	~p	
V	V	F	F	F	
V	F	V	V	F	
F	V	F	V	V	← 3
F	F	V	V	V	← 4

As premissas do argumento dado estão nas colunas 4 e 5, e a conclusão na coluna 2. As premissas são ambas verdadeiras (V) nas linhas 3 e 4, mas na linha 4 a conclusão é falsa (F). Logo, o argumento dado é um sofisma, embora tenha premissas e conclusão verdadeiras, pois existe pelo menos um caso inválido.

6.2 Validade mediante regras de inferência

A seguir, apresenta-se um quadro resumido dos argumentos fundamentais usados para a inferência da validade ou não dos argumentos. À esquerda, colocou-se o símbolo principal da regra, para auxiliar a encontrar a regra mais adequada à dedução do argumento.

Tabela 73

Tabela resumida das regras de inferência		
Símbolo	Nome da regra	Regra
$\vee$	Adição (AD)	a) $p \vdash p \vee q$; b) $p \vdash p \vee q$
	Silogismo disjuntivo (SD)	a) $p \vee q, \sim p \vdash q$; b) $p \vee q, \sim q \vdash p$
	Simplificação disjuntiva (SIMPD)	$p \vee q, p \vee \sim q \vdash p$
$\wedge$	Simplificação (SIMP)	a) $p \wedge q \vdash p$; b) $p \wedge q \vdash q$
	Conjunção (CONJ)	a) $p, q \vdash p \wedge q$; b) $p, q \vdash q \wedge p$
$\rightarrow$	Absorção (ABS)	$p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
	Modus ponens (MP)	$p \rightarrow q, p \vdash q$
	Modus tollens (MT)	$p \rightarrow q, p \vdash \sim p$
	Silogismo hipotético (SH)	$p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
	Dilema construtivo (DC)	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash q \vee s$
	Dilema destrutivo (DD)	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$
$\veebar$	Disjunção exclusiva (DE)	$p \veebar q, q \vdash \sim q$
$\leftrightarrow$	Eliminação bicondicional (EB)	a) $p \leftrightarrow q, p \vdash q$; b) $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ c) $p \leftrightarrow q, \sim p \vdash \sim q$; d) $p \leftrightarrow q, \sim q \vdash \sim p$

> O método das tabelas-verdade permite demonstrar a validade de qualquer argumento, porém sua utilização torna-se mais trabalhosa à medida que aumenta o número de proposições simples componentes dos argumentos. Para testar, por exemplo, a validade de um argumento com seis proposições simples componentes, é necessário construir uma tabela-verdade com $2^6 = 64$ linhas, o que consumiria muito tempo e facilmente está sujeita a erros (ALENCAR FILHO, 2002).

Um método mais eficiente para demonstrar a validade de um dado argumento $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$ é o uso das regras de inferência, ou seja, dos argumentos fundamentais.

O método consiste em dispor verticalmente as premissas e numerá-las linha a linha. Essa numeração será usada para referenciá-las durante o processo de inferência. Após a última premissa, como de costume, passa-se o traço horizontal separando as premissas das regras de inferência que se seguirão ao traço. Abaixo do traço, inicia-se o processo sucessivo de inferir de cada premissa elementos que nos conduzam à conclusão. Presume-se que as premissas são sempre verdadeiras se for possível obter o valor lógico da conclusão igual à verdade, então o argumento será válido.

Colocando em passos:

1. Disponha as premissas uma em cada linha.
2. Numere as linhas.
3. Identifique os principais conectivos de cada premissa.
4. Sempre presuma que as premissas são verdadeiras.
5. Comece com as premissas que tenham uma fórmula mais simples.
6. Infira de cada premissa os valores lógicos de suas proposições componentes.
7. A cada valor lógico encontrado substitua-o nas premissas mais complexas.
8. Obtenha todos os valores lógicos possíveis.
9. No final, você deve ser capaz de afirmar que o valor lógico da conclusão é verdadeiro para que o argumento seja válido; do contrário o argumento será inválido.

Exemplos (ALENCAR FILHO, 2002):

1. Verificar a validade do argumento : $p \rightarrow q,\ p \wedge r \vdash q$.

Solução:

Aplicar-se-á os passos básicos para a construção.

a. Na linha (1), coloca-se a condicional e na (2) a conjunção.

b. Na linha (2), a conjunção parece ser mais simples que a condicional.

c. Na linha (2), tem-se a conjunção da proposição p e r.

d. Olhando na tabela de regras de inferência pelo símbolo $\wedge$, vê-se que dessa proposição pode-se concluir p ou r, isto é, tanto p como r devem ser verdadeiros para que a proposição seja verdadeira. Como p aparece também na linha (1) e r não, logo, da segunda conclui-se p, por isso na linha (3) aparece p, que foi concluído através da linha (2) usando a regra da simplificação.

e. Agora, presumindo-se p = V na linha (1), onde se tem uma condicional que deve ser verdadeira, percorre-se a tabela de inferência e nota-se que a *modus ponens* é a regra, de onde concluo q, que é a conclusão a qual se deve atingir. Assim, da linha (1) e linha (3), junto com a *modus ponens*, conclui-se que q é verdadeiro quando (1) e (2) são verdadeiros. Se não se conseguisse afirmar o valor, então o argumento seria inválido, pois a conclusão poderia assumir qualquer um dos valores lógicos V ou F.

$$
\begin{array}{l}
(1) p \rightarrow q \\
(2) p \wedge r \\
\hline
(3)\ p\ \ 2 - \text{SIMP} \\
(4)\ q\ \ 1,3 - \text{MP}
\end{array}
$$

2. Verificar que é válido o argumento: $p \wedge q,\ p \vee r \rightarrow s \vdash p \wedge s$

Solução:

a. Colocam-se as premissas em linhas separadas e numeradas.

b. Na linha (1), coloca-se a conjunção e na (2) uma disjunção e uma condicional.

c. Na linha (1), a conjunção parece ser mais simples que a da linha (2).

d. Na linha (1), tem-se a conjunção da proposição p e q.

e. Olhando-se a tabela de regras de inferência pelo símbolo $\wedge$, vê-se que dessa proposição pode-se concluir p ou q, isto é, tanto p como q devem ser verdadeiros para que a proposição seja verdadeira. Como p aparece também na linha (2) e q não, logo, da primeira linha conclui-se p pela regra da simplificação, por isso, na linha (3) aparece p, que foi concluído através da linha (1) usando a regra da simplificação.

f. Agora, presumindo-se p = V na linha (2), onde se tem uma condicional e a disjunção. A proposição p interfere na disjunção, então, pela regra da adição, pode-se inferir que a disjunção será válida. Logo, da linha (3) pode-se concluir que a disjunção da linha (2) será sempre verdadeira.

g. Na linha (2), a disjunção é verdadeira, logo, para que a condicional seja verdadeira, necessariamente s tem que ser verdadeiro pela regra *modus pollens*, assim, das linhas (2) e (4) pode-se concluir que s é verdadeiro.

h. Sobre a conclusão, pode-se afirmar, então, com base na regra da conjunção e das linhas (3) e (5), que ela será verdadeira. Logo, como é possível fazer essa afirmação, sem dúvidas, nosso argumento é válido.

1. $p \wedge q$

2. $p \vee r \rightarrow s$

---

3. p	1 – SIMP
4. $p \vee r$	3 – AD
5. s	2,4 – MP
6. $p \wedge s$	3,5 – CONJ

3. Verificar a validade do argumento:

$p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q, p \vdash r$

Solução:

a. Colocam-se as premissas em linhas separadas e numeradas.

b. Na linha (1), coloca-se a condicional, na (2), outra condicional e na (3) a proposição p.

c. Obviamente, a linha (3) é a mais simples, e dela conclui-se que p é verdadeiro.

d. Da linha (3), pode-se concluir com base na regra *modus pollens* que a condicional $q \rightarrow r$ é verdadeira, para que toda a proposição também seja. Como a conclusão é apenas baseada na proposição r e somente q tem relação direta com r, se for encontrado o valor lógico de q, se poderá realizar a afirmação relativa a r.

e. Da linha (3) e da regra *modus pollens*, com base na linha (2), pode-se concluir que a proposição q é verdadeira.

f. Logo, da linha (4), que afirma que $q \rightarrow r$ é verdadeira, e da linha (5), onde se tem que q é verdadeiro usando-se novamente a *modus pollens*, pode-se concluir que r será forçosamente verdadeiro, por isso o argumento é válido.

1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

2. $p \rightarrow q$

3. p

---

4. $q \rightarrow r$	1,3 – MP
5. q	2,3 – MP
6. r	4,5 – MP

5. Verificar a validade do argumento:

$p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$

a. Colocam-se as premissas em linhas separadas e numeradas.

b. Na linha (1), coloca-se a condicional, na (2) a negação.

c. Da linha (2), verifica-se que q deve ser falsa para a premissa ser verdadeira, porém, se q é falso, não há como tornar a premissa (1) verdadeira, pois em uma condicional, se o antecedente for falso, o consequente será verdadeiro necessariamente, e se o antecedente for verdadeiro, o consequente deve ser verdadeiro para que a proposição se torne verdadeira, porém, não é o caso. Logo, cai-se em contradição, o que leva à conclusão de que o argumento é inválido.

Solução:

1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

---

3. Inválido, pois as proposições estão se contradizendo, por isso, não foi possível entrar uma regra de inferência.

Álgebra de Boole

Em meados do século XIX, George Boole (1815-1864), em seus livros *A análise matemática da lógica* (1847) e *Uma investigação das leis do pensamento* (1854), desenvolveu a ideia de que as proposições lógicas poderiam ser tratadas por ferramentas matemáticas. Segundo Boole, essas proposições podem ser representadas por símbolos e a teoria para trabalhar com esses símbolos, suas entradas (variáveis) e saídas (respostas) é a lógica simbólica desenvolvida por ele.

Já no século XX, a álgebra booleana foi de grande importância prática, relevância que continua até hoje, na era da informação digital (por isso falamos da lógica digital). Graças a ela, Shannon (1930) foi capaz de formular sua teoria da codificação e John Von Neumann, de articular o modelo de arquitetura que define a estrutura interna de computadores da primeira geração.

Resumo

Nesta unidade, foi examinado o que se conhece em lógica por argumentação, assim como as operações sobre ela. Foram vistas as regras de inferência e os argumentos fundamentais. Além disso, apresentaram-se algumas das formas de validação dos argumentos.

Exercícios

Questão 1. (RESUMOS-CONCURSOS/2008) Ou lógica é fácil, ou Artur não gosta de lógica. Por outro lado, se geografia não é difícil, então lógica é difícil. Daí segue-se que, se Artur gosta de lógica, então:

A) Se geografia é difícil, então lógica é difícil.

B) Lógica é fácil e geografia é difícil.

C) Lógica é fácil e geografia é fácil.

D) Lógica é difícil e geografia é difícil.

E) Lógica é difícil ou geografia é fácil.

Resposta correta: alternativa B.

Análise das alternativas

Esta questão trata da "argumentação" estudada em lógica. O argumento é uma sequência finita de proposições lógicas iniciais (premissas) e uma proposição final (conclusão). A validade de um argumento independe se a premissa é verdadeira ou falsa. Observe a seguir:

Todo cavalo tem quatro patas [premissa 1 (P1)].

Todo animal de quatro patas tem asas [premissa 2 (P2)].

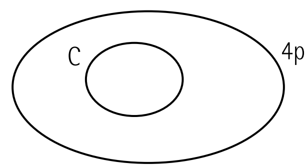
Logo, todo cavalo tem asas [conclusão (C)].

Observe que há um argumento com duas premissas, P1 (verdadeira) e P2 (falsa) e uma conclusão (C).

Veja que este argumento é válido, pois se as premissas se verificarem, a conclusão também se verifica:

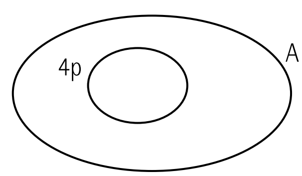
(P1) Todo cavalo tem quatro patas.

Indica que se é cavalo, então tem quatro patas, ou seja, posso afirmar que o conjunto dos cavalos é um subconjunto do conjunto de animais de quatro patas.



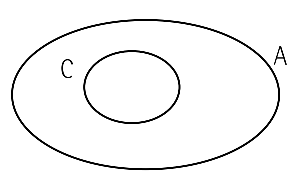
(P2) Todo animal de quatro patas tem asas.

Indica que se tem quatro patas, então o animal tem asas, ou seja, posso afirmar que o conjunto dos animais de quatro patas é um subconjunto do conjunto de animais que tem asas.



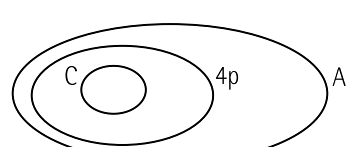
(C) Todo cavalo tem asas.

Indica que se é cavalo, então tem asas, ou seja, posso afirmar que o conjunto de cavalos é um subconjunto de animais que tem asas.



Observe que ao unir as premissas, a conclusão sempre se verifica. Toda vez que fizermos as premissas serem verdadeiras, a conclusão também for verdadeira, estaremos diante de um argumento válido.

Observe:



Desse modo, o conjunto de cavalos é subconjunto do conjunto de 4 patas e este, por sua vez, é subconjunto dos animais que tem asas. Dessa forma, a conclusão se verifica, ou seja, todo cavalo tem asas.

Nesta questão temos duas premissas e a conclusão é um das alternativas, logo temos um argumento. O que se pergunta é qual das conclusões possíveis sempre será verdadeira, dadas as premissas sendo verdadeiras, ou seja, qual a conclusão que torna o argumento válido.

Vejamos:

Ou lógica é fácil, ou Artur não gosta de lógica (P1).

Se geografia não é difícil, então lógica é difícil (P2).

Artur gosta de lógica (P3).

Observe que devemos fazer as três premissas serem verdadeiras. Inicie sua análise pela premissa mais fácil, ou seja, aquela que já vai lhe informar algo que deseja. Observe a terceira premissa (P3), veja que para ela ser verdadeira, Artur gosta de Lógica.

Com esta informação vamos até a primeira premissa (P1), na qual temos a presença do "ou exclusivo" um ou especial que não aceita ao mesmo tempo que as duas premissas sejam verdadeiras ou falsas.

Observe a tabela-verdade do "ou exclusivo" abaixo:

p	**q**	**$p \vee q$**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Sendo as proposições:

p: Lógica é fácil.

q: Artur não gosta de lógica.

$p \vee q$: Ou lógica é fácil, ou Artur não gosta de lógica (P1).

Observe que só nos interessa os resultados que possam tornar a premissa verdadeira, ou seja, as linhas 2 e 3 da tabela-verdade. Mas já sabemos que Artur gosta de lógica, ou seja, a premissa q é falsa, só nos restando a linha 2. Quer dizer que para P1 ser verdadeira, p também será verdadeira, ou seja, lógica é fácil.

Sabendo-se que lógica é fácil, vamos para a P2. Temos um "se então":

Se geografia não é difícil, então lógica é difícil.

Do "se então" já sabemos que:

Geografia não é difícil é o antecedente do "se então"

Lógica é difícil é o consequente do "se então"

Chamando:

r: geografia é difícil

~r: geografia não é difícil (ou geografia é fácil).

p: Lógica é fácil

(não p) ~p: Lógica é difícil

$\sim r \rightarrow \sim p$ (lê-se: se não r então não p) sempre que se verificar o se então tem-se também que a negação do consequente gera a negação do antecedente, ou seja:

$\sim(\sim p) \rightarrow \sim(\sim r)$, ou seja, $p \rightarrow r$ ou se lógica é fácil então geografia é difícil.

De todo o encadeamento lógico (dadas as premissas verdadeiras) sabemos que:

Artur gosta de Lógica.

Lógica é fácil.

Geografia é difícil.

Vamos agora analisar as alternativas, ou seja, em qual delas a conclusão é verdadeira:

A) Alternativa incorreta.

Justificativa: se geografia é difícil, então lógica é difícil ($V \rightarrow F=F$) a regra do "se então" só será falsa se o antecedente for verdadeiro e o consequente for falso. Nas demais possibilidades, ela será verdadeira.

B) Alternativa correta.

Justificativa: lógica é fácil e geografia é difícil. ($V \wedge V = V$) a regra do "e" só será verdadeira se as proposições que a formarem forem verdadeiras.

C) Alternativa incorreta.

Justificativa: lógica é fácil e geografia é fácil. ($V \wedge F = F$).

D) Alternativa incorreta.

Justificativa: lógica é difícil e geografia é difícil. ($F \wedge V = F$).

E) Alternativa incorreta.

Justificativa: lógica é difícil ou geografia é fácil. ($F \vee F = F$) a regra do "ou" só é falsa quando as proposições que a formarem forem falsas.

Questão 2. (SAE-PE/2008) Considere as situações abaixo:

I. Em uma estrada com duas pistas, vê-se a placa:

Caminhões $\longrightarrow$ pista da direita

Como você está dirigindo um automóvel, você conclui que deve trafegar pela pista da esquerda.

II. Você mora em Recife e telefona para sua mãe em Brasília. Entre outras coisas, você diz que "Se domingo próximo fazer sol, eu irei à praia".

No final do domingo, sua mãe viu pela televisão que choveu em Recife todo o dia. Então, ela concluiu que você não foi à praia.

III. Imagine o seguinte diálogo entre dois políticos que discutem calorosamente certo assunto:

- A: Aqui na Câmara tá cheio de ladrão.

- B: Ocorre que eu não sou ladrão.

- A: Você é safado, tá me chamando de ladrão.

Em cada situação há, no final, uma conclusão. Examinando a lógica na argumentação:

A) São verdadeiras as conclusões das situações I e II, apenas.

B) São verdadeiras as conclusões das situações II e III, apenas.

C) São verdadeiras as conclusões das situações I e III, apenas.

D) As conclusões I, II e III são verdadeiras.

E) As conclusões I, II e III são falsas.

Resolução desta questão na Plataforma.