Análisis Matemático II – Cuestionario del Final del 09/02/21

P1

Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0) \end{cases}$.

Entonces, la cantidad de versores para los cuales la derivada direccional de f en $(0,0)$ resulta nula es:

Seleccione una:

- a. 6 versores
- b. 2 versores
- c. 4 versores
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. 3 versores

P2

Sean $\overline{f}(x,y,z) = (\,x\,,\ x+y^2\,,\ z\,)$ y la superficie abierta Σ de ecuación $x^2+z^2=16$ con $0\leq y\leq k$, $1°$ octante, orientada hacia z^+.

Entonces, para que el flujo de $\overline{f}$ a través de Σ resulte igual a 32, la constante k debe ser:

Seleccione una:

- a. $k=4$
- b. $k=4\,/\,\pi$
- c. $k=4\,\pi$
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $k=\pi/4$

P3

Sea $D=\{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2\ /\ -7\leq y\leq f(x)\,\}$, donde $y=f(x)$ es la solución particular de la ecuación diferencial $y''-2\,y'+y\ =4\,x-x^2$ que en el punto $(0,2)$ tiene recta tangente horizontal (paralela al eje x).

Entonces, el área de D resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $\frac{50}{3}\sqrt{2}$
- b. $\frac{8}{3}\sqrt{2}$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. 6
- e. 36

P4

Sea S la superficie de ecuación $z=9-x^2-y^2$ con $y\leq 3-x^2$, $x\geq 0$, $y\geq 0$, $z\geq 0$, cuyo borde es la curva C.

Dado $\overline{f}(x,y,z) = (\,14\,x\,z\,,\ x^2+k\,x+y+z\,,\ 2-7\,y^2\,)$, si se desea lograr que la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de C en el sentido definido por $(0,3,0)\to(0,0,9)\to\cdots\to(0,3,0)$ resulte numéricamente igual al área de la proyección de S sobre el plano xy, entonces el valor de la constante k debe ser:

Sugerencia: aplique el teorema del rotor.

Seleccione una:

- a. $k=-1$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $k=1$
- d. $k=2$
- e. $k=-2$

P5

Sea $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\overline{f}(x,y) = (x^2\,y^3 + y\,g(x),\ x^3\,y^2 - g(x))$ con $\overline{f}(0,0) = (0,3)$.
Sabiendo que $\overline{f}$ admite función potencial, entonces, la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de una curva desde $(0,2)$ hasta $(-4,0)$ resulta igual a:

Seleccione una:
- a. 0
- b. 4
- c. 6
- d. -6
- e. Ninguna de las otras es correcta

P6

Dada la superficie S de ecuación $z^2 = 1 + x^2 - y^2$, si se analiza la existencia de punto(s) donde el plano tangente a S es paralelo al plano de ecuación $x + \frac{1}{2}y + z = 3$, se concluye que:

Seleccione una:
- a. Existen dos puntos: $\overline{A} = (-1, 1/2, 1)$ y $\overline{B} = (1, -1/2, -1)$
- b. Existen dos puntos: $\overline{A} = (-2, 1, 2)$ y $\overline{B} = (2, -1, -2)$
- c. Existe un único punto: $\overline{A} = (-1, 1, 1)$
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. Existe un único punto: $\overline{A} = (1, 1, -1)$

P7

Considere el campo $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\overline{f}(x,y,z) = (g(y,z),\ h(x,z),\ 2)$ y la superficie abierta S de ecuación $z = 1 + x^2 + y^2$ con $z \le 2$.
Entonces, el flujo de $\overline{f}$ a través de S orientada hacia z^- resulta igual a:

Seleccione una:
- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. -4π
- c. -2π
- d. 2π
- e. 4π

P8

Sean $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\overline{f}(x,y) = (y\,g(x \cdot y) - y,\ x\,g(x \cdot y) - 3\,x)$ y la circunferencia C con centro en (x_0, y_0) y radio $R = 2$.
Entonces la circulación en sentido positivo de $\overline{f}$ a lo largo de C resulta igual a:

Seleccione una:
- a. -4π
- b. 8π
- c. 4π
- d. -8π
- e. Ninguna de las otras es correcta

P9

Dado el campo escalar $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que $f(x,y)=2x^2+2y^2-2x^2y+4y$, del análisis de extremos (máximo y mínimos) locales de los valores de f, se concluye que:

Seleccione una:

- a. $f(-2,1)=f(2,1)=6$ es máximo local, no produce mínimo(s) loca(es)
- b. $f(0,-1)=-2$ es máximo local, $f(-2,1)=f(2,1)=6$ es mínimo local
- c. $f(0,-1)=-2$ es el único mínimo local, no produce máximo(s) local(es).
- d. $f(0,-1)=-2$ es mínimo local, $f(-2,1)=f(2,1)=6$ es máximo local
- e. Ninguna de las otras es correcta

P10

La función escalar $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $f(2,2)=5$, tiene las siguientes derivadas respecto de vector en el punto $\overline{A}=(2,2)$:

$$f'(\overline{A},(2,5)) = 16 \quad \text{y} \quad f'(\overline{A},(7,3)) = 27,$$

entonces una aproximación lineal para $f(2.02, 1{,}99)$ es:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. 4.96
- c. 4.99
- d. 5.04
- e. 5.01