UNIDAD 4

Propiedad de homogeneidad

Teorema 4.3:

Sea $f : A \subseteq R^n \to R$ y $\overline{x}_0 \in \overset{\circ}{A}$ y un vector $\vec{u} \in R^n$, $con\ \overline{u} \neq \overline{0}$. Si $f'(\overline{x}_0, \vec{u})$ existe, entonces también existe $f'(\overline{x}_0, \lambda\vec{u})$ para cualquier $\lambda \neq 0$ y $f'(\overline{x}_0, \lambda\vec{u}) = \lambda f'(\overline{x}_0, \vec{u})$

Demostración:

$$f'(\overline{x}_0, \lambda\vec{u}) = \lim_{t\to 0} \frac{f(\overline{x}_0 + t(\lambda\vec{u})) - f(\overline{x}_0)}{t} = \lambda \lim_{t\to 0} \frac{f(\overline{x}_0 + (t\lambda)\vec{u}) - f(\overline{x}_0)}{\lambda t} =$$

$$= \lambda \lim_{\lambda t\to 0} \frac{f(\overline{x}_0 + (t\lambda)\vec{u}) - f(\overline{x}_0)}{\lambda t} = \lambda f'(\overline{x}_0, \vec{u})$$