UTN FRBA — Análisis Matemático II — Final 28/02/2023

Apellido y nombre:

Corrigió: Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Califcación

Condición para aprobar con calificación mínima 6: tres ejercicios bien, uno de T1, T2 y dos de P1, P2, P3, P4.

T1. **Enuncie** el teorema de Stokes.

Sea $\vec{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\vec{f}(x,y,z) = (P(x,y,z),\ Q(x,y,z),\ R(x,y,z))$ un campo vectorial C^1 tal que $D\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} P'_x & z & y \\ 1 & Q'_y & 1 \\ 0 & 2 & R'_z \end{pmatrix}$.

Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva C definida por la intersección de la superficie $S_1 : z = x^2 + y^2$, y el plano $S_2 : z = 3$. Considere la curva orientada en sentido $(0,\ \sqrt{3},\ 3) \to (\sqrt{3},\ 0,\ 3) \to (0,\ -\sqrt{3},\ 3) \to (0,\ \sqrt{3},\ 3)$.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifque su respuesta.**

a) Si D , D^* son dos recintos elementales, $(x,y) = \vec{T}(u,v) = (2u+2v,\ 3u+v)$ transforma D^* en D y $\iint_{D^*} (2u+2v)dudv = 2$, entonces $\iint_D x\,dxy = -8$.

b) Una ecuación de la recta normal a la superficie de ecuación $x^2 + xyz - z^3 = 1$ en $\mathbf{x}_0 = (1,-1,1)$ es $(x,y,z) = \lambda(1,1,-1) + (1,-1,1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

P1. Sea $\vec{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo C^1 . Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de la semiesfera $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ sabiendo que $\operatorname{div}(\vec{f}) = 2$ y que $\vec{f}(x,y,0) = (x,\ 0,\ 5)$. Indique claramente la orientación elegida para el cálculo.

P2. Halle, si existe, g tal que el campo $\vec{f}(x,y) = (x^2 - 4yg(x),\ g'(x) - x + y)$ sea conservativo y $\vec{f}(0,1) = (0,7)$.

P3. Verifique que la ecuación $xz + y^2 + \ln(x+y+z-4) = 4$ define implícitamente una función $z = f(x,y)$ en un entorno del punto $(1,1,z_0)$. Calcule la derivada direccional mínima de dicha función f en $\mathbf{x}_0 = (1,1)$ e indique en qué dirección se alcanza.

P4. Calcule el área de la región D encerrada por la curva C (ver figura), parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = (t - t^2,\ t - t^4)$, $0 \le t \le 1$. (Sugerencia: aplique convenientemente el teorema de Green)