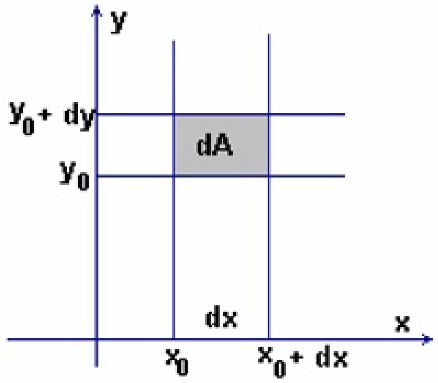
Unidad 8. Elemento de área en coordenadas polares.

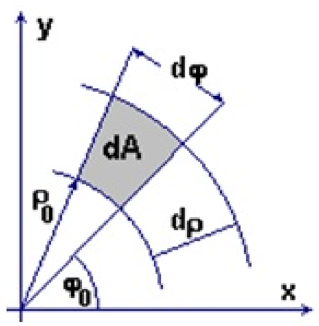
Necesitamos definir previamente el concepto de *Línea Coordenada:* llamamos así a la línea que se obtiene dejando constante una de las dos variables

- En coordenadas cartesianas:

Las líneas coordenadas son $x = x_0$ e $y = y_0$ que resultan rectas paralelas a los ejes coordenados.
Si incrementamos en dx y dy respectivamente, obtenemos otras líneas coordenadas: $x = x_0 + dx$, $y = y_0 + dy$ .La porción de recinto comprendida entre las cuatro líneas coordenadas se define como *Diferencial de área en coordenadas cartesianas*, que vale $dA = dx\, dy$.



- En coordenadas polares



Las líneas coordenadas son $\rho = \rho_0$ y $\varphi = \varphi_0$, que resultan ser circunferencia de centro en (0,0) y radio ρ_0 y semirrecta con origen en el origen de coordenadas e inclinación φ_0.
Si incrementamos en $d\rho$ y $d\varphi$, respectivamente, se obtienen otras dos líneas coordenadas: $\rho = \rho_0 + d\rho$ y $\varphi = \varphi_0 + d\varphi$. La porción de recinto comprendida entre las cuatro líneas se define como *Diferencial de área en coordenadas polares,* cuyo valor es $dA = \rho\, d\rho\, d\varphi$

Justificación

El recinto queda, entonces, dividido en trapecios circulares de área A.

A= área ODC - área OAB $= \frac{1}{2}\rho_2^2\Delta\varphi - \frac{1}{2}\rho_1^2\Delta\varphi = \frac{1}{2}(\rho_2^2 - \rho_1^2)\Delta\varphi$

A= $\underbrace{\frac{1}{2}(\rho_2 + \rho_1)}_{\rho_m}\underbrace{(\rho_2 - \rho_1)}_{\Delta\rho}\Delta\varphi = \rho_m \Delta\rho\, \Delta\varphi$