UNIDAD 4

Demostración campo vectorial derivable si y sólo si componentes derivables

Sea $\bar{f}: A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $P_0 \in A^\circ$, $\breve{v}$ vector

$\bar{f}$ derivable en P_0 para $\breve{v}$ si y sólo si $\bar{f}_i$ derivable en P_0 para $\breve{v}$ $\forall i$

Demostración:

$\bar{f}$ derivable en $P_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\bar{f}(P_0+h\breve{v})-f(P_0)}{h}$ existe y es finito.

$$\lim_{h\to 0} \frac{\bar{f}(P_0+h\breve{v})-f(P_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(f_1(P_0+h\breve{v})-f_1(P_0),\ f_2(P_0+h\breve{v})-f(P_0), \ldots)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(f_1(P_0+h\breve{v})-f_1(P_0),\ f_2(P_0+h\breve{v})-f(P_0), \ldots)}{h} =$$

$$= \left(\lim_{h\to 0} \frac{f_1(P_0+h\breve{v})-f_1(P_0)}{h},\ \lim_{h\to 0} \frac{f_2(P_0+h\breve{v})-f(P_0)}{h}, \ldots \right)$$

por prop de los límites

Entonces, por propiedad de los límites, existe el del campo vectorial si y sólo si existe el de c/ componente