

EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 6 DE SEPTIEMBRE DE 2022

Condición mínima para aprobar: 3 (tres) ítems bien, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) o P4)".

T1) Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:

a. El campo escalar definido por $g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$ es discontinua en $(0,0)$ y no admite derivada en ninguna dirección en dicho punto.

b. Todos los planos tangentes a la superficie $S: z = x \cdot \phi\left(\frac{y}{x}\right)$ con $\phi \in C^1$ pasan por el origen.

T2) Defina conjunto de nivel de un campo escalar y analice luego si el conjunto de nivel 3 de $f(x, y, z) = 2 + e^{z-xy-1}$ admite algún punto en el que el plano tangente sea paralelo al plano xy .

P1) Calcule la circulación del campo $\vec{F}(x, y, z) = (3x^2y, x^3 + 1, 9z^2)$ a lo largo del arco de curva C parametrizada por $\vec{\sigma}: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ / $\vec{\sigma}(t) = (t - 1, t, 2 + t)$.

P2) Calcule el área de la porción de superficie $z = x^2 + (y - 1)^2$ con $1 \leq z \leq 4$.

P3) Un fluido se somete al campo de velocidades $\vec{V}(x, y, z) = (x - yz, y + xz, z + 2xy)$. Calcule el flujo del campo \vec{V} a través de la porción de superficie $S: x^2 + y^2 = 2$ interior a $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Considere la normal interior.

P4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ con $f \in C^3(\mathbb{R}^2)$ cuyo polinomio de Taylor de segundo orden en el punto $(2, 2)$ es $T(u, v) = 14 + v^2 - 2uv - u^2$. Si $h(x, y) = f(x^2 - 2y, y^2 + xy - 1)$ estime el valor aproximado de $h(1.98, 1.02)$ empleado una aproximación lineal.