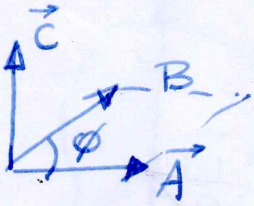
RESUMEN

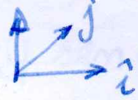
1) Repaso de producto vectorial.



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |A|\,|B| \cdot \text{sen}\,\phi$$

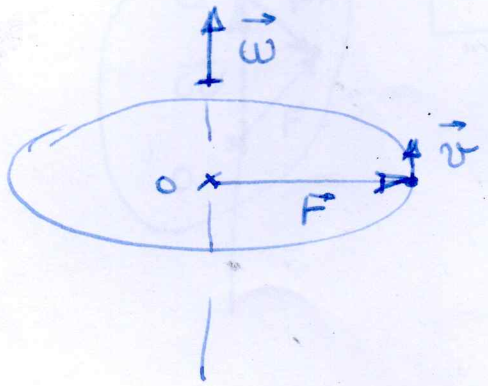
Propiedades:

- $\vec{A} \times \vec{A} = 0$
- $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$
- $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$
- $\dfrac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \dfrac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \dfrac{d\vec{B}}{dt}$

Regla de la mano derecha: 

$\boxed{\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}}$

2) Carácter vectorial de $\vec{\omega}$:

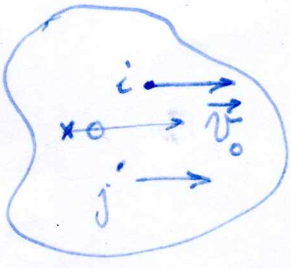


$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{v}$$

$$\left(\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}\right)$$

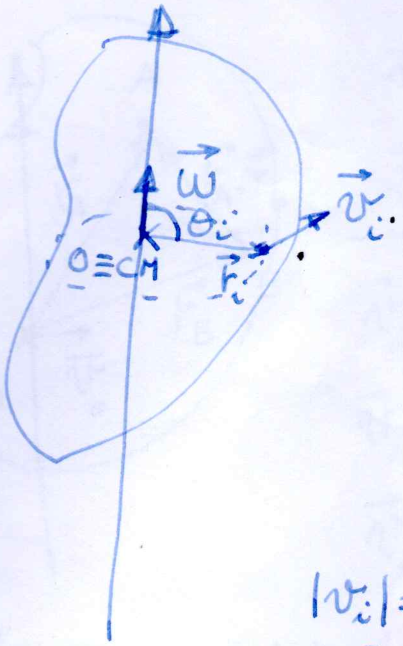
3) CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

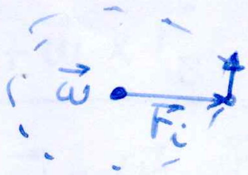
I) Traslación pura



$$\vec{v}_i = \vec{v}_j = \dots = \vec{v}_o = \vec{v}_{CM}$$

II) Rotación alrededor de un eje que pasa por el CM. ($O \equiv CM$)

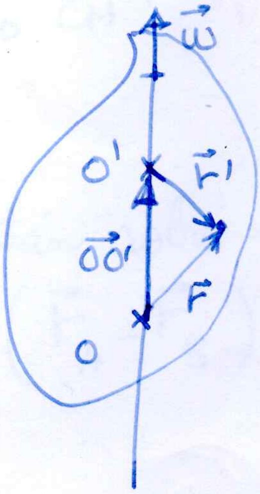




$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

Como es un CR, $\vec{\omega}$ es el <u>mismo</u> para <u>todos</u> los <u>puntos</u>

$$|v_i| = |\omega|\,|r_i| \operatorname{sen} \theta_i$$

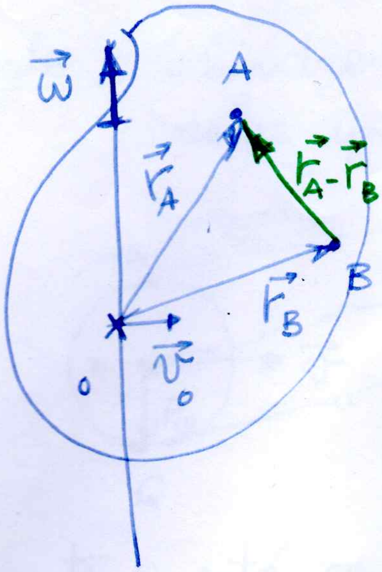


$$\vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r}\,'$$

$$\omega \times \vec{r} = \omega \times (\vec{OO'} + \vec{r}\,') = \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{OO'}}_{= 0} + \omega \times \vec{r}\,'$$

III) ROTOTRASLACIÓN (≡ Rotación + Traslación)

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_0}$$



$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_A$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_B$$

$$\vec{v}_A - \vec{v}_B = \vec{\omega} \times (\vec{r}_A - \vec{r}_B)$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times (\vec{r}_A - \vec{r}_B)$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B \to A}$$

Si B es CM: $\vec{v}_A = \vec{v}_{CM} + \vec{\omega} \times \underbrace{(\vec{r}_A - \vec{r}_{CM})}_{\vec{r}_{CM \to A}}$

Si A y B están sobre un eje $\parallel \vec{\omega}$:

$$(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \parallel \vec{\omega} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_A = \vec{v}_B}$$

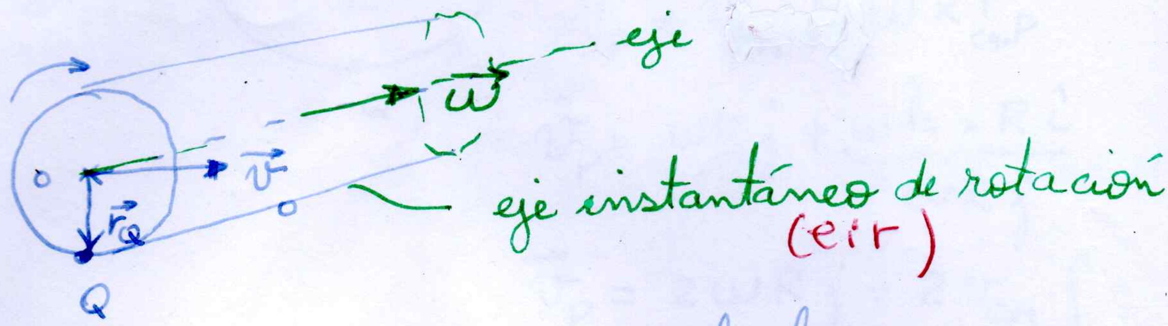
<u>En gral</u>: la velocidad de un punto P

$$\vec{v}_P = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_{0 \to P}$$

Como el CM es un punto notable se toma $\boxed{0 \equiv CM}$

Eje instantáneo de rotación, CIR. (eir)
Condición de rodadura

Ejemplo: cilindro que rueda sin resbalar sobre un plano.



El punto Q está en contacto con el plano.

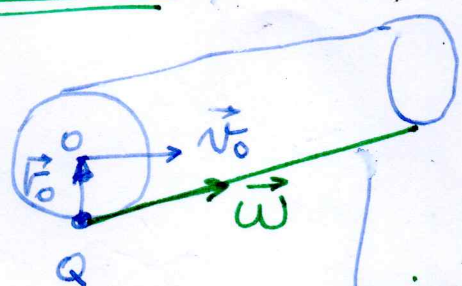
$\Rightarrow \vec{v}_Q = 0$ (velocidad del plano)

$$\vec{v}_Q = 0 = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_Q$$

En el ejemplo: $\vec{r}_Q \perp \vec{\omega}$

$$\vec{\omega} \times \vec{r}_Q = |\omega||r_Q| = |v_0|$$

Instantáneamente podríamos pensar:



$$|\vec{r}_0| = |r_Q|$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r}_0 = \vec{v}_0$$

eje instantáneo de rotación (un dt después cambia el eje)

$$\vec{v}_Q = 0 = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times (\vec{r}_Q) \Rightarrow \vec{v}_0 = -\vec{\omega} \times \vec{r}_Q$$

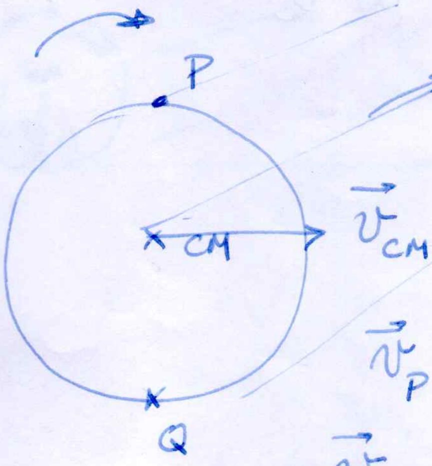
Si $O \equiv CM \Rightarrow \vec{v}_{CM} = -\vec{\omega} \times \vec{r}_{CM \to Q}$

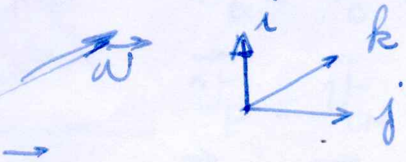
$$|\vec{v}_{CM}| = |-\vec{\omega} \times r_{CM \to Q}|$$

$a_{CM} = R \cdot \gamma$

$$\frac{dv_{CM}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \longleftarrow \boxed{|v_{CM}| = \omega \cdot R} \quad \text{COND. DE RODADURA}$$

Ejemplo:





$$\vec{v}_P = \vec{v}_{CM} + \vec{\omega} \times r_{CM,P}$$

$$\vec{v}_P = \omega R \hat{j} + \underbrace{\omega \hat{k} \times R \hat{i}}_{\omega R \hat{j}}$$

$$\vec{v}_P = 2 \omega R j = 2 v_{CM} \hat{j}$$