Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 07/06/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** función potencial ϕ de un campo vectorial $\bar{f}: D \subset \Re^n \to \Re^n$. Suponiendo que $\bar{f}$ admite función potencial en $\Re^3$, **calcule** $\int_{\widehat{AB}} \bar{f} \cdot d\bar{s}$ sabiendo que $\int_{\widehat{AC}} \bar{f} \cdot d\bar{s} = 12$ y que $\int_{\widehat{CB}} \bar{f} \cdot d\bar{s} = 5$.

T2) **Enuncie** el teorema de derivación de la composición de funciones (regla de la cadena). Suponiendo que puede aplicar el teorema, **calcule** la máxima derivada direccional de $h(x,y) = f(x\,y\,,\ x+y)$ en el punto (1,2) sabiendo que $\nabla f(2,3) = (3\,,4)$. **Indique** cuál es el versor para el cual se obtiene dicha derivada máxima.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $z \geq \sqrt{x^2+y^2}$, $x^2+y^2+z^2 \leq 2$, en el 1º octante.

E2) Sabiendo que $z = f(x,y)$ queda definida implícitamente por $x\,z + x\,y + \ln(z+x-1) = 0$ en un entorno del punto $(x_0, y_0) = (0\,,2)$, **calcule** mediante una aproximación lineal $f(0.1\,,\ 1.98)$.

E3) **Halle** la solución particular de la ecuación diferencial $y'' + y' = 2$ que en el punto $(0, y_0)$ tiene recta tangente de ecuación $y = x + 1$.

E4) Dado $\bar{f}(x,y,z) = (2\,x\,,2\,y\,,4\,z)$ definido en $\Re^3$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $z = 10 - x^2 - y^2$ con $z \geq 1$. **Indique** gráficamente cómo orientó a Σ.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 17/07/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** punto regular de una curva. Sea la curva *C* de ecuación:

$$\bar{X} = (\,t^2 - t\,,\ t^2 - 3\,t + 2\,,\ t^2 - 4\,t + 3) \ \text{ con } \ t \in \Re\,,$$

analice si $\bar{A} = (0{,}0{,}0)$ es punto regular de *C*. En caso afirmativo, dado que también es punto simple, **halle** una ecuación para la recta tangente a *C* en $\bar{A}$.

T2) **Enuncie** el teorema de Green. Dado $\bar{f}(x,y) = (\,\text{sen}(x) + y\,,\ 4\,x + \text{sen}(y))$ **analice** qué relación existe entre el área de una región *D* del plano y la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la frontera de *D*, suponga que puede aplicar el teorema e **indique** gráficamente en un esquema típico con qué orientación realiza la circulación.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $y + z \leq 2$, $y \geq |x|$, $z \geq 1$.

E2) El plano de ecuación $\bar{X} = (\,u - v\,,2\,v\,,u + v + 1\,)$ con $(u,v) \in \Re^2$ es tangente a la superficie Σ en el punto $\bar{A} = (1{,}3{,}5)$. **Calcule** la longitud del segmento de recta normal a Σ en $\bar{A}$, cuyos puntos pertenecen al primer octante.

E3) Sea la familia de curvas en el plano *xy* tales que: la recta tangente en cada punto tiene ordenada al origen igual al producto de las coordenadas del punto. Halle una ecuación para la curva de dicha familia que pasa por el punto (1,1).

E4) Sea $\bar{f} \in C^1$ tal que $\bar{f}(x,y,z) = (\,h(y,z)\,,h(x,z),\ 3\,z^2)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ con $z \geq 2$. **Indique** gráficamente cómo orientó a Σ.

Sugerencia: realice una conveniente aplicación del teorema de la divergencia.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 31/07/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Enuncie** las propiedades que debe tener una función f para asegurar que su derivada direccional $f'(\bar{A},\check{r}) = \nabla f(\bar{A}) \cdot \check{r}$ para todo $\check{r}$.
Calcule $f'(\bar{A},(0.6\,,0.8))$ con $\bar{A} = (x_0, y_0)$, sabiendo que $\bar{n}_0 = (2\,,-3,5)$ es un vector normal a la superficie de ecuación $z = f(x,y)$ en el punto $(x_0, y_0, f(x_0,y_0))$.

T2) **Enuncie** el teorema de la divergencia (Gauss). Suponiendo que se puede aplicar el teorema y dado $\bar{f}(x,y,z) = (\,\mathrm{g}(z/y)\,,\ \mathrm{g}(x/z)\,,\ 3\,z + \mathrm{g}(y/x)\,)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie de ecuación $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 1$ e **indique** gráficamente cómo orientó la superficie.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $z^2 \le y \le 2 - 2\,x^2 - z^2$, $x \ge 0$.

E2) Dada la curva Ω de ecuación $\bar{X} = (\,3\cos(t)\,,3\,\mathrm{sen}(t)\,,\ 6\cos(t)\,)$ con $0 \le t \le 2\,\pi$, orientada según impone esta parametrización, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de Ω sabiendo que $\bar{f} \in C^1$ en $\mathcal{R}^3$ y que $rot\,\bar{f}(x,y,z) = (\,0\,,2\,x - y\,,\ z\,)$.

E3) **Calcule** el área de la región del plano *xy* limitada por las curvas C_1 y C_2 con $|x| \le 4$, sabiendo que C_1 pasa por $(1{,}1)$, C_2 pasa por $(1,-1)$ y ambas curvas pertenecen a la familia ortogonal a $x^2 + 2\,y^2 = K$ con K constante arbitraria.

E4) Sabiendo que $z = f(x,y)$ queda definida implícitamente por $x\,z + z + y + \ln(z - x\,y) - 10 = 0$ en un entorno del punto $(x_0,y_0) = (2{,}1)$, **obtenga** una aproximación lineal para $f(1.98\,,1.04)$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 02/10/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** continuidad de una función en un punto. Dada $f(x,y) = \frac{x\,y^2}{x^4+y^2}$ si $(x,y) \ne (0{,}0)$, **analice** si es posible definir $f(0{,}0)$ para que la función resulte continua en $(0{,}0)$.

T2) **Defina** coordenadas polares. **Calcule** $\iint_D y\,\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy$ utilizando coordenadas polares, sabiendo que D es la región del plano xy definida por: $y \ge |x|$, $1 \le x^2 + y^2 \le 9$.

E1) Dada$f(x,y) = (x + y - 2)\,(x - y^2)$ definida en $\Re^2$, **calcule** el área de la región acotada del plano xy limitada por el conjunto de nivel **0** de la función.

E2) Siendo $\bar{f}(x,y,z) = (\,x\,y\,,2y\,,x\,z\,)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo del segmento de puntos extremos $\bar{A} = (1{,}2{,}3)$ y $\bar{B} = (2{,}1{,}4)$ recorrido desde $\bar{A}$ hasta $\bar{B}$.

E3) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $-3 - y \le z \le 3 + y$, $4\,x^2 + y^2 \le 4$.

E4) Sea $y = x + x\,u^2$ con $u = h(x)$ definida implícitamente por $x\,u + \ln(x + u - 2) - 2 = 0$ en un entorno de $x_0 = 1$, con lo cual resulta que $y = f(x)$ con x perteneciente a un entorno de x_0 es la ecuación de una curva *C*. **Halle** una ecuación para la recta tangente a *C* en el punto (x_0, y_0).

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 04/12/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** "Solución General (SG)" y "Solución Particular (SP)" de una ecuación diferencial ordinaria de orden n. Dada la ecuación diferencial $y' + 2y = 6$ **halle** la SP que pasa por el punto $(0,2)$.

T2) **Defina** continuidad de una función en un punto. Dada $f(x,y) = \frac{x\,y}{x^2+2\,y^2}$ si $(x,y) \neq (0,0)$, **analice** si puede definir $f(0,0)$ para que la función resulte continua en $(0,0)$.

E1) Dado el cuerpo D definido por: $x^2 + y^2 \leq 9$, $z \leq 16 - x^2 - y^2$, **calcule** la masa de D sabiendo que –en cada punto– su densidad es proporcional a la distancia desde el punto al eje z.

E2) **Calcule** la circulación de $\bar{f}(x,y) = (2xe^y - x\,y\,,\,x^2e^y)$ a lo largo de la curva frontera de la región plana definida por: $x^2 \leq y \leq 2 - x$, recorrida en sentido positivo.

E3) Dado $\bar{f}(x,y,z) = (z\,,\,z\,,\,z - x - y)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través del trozo de superficie esférica Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ con $y \geq x$, $x \geq 0$, $z \geq 0$. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a Σ.

E4) Dada la superficie S de ecuación $z = x^2 + x\,y + 2$, **analice** si la recta normal a S en $\bar{A} = (1,2,z_{\text{o}})$ interseca en algún punto a la recta de ecuación $\bar{X} = (5t + 4\,,\,6t - 2\,,\,3)$ con $t \in \Re$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 11/12/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) Si $F(x_{\text{o}},y_{\text{o}},z_{\text{o}}) = 0$, **enuncie** hipótesis para asegurar que la ecuación $F(x,y,z) = 0$ define implícitamente a $z = f(x,y)$ en un entorno de $(x_{\text{o}},y_{\text{o}})$. Dada la superficie *S* de ecuación $x^2 + x\,z + \ln(y\,z) - 6 = 0$, **halle** una ecuación para el plano tangente a *S* en el punto $(2,1,1)$.

T2) **Defina** función potencial de un campo vectorial $\bar{f}$. Siendo $\bar{f}(x,y) = (2\,x\,y,\ x^2 + 3y^2)$, **halle** la expresión de la función potencial ϕ de $\bar{f}$ de manera que $\phi(1,1) = 3$.

E1) Siendo $\bar{f}(x,y) = (x\,y + e^x\,,\,x^2 + e^y)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva frontera de la región plana D definida por: $y \geq x^2$, $y + 2 \leq 3x$. **Indique** en un gráfico con que orientación decidió circular.

E2) **Calcule** el área de la superficie de ecuación $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ con $z \geq x$, en el 1º octante.

E3) Dado $\bar{f} : \Re^3 \to \Re^3$ / $\bar{f}(x,y,z) = (g(y\,z),\ g(x\,z),\ z + 1)$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$ con $z \geq 0$. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a Σ.

E4) Sean las curvas tales que, la recta tangente en cada punto tiene ordenada al origen igual al producto de las coordenadas del punto. **Halle** una ecuación para la curva de dicha familia que pasa por el punto $(1,1)$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 18/12/18

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de “T1) o T2)” y **dos** de “E1), E2), E3) o E4)”.

T1) **Enuncie** el teorema de derivación de la composición de funciones (regla de la cadena). Siendo $h(x,y) = f(\bar{g}(x,y))$ con $\bar{g}(x,y) = (xy,\, x^2 + y^2)$ suponga que se puede aplicar la regla de la cadena y **calcule** $\nabla h(1,2)$ sabiendo que $\nabla f(2,5) = (7,4)$.

T2) **Enuncie** el teorema de la divergencia (Gauss). Dado $\bar{f}(x,y,z) = (yz + g(x),\, xz,\, xy)$, **halle** $g(x)$ de manera que el flujo de $\bar{f}$ a través de una superficie esférica resulte saliente de la esfera correspondiente y numéricamente igual al volumen y de la misma, suponga que se puede aplicar el teorema y que $g(2) = 4$.

E1) Siendo $\bar{f}(x,y,z) = (xz,\, yz,\, z^2)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta S de ecuación $y = x^2$ con $y \le 4$, $0 \le z \le 5$. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a S.

E2) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $x^2 + (y-1)^2 \le 1$, $y \le z \le y + 2$.

E3) Dada la elipse Γ de ecuación $\bar{X} = (2\cos(t),\, 4\mathrm{sen}(t))$ con $0 \le t \le 2\pi$ y el campo $\bar{f} \in C^1(\Re^2)$ tal que $\bar{f}(x,y) = (x^3 + g(x),\, xy^2 + g(y))$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de Γ respetando la orientación impuesta por la parametrización dada.

E4) **Halle** la solución particular de la ecuación diferencial $y'' + 2y' + 5y = 20$ que en el punto $(0, y_o)$ tiene recta tangente de ecuación $y = 2x + 4$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 12/02/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de “T1) o T2)” y **dos** de “E1), E2), E3) o E4)”.

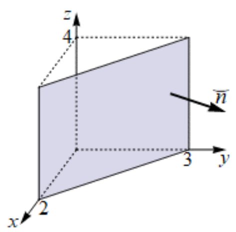
T1) **Defina** extremos (máximo y mínimo) locales. Siendo $f(x,y) = 2 + x^4 + y^6$ definida en $\Re^2$ **analice** si $f(0,0)$ es extremo local, en caso afirmativo **clasifíquelo**.

T2) **Enuncie** el teorema de cambio de variables en integrales dobles. Dada $\int_{-\pi/4}^{\pi/2} d\varphi \int_0^2 \rho^2\, d\rho$, planteada en coordenadas polares, **dibuje** la región de integración en el plano xy y **plantee** la integral en coordenadas cartesianas.

E1) Siendo $\bar{f}(x,y) = (x - y\,h(x),\, y + h(x))$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^2)$ y $\bar{f}(0,0) = (0,1)$, **halle** $h(x)$ de manera que la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva frontera de la región plana D definida por $4 \le y \le 5 - x^2$ resulte numéricamente igual al doble del área de D.

E2) **Calcule** la masa de un hilo metálico de ecuación $\bar{X} = (3 + 2\cos(u),\, 2\mathrm{sen}(u),\, u)$ con puntos extremos $\bar{A} = (5,0,0)$ y $\bar{B} = (1,0,\pi)$, si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano xy.

E3) Dados $\vec{f}(x,y,z) = (x + 2g(y),\, y - 3g(y),\, 2z)$ con g continua en $\Re$ y el trozo de superficie plana Σ sombreada en la figura, orientada mediante el $\breve{n}$ que se indica, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de Σ.



E4) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $x^2 + (y-1)^2 \le 1$, $y \le z \le y + 2$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 19/02/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Demuestre** que si el campo f es diferenciable en el punto $\bar{A}$, es derivable en toda dirección en $\bar{A}$.

T2) **Enuncie** el teorema de Green. Dado $\bar{f}(x,y) = (y + g(x),\, 2x + g(y))$ y suponiendo que se puede aplicar el teorema, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva frontera de $D = \{(x,y) \in \Re^2 \,/\, x^2 + y^2 \le 2y\}$ **indicando** gráficamente con qué orientación ha decidido realizar la circulación pedida.

E1) **Calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo D definido por $x + z \le 1$, $y \le 1 - x^2$, $y \ge 0$, $z \ge 0$, sabiendo que $\bar{f}(x,y,z) = (xy + \text{sen}(yz),\, y^2 + \cos(xz),\, yz)$. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a la superficie.

E2) El campo vectorial $\bar{f} : \Re^2 - \{\bar{0}\} \to \Re^2$ tal que $\bar{f}(x,y) = (\frac{2x}{x^2+y^2}, \frac{2y}{x^2+y^2})$ admite función potencial ϕ en su dominio. Sabiendo que $\phi(1,0) = 0$, **calcule** mediante una integral doble el área de la región plana limitada por las curvas equipotenciales de potenciales 0 y 1.

E3) Siendo $\bar{f}(x,y,z) = (g(x) + 2x,\, y - 2g(x),\, z + g(x))$ con g continua en $\Re$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ desde $\bar{A} = (4,1,2)$ hasta $\bar{B} = (5,2,3)$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$.

E4) Sea $z = f(x,y)$ definida implícitamente por $xyz + x\ln(y + z - 2) - 4 = 0$ en un entorno del punto $(x_o, y_o) = (2,1)$, **calcule** $f(2.02,\, 0.98)$ mediante una aproximación lineal.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 26/02/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** derivada direccional de un campo f en un punto $\bar{A}$ según $\breve{r}$. Siendo $f(x,y) = x^2 y + y^2$, **calcule** los valores de las derivadas direccionales máxima, mínima y nula de f en $(1,1)$ y **determine** en qué direcciones se producen cada una de dichas derivadas.

T2) **Defina** solución general (SG) y solución particular (SP) de una ecuación diferencial ordinaria de orden n. **Halle** la solución particular de $y'' - y = 4$ tal que $y(0) = -3$ e $y'(0) = -1$.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $x^2 + 1 \le z \le 3 - x^2$, $0 \le y \le 2$.

E2) Sea $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$, con $div\,\bar{f}(x,y,z) = 5$ constante. Sabiendo que el flujo de $\bar{f}$ a través del trozo de plano de ecuación $z = 1$ con $x^2 + y^2 \le 3$ resulta igual a 5π, cuando se lo orienta hacia z^+, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $z = x^2 + y^2 - 2$ con $z \le 1$. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a Σ.

E3) Dada la curva C intersección de las superficie de ecuaciones $z = x^2 + y^2$ y $x^2 + y^2 = 4$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de C para el caso en que $\bar{f}(x,y,z) = (yz,\, 2xz,\, xy)$. **Indique** gráficamente cómo ha orientado la curva.

E4) **Calcule** el área del trozo de superficie cónica de ecuación $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ con $x^2 + 4y^2 \le 4$.