EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 26 DE MAYO DE 2022

Condición mínima para aprobar: 3 (tres) ítems bien, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) oP4)".

T1) a. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa demostrándola o bien exhibiendo un contraejemplo según corresponda:

"Si ϕ un campo escalar de clase $C^2(R^3)$ armónico y Ω es un conjunto contenido en R^3 cuya frontera es una superficie Σ orientada con la normal entrante a Ω, entonces el flujo del gradiente de ϕ a través de Σ es nulo"

b. Dada la superficie Σ de ecuación $z = 8 - x^2$ con $z \geq x^2 + 2y^2$, $x, y, z \in R_0^+$, y el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = \left(\frac{x}{2}, y, z\right)$, calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ orientada hacia z^+.

T2) a. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa demostrándola o bien exhibiendo un contraejemplo según corresponda:

"Si $f: A \subseteq R^2 \to R \;/\; z = f(x,y)$ alcanza un valor máximo local en el punto (x_0, y_0), entonces f admite derivada en toda dirección en (x_0, y_0)"

b. Determine, si existen, máximos y mínimos locales y/o globales de la función definida por $f(x,y) = 1 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.

P1) Calcule la circulación del campo $\vec{h}(x,y,z) = (y - 1, z^2, y)$ a lo largo de la curva $C = \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = z^2 \\ z = y + 1 \end{cases}$ con orientación $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 1\right) \to \left(0, 1 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}\right) \to \cdots \to \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 1\right)$.

P2) Se considera la función $z = g(x,y)$ definida implícitamente por la ecuación $x^3 + y^2 + xyz + e^{xz^2} = 3$ en un entorno del punto $(1,1,z_0)$. Determine la matriz Jacobiana $D\vec{G}(1,1)$ correspondiente al campo $\vec{G}: R^2 \to R^2$ definido por $\vec{G}(x,y) = (y^2 f(x,y), 2xf(x,y))$.

P3) Calcule $\int_\Gamma \vec{g}\, d\vec{s}$ con $\vec{g}(x,y) = (2x^2 y, \frac{2}{3}x^3 + 3x + 2)$ siendo Γ el arco de la curva ortogonal a la familia $y = mx + 1$ que pasa por el punto (1,1) y está recorrida desde (0,0) hasta (0,2) en el primer cuadrante.

P4) Dada la superficie $\Sigma: x^2 + y^2 = z^2$ $(z \geq 0)$ de densidad superficial homogénea y sea el punto (x_M, y_M, z_M) el centro de masa de la porción de superficie Σ interior a la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 2by$ $(b > 0)$. Calcule la coordenada z_M.

EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 19 DE JULIO DE 2022

Condición mínima para aprobar: 3 (tres) ítems bien, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) oP4)"

T1) a) Enuncie el Teorema de Green y deduzca a partir de él alguna fórmula para el cálculo de áreas de regiones planas.
b) Calcule el área del triángulo de vértices (0,1), (2,1) y (1,4) empleando el teorema de Green mediante integrales de línea.

T2) Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas demostrándolas o bien exhibiendo un contraejemplo según corresponda:

a) La solución del problema $\begin{cases} y'' + y' = 5e^{-x} \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$ verifica $\lim_{x\to+\infty} y_P = 4$

b) Si un campo escalar $f: A \subseteq R^2 \to R$ admite derivada en toda dirección en el punto $(x_0, y_0) \in A^o$, entonces existe $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y) =$L con $L \in R$.

P1) Sea $T = \left\{(x,y,z) \in R^3 \ / \ 1 \le x^2 + z^2 \le 4 \ , \ x^2 + y^2 + z^2 \le 9 \right\}$. Determine el flujo saliente a través de la frontera de T del campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (2xz, 2y - xe^{-z}, y - z^2)$

P2) Calcule la masa de la superficie $S = \left\{(x,y,z) \in R^3 \ / \ 9z^2 = x^2 + y^2 \ , \ 0 \le z \le 1 \ , \ x \le y\right\}$ si la densidad en cada punto es proporcional a la distancia al plano (xy).

P3) Se considera una función $g: R^2 \to R$ de clase $C^2(R^2)$ y sea el campo $\vec{F}(x,y,z) = \left(\frac{\partial g}{\partial x}(x,z) - \cos(x^3), 0, 2x + 5y + \frac{\partial g}{\partial z}(x,z) + sen(z^3)\right)$. Calcule la circulación del campo $\vec{F}$ a lo largo de la curva $C = \left\{(x,y,z) \in R^3 \ / \ x^2 + y^2 + z^2 = 100 \ , \ y = 6 \right\}$ orientada de manera tal que su vector tangente en el punto (8,6,0) tenga coordenada z negativa.

P4) Dada $y = f(u,v)$ con $\begin{cases} u = 1 - x \\ v = x^2 + 1 \end{cases}$, resulta $y = h(x)$. Determine la ecuación de la recta tangente al gráfico de h en el punto $(1, y_0)$ si f está definida implícitamente por la ecuación $uy^2 + 2\ln(y - v) = 0$.

EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 2 DE AGOSTO DE 2022

Condición mínima para aprobar con calificación 6(SEIS) : 3 (tres) ítems bien resueltos, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) oP4)"

T1) a) Defina campo conservativo y función potencial.

b) Sean $D = \{(x,y,z) \in R^3 \ : x > 1\}$ y $\vec{F}: D \to R^3$ definido por $\vec{F}(x,y,z) = \left(z^3 + yh^2(x).\frac{x+4}{x}, h(x), 3xz^2\right)$, halle una función $h: (1,+\infty) \to R$ de clase C^1 de modo tal que el campo $\vec{F}$ sea conservativo.

T2) Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas fundamentando adecuadamente según corresponda:

a) El campo escalar f definido por $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ es derivable en toda dirección en (0,0).

b) La superficie S cuya parametrización es $\vec{\Sigma}(u,v) = (uv, 2u, v)$ con $(u,v) \in R^2$, es regular en el punto $(2,4,1)$ y la recta normal a S en dicho punto es $(x,y,z) = (2,4,1) + \lambda(2,-4,-4)$.

P1) Halle una función $g(x)$ con $g(0) = 2$ y $g \in C^1$ tal que la circulación en sentido positivo del campo $\vec{F}(x,y) = (yg(x), g(x) + y)$ a lo largo de la frontera del rectángulo $[1,3] \times [2,5]$ resulte igual a 18.

P2) Calcule la masa del cuerpo definido por $W = \left\{(x,y,z) \in R^3\colon\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 18 \ , \ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\right\}$ si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano xy.

P3) Dado el campo $\vec{G}(x,y,z) = (2zh(2y-3x), 4y + 3zh(2y-3x), x^2y^2 + 5z)$ con $h: R \to R$ de clase $C^1(R)$, calcule el flujo de $\vec{G}$ a través de la frontera del sólido $V = \{(x,y,z) \in R^3\colon\ 2 \leq z \leq 4 - 2x^2 - y^2\}$

P4) Sea el campo $f: R^2 \to R$ de clase $C^3(R^2)$ que admite un mínimo local en el punto (1,1), con $f(1,1) = 2$, y su matriz Hessiana $H(f)(1,1)) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determine un valor real para a y otro para b tales que la función definida por $g(x,y) = f^2(x,y) + a(x-1)^2 + b(y-1)^2$ admita un máximo local en (1,1).

EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 6 DE SEPTIEMBRE DE 2022

Condición mínima para aprobar: 3 (tres) ítems bien, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) oP4)".

T1) Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:

a. El campo escalar definido por $g(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^4} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ es discontinua en (0,0) y no admite derivada en ninguna dirección en dicho punto.

b. Todos los planos tangentes a la superficie S: $z = x.\emptyset\left(\frac{y}{x}\right)$ con $\emptyset \in C^1$ pasan por el origen.

T2) Defina conjunto de nivel de un campo escalar y analice luego si el conjunto de nivel 3 de $f(x,y,z) = 2 + e^{z-xy-1}$ admite algún punto en el que el plano tangente sea paralelo al plano xy.

P1) Calcule la circulación del campo $\vec{F}(x,y,z) = (3x^2y, x^3 + 1\ , 9z^2)$ a lo largo del arco de curva C parametrizada por $\vec{\sigma}: [0,2] \to R^3\ \ /\vec{\sigma}(t) = (t-1, t, 2+t)$.

.

P2) Calcule el área de la porción de superficie $z = x^2 + (y-1)^2\ \ con\ \ 1 \leq z \leq 4$.

P3) Un fluido se somete al campo de velocidades $\vec{V}(x,y,z) = (x - yz, y + xz, z + 2xy)$. Calcule el flujo del campo $\vec{V}$ a través de la porción de superficie S: $x^2 + y^2 = 2$ interior a $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Considere la normal apuntando hacia el eje z.

P4) Sea $f: R^2 \to R\ \ con\ \ f \in C^3(R^2)$ cuyo polinomio de Taylor de segundo orden en el punto (2,2) es $T(u,v) = 14 + v^2 - 2uv - u^2$. Si $h(x,y) = f(x^2 - 2y\ , y^2 + xy - 1)$ estime el valor aproximado de $h(1.98\ , 1.02)$ empleado una aproximación lineal.

UTN - FRBA EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 06/12/2022

CORRIGIÓ:………………………………………………. REVISÓ:…………………………………

Teóricos				Prácticos				Calificación
1		2		1	2	3	4	

Condición mínima para aprobar con calificación 6(SEIS): 3 (tres) ítems bien resueltos, uno de "T1 o T2" y dos de "P1), P2),P3) o P4)"

T1.

a. Enuncie el teorema de derivación de funciones compuestas (Regla de la cadena) para los campos $\vec{f}: A \subseteq R^n \to R^m \;\; y \;\; \vec{g}: B \subseteq R^m \to R^p$

b. Sea $f: R^2 \to R$ de clase $C^3(R^2)$ cuyo polinomio de Taylor de segundo orden en el punto (2,2) es $T(u,v) = 14 + v^2 - 2uv - u^2$. Si $h(x,y) = f(x^2 - 2y, y^2 + xy - 1)$ estime el valor de $h(1.98\,,1.02)$ empleando una aproximación lineal.

T2.

a. Enuncie el teorema de Green y proponga una expresión que permita calcular el área de una región plana acotada mediante integrales de línea.

b. Sea el campo de velocidades $\vec{f}(x,y) = (P(x,y)\,, Q(x,y))$ de clase C^1, tal que $\frac{\partial P}{\partial y} = k + \frac{\partial Q}{\partial x}$ con $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la frontera de la región definida por: $|x+y| \leq 1$, con $|x| \leq 1$, recorrida en sentido positivo.

P1. Sea $\vec{f} \in C^1(R^2)\; tal\; que\; \vec{f}(x,y) = \left(4y\left(\varphi'(x) - \frac{3}{4}\varphi(x)\right),\; \varphi'(x) - 2e^{2x}\right)$, determine una función $\varphi \in C^2(R)$ tal que $\varphi'(0) = \varphi(0) = 0$ y que $\oint_{\partial B^+} \vec{f}.d\vec{s} = 0$ siendo

$$B = \left\{(x,y) \in R^2 /\; x^2 - 2x + \frac{y^2}{4} \leq 1\right\}$$

P2. Calcule la circulación de $\vec{f}(x,y,z) = (e^x \cos(y) + yz\,,\; xz - e^x sen(y)\,,\; xy + z)$ a lo largo de la curva C parametrizada por $\vec{\alpha}: [1,2] \to R^2$ tal que $\vec{\alpha}(t) = (t^2 - 3t + 2\,,\; \pi(t-1),\; 2t\;)$

P3. Calcule la circulación del campo vectorial $\overrightarrow{G}(x,y,z) = (yz\,, xz\,, \beta(y,z))$ con $\vec{G} \in C^1(R^3)$ a lo largo de la curva borde de la superficie de ecuación $y = 5$ con $x^2 + z^2 \leq 2z \quad y \quad x \geq 0$. Indique claramente la orientación escogida para la curva.

P4. Dado el campo vectorial $\vec{h}(x,y,z) = (z\, arctan(y^2)\,;\; z^3\, ln(x^2 + 1);\; z)$, encuentre el flujo de $\vec{h}$ que atraviesa la porción de la superficie de ecuación $-x^2 - y^2 + z = -2$ que está debajo del plano $z = -1$ y está orientada con su tercera componente hacia las z positivas .

UTN - FRBA EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 13/12/2022

CORRIGIÓ:……………………………………………….. REVISÓ:…………………………………

Teóricos				Prácticos				Calificación
1		2		1	2	3	4	

Condición mínima para aprobar con calificación 6(SEIS): 3 (tres) ítems bien resueltos, uno de "T1 o T2" y dos de "P1), P2),P3) o P4)"

T1. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas justificando claramente la respuesta.

a. "El plano $z = 0$ es tangente al gráfico de la función definida por
$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ en el punto (0,0)"

b. "El flujo del campo vectorial dado por $\vec{g}(x,y,z) = (2yz + x^3y\ , 7y - \frac{3}{2}x^2y^2\ , 4z)$ a través de la superficie abierta $x^2 + y^2 + z^2 = 4y + 2z\ \ con\ \ z \geq 1$ orientada con campo de vectores normales apuntando hacia las z positivas, es un número menor que cero"

T2. a. Indique las condiciones suficientes para que una ecuación $F(x,y,z) = 0$ defina en el entorno del punto (x_0, y_0, z_o) a una única función $z = f(x,y)$

a. Muestre que la ecuación $6e^{xz} - yz = 0$ define en un entorno del punto $(0{,}2, z_0)$ a $z = f(x,y)$. Luego, halle la ecuación de la recta normal al gráfico de f en el punto (0 , 2 ,z_0)

P1. Para el campo vectorial $\vec{f}(x,y) = (4xy^2 - 3y + 8\ ,\ 5x + 3y^2 + 4x^2y)$, calcule $\int_{\gamma^+} \vec{f}.d\vec{s}$ siendo γ la trayectoria ortogonal a la familia de curvas $x^2 + Cy = 0$ que pasa por el punto (2,2) orientada en sentido antihorario.

P2. Calcule el flujo de $rot\ \vec{h}$ a través de la superficie abierta S: $z = 2 - (x-1)^2 - y^2$ con $z \geq 0$, si el campo vectorial $\vec{h}$ está dado por $\vec{h}(x,y,z) = \big(3y + 1\ , 6x - 2\ , f(x,y,z)\big)$ con $f \in C^2(R^3)$. Indique claramente cómo ha orientado la superficie.

P3. Analice la existencia de extremos locales de la función definida por $h(x,y) = x^2y - x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 5y$.

P4. Calcule, **empleando integrales de línea**, el área del triángulo cuyos vértices (en R^2) son los puntos en los que el plano tangente a la superficie de ecuación $g(x,y) = 2y^2 + 4x^2y - 16y + 8$ es paralelo al plano xy.

UTN - FRBA EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 20/12/2022

CORRIGIÓ:…………………………………………………… REVISÓ:……………………………………

Teóricos				Prácticos				Calificación
1		2		1	2	3	4	

Condición mínima para aprobar con calificación 6(SEIS): 3 (tres) ítems bien resueltos, uno de "T1 o T2" y dos de "P1), P2),P3) o P4)"

T1. a. Dada una ecuación diferencial ordinaria de orden *n*, defina solución general y solución particular de la misma.

b. Se sabe que $y = Ae^{-3x} + Be^{2x} - 3x$ es la solución general de una ecuación diferencial ordinaria. Determine dicha ecuación.

T2. a. Para un campo escalar definido por $g: A \subseteq R^n \to R$ tal que $u = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ defina la derivada direccional de *g* para un versor cualquiera $\check{v}$ y la derivada parcial de *g* respecto de la variable x_i con $1 \leq i \leq n$, ambas en un punto interior de A, $\overrightarrow{x_0} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$.

b. Para la función definida por $g(x,y) = \begin{cases} \frac{y - y.\cos(x+2y)}{x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ determine la existencia de $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0)$.

P1. Calcule el volumen del sólido limitado por $z^2 \leq y \leq 2 - 2x^2 - z^2$, $x \geq 0$.

P2. Calcule la circulación del campo vectorial definido por $\vec{h}(x,y,z) = \left(2z, \frac{z^2}{2}, yz\right)$ a través de la curva intersección entre las superficies de ecuaciones: $2z = x^2 + z^2$ y $y + z = 2$, indicando gráficamente la orientación de la curva.

P3. Calcule el área de la porción de superficie de ecuación $z = 6 - x^2 - y^2$ limitada por los planos

$z = 2$ y $z = 5$.

P4. Determine $a \in R$ para que $\int_{\gamma^+} \vec{f}.d\vec{s} = 2\pi$ con $\vec{f}(x,y) = (4ay + 2xy, 3x + x^2)$, siendo γ la línea de campo de $\vec{g}(x,y) = (1 - y,\ x)$ que pasa por el punto (1,1).

UTN FRBA — Análisis Matemático II — Final 14/02/2023

Apellido y nombre:

Corrigió: Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Califcación

Condición mínima para aprobar con calificación 6: cuatro ejercicios bien, uno de los cuales debe ser T1 o T2.

T1. Defina campo conservativo y función potencial.

Verifique que el campo $\vec{f}(x,y) = (3x^2y - y^2,\ x^3 - 2xy + 4)$ es conservativo y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = ((t-1)\ln(t+1),\ t + e^{t^2-t})$, con $0 \le t \le 1$.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifque su respuesta.**

a) Los vectores $\check{v}_1 = (1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2})$ y $\check{v}_2 = (-1/\sqrt{2},\ -1/\sqrt{2})$ son dos direcciones de derivada direccional nula de $f(x,y) = x^2y - x$ en $\mathbf{x}_0 = (1,0)$.

b) La función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{y}, & \text{si } y \neq 0, \\ 0\ , & \text{si } y = 0, \end{cases}$ es continua en el origen.

P1. Sean S la superficie de ecuación $x^2 + y^2 - 8z = 5$, $\mathbb{L}$ la recta normal a S en $\mathbf{x}_0 = (1,2,0)$ y $\vec{f}(x,y,z) = (y,\ z,\ x)$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del segmento de $\mathbb{L}$ que va de $(1,2,0)$ a la intersección de $\mathbb{L}$ con el plano de ecuación $x = 0$.

P2. Calcule la masa del cuerpo V , definido por $V : \begin{cases} y \le x^2 + z^2 \le 4, \\ y \ge 1, \end{cases}$,

sabiendo que la función densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia del punto al plano de ecuación $y = 0$.

P3. Sea $g \in C^2$ y $\vec{f}(x,y) = (yg(x),\ g'(x))$ con $\vec{f}(0,1) = (1,\ 2)$. Halle g tal que la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de toda curva simple cerrada y suave a trozos, orientada en sentido positivo, sea igual al área de la región encerrada por la curva.

P4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x,y,z) = (x + \ln(1+y^2),\ y + \ln(1+z^2),\ x + z + 2)$ a través de la superficie abierta $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \ge 0$, orientada con vectores normales con tercera componente positiva.

UTN FRBA — Análisis Matemático II — Final 22/02/2023

Apellido y nombre:

Corrigió: Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Califcación

Condición mínima para aprobar con calificación 6: tres ejercicios bien, uno de los cuales debe ser T1 o T2.

T1. Defina solución, solución general, solución particular y solución singular de una ecuación diferencial ordinaria de orden 1.

Halle una función f tal que $y = 2x^2 + 3x$ es una solución de la ecuación $xy' - 2y = f(x)$ y determine si la solución dada es una solución general, particular o singular.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifque su respuesta.**

a) La función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x^4}{y}, & \text{si } y \neq 0, \\ 0, & \text{si } y = 0 \end{cases}$
tiene derivadas en todas las direcciones en el origen.

b) La longitud de la curva definida por la intersección de las superficies $S_1 : 2x^2 + z^2 = 2$ y $S_2 : y = x$ es $2\sqrt{2}\,\pi$.

P1. Calcule el área de la porción del plano $2x - 2y - z = 2$ que verifica las condiciones $x^2 + y^2 \geq 2$ y $x^2 + (y-1)^2 \leq 1$.

P2. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x,y,z) = (z - xg(3xy),\ yg(3xy),\ 2z)$, $g \in C^1$, a través de la superficie frontera del sólido $V : \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 4, \\ x \geq 0,\ y \geq 0, \end{cases}$
orientada con el campo normal exterior.

P3. Halle y clasifique los extremos locales de $f(x,y) = x^2y + 4xy + y^2 - 3$

P4. Calcule la circulación de $\vec{f}(x,y,z) = (y + 3xz,\ y^4 + 3yz,\ z^6)$ a lo largo del borde de la porción del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$ que está contenida en el primer octante. Indique la orientación elegida para la curva.

UTN FRBA — Análisis Matemático II — Final 28/02/2023

Apellido y nombre:

Corrigió: Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Califcación

Condición para aprobar con calificación mínima 6: tres ejercicios bien, uno de T1, T2 y dos de P1, P2, P3, P4.

T1. **Enuncie** el teorema de Stokes.

Sea $\vec{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\vec{f}(x,y,z) = (P(x,y,z),\ Q(x,y,z),\ R(x,y,z))$ un campo vectorial C^1 tal que $D\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} P'_x & z & y \\ 1 & Q'_y & 1 \\ 0 & 2 & R'_z \end{pmatrix}$.

Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva C definida por la intersección de la superficie $S_1 : z = x^2 + y^2$, y el plano $S_2 : z = 3$. Considere la curva orientada en sentido $(0,\ \sqrt{3},\ 3) \to (\sqrt{3},\ 0,\ 3) \to (0,\ -\sqrt{3},\ 3) \to (0,\ \sqrt{3},\ 3)$.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifque su respuesta.**

a) Si D , D^* son dos recintos elementales, $(x,y) = \vec{T}(u,v) = (2u+2v,\ 3u+v)$ transforma D^* en D y $\iint_{D^*} (2u+2v)dudv = 2$, entonces $\iint_D x\,dxdy = -8$.

b) Una ecuación de la recta normal a la superficie de ecuación $x^2 + xyz - z^3 = 1$ en $\mathbf{x}_0 = (1,-1,1)$ es $(x,y,z) = \lambda(1,1,-1) + (1,-1,1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

P1. Sea $\vec{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo C^1 . Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de la semiesfera $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ sabiendo que $\operatorname{div}(\vec{f}) = 2$ y que $\vec{f}(x,y,0) = (x,\ 0,\ 5)$. Indique claramente la orientación elegida para el cálculo.

P2. Halle, si existe, g tal que el campo $\vec{f}(x,y) = (x^2 - 4yg(x),\ g'(x) - x + y)$ sea conservativo y $\vec{f}(0,1) = (0,7)$.

P3. Verifique que la ecuación $xz + y^2 + \ln(x+y+z-4) = 4$ define implícitamente una función $z = f(x,y)$ en un entorno del punto $(1,1,z_0)$. Calcule la derivada direccional mínima de dicha función f en $\mathbf{x}_0 = (1,1)$ e indique en qué dirección se alcanza.

P4. Calcule el área de la región D encerrada por la curva C (ver figura), parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = (t - t^2,\ t - t^4)$, $0 \le t \le 1$. (Sugerencia: aplique convenientemente el teorema de Green)