ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen Final 01/08/2023

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

APELLIDO DEL ALUMNO: .... **NOMBRE:** ....

CORRIGIÓ: .... **REVISÓ:** ....

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

a. Si el campo vectorial $\vec{F}: R^3 \to R^3 \ / \vec{F}(x,y,z) = (u(x,y,z), v(x,y,z), w(x,y,z))$ es de clase $C^1(R^3)$ y es conservativo, entonces $\vec{F}$ admite matriz Jacobiana simétrica en R^3.

b. $\iint_A (x^2+y^2)^{-\frac{3}{2}} dxdy = 1$, siendo $A = \{(x,y) \in R^2 \ / \ \ x^2+y^2 \le 1 \ , x+y \ge 1 \ , y \ge \ x\}$

T2) **a.** Sea un campo escalar $f: B \subseteq R^n \to R \ \ (n>1) \ y \ \vec{x}_0 \in B^o$. Muestre que si existe f es diferenciable en $\vec{x}_0 \ \ y \ \vec{x}_0$ es un punto de extremo local de f, entonces $\nabla f(\vec{x}_0) = \vec{0}$.

b. La función definida por $f(x,y) = 3-(x^3-y^3)$, ¿alcanza un valor extremo local en el punto (0,0)? Justifique claramente la respuesta.

P1) Sean las funciones $\vec{f}: R^2 \to R^2$ de clase $C^1(R^2)$ tal que $D\vec{f}(0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$ y $z = g(x,y)$ definida implícitamente en el entorno del punto $(x_0, y_0) = (2,1)$ por la ecuación

$3x^2y^2 + 2z^2xy - 2zx^3 + 4zy^3 = 4$, con $z_0 = g(x_0,y_0) > 1$. Determine la dirección de máximo crecimiento de la función $h = go\vec{f}$ en el punto (0,0), sabiendo que $\vec{f}(0,0) = (2,1)$.

P2) Dada la porción de superficie S de ecuación $2z = 3xy^2$ cuya proyección sobre el plano xy es la región $W = \{(x,y) \in R^2 \ / \ 0 \le y \le 2x \ , 0 \le x \le 2\}$. Calcule el flujo del campo vectorial definido por $\vec{G}(x,y,z) = (2x, -y \ , 4z)$ a través de la superficie S orientada con el campo de versores normales que apunta hacia las z positivas.

P3) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}: R^3 \to R^3$ de clase $C^1(R^3)$ tal que

$rot\vec{F}(x,y,z) = (-x^2 \ , 3y - x \ , 4z^2 - 3xy)$ a lo largo de la curva γ definida por la intersección de las superficies de ecuaciones $x = 3(y^2+z^2)$ y $x = 4-(y^2+z^2)$. Indique la orientación escogida para la curva γ.

P4) Determine la solución particular de la ecuación diferencial $y'' - 6y' + 9y = 9x$ sabiendo que en el punto (0,1) la ecuación de su recta tangente es $y = x+1$.