EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (95-0703) - 26 DE MAYO DE 2022

Condición mínima para aprobar: 3 (tres) ítems bien, uno de "T1) o T2)" y dos de "P1), P2), P3) oP4)".

T1) a. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa demostrándola o bien exhibiendo un contraejemplo según corresponda:

"Si ϕ un campo escalar de clase $C^2(R^3)$ armónico y Ω es un conjunto contenido en R^3 cuya frontera es una superficie Σ orientada con la normal entrante a Ω, entonces el flujo del gradiente de ϕ a través de Σ es nulo"

b. Dada la superficie Σ de ecuación $z = 8 - x^2$ con $z \geq x^2 + 2y^2$, $x, y, z \in R_0^+$, y el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = \left(\frac{x}{2}, y, z\right)$, calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ orientada hacia z^+.

T2) a. Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa demostrándola o bien exhibiendo un contraejemplo según corresponda:

"Si $f: A \subseteq R^2 \to R \ / \ z = f(x,y)$ alcanza un valor máximo local en el punto (x_0, y_0), entonces f admite derivada en toda dirección en (x_0, y_0)"

b. Determine, si existen, máximos y mínimos locales y/o globales de la función definida por $f(x,y) = 1 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.

P1) Calcule la circulación del campo $\vec{h}(x,y,z) = (y - 1, z^2, y)$ a lo largo de la curva $C = \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = z^2 \\ z = y + 1 \end{cases}$ con orientación $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 1\right) \to \left(0, 1 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}\right) \to \cdots \to \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 1\right)$.

P2) Se considera la función $z = g(x,y)$ definida implícitamente por la ecuación $x^3 + y^2 + xyz + e^{xz^2} = 3$ en un entorno del punto $(1,1,z_0)$. Determine la matriz Jacobiana $D\vec{G}(1,1)$ correspondiente al campo $\vec{G}: R^2 \to R^2$ definido por $\vec{G}(x,y) = (y^2 f(x,y), 2xf(x,y))$.

.

P3) Calcule $\int_\Gamma \vec{g}\, d\vec{s}$ con $\vec{g}(x,y) = (2x^2 y, \frac{2}{3}x^3 + 3x + 2)$ siendo Γ el arco de la curva ortogonal a la familia $y = mx + 1$ que pasa por el punto $(1,1)$ y está recorrida desde $(0,0)$ hasta $(0,2)$ en el primer cuadrante.

P4) Dada la superficie $\Sigma: x^2 + y^2 = z^2$ $(z \geq 0)$ de densidad superficial homogénea y sea el punto (x_M, y_M, z_M) el centro de masa de la porción de superficie Σ interior a la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 2by$ $(b > 0)$. Calcule la coordenada z_M