Unidad 7

- Si f es diferenciable en $\overline{A}$ y $f\left(\overline{A}\right)$ es extremo relativo $\Rightarrow \nabla f\left(\overline{A}\right) = \overline{0}$ (<u>demostración</u>).

Sea una función $f : D \subset R^n \to R$ y el punto $\overrightarrow{x_0} \in \operatorname{int}(D)$ y *f* es diferenciable en él. Si *f* admite un extremo en $\overrightarrow{x_0}$ entonces todas las derivadas parciales primeras de f son nulas en $\overrightarrow{x_0}$, $\frac{\partial f}{\partial x_1}(\overrightarrow{x_0}) = \frac{\partial f}{\partial x_2}(\overrightarrow{x_0}) = \ldots = \frac{\partial f}{\partial x_n}(\overrightarrow{x_0}) = 0$, es decir, el vector gradiente en dicho punto es el vector nulo ($\overrightarrow{\nabla f}(\overrightarrow{x_0}) = \vec{0}$)

Demostración: Si suponemos que *f* alcanza un extremo local en $\overrightarrow{x_0}$, por ejemplo un máximo local, se verifica que $\forall \vec{u} \in R^n$ la función $\varphi(t) = f(\overrightarrow{x_0} + t\vec{u})$ admite un máximo local para $t = 0$. Entonces, por la condición necesaria para la existencia extremos locales para funciones de una variable real se cumple $\varphi'(0) = 0$ y usando la regla de la cadena para determinar $\varphi'(t)$, resulta: $\varphi'(t) = \overrightarrow{\nabla f}(\overrightarrow{x_0} + t\vec{u}) \bullet \vec{u}$ y evaluada en $t = 0$, es $\varphi'(0) = \overrightarrow{\nabla f}(\overrightarrow{x_0}) \bullet \vec{u} = 0 \quad \forall \vec{u} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{\nabla f}(\overrightarrow{x_0}) = \vec{0}$.