Análisis Matemático II – Cuestionario del Final del 22/12/20

P1

Sea el campo vectorial $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ cuyo rotor es $\nabla \times \overline{f}(x,y,z) = (z\ ,\ y\ ,\ x)$. Entonces la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de la curva definida por la intersección de las superficies de ecuaciones $x+z=3$ y $x^2+y^2=1$, cuando se la realiza con la orientación dada por $(1,0,2) \to (0,1,3) \to (-1,0,4) \to (0,-1,3) \to (1,0,2)$, resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $-\pi$
- b. -3π
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. π
- e. 3π

P2

Sea el campo vectorial $\overline{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, cuya matriz jacobiana es $D\overline{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 3-4x & yz & -y \\ y^2 & 2x+y & z \\ -2z & 1 & 2x-y \end{pmatrix}$.

Entonces, el flujo de $\overline{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo H definido por: $z \geq \sqrt{x^2+y^2}$ y $z \leq 1$, orientada en forma saliente de H resulta igual a:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $\pi/2$
- c. $3\pi/2$
- d. π
- e. 3π

P3

Sea el campo escalar $f(x,y) = k\,g(x)\,y^2 - \frac{2}{k}\,y\,x^2$, donde k es constante y $g(x)$ es la solución particular de la ecuación diferencial $x\,g' - g = x$ que pasa por el punto $\overline{A} = (1,2)$.

Sabiendo que $f \in C^1$ en un entorno de $\overline{A}$, los valores k para los cuales resulta nula la derivada direccional $f'(\overline{A}\ ,\ (1/\sqrt{2}\ ,\ -1/\sqrt{2}))$ son:

Seleccione una:

- a. $k = \pm\sqrt{3}/2$
- b. $k = \pm\sqrt{3/2}$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $k = \pm\sqrt{2}$
- e. $k = \pm 1$

P4

Sea $\overline{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ diferenciable en $\overline{A} = (x_0, y_0)$ con $\overline{g}(\overline{A}) = (3,\ 5)$ y matriz jacobiana $D\overline{g}(\overline{A}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable en su dominio y $h = f \circ \overline{g}$ tal que $\nabla f(3,5) = (1,1)$. Entonces , sabiendo que $f(\overline{g}(\overline{A})) = 2$, el valor de la aproximación lineal de $h(\overline{A} + (0.02,\ -0.01))$ es:

Seleccione una:

- a. 1.93
- b. 2.07
- c. 2.11
- d. 1.89
- e. Ninguna de las otras es correcta

P5

Dada la curva C definida por la intersección de las superficies de ecuaciones:

$$x^2 - y^2 = 3 \quad \text{y} \quad z = x^2 - x\,y + 2\,,$$

entonces, la recta tangente a C en $(2,1,z_0)$ interseca a la superficie de ecuación $y = |x|$ en el/los punto(s):

Seleccione una:

- a. $(5/3\,,\,2/3,\,8/3)$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $(3,3,3)$ y $(5/3\,,\,2/3,\,8/3)$
- d. $(3,3,3)$
- e. $(5,-5,1)$

P6

Sea el cuerpo H definido por: $x^2+y^2+z^2 \le 12\,,\ z \ge x^2+y^2$, cuya densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano xy.
Entonces, siendo $k>0$ la constante de proporcionalidad correspondiente a la expresión de la densidad, la masa del cuerpo resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $\frac{45}{16}k\,\pi$
- b. $\frac{45}{4}k\,\pi$
- c. $\frac{5}{4}k\,\pi$
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $\frac{63}{4}k\,\pi$

P7

Sea $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ un campo de fuerzas tal que $\overline{f}(x,y) = (\,y\,g''(x)\,,\ 2\,g(x)+y^2\,)$ y
sea Γ la curva de ecuación $\overline{X} = (2\,\mathrm{sen}(2\,\pi\,t)\,,\ 3\cos(2\,\pi\,t))$ con $0 \le t \le 1$.
Entonces, para que el trabajo de $\overline{f}$ a lo largo de Γ resulte nulo es suficiente que:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $g(x) = x\,e^{2\,x}$
- c. $g(x) = e^{2\,x}$
- d. $g(x) = x^3$
- e. $g(x)$ sea un polinomio de primer grado

P8

Dada $f(x,y) = x^2+2\,y^2+y\,x^2$ definida en $\mathbb{R}^2$, analizando los extremos locales de $f(x,y)$ se concluye que:

Seleccione una:

- a. Ninguna de los otras es correcta
- b. $f(0,0)$ es máximo local
- c. $f(2,-1)$ y $f(-2,-1)$ son mínimos locales
- d. $f(2,-1)$ y $f(-2,-1)$ son máximos locales
- e. $f(0,0)$ es mínimo local

P9

Considere el campo vectorial $\overline{f}$ cuya matriz jacobiana es $D\overline{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2\,x\,y & x-1 & z \\ 2\,x & 3\,y\,z & z \\ 2\,x & x+y & 3 \end{pmatrix}$ y la curva C definida por la intersección de las superficies de ecuaciones $x^2+2\,y^2+3\,z^2=4$ y $z=1$.

Entonces, la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de C en el sentido de recorrido dado por $(0,1/\sqrt{2},1) \to (1,0,1) \to \cdots \to (0,1/\sqrt{2},1)$ resulta igual a:

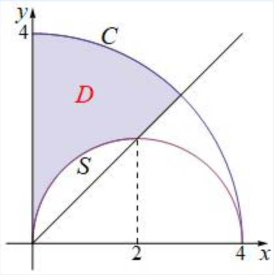
Seleccione una:

- a. $-\pi/\sqrt{2}$
- b. $\sqrt{2}\,\pi$
- c. $2\,\pi$
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $-\sqrt{2}\,\pi$

P10

En la figura de la derecha las curvas S y C son trozos de circunferencias.

Entonces, el área de la región D sombreada es igual a:



Seleccione una:

- a. $\pi+2$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $\pi-2$
- d. $4\,\pi$
- e. $2\,\pi$