ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen Final 27/09/2023

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

APELLIDO DEL ALUMNO: .... NOMBRE: ....

CORRIGIÓ: .... REVISÓ: ....

T1		T2		P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

a. La función definida por $g(x,y) = 1 + \sqrt[3]{x^2(y-1)}$ tiene derivada en toda dirección en el punto $(x_0, y_0) = (0,1)$ y es diferenciable en dicho punto.

b. El plano de ecuación $z - 4x + 4 = 0$ es el plano tangente en el punto $(x_0, y_0, z_0) = (1,0,0)$ al gráfico de la función $z = g(x,y)$ definida implícitamente por la ecuación $2x^3 + y^4 + z^3 - xz - 2x = 0$ en un entorno de (1,0,0).

T2) **a**. Enuncie el Teorema de la Regla de la cadena para una función $\vec{h} = \vec{f} \circ \vec{g}$ con $\vec{g}: R^n \to R^m$ y $\vec{f}: R^m \to R^p$.

b. Calcule $\lim_{x \to +\infty} y(x)$ sabiendo que $y(x)$ es la solución particular de $y'' + 4y' + 5y = 5$ Con $y(0) = 1$ e $y'(0) = -2$.

P1) Sea el campo escalar $f: \boldsymbol{D} \subset R^2 \to R$ tal que $f(x,y) = \sqrt[4]{x-y} - \sqrt{1-(x-1)^2-(y-1)^2}$. Calcule la circulación del campo $\vec{F}: R^2 \to R^2$ $/ \vec{F}(x,y) = (8y + 8xy + 3, 4x^2 - 2x + 3y^2)$ a lo largo de la curva frontera del conjunto ***D***, dominio natural de *f*, recorrida en sentido horario.

P2) Determine analítica y gráficamente la región de integración en el plano *xy* de la integral expresada en coordenadas polares $\int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{\cos\theta}} r^2 \cos\theta \, dr + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 r^2 \cos\theta \, dr$. Luego plantee la integral dada en coordenadas cartesianas (NO calcule las integrales)

P3) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (x^2, 1, z)$ a lo largo del triángulo de vértices A = (0,0,0) , B = ((1,1,0) y C = (0,0,1) con la orientación $B \to A \to C \to B$.

P4) Calcule el flujo del campo vectorial $\vec{G}: R^3 \to R^3$ / $\vec{G}(x,y,z) = (xz, yz, x^2 + y^2)$ a través de la superficie abierta de ecuación $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ que se encuentra en el semiespacio $z \geq 0$ orientada con vector normal de tercera componente positiva.