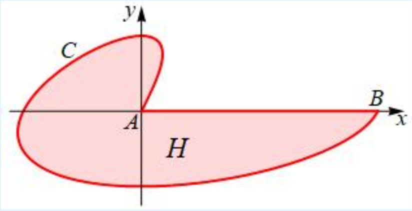
Análisis Matemático II – Cuestionario del Final del 23/02/21

P1

La región H de la figura tiene frontera $\partial H = C \cup \overline{AB}$, donde C es un arco de curva que admite la ecuación:

$$\overline{X} = (\, t\cos(t)\,,\ 2\,\mathrm{sen}(t)\,)\ \ con\ \ 0 \le t \le 2\pi\ .$$

Entonces, el área de H es igual a:



Seleccione una:

- a. $2\pi^2 - 2\pi$
- b. $2\pi^2 + 2\pi$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. π^2
- e. $2\pi^2$

P2

Sea C la curva de ecuación $y = f(\,x\,\mathrm{sen}(x-2)\,,\ x\,,\ x^2\,)$ con $x \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto $\overline{A} = (2,4)$. Sabiendo que $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ y que $\nabla f(0,2,4) = (2,4,-1)$, se puede afirmar que la recta normal a C en $\overline{A}$ admite la ecuación:

Seleccione una:

- a. Ninguna de la otras es correcta
- b. $y - 4 = \frac{1}{4}\,(x-2)$
- c. $y - 4 = -\frac{1}{4}\,(x-2)$
- d. $y - 4 = 4\,(x-2)$
- e. $y - 4 = -4\,(x-2)$

P3

Un cuerpo semiesférico de radio 2 ha sido elaborado con un material cuya densidad es $\delta(x,y,z) = k\,d(x,y,z)$, donde $k > 0$ es constante y $d(x,y,z)$ es la distancia desde cada punto al centro de la esfera.

Entonces, la masa de dicho cuerpo semiesférico resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $2\,k\pi$
- b. $8\,k\pi$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $4\,k\pi$
- e. $\frac{4}{3}k\pi$

P4

Sea el cuerpo D definido por: $x^2 + y^2 + z^2 \le 2\ ,\ \ z \ge 1$. El área de su superficie frontera resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $2\pi\,(\sqrt{2} - 1)$
- b. $\pi\,(2\sqrt{2} - 1)$
- c. $2\pi\,(2 - \sqrt{2})$
- d. $\pi\,(5 - 2\sqrt{2})$
- e. Ninguna de las otras es correcta

P5

Siendo $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\overline{f}(x,y,z) = (x^2 + \varphi(y,z)\,,\ 2\,x\,y + \varphi(x,z)\,,\ x\,z)$ y el cuerpo D definido por:

$$z \geq x^2 + 2\,y^2\ ,\quad z \leq 8 - x^2\ ,\ \text{en el primer octante,}$$

el flujo de $\overline{f}$ a través de la superficie frontera de D -cuando dicha superficie se orienta en forma saliente del cuerpo- es igual a:

Seleccione una:

- a. $128/3$
- b. $512/15$
- c. 0
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. 40

P6

Dada D la región acotada del plano xy limitada por las rectas de ecuaciones:

$$y = \frac{x}{2}\ ,\quad y = \frac{x}{2} - 2\ ,\quad y = 0\ ,\quad y = 1\ ,$$

aplicando el cambio de variables definido por $(x,y) = (u + v\,,\ v/2)$, el área de D se calcula mediante:

Seleccione una:

- a. $\int_0^4 dv \int_0^2 2\,du$
- b. $\int_0^4 dv \int_0^2 \frac{1}{2} du$
- c. $\int_0^4 du \int_0^2 2\,dv$
- d. $\int_0^4 du \int_0^2 \frac{1}{2} dv$
- e. Ninguna de las otras es correcta

P7

La recta tangente a la curva de ecuación $\overline{X} = (2\,t^2\,,\ t^2\,,\ t+2)$ en $(8,4,4)$ es perpendicular a la grafica del campo escalar f en el punto $(2,1,4)$, sabiendo que f es diferenciable en $\mathbb{R}^2$, la aproximación lineal de $f(1.95,\ 1.05)$ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. 3.8
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. 4.2
- d. 3.7
- e. 4.3

P8

Sean el campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que $f(u,v) = v^2 - u^2\,v$

y el campo vectorial $\overline{g}$ con matriz jacobiana $D\overline{g}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x - y^2 & 2\,y & z^2 \\ 2\,z - x^2 & y\,z & y^2 \end{pmatrix}$ en $\mathbb{R}^3$.

Sabiendo que $\overline{g}(2,1,2) = (1,1)$ y que $h(x,y,z) = f(\overline{g}(x,y,z))$, entonces, la máxima derivada direccional de h en el punto $(2,1,2)$ es igual a:

Seleccione una:

- a. 3
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $\sqrt{73}$
- d. 11
- e. $\sqrt{57}$

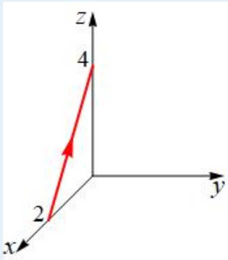
P9

Dado $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\overline{f}(x,y) = (x\,y + g(x)\,,\ x^2 + g(y))$, sabiendo que la circulación de $\overline{f}$ desde $\overline{A} = (-2,0)$ hasta $\overline{B} = (2,0)$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$ resulta igual a $\sqrt{5}$, se puede concluir que la circulación -también desde $\overline{A}$ hasta $\overline{B}$- a lo largo de la curva de ecuación $y = x^2 - 4$ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $-\sqrt{5}$
- c. $\sqrt{5}$
- d. $\sqrt{5} + 32/3$
- e. $\sqrt{5} - 32/3$

P10



En la figura se representa un segmento orientado Γ, en color rojo. Por otra parte, se tiene el campo vectorial $\overline{f} = \overline{g} + \overline{h}$ con $\overline{g}, \overline{h} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tales que:

$$\overline{g}(x,y,z) = (x\,z\,,\ x\,y\,,\ y\,z)\ ,\quad \overline{h} = \nabla\Phi \ \ con\ \ \Phi(x,y,z) = x\,z + y^2 + x^2\,.$$

Entonces, la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de Γ con la orientación que se indica resulta igual a:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $20/3$
- c. $-4/3$
- d. $4/3$
- e. $-20/3$