UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

# ANÁLISIS MATEMÁTICO II

**Examen Final 05/03/2024**

**APELLIDO DEL ALUMNO:** ............................................. **NOMBRE:** ...................................

**CORRIGIÓ:** ....................................................... **REVISÓ:** .......................................................

| T1 | | T2 | | P1 | P2 | P3 | P4 | CALIFICACIÓN |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.***
***No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas***
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

---

**T1)** Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

**a.** La circulación del campo $\vec{f}:R^2 \to R^2$ tal que $\vec{f}(x,y) = (y^2 - g(y-x)\,, y^2 + g(y-x))$ con $g \in C^1(R)$ a lo largo de la curva frontera de la región plana $D$ definida por $D: \begin{cases} x \geq y^2 \\ x \leq 2 - y^2 \end{cases}$, recorrida en sentido negativo, es igual a $3\sqrt{2}$.

~~**b.**~~ se sabe que La ecuación $2z^2 + xyz - xy^2 - x^3 = 0$ en un entorno del punto $(x_0, y_0, z_0) = (-12, 12\sqrt{3}, 24\sqrt{3})$ define de forma implícita a una función $z = f(x,y)$ de clase $C^\infty(R^2)$ en un cierto entorno V de $(x_0, y_0) = (-12, 12\sqrt{3})$. Si la matriz Hessiana de $f$ es $Hf(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$, entonces $f$ alcanza un valor extremo local en $(x_0, y_0)$.

**T2)** **a**. Demuestre que si $\emptyset: S \subseteq R^3 \to R$ es un campo escalar de clase $C^1(S)$, entonces $\int_C \overrightarrow{\nabla\emptyset}.d\vec{s} = \emptyset(Q) - \emptyset(P)$ siendo $C \subset S$ una curva regular a trozos que une los puntos $P, Q \in S$.

**b.** Analice si la función definida por. $g(x,y) = \begin{cases} \frac{x|y|}{\sqrt{x^2+y^2}} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ admite plano tangente en el origen. Fundamente claramente la respuesta.

**P1)** Calcule el área del trozo de superficie de ecuación $z = \sqrt{x^2+y^2}\ \ con\ \ x^2 + y^2 \leq 4y$ .

**P2)** Determine las líneas del campo definido por $\vec{F}(x,y) = (x - y\,, x + y)$ y luego obtenga aquella que pasa por el punto (1,-1).

**P3)** Calcule el flujo del gradiente del campo escalar $\varphi(x,y,z) = 2x^2 - 4yz^2$ a través de la superficie frontera del cuerpo $W$ definido por $W: \begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ x + z \leq 2 \\ x \geq 0\,,\ y \geq 0\,, z \geq 0 \end{cases}$. Indique la orientación escogida para la superficie. planteo

**P4)** Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (yz + g(x)\,, xz + g(y),\ y^2 + g(z))$ con $\vec{F} \in C^1(R^3)$ a lo largo de la curva dada como intersección de las superficies $y + x^2 + z^2 = 0$ e $y = -1$. indicar en un gráfico la orientación de la curva