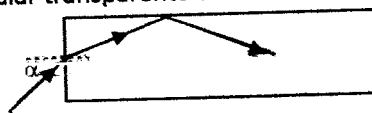


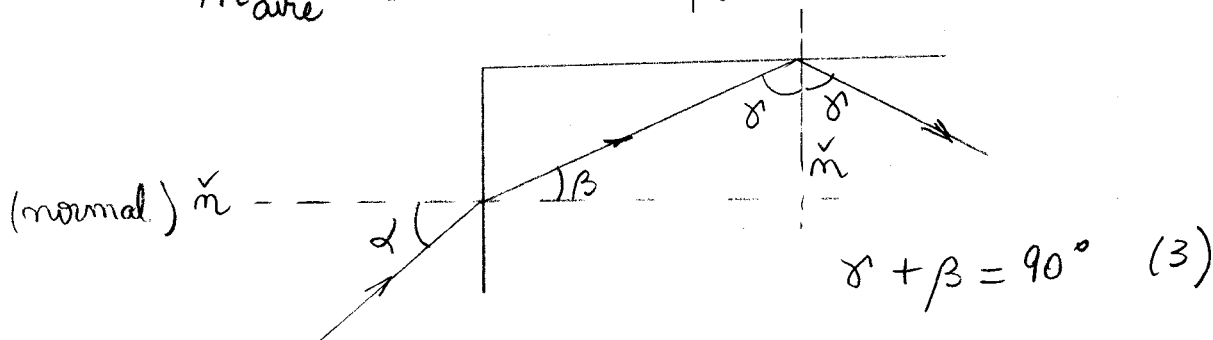
1) Un rayo de luz incide sobre la cara lateral de un prisma rectangular transparente de índice de refracción 1,25 formando un ángulo α con la normal, como indica la figura. Determinar para qué valores de α se produce reflexión total en la cara superior.



Suponemos que el prisma está rodeado por aire

$$n_{\text{aire}} \approx 1$$

$$n_{\text{prisma}} = 1,25$$



En la cara vertical: $n_{\text{aire}} \cdot \sin \alpha = n_{\text{prisma}} \cdot \sin \beta$ (1)

En la cara horizontal: $n_{\text{prisma}} \cdot \sin \delta_L = n_{\text{aire}} \cdot \sin 90^\circ$ (2)

REFLEXIÓN TOTAL

De (2): $\sin \delta_L = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{prisma}}} = \frac{1}{1,25}$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_L = \arcsin\left(\frac{1}{1,25}\right) \approx 53^\circ} \quad (4)$$

De (3) y (4): $\beta_L = 90^\circ - \delta_L = 37^\circ$ (5)

Reemplazamos (5) en (1) para obtener " α_L ", el ángulo de incidencia en la cara vertical para el cual se obtiene reflexión total en la cara horizontal:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin \alpha_L = n_{\text{prisma}} \cdot \sin \beta_L$$

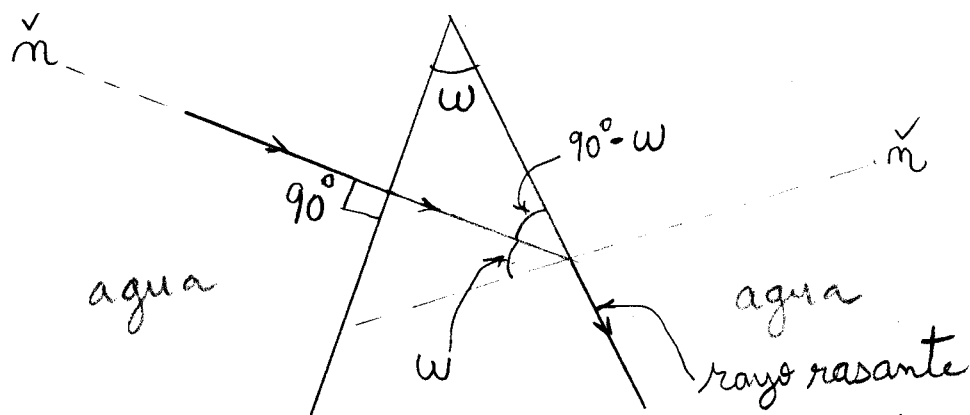
$$\sin \alpha_L = \frac{1,25 \cdot \sin 37^\circ}{1}$$

$$\boxed{\alpha_L = 48,6^\circ}$$

Por lo tanto, para ángulos menores que α_L , los ángulos de refracción β serán menores (según ec. (1)) y los ángulos " δ " serán mayores (según ec. (3)). Cuando δ supere el valor δ_L se producirá REFLEXIÓN TOTAL en la cara superior.

Respuesta: $\boxed{\alpha \leq 48,6^\circ}$

2) Un prisma de $\omega = 40^\circ$ está sumergido en agua. ¿Cuál es el índice de refracción mínimo del prisma para que un rayo de luz que incida normalmente en una de sus caras, se refleje totalmente en la otra.



En la primer cara el rayo incidente tiene la dirección de la normal (el seno del ángulo de incidencia es cero) y según la ley de Snell el rayo refractado no cambia de dirección. Al llegar a la segunda cara, para que se produzca reflexión total se debe cumplir:

$$n_{\text{prisma}} \cdot \sin \omega_L = n_{\text{agua}} \cdot \sin 90^\circ$$

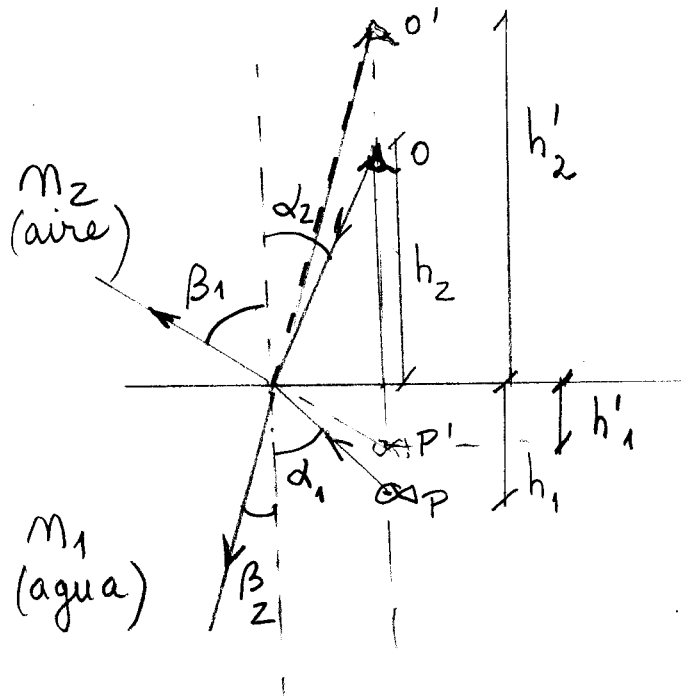
donde ω_L será el valor del ángulo de incidencia ω a partir del cual se produce la reflexión total. De aquí obtenemos el valor mínimo que debe tener el n_{prisma} para lograr estas condiciones.

$$n_{\text{prisma}} = \frac{n_{\text{agua}}}{\sin \omega_L} = \frac{1,33}{\sin 40^\circ}$$

$$n_{\text{prisma}_{\text{min}}} = 2,07$$

Respuesta: $n_{\text{prisma}} \geq 2,07$

3) El ojo de un observador está situado a 1,2 m por encima de la superficie del agua de una pecera. Sobre la misma vertical y a 0,4 m bajo el agua se encuentra un pez. a) ¿A qué profundidad ve el observador al pez? b) ¿A qué distancia ve el pez al ojo del observador?



$$(b) \quad h'_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot h_2 \quad (1)$$

$$\boxed{h'_2 = \frac{1,33}{1} \cdot 1,2 \text{ m} = 1,6 \text{ m}}$$

$$(a) \quad h'_1 = \frac{n_2}{n_1} \cdot h_1 \quad (2)$$

$$\boxed{h'_1 = \frac{1}{1,33} \cdot 0,4 \text{ m} = 0,3 \text{ m}}$$

Nota: las relaciones (1) y (2) están deducidas en el apunte teórico de Óptica. (DOC 1)

4) Un espejo, de distancia focal de módulo 10 cm, forma de un objeto real una imagen real de la mitad de tamaño. a) Indicar, justificando, que tipo de espejo es, b) determinar las posiciones del objeto y de la imagen y realizar la marcha de rayos correspondiente.

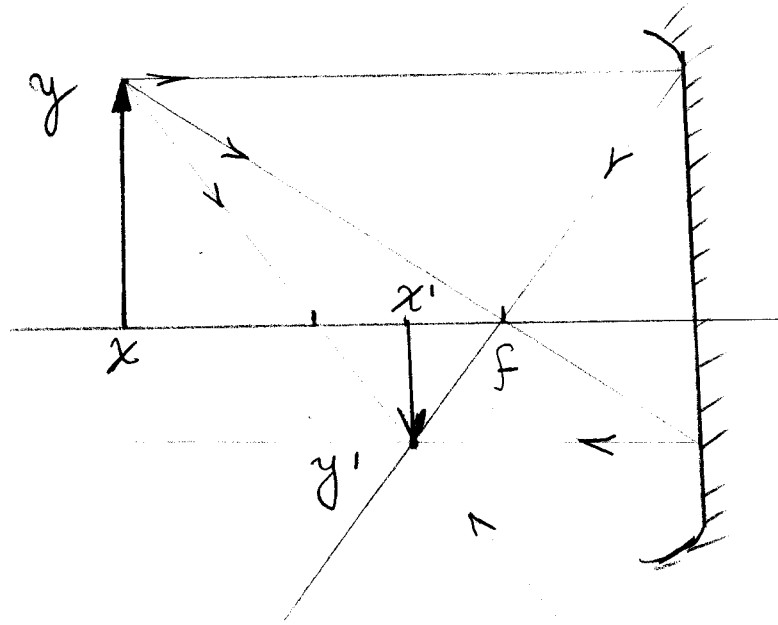
a) El espejo es cóncavo, ya que es el que puede producir una imagen real. (Ver los casos de marcha de rayos para distintas posiciones del objeto real) la imagen es invertida

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'}$ $A = -\frac{1}{2} = -\frac{x'}{x}$ (aumento lateral) (2)

$\frac{1}{10\text{cm}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'}$ (1)

De (1) y (2): $\frac{1}{10\text{cm}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{2}} \Rightarrow \boxed{x = 30\text{ cm}}$
 $\boxed{x' = \frac{x}{2} = 15\text{ cm}}$

MARCHA DE RAYOS: (hacemos el dibujo a escala para verificar los resultados analíticos).



5) Se dispone de un espejo cóncavo de 40 cm de radio y se desea que la imagen de un objeto real se forme a 60 cm del espejo. ¿A qué distancia se deberá colocar dicho objeto?

$$\begin{array}{l} R = 40 \text{ cm} ; \quad f = \frac{R}{2} = 20 \text{ cm} \quad (R > 0 \text{ espejo cóncavo}) \\ \text{Para imagen REAL:} \\ x = 60 \text{ cm} ; \quad x' = ? \end{array}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \implies \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{60 \text{ cm}} + \frac{1}{x'}$$
$$\boxed{x' = 30 \text{ cm}}$$

$$\begin{array}{l} \text{Para imagen VIRTUAL:} \\ x = -60 \text{ cm} ; \quad x' = ? \end{array}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \implies \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{-60 \text{ cm}} + \frac{1}{x'}$$
$$\boxed{x' = 15 \text{ cm}}$$

6) Indicar todos los casos en que una lente delgada de distancia focal 30 cm puede formar una imagen del doble de tamaño. Determinar las posiciones del objeto y de la imagen e indicar los agrandamientos correspondientes. Realizar las marchas de rayos correspondientes.

Si la imagen tiene el doble de tamaño hay dos posibilidades:
 $|A| = 2 \rightarrow \begin{cases} A = 2 \text{ (I)} \\ A = -2 \text{ (II)} \end{cases}$ y la lente es convergente $\Rightarrow f = +30 \text{ cm}$.

(I) $\frac{1}{30 \text{ cm}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \quad (1)$ con $A = 2 = \frac{x'}{x} \Rightarrow x' = 2x \quad (2)$

De (1) y (2): $\frac{1}{30 \text{ cm}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} \Rightarrow \boxed{x = 15 \text{ cm}} \quad \boxed{x' = 30 \text{ cm}}$

(II) $\frac{1}{30 \text{ cm}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \quad (3)$ con $A = -2 = \frac{x'}{x} \Rightarrow x' = -2x \quad (4)$

De (3) y (4): $\frac{1}{30 \text{ cm}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{(-2x)} \Rightarrow \boxed{x = 45 \text{ cm}} \quad \boxed{x' = -90 \text{ cm}}$

MARCHA DE RAYOS: (a escala)

(I)

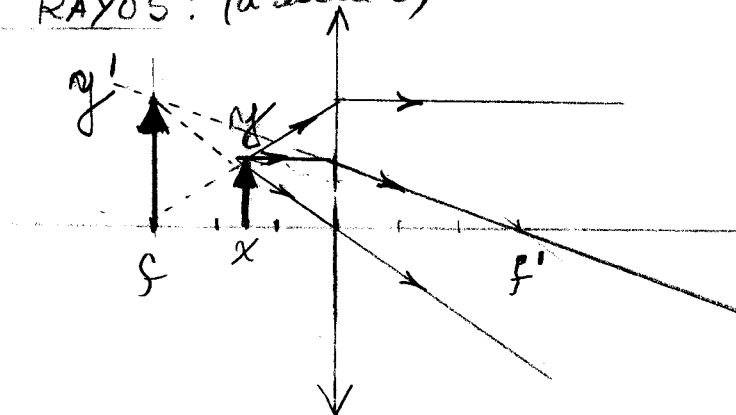


IMAGEN:
VIRTUAL
DOBLE
DERECHA

(II)

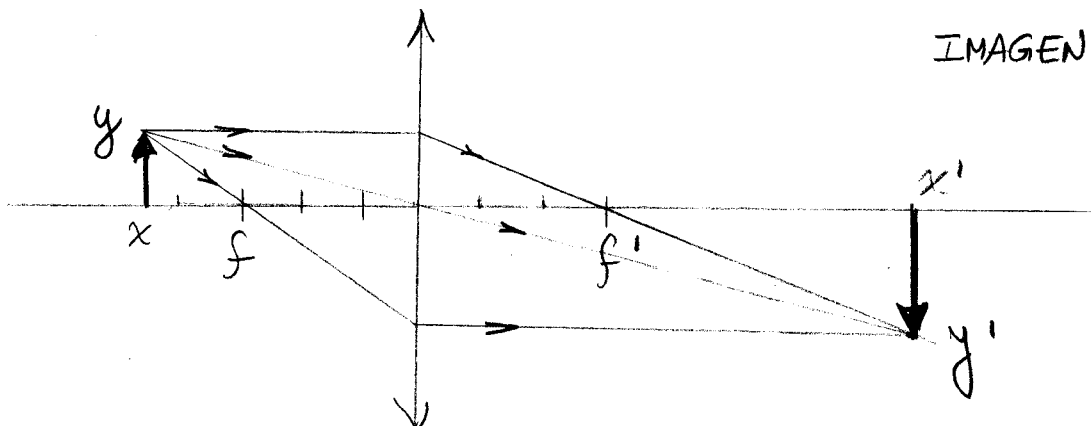


IMAGEN: REAL
DOBLE
INVERTIDA

7) Una lente forma, sobre su foco, la imagen virtual de un objeto real ubicado a 10 cm a la izquierda de su centro óptico. a) Indicar, justificando, que tipo de lente es, b) determinar su distancia focal.

a) Si fuera una lente divergente se debería cumplir:

$$\frac{1}{-f} = \frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{f} \quad (x' > 0)$$

No es posible.

Por lo tanto se trata de una lente convergente y se cumple:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{f} \Rightarrow \boxed{f = 20 \text{ cm}} \quad (b)$$

8) Si a la lente del problema anterior se le adosa una lente de potencia $P = -2D$. ¿Dónde se formará ahora la imagen del objeto?

Si $P = -2D \Rightarrow -2 \frac{1}{m} = \frac{1}{f}$ por definición de potencia de una lente. Por lo tanto la distancia focal de la nueva lente es $f = -0,5 \text{ m}$,
o $f = -50 \text{ cm}$ (lente divergente).

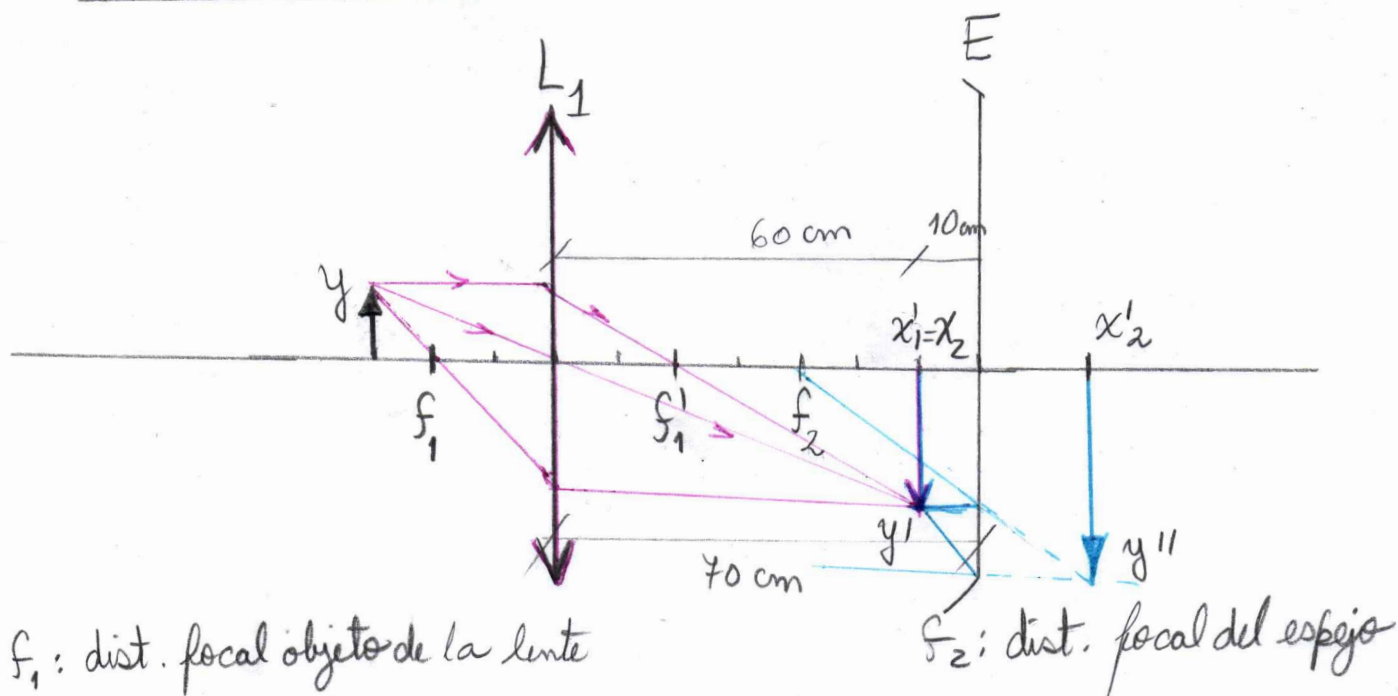
La posición de la imagen de (L_1) lente anterior ($x'_1 = 20 \text{ cm}$) es la posición del objeto para la lente L_2 adosada. Por lo tanto para L_2 tenemos:

$$\frac{1}{-50 \text{ cm}} = \frac{1}{20 \text{ cm}} - \frac{1}{x'_2} \Rightarrow x'_2 = \frac{100 \text{ cm}}{7}$$

$$\boxed{x'_2 = 14,3 \text{ cm}}$$

9) Un sistema óptico está formado por una lente convergente de abscisa focal 20 cm y un espejo cóncavo de abscisa focal 30 cm colocado a 70 cm a la derecha de la lente. a) Hallar la posición de la imagen final de un objeto real ubicado 30 cm a la izquierda de la lente. b) Hacer la marcha de rayos correspondiente y calcular el aumento del sistema.

MARCHA DE RAYOS:



LENTE : $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x'_1}$
CONVERGENTE

L_1 $\frac{1}{20\text{cm}} = \frac{1}{30\text{cm}} - \frac{1}{x'_1} \Rightarrow x'_1 = -60\text{cm}$
 $\therefore x_2 = 10\text{cm}$

ESPEJO
CÓNCAVO : $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x'_2}$
 E_2

$\frac{1}{30\text{cm}} = \frac{1}{10\text{cm}} + \frac{1}{x'_2} \Rightarrow x'_2 = -15\text{cm}$
 a la derecha del espejo.

Para un sistema óptico centrado el aumento es:

$A_{\text{sist}} = A_1 \cdot A_2$

$A_{\text{sist}} = \underbrace{\frac{x'_1}{x_1}}_{A \text{ de la lente}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{x'_2}{x_2}\right)}_{A \text{ del espejo}} = \left(\frac{-60\text{cm}}{30\text{cm}}\right) \cdot \left(\frac{-(-15\text{cm})}{10\text{cm}}\right) = -3$

IMAGEN: VIRTUAL, MAYOR INVERTIDA.

Respuestas

- 1) $\alpha \leq 48,6^\circ$
- 2) $n \geq 2,07$
- 3) a) 0,3 m; b) 1,6 m
- 4) a) Espejo cóncavo, b) $x = 30$ cm; $x' = 15$ cm
- 5) Dos opciones: Para imagen es real, $x = 30$ cm. Para imagen es virtual, $x = 15$ cm
- 6) Dos opciones: Si $A = 2$, $x = 15$ cm, $x' = 30$ cm; si $A = -2$, $x = 45$ cm, $x' = -90$ cm
- 7) a) L. convergente; b) $f = 20$ cm
- 8) $x' = 14,3$ cm
- 9) a) $x' = 15$ cm. b) $Asist = -3$
- 10) a) $x'_1 = -30$ cm, b) $x'_2 = 8$ cm c) $Asist = -3$
- 11) a) $x'_1 = -30$ cm, b) $x'_2 = -4,8$ cm c) $Asist = 0,6$