ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen final **12/12/2023**

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Apellido y nombre:

Corrigió: **Revisó:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1. *a*) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. **Defina** derivada direccional de f en $\mathbf{x}_0$ ¿De qué manera alternativa es posible calcular esta derivada si f es diferenciable en $\mathbf{x}_0$?

b) ¿Qué puede decirse de la diferenciabilidad de una función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en $\mathbf{x}_0$ si $f'(\mathbf{x}_0, \breve{v}) = a^3$, para todo $\breve{v} = (a, b)$ tal que $a^2 + b^2 = 1$?

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**

a) La circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (\cos(x^2)+y^2,\ \mathrm{sen}(y^2)+2xy)$ a lo largo de cualquier circunferencia de radio 4 es nula.

b) El volumen del cuerpo $V : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 12, \\ x^2 + y^2 \leq z, \end{cases}$ se puede calcular con la integral

$$\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\sqrt{12}} \left[\int_{r^2}^{\sqrt{12-r^2}} r\,dz \right] dr \right] d\theta$$

P1. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\dfrac{\partial f}{\partial \breve{v}_1}(1,2) = -\dfrac{6}{5}$ y $\dfrac{\partial f}{\partial \breve{v}_2}(1,2) = \dfrac{1}{5}$, donde $\breve{v}_1 = (3/5,\ 4/5)$ y $\breve{v}_2 = (-4/5,\ -3/5)$. Halle, si existen, las direcciones de derivada direccional nula de f en $\mathbf{x}_0 = (1, 2)$.

P2. Sea S del porción del **plano tangente** a la superficie $x^3 - 2xy + y^3 + z^3 - 2z = -1$ en $\mathbf{x}_0 = (1, 1, 1)$, que está contenida en el primer octante. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ a través de S . Indique claramente la orientación elegida para el cálculo.

P3. Halle la función $y = y(x)$ solución de $y'' + 3y' - 10y = 12e^{-x}$ cuya recta tangente en $(0, y_0)$ es $y = 5x + 1$.

P4. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x + \mathrm{sen}(y^2),\ z^3 - y,\ z - 5)$ a través de la superficie $S : z = x^2 + y^2$, $z \leq 9$, orientada con un campo de vectores normales con tercera componente positiva.