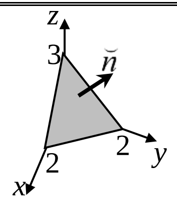
Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 23/05/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** continuidad de una función f en un punto A. Siendo $f(x,y) = \dfrac{x\,\text{sen}(y)}{x^2+y^2}$ para $(x,y) \neq (0,0)$, **analice** si puede definirse $f(0,0)$ para que f sea continua en $(0,0)$.

T2) **Defina** coordenadas polares. Dado $D = \{(x,y) \in \Re^2 \,/\, x^2+y^2 \leq 4 \wedge |x| \geq y\}$ **exprese** $\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$ en coordenadas polares (el cambio de variables, incluyendo los correspondientes límites de integración).

E1) Sea Σ el trozo de plano sombreado en la figura. **Calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de Σ orientado según el $\breve{n}$ que se indica, sabiendo que $\bar{f}(x,y,z) = (2y\,,\,2x\,,\,2z)$.



E2) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $z \geq \sqrt{x^2+y^2}\,,\ x^2+y^2+z^2 \leq 2\,,\ x \geq 0$.

E3) Dada la familia H de curvas de nivel de $f(x,y) = \ln(x+y^2)$ definida en su dominio natural, **halle** una ecuación para la curva de la familia ortogonal a H que pasa por el punto $(0,3)$.

E4) Dado $\bar{f}(x,y) = (y^2 - g(x-y),\, 4xy + g(x-y))$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^2)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la frontera de la región plana definida por: $x+y \leq 2,\ y \geq x,\ x \geq 0$ **indicando** gráficamente con qué orientación a decidido circular.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 16/07/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Enuncie** el teorema de derivación de la composición de funciones (regla de la cadena). Siendo $h(x,y) = f(\bar{g}(x,y))$ con $\nabla f(2,7) = (3,5)$, si la matriz jacobiana de $\bar{g}$ es $D\bar{g}(x,y)$ según se indica a la derecha y $\bar{g}(1,2) = (2,7)$, **calcule** el valor de la derivada direccional máxima de h en el punto $(1,2)$ e **indique** cuál es la dirección en la que se produce dicha derivada máxima.

$$D\bar{g}(x,y) = \begin{pmatrix} 2xy & x^2 \\ y/x & \ln(x) \end{pmatrix}$$

T2) **Enuncie** el teorema de cambio de variables en integrales dobles. A través del cambio de variables definido por $(x,y) = (v-2u\,,\,u+v)$ la región D_{xy} se transforma en la región D_{uv}, **calcule** el área de D_{uv} sabiendo que $\text{área}(D_{xy}) = 15$.

E1) Dado $\bar{f}(x,y,z) = (xy\,,\,-y^2\,,\,z^2)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva intersección de las superficies de ecuaciones $z = 9-x^2$ y $z = y$ desde $\overline{A} = (3,0,0)$ hasta $\overline{B} = (0,9,9)$ con $x,y,z \in \Re_0^+$.

E2) **Calcule** la masa del cuerpo D definido por: $x^2+y^2 \leq 4,\ x-3 \leq z \leq x+2$, si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje z.

E3) Sea $\bar{f}(x,y,z) = (x+g'(x),\ y\,g'(x),\ -2z\,g(x))$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$ y $\bar{f}(0,0,1) = (2,0,0)$. **Halle** $g(x)$ de manera que el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie frontera de un cuerpo esférico de radio $R > 0$ resulte numéricamente igual al volumen del cuerpo. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a la superficie.

E4) La superficie de ecuación $x^2y + y^2z + z^2x = 3$ tiene plano tangente π_o en el punto $(1,1,1)$, **calcule** el área del trozo de π_o cuyos puntos están en el 1º octante.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 30/07/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de “T1) o T2)” y **dos** de “E1), E2), E3) o E4)”.

T1) **Defina** extremos locales (máximo y mínimo) de un campo escalar. Dado $f(x,y) = x^4 + x^2\,y^4 + 5$, **analice** si $f(0,0)$ es extremo local, en caso afirmativo **clasifíquelo**.

T2) **Defina** solución general y solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de orden n. Dado el campo vectorial $\bar{f}(x,y,z) = (x + g'(x),\ y\,g(x),\ y^2 - z\,x)$ con $\bar{f}(0,1,0) = (1,1,1)$, **halle** $g(x)$ tal que $\bar{f}$ resulte solenoidal.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $z \le 4 - x^2$, $x \ge y^2$, $z \ge 0$.

E2) Sea $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$ tal que $\bar{f}(x,y,z) = (x^2 + y\,g(z),\ z\,g(x),\ x\,z)$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $x^2 + y^2 = 2x$ con $-2 \le z \le 2$. **Indique** gráficamente cómo orientó a Σ.

E3) Dado $\bar{f}(x,y,z) = (2x,\ x+z,\ 2y)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva intersección de las superficies de ecuaciones $x^2 + y^2 = 16$ y $x + z = 4$ orientada de manera que $(0,1,0)$ sea su versor tangente en el punto $(4,0,0)$.

E4) Siendo $h(x,y) = x\,f(x,y)$ con f definida implícitamente por $x\,z + y + \ln(2x + y + z - 4) - 3 = 0$, **calcule** una aproximación lineal de $h(1.02,\ 0.97)$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 24/09/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de “T1) o T2)” y **dos** de “E1), E2), E3) o E4)”.

T1) **Enuncie** el teorema de derivación de la composición de funciones (regla de la cadena). Dada $h(x,y) = f(\bar{g}(x,y))$ y suponiendo que se puede aplicar la regla de la cadena, **calcule** $\nabla h(1,2)$ sabiendo que $Df(u,v) = (u\,v^2 \quad u^2\,v)$ es la matriz jacobiana de f y que $\bar{g}(x,y) = (2x + y^2,\ y\,x^2)$.

T2) **Defina** función potencial. Dado $\bar{f}(x,y) = (2\,x\,y + 2\,x\,g'(x^2),\ x^2)$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^2)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ desde $(-2,4)$ hasta $(2,5)$ usando función potencial.

E1) Siendo $\bar{f}(x,y,z) = (x\,y,\ z^2,\ y\,z)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$ desde $\bar{A} = (0, y_o, z_o)$ hasta $\bar{B} = (x_1, 0, z_1)$ para el caso en que dicho segmento está incluido en la recta tangente en $(1,1,3)$ a la curva dada por la intersección del paraboloide de ecuación $z = 1 + x^2 + y^2$ con el plano de ecuación $x + y = 2$.

E2) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $x^2 + y^2 \le 2\,y$, $|\,z\,| \le 2\,y$.

E3) Dada $z = f(x,y)$ definida implícitamente por la ecuación $x\,z + y\,z + \ln(x\,y + z - 5) - 12 = 0$, **calcule** la derivada direccional máxima de f en el punto $\bar{A} = (1,2)$ e **indique** en qué dirección se produce dicha derivada.

E4) Sabiendo que $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$ con div $\bar{f}(x,y,z) = 2z$ y que es igual a 7π el flujo de $\bar{f}$ a través del disco de ecuación $z = 0$ con $x^2 + y^2 \le 4$ orientado hacia z^+, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta de ecuación $z = 4 - x^2 - y^2$ con $z \ge 0$ también orientada hacia z^+.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 03/12/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Enuncie** el teorema de la divergencia (Gauss). Dado $\bar{f}(x,y,z)=(3x+z,\ z-2y,\ y-4z)$, **analice** si el flujo de $\bar{f}$ a través de una superficie esférica S de radio 8 con centro en el origen resulta entrante o saliente del cuerpo esférico que tiene a S como frontera.

T2) **Defina** máximo local de un campo escalar. Dado $f(x,y)=y^3-x^2-3y^2+2$ definido en $\Re^2$, **analice** si f produce un máximo local en algún punto de su dominio.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $x^2+y^2\le z\le 2-\sqrt{x^2+y^2}$.

E2) Sea $\bar{f}(x,y)=(y\,g(x),\ y+g(x))$ con $\bar{f}\in C^1(\Re^2)$ y $\bar{f}(0,0)=(0,2)$. **Determine** $g(x)$ de manera que $\bar{f}$ admita función potencial en $\Re^2$ y **calcule** la integral de línea de $\vec{f}$ a lo largo de una curva desde $\overline{A}=(0,0)$ hasta $\overline{B}=(1,2)$.

E3) **Halle** la solución particular de la ecuación diferencial $y''+4y'=16x$ que en el punto $(0,y_o)$ tiene recta tangente de ecuación $y=3x+3$.

E4) Dado el trozo de superficie Σ de ecuación $2z=3xy^2$ cuya proyección sobre el plano xy es la región D definida por $0\le y\le 2x,\ 0\le x\le 2$, **calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de Σ orientada hacia z^+ sabiendo que $\bar{f}(x,y,z)=(2x,\ -y,\ 4z)$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 10/12/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** solución general (SG) y solución particular (SP) de una ecuación diferencial de orden n. Sabiendo que $y=2x-1$ es una solución particular de $y'-a\,y=4x$, donde a es constante, **halle** la solución general.

T2) **Defina** coordenadas polares. Dada $\int_0^4 dx\int_0^{\sqrt{4x-x^2}} y\,dy$, grafique la región de integración en el plano xy y resuelva la integral usando coordenadas polares.

E1) **Calcule** la masa del cuerpo D definido por: $3x^2+3y^2-2\le z\le x^2+y^2$, si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje z.

E2) Siendo $h(x,y)=f(x^2y,\ y^3)$ con $f\in C^1(\Re^2)$ y $f(2,8)=7$, **calcule** una aproximación lineal de $h(1.02,1.97)$ conociendo las derivadas direccionales: $f'((2,8),(1,0))=6$ y $f'((2,8),(-0.8,0.6))=3$.

E3) Dada la superficie abierta Σ de ecuación $x^2+y^2+z^2=5$ con $z\ge 1$ y el campo vectorial $\bar{f}\in C^1(\Re^3)$ tal que $\bar{f}(x,y,z)=(2x+g(yz),3y+xz,\ 5z)$, **calcule** el flujo de a través de Σ orientada hacia z^+.

E4) Dado $\bar{f}(x,y,z)=(y,z,x)$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la recta normal en $\overline{A}=(1,1,2)$ a la superficie de ecuación $z=xy+x^2$, circulando desde $\overline{A}$ hasta el punto donde dicha recta interseca al plano xz .

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 17/12/19

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** derivada direccional. Siendo $f(x,y) = x^3/(x^2+y^2)$ si $(x,y) \neq (0,0)$ con $f(0,0)=0$, **calcule** la derivada direccional de f en $(0,0)$ en la dirección que forma ángulo de 30º con x^+ y de 60º con y^+.

T2) **Enuncie** el teorema del rotor (Stokes). Sabiendo que $\bar{f}$ es irrotacional, **calcule** su circulación a lo largo de la curva de ecuación $\overline{X} = (0, \cos(t), \mathrm{sen}(t))$ con $0 \le t \le \pi$ desde $\overline{A} = (0,1,0)$ hasta $\overline{B} = (0,-1,0)$, sabiendo que a lo largo del segmento $\overline{AB}$ dicha circulación resulta igual a 14π. Suponga que se puede aplicar el teorema.

E1) **Calcule** el área del trozo de plano tangente a la superficie de ecuación $2x^2 + 2y^2 = 3z + 12$ en $(1,1,1)$, cuyos puntos cumplen con $x^2 + y^2 \le 4$.

E2) Sea $\bar{f}(x,y) = (2xy^2 + y\lambda(x),\, 2x^2y + \lambda(x))$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^2)$. **Halle** $\lambda(x)$ tal que $\bar{f}$ admita función potencial en $\Re^2$ con $\bar{f}(0,0) = (0,2)$ y, en ese caso, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de una curva desde $\overline{A} = (0,3)$ hasta $\overline{B} = (1,2)$.

E3) **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $x + y + z \le 4$, $z \ge 2$, $y \ge x$ en el 1º octante.

E4) Dada la curva definida por la intersección de la superficie cilíndrica de ecuación $2x^2 + y^2 = 2$ con el plano de ecuación $z = x$, **calcule** su longitud.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 11/02/20

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** punto regular y punto simple de una curva. Dada la curva de ecuación $\vec{X} = (t^2+1,\, t^2+t,\, t^2-t+2)$ con $t \in \Re$, **analice** si $\overline{A} = (2,2,2)$ es un punto regular y simple de la misma.

T2) **Enuncie** el teorema de Green. Dado $\bar{f}(x,y) = (y + g(x), x^2 + x)$ **calcule** la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la frontera de la región plana definida por: $0 \le y \le 2x - x^2$ **indicando** gráficamente con qué orientación decidió recorre la curva; suponga que se puede aplicar el teorema.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $z \ge |y|$, $y + 2z \le 6$, $-2 \le x \le 2$.

E2) Dado $\bar{f}(x,y) = (-3y/(x^2+y^2)\,,\, 3x/(x^2+y^2))$, **analice** si $\bar{f}$ admite función potencial en su dominio natural.

E3) Siendo $\bar{f}(x,y,z) = (z, z, x-y)$ **, calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie de ecuación $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ con $z \ge 0$, $y \ge x^2$, orientada hacia z^+.

E4) Dada $f(x,y) = x^2y + y^2 + 4xy$ definida en $\Re^2$, **analice** si f produce extremo(s) local(es). En caso afirmativo, **clasifíquelo(s)** y **calcule** su(s) valor(es).

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 18/02/20

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Defina** máximo y mínimo local (o relativo). **Analice** si $f(x,y) = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}$ definida en $\Re^2$ produce extremo relativo en algún punto, en caso afirmativo clasifíquelo y calcule su valor.

T2) **Defina** derivada direccional. Dada $f(x,y) = x^2\,y + y^2$, **calcule** la derivada direccional de f en el punto $(1,2)$ en la dirección que forma ángulos iguales con x^+ e y^+.

E1) **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $(x-2)^2 + (y-2)^2 \le 4$, $z \ge 0$, $z \le x + y$.

E2) Siendo $\phi(x,y) = 5 + y e^x$ la función potencial del campo $\bar{f}$ en $\Re^2$, **calcule** la circulación de $\bar{f}$ desde $(0,0)$ hasta $(\ln(2), y_o)$ a lo largo de la curva de ecuación $y = g(x)$ que es solución particular de la ecuación diferencial $y' + y = 4$.

E3) Sea $\bar{f}(x,y,z) = (\,x\,\varphi(x\,z)\,,\ y\,z\,,\ x\,y - z\,\varphi(x\,z))$ con $\bar{f} \in C^1(\Re^3)$. **Calcule** el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $z = 4 - x^2 - y^2$ con $z \ge 0$, orientada hacia z^+.

E4) **Calcule** el área del trozo de plano de ecuación $z = 3 - x$ con $2x^2 + 3y^2 + z^2 \le 9$.

Análisis Matemático II (95-0703) – Final del 03/03/20

Condición mínima para aprobar: **3 (tres) ítems bien**, **uno** de "T1) o T2)" y **dos** de "E1), E2), E3) o E4)".

T1) **Enuncie** el teorema de la divergencia. Dado $\bar{f}(x,y,z) = (\,2\,x\,z\,g(x),\ z^3 - 2\,y\,z\,g(x),\ y^3 - x\,z^2 g(x))$ con $\bar{f}(0,1,1) = (0,5,1)$, **halle** $g(x)$ para que $\oint_\Sigma \bar{f}\cdot\breve{n}\,d\sigma$ resulte nulo; suponga que se puede aplicar el teorema.

T2) **Defina** conjunto de nivel de un campo escalar. Dado $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2\,x}$ definido en su dominio natural, **halle** una ecuación y **grafique** el conjunto de nivel 2 de la función.

E1) **Sea** Σ la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ y sea π_o su plano tangente en el punto $(1,1,1)$ de la misma. **Calcule** el volumen del cuerpo limitado por Σ y π_o en el 1º octante.

E2) Sabiendo que la superficie de ecuación $z = f(x,y)$ con $(x,y) \in \Re^2$ tiene plano tangente de ecuación $2x + 3y + 2z = 12$ en el punto $(1,2,z_o)$, **calcule** el valor de las derivas direccionales máxima y mínima de f en $(1,2)$ e **indique** cuáles son las direcciones para las cuales se producen dichas derivadas.

E3) Considere la curva Γ de puntos extremos $\bar{A} = (3,1,z_A)$ y $\bar{B} = (x_B, y_B, 0)$, dada por la intersección de las superficies de ecuaciones $x\,y + z = 2x$ y $z + x\,y = 4x - 6$. **Calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ desde $\bar{A}$ hasta $\bar{B}$, para el caso en que $\bar{f}(x,y,z) = (\,y\,z,\ x\,y,\ x\,z\,)$.

E4) Sea la familia de curvas tales que, en cada punto, la recta tangente tiene ordenada al origen igual al producto de las coordenadas del punto. **Halle** una ecuación para la curva de dicha familia que pase por el punto $(1,2)$.