Análisis Matemático II – Cuestionario del Final del 15/12/20

P1

Se sabe que el volumen del cuerpo definido por:

$$x^2+y^2+z^2 \le R^2 \ , \ \frac{1}{\sqrt{3}}\,x \le y \le \sqrt{3}\,x \ , \ 1^\circ \text{ octante} \ , \ R>0$$

es igual a $\frac{3}{2}\pi$, entonces se puede afirmar que:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $R=3$
- c. $R=1/3$
- d. $R=1/27$
- e. $R=27$

P2

Dada la ecuación diferencial $9x+4yy'=0$, la solución particular que pasa por el punto $(2,0)$ es una curva que admite la siguiente ecuación vectorial:

Seleccione una:

- a. $\overline{X}=(\frac{1}{2}\cos(t),\ \frac{1}{3}\operatorname{sen}(t))$ con $0\le t\le 2\pi$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $\overline{X}=(2\cos(t),\ 3\operatorname{sen}(t))$ con $0\le t\le 2\pi$
- d. $\overline{X}=(3\cos(t),\ 2\operatorname{sen}(t))$ con $0\le t\le 2\pi$
- e. $\overline{X}=(\frac{1}{3}\cos(t),\ \frac{1}{2}\operatorname{sen}(t))$ con $0\le t\le 2\pi$

P3

Sea el campo escalar $f\in C^2(\mathbb{R}^2)$, sabiendo que:

$f(1,1)=4$ es extremo local y que la matriz jacobiana del ∇f en $(1,1)$ es $D\nabla f(1,1)=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$,

la expresión que permite aproximar los valores de f por Taylor de 2º orden en un entorno de $(1,1)$ es:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $f(x,y)\cong 4+\frac{5}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}(y-1)^2+(x-1)(y-1)$
- c. $f(x,y)\cong 4+(x-1)+(y-1)+\frac{5}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}(y-1)^2+(x-1)(y-1)$
- d. $f(x,y)\cong 4+5(x-1)^2+3(y-1)^2+2(x-1)(y-1)$
- e. $f(x,y)\cong 4-\frac{5}{2}(x-1)^2-\frac{3}{2}(y-1)^2-(x-1)(y-1)$

P4

Dado $\overline{f}(x,y,z) = (z^2/2\ ,\ 2\,y\ ,\ 2\,k\,x\,z\ )$ el valor de la constante k para el cual la circulación de $\overline{f}$ desde $\overline{A} = (0,2,3)$ hasta $\overline{B} = (1,1,1)$ resulte independiente del camino y, en ese caso, el correspondiente resultado de dicha circulación son:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $k = 1/2$ y $\int_{\overline{AB}} \overline{f}\cdot d\overline{s} = -5/2$
- c. $k = -1/2$ y $\int_{\overline{AB}} \overline{f}\cdot d\overline{s} = -5/2$
- d. $k = 1/2$ y $\int_{\overline{AB}} \overline{f}\cdot d\overline{s} = 5/2$
- e. $k = 2$ y $\int_{\overline{AB}} \overline{f}\cdot d\overline{s} = 5/2$

P5

Dado $\overline{f}(x,y) = (\,x\ ,\ 2\,x^3 + y\,)$ definido en $\mathbb{R}^2$, una ecuación cartesiana para su familia de líneas de campo es:

Seleccione una:

- a. $y = x^3 + C\,x^2$
- b. $y = C\,x^3 + 2\,x$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $y = 2\,x + C\,x^2$
- e. $y = x^3 + C\,x$

P6

Dados $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\ /\ f(x,y,z) = x + y + z\,g(x-y)$ con g' continua y la superficie Σ de ecuación

$$x + y = 4 \text{ con } x \geq 0,\ y \geq 0,\ 0 \leq z \leq 8,$$

entonces, el flujo de ∇f a través de Σ orientada hacia x^+ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. 64
- b. -64
- c. 32
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. -32

P7

Dado $\overline{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\overline{f}(x,y,z) = (\,z^3 + y^5\ ,\ e^{x^2+z}\ ,\ 1\ )$ y la superficie abierta Σ de ecuación

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2 \text{ con } z \geq 1\,,$$

el flujo de $\overline{f}$ a través de Σ orientada hacia z^+ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $4\,\pi$
- b. π
- c. 0
- d. $-\,\pi$
- e. Ninguna de las otras es correcta

P8

Sean $f(x,y,z)=3\,x-4\,y+2\,z$ y $\overline{g}:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ diferenciable, del tipo $\overline{g}=(g_1\,,g_2\,,g_3\,)$.

Sabiendo que $\nabla g_1(0,0)\,=\,(1,\,2)$, $\nabla g_2(0,0)\,=\,(0,\,10)$ y $\nabla g_3(0,0)\,=\,(3,\,1)$,

entonces el $\nabla(f\circ\overline{g})(0,0)$ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $(9,-32)$
- c. $(9,\,32)$
- d. $(-9,\,32)$
- e. $(-9,-32)$

P9

Siendo $f(x,y)=e^{a\,x+b\,y}\cos(x+y)$ con a,b constantes, para que la derivada direccional máxima de f en $(0,0)$ resulte igual a $3\sqrt{2}$ y se produzca en la dirección del 1º cuadrante que forma un ángulo de $\pi/4$ con el semieje x^+, dichas constantes deben ser:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $a=3,\;b=\sqrt{2}$
- c. $a=3,\;b=3$
- d. $a=\sqrt{2},\;b=\sqrt{2}$
- e. $a=\sqrt{2},\;b=3$

P10

Sea $g(x,y)=f(x,y)+2\,y\,x^3$ con $z=f(x,y)$ definida implícitamente mediante la ecuación $2\,x\,e^z-y^2\,z+z\,\ln(x)-2=0$ en un entorno de $(x_0,y_0)=(1,2)$.

Sabiendo que $f(1,2)=0$, se puede afirmar que la recta normal en $(1,2,z_0)$ a la superficie de ecuación $z=g(x,y)$ ...

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. ... interseca al plano xy en el punto $(-51\,,\,-6\,,\,0)$
- c. ... interseca al plano xy en el punto $(45,10,0)$
- d. ... interseca al plano xy en el punto $(53,10,0)$
- e. ... interseca al plano xy en el punto $(1,2,0)$