Análisis Matemático II – Cuestionario del Final del 09/03/21

P1

Sean $h = f \circ \bar{g}$, donde $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ con $\nabla f(2,-1) = (a-b\ ,\ 2-a)$ y $\bar{g}(x,y) = (x^2+2y\ ,\ x-y)$.

Si se requiere que la recta normal a la gráfica de h en el punto $(0,1,h(0,1))$ sea paralela a la recta definida por la intersección de los planos de ecuaciones $z = x$ e $y + x - z = 0$, entonces se puede asegurar que:

Seleccione una:

- a. $a = 1$ y $b = 1/2$
- b. No existen valores de a y b para los que se verifique el mencionado paralelismo
- c. Ninguna de la otras es correcta
- d. $a = 1/2$ y $b = 1$
- e. $a = 3$ y $b = 7/2$

P2

Sean el cuerpo H definido por: $x^2+y^2+z^2 \leq 2\ ,\ y \geq \sqrt{x^2+z^2}$ y el campo $\bar{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\bar{f}(x,y,z) = (g(x)+z^2\ ,\ z-y\ ,\ z+y)$ cuya divergencia es constante.

Entonces, para que el flujo de $\bar{f}$ a través de la frontera de H -orientada en forma saliente del cuerpo- resulte igual a $4\pi(\sqrt{2}-1)$, es necesario que:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $g(x) = -3x + K$ con K constante arbitraria
- c. $g(x) = 3x + K$ con K constante arbitraria
- d. $g(x) = -3x$
- e. $g(x) = 3x^2 + K$ con K constante arbitraria

P3

Sea el cuerpo D definido por: $4\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 1$.

Se desea seccionar D con un plano de ecuación $z = k$ constante, para obtener dos cuerpos de igual volumen. Entonces, debe ser:

Seleccione una:

- a. $k = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $k = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$
- d. $k = \dfrac{1}{2}$
- e. $k = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

P4

El cuerpo H definido por $1-x^2-z^2 \leq y \leq 10-2x^2-2z^2$ tiene, en cada punto, una densidad $\delta(x,y,z) = k\,d(x,y,z)$ donde $k > 0$ es constante y $d(x,y,z)$ es la distancia desde cada punto de H al eje y.

Entonces la masa del cuerpo resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $\dfrac{324}{5}k\pi$
- b. $\dfrac{72}{5}k\pi\sqrt{3}$
- c. $\dfrac{81}{2}k\pi$
- d. Ninguna de la otras es correcta
- e. $\dfrac{45}{2}k\pi$

P5

Sean $\overline{g}(x,y)=(x^2\,y\,,\; x-y^2)$ y $z=f(u,v)$ definida implícitamente mediante la ecuación $z-u^2+v^2+\ln(v+z)=0$.

Entonces, las direcciones de derivada direccional nula de $h=f\circ\overline{g}$ en el punto $(1,1)$ son:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $(-0.8,\,0.6)$ y $(0.8,\,-0.6)$
- c. $(1/\sqrt{5},-2/\sqrt{5}\,)$ y $(-1/\sqrt{5},2/\sqrt{5}\,)$
- d. $(0.6,\,0.8)$ y $(-0.6,\,-0.8)$
- e. $(2/\sqrt{5},\,1/\sqrt{5}\,)$ y $(-2/\sqrt{5},\,-1/\sqrt{5}\,)$

P6

Sean $\overline{f}(x,y,z)=(x,z,x)$ y el arco de curva Γ definida por la intersección de las superficies de ecuaciones $x^2+y^2-2\,y=3$ y $z=x^2+y^2$ con $x\geq 0$.

Entonces, la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de Γ desde $(0,-1,1)$ hasta $(0,3,9)$ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $4\,\pi$
- b. $8\,\pi$
- c. $20+4\,\pi$
- d. 0
- e. Ninguna de las otras es correcta

P7

Se sabe que el campo vectorial $\overline{f}\in C^1(\mathbb{R}^3)$ y tiene $rot\,\overline{f}\,(x,y,z)\;=\;(2-5\,x\,,\,y\,,\,3\,z\,)$.

Entonces, la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de la curva $\Gamma\;=\;\begin{cases} y=x^2+z^2 \\ y=2\,z \end{cases}$ con la orientación dada por $(0,0,0)\rightarrow(1,2,1)\rightarrow\cdots\rightarrow(0,0,0)$ resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $-4\,\pi$
- b. $-2\;\pi$
- c. $2\;\pi$
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $4\,\pi$

P8

Sea $\overline{f}$ continuo en $\mathbb{R}^3$, tal que $\overline{f}(x,y,z)=(\,y\,,\;\;a\,x\,,\;\;\varphi(x,y,z)\,)$ con a constante.

Sea S la superficie de ecuación $x^2+y^2=9$, en el 1º octante, con $x+z\leq 3$.

Se requiere que el flujo de $\overline{f}$ a través de S resulte igual a 9, cuando S está orientada de manera que el versor normal tenga primera componente positiva. Entonces, debe ser:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $a=1$
- c. $a=-1/3$
- d. $a=-1$
- e. $a=0$

P9

Dada la ecuación diferencial $y'' - 4y = 12$ la solución particular que en $(0, y_0)$ tiene recta normal de ecuación $x + 2y + 4 = 0$ admite la expresión:

Seleccione una:

- a. $y = \frac{5}{8}e^{4x} - 3x - \frac{21}{8}$
- b. $y = e^{2x} - 3$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $y = \frac{5}{4}e^{4x} - 3x - \frac{13}{4}$
- e. $y = \frac{3}{8}e^{2x} + \frac{5}{8}e^{-2x} - 3$

P10

Dada $f(x,y) = 2x + 8/x + 4y + 4/y$ definida en su dominio natural, si se analizan extremos locales de los valores de f se concluye que:

Seleccione una:

- a. $f(-2,-1) = -16$ y $f(2,1) = 16$ son mínimos, $f(-2,1) = f(2,-1) = 0$ son máximos.
- b. $f(-2,-1) = -16$ es mínimo y $f(2,1) = 16$ es máximo.
- c. $f(-2,-1) = -16$ es máximo y $f(2,1) = 16$ es mínimo.
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $f(-2,1) = 0$ es máximo y $f(2,-1) = 0$ es mínimo .