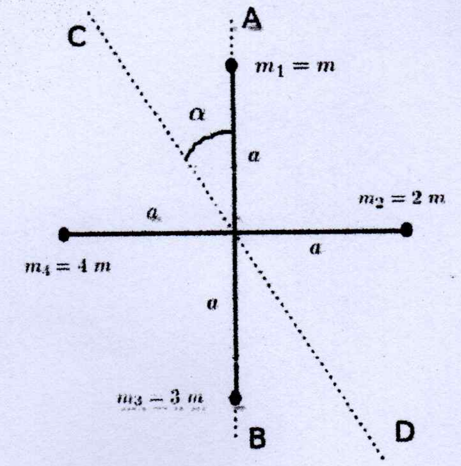
Dinámica

Momento de inercia

7. Dado el sistema de masas puntuales de la figura, unidas por varillas rígidas de longitud $2a$ y masas despreciables: *a*) encuentre el momento de inercia del sistema con respecto al eje AB; *b*) repita el punto anterior con respecto al eje CD, inclinado respecto de AB un ángulo $\alpha = 37°$ *c*) **(optativo)** ¿Para qué valores del ángulo α el momento de inercia toma un valor extremo? ¿Cúando se trata de un máximo y cuándo de un mínimo?.



Problema 7

Rtas.: *a*) $I = 6\;m\;a^2$; *b*) $I = 5,28\;m\;a^2$; *c*) $\alpha = 0°$ (máximo) y $\alpha = 90°$ (mínimo).

Como el momento de inercia es aditivo podemos calcular:

$$I_{TOTAL,\,eje\,\substack{AB\\CD}} = I_{1,\,eje\,\substack{AB\\CD}} + I_{2,\,eje\,\substack{AB\\CD}} + I_{3,\,eje\,\substack{AB\\CD}} + \ldots$$

En general, escribiremos:

$$I_{TOTAL,\,eje\,z} = \sum_{i=1}^{N} I_{cuerpo\,i,\,eje\,z}$$

a) En este caso:

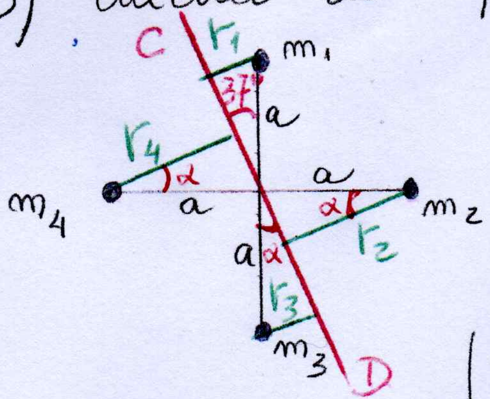
$$I_{TOTAL,\,AB} = \sum_{i=1}^{4} m_i\, r_i^2$$

$$I_{TOTAL,AB} = m_1 \underbrace{r_1^2}_{=0} + m_2 r_2^2 + m_3 \underbrace{r_3^2}_{=0} + m_4 \cdot r_4^2$$

están sobre el eje AB

$$\boxed{I_{TOTAL,AB} = 2ma^2 + 4ma^2 = 6ma^2}$$

(b) Cálculo de $I_{TOTAL, \text{eje } CD}$:



$r_3 = r_1 = a \operatorname{sen} 37° = 0{,}6a$

$r_4 = r_2 = a \operatorname{sen} 53° = 0{,}8a$

$$I_{TOTAL,CD} = m(0{,}6a)^2 + 2m(0{,}8a)^2 + 3m(0{,}6a)^2 + 4m(0{,}8a)^2$$

$$\boxed{I_{TOTAL,CD} = 5{,}28\, ma^2}$$

Para ver los valores extremos, escribimos $I_{TOTAL,CD}$ en función de α:

$$I_{TOTAL,CD} = ma^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2ma^2\cos^2\alpha + 3ma^2\operatorname{sen}^2\alpha + 4ma^2\cos^2\alpha$$

$$I_{TOTAL,CD} = 4ma^2\operatorname{sen}^2\alpha + 6ma^2\cos^2\alpha$$

$$0 < \alpha < 90°$$

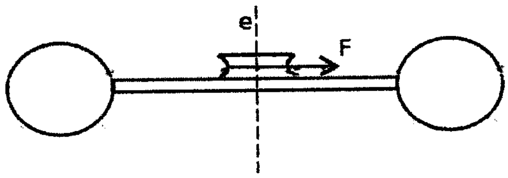
Por lo tanto, los extremos serán:

$\boxed{\alpha = 0} \rightarrow I_{TOTAL,CD} = 6ma^2$ (MÁXIMO)

$\boxed{\alpha = 90°} \rightarrow I_{TOTAL,CD} = 4ma^2$ (MÍNIMO)

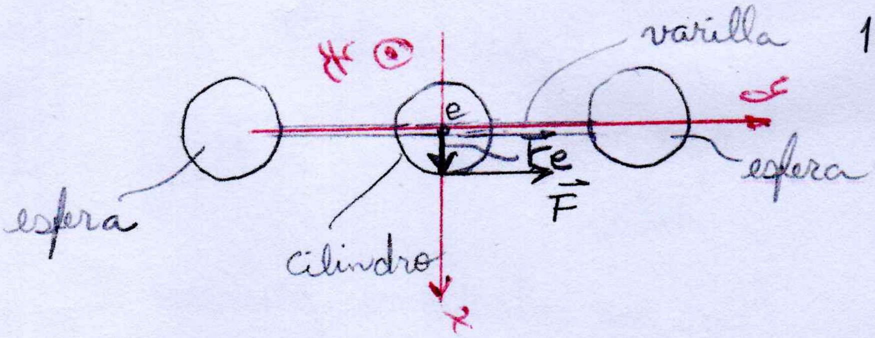
Problemas con centro de masa fijo

10. La pieza rígida homogénea de la figura está constituida por una varilla de 1 m de largo y $1,2$ kg de masa; dos esferas de $0,2$ m de radio y $0,1$ kg de masa y una polea cilíndrica de $0,1$ m de radio y $0,5$ kg de masa. El sistema gira alrededor del eje de simetría e bajo la acción de una fuerza horizontal constante, de módulo 20 N, que se ejerce mediante una soga arrollada a la polea. Determine: a) el momento de inercia de la pieza respecto de su eje de rotación; b) la aceleración angular.



Rtas: a) $I = 0,2037\ kg\ m^2$ b) $\gamma = 9,818\ s^{-2}$

Visto desde arriba:



a)

$$I_{TOTAL,e} = I_{esfera,e} + I_{esfera,e} + I_{cilindro,e} + I_{Varilla,e}$$

En la TABLA DE MOMENTOS DE INERCIA, encontramos los datos respecto del CM (o lo que se llama "momentos de inercia baricéntricos"). Para poder calcular $I_{TOTAL,e}$ hay que usar el TEOREMA DE STEINER (para las esferas cuyos CM están a una distancia de 0,7 m del eje e)

$$I_{TOTAL,e} = \underset{\uparrow}{2} \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{2}{5} \cdot 0{,}1\,kg \cdot (0{,}2\,m)^2\right) + 0{,}1\,kg\,(0{,}7\,m)^2\right]}_{\text{Steiner}} + \frac{0{,}5\,kg\,(0{,}1\,m)^2}{2} + \frac{1{,}2\,kg\,(1\,m)^2}{12}$$

(dos esferas iguales)

$$\left(I_{esfera,CM} = \frac{2}{5}\, m_{esf}\, R^2_{esf} \quad I_{cil_{CM}\ o\ polea} = m_{cil}\, R^2_{cil} \ ; \ I_{Varilla,CM} = \frac{m\,l^2}{12} \right)$$

$$\boxed{I_{TOTAL,e} = 0{,}2037\ kg\,m^2}$$

b) Escribimos la ec. de movimiento para el cuerpo rígido que rota: $\sum \vec{M}_{F,e} = I_{TOTAL,e} \cdot \vec{\gamma}$

(por eso calculamos primero I_{TOTAL} ya que el conjunto forma <u>un</u> cuerpo rígido)

$$\vec{r}_{(e)} \times \vec{F} = I_{TOTAL,e} \cdot \gamma$$

$$r F \cancel{\hat{k}} = I_{TOTAL,e}\, \gamma \cancel{\hat{k}}$$

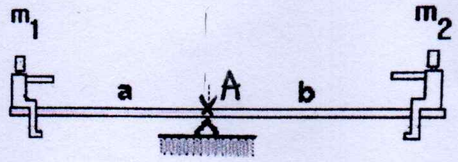
$(r_e = R_{cil} = 0{,}1 m)$

$$\gamma = \frac{r_e F}{I_{TOTAL,e}}$$

$$\gamma = \frac{0{,}1\,m \cdot 20\,N}{0{,}2037\,kg\,m^2}$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = 9{,}82\,s^{-2}\,\hat{k}}$$

11. Tres niños se sientan en un sube y baja. Un niño de 40 kg y otro de 30 kg en los extremos opuestos a una distancia $a = b = 2\ m$ del punto de rotación y el tercero en una posición tal que se encuentran en equilibrio. Si el tercer niño se baja, ocasionando el desequilibrio, encuentre el módulo de la aceleración angular de la tabla, despreciando su masa.



Rta: $\gamma = 0,71\ s^{-2}$

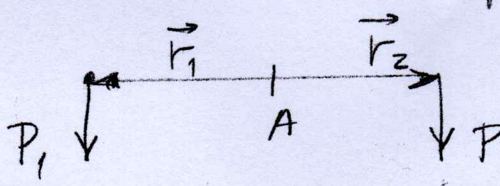
$$\Sigma \vec{M}_{F,A} = \vec{M}_{1,A} + \vec{M}_{2,A} + \vec{M}_{3,A} = 0$$

en equilibrio

Cuando m_3 se baja, se rompe el equilibrio:

$$\vec{M}_{1,A} + \vec{M}_{2,A} = I_{TOTAL,A} \cdot \vec{\gamma}$$

Considero el sist. de ref. así: $z \odot$ positivo hacia afuera.

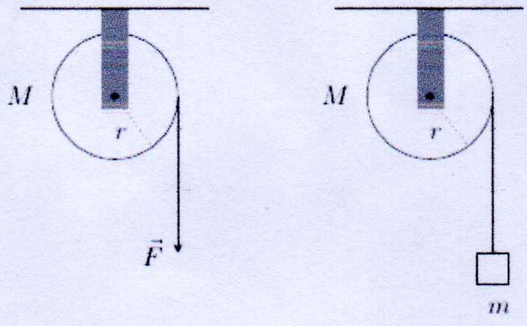


$$\underbrace{(\vec{r}_1 \times \vec{P}_1) \odot}_{\text{positivo}} \qquad \underbrace{(\vec{r}_2 \times \vec{P}_2) \otimes}_{\text{negativo}}$$

$$2m \cdot 400N\,\hat{k} - 2m\,300N\,\hat{k} = \underbrace{70kg \cdot 4m^2}_{I_{TOTAL,A} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2} \cdot \gamma\,\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = 0,71\,s^{-2}\,\hat{k}}$$

12. Se tiene una polea fija, de masa M y radio r que tiene arrollada una cuerda ideal. En el caso a) mostrado en la figura, se tira de la cuerda hacia abajo con una fuerza de módulo $\vec{F}$. En el caso b) se cuelga de la cuerda un cuerpo de masa m, de modo tal que $F = m\, g$. Obtenga, en cada caso, la expresión del módulo de la aceleración tangencial de la polea. Explique la razón de la no coincidencia de ambos resultados.

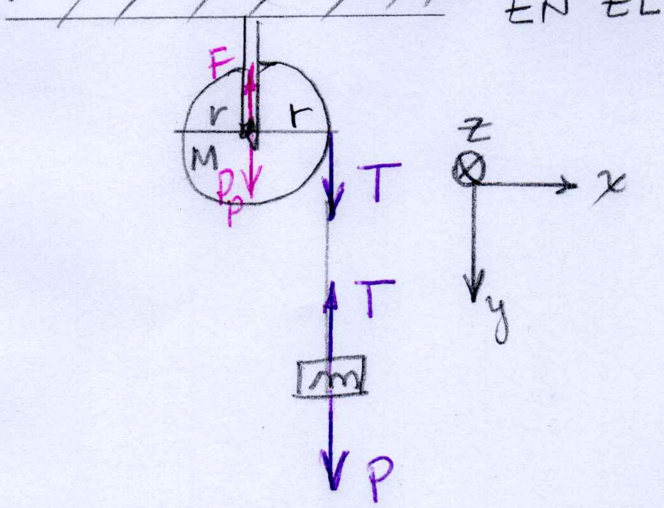


(a) (b)

Rta: a) $a_t = 2\, F/M = 2\, m\, g/M$; b) $a_t = 2\, m\, g/(2\, m + M)$

$$I_{Polea} = I_{CIL} = \frac{Mr^2}{2}$$

b) (SIN ROZ. EN EL EJE)



Polea: $\Sigma \vec{F} = M \vec{a}_{CM} = 0$

$$\Sigma \vec{M}_{F,CM} = I_{CM} \cdot \vec{\gamma}$$

$$r T = \frac{Mr^2}{2} \cdot \gamma \quad (1)$$

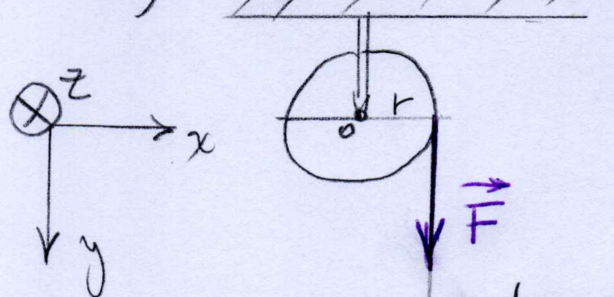
Cuerpo: $P - T = m\, a_{cuerpo} \quad (2)$

$$a_{cuerpo} = a_{t_{polea}} = \gamma r \quad (3)$$

De (1), (2) y (3):

$$\boxed{a_{t_{polea}} = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} = \frac{2mg}{2m+M}}$$

a)



$$|F| = mg$$

$$a_t = \gamma r$$

Polea: $\Sigma \vec{F} = M \vec{a}_{CM} = 0$

$$\Sigma M_{F,o} = I_o \cdot \vec{\gamma}$$

$$r F \cancel{\hat{k}} = \frac{Mr^2}{2} \cdot \gamma \cancel{\hat{k}}$$

$$\cancel{r} F = \frac{Mr^{\cancel{2}}}{2} \cdot \frac{a_t}{\cancel{r}}$$

$$\boxed{a_t = \frac{2F}{M}}$$

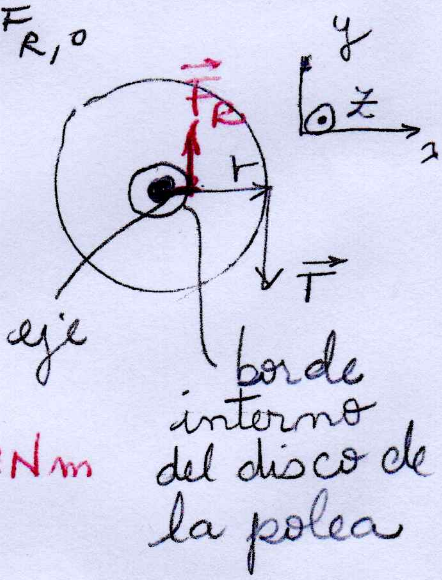
13. Considere nuevamente el sistema del problema 12-b con $r = 40\ cm$, $M = 24\ kg$ y $m = 0,5\ kg$. Suponga que el eje de la polea presenta rozamiento y el momento de fricción tiene un módulo de $2\ N\ m$. Calcule la aceleración del cuerpo colgante.
Rta: $a_t = 0\ \ (v = cte)$

CON ROZAMIENTO EN EL EJE:
Como problema 12, agregando $\vec{M}_{F_{R},O}$

Polea: $\sum \vec{M}_{F,O} = I_O \cdot \vec{\gamma}$

$\vec{M}_{T,O} + \vec{M}_{F_R,O} = I_O\, \vec{\gamma}$

$-Tr\,\hat{k} + 2Nm\,\hat{k} = I_O(\gamma\,\hat{k})\quad (1)$



DATO: $|\vec{M}_{F_R}| = 2Nm$

Cuerpo m: $T - mg = m\,a_m \quad (2)$

$\boxed{\text{Vínculo: } a_m = a_{t_{polea}} = \gamma \cdot r \quad (3)}$

$\vec{M}_{F_R,O}$ ⊙

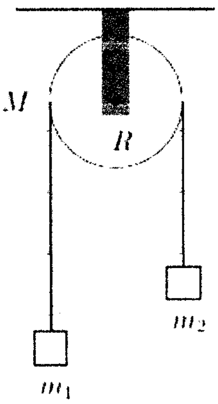
De (1), (2) y (3) resulta: $\dfrac{2Nm - 5N \cdot 0,4m}{I_O + mr} = a_m$

$\Rightarrow a_m = 0 \Rightarrow a_t = 0 = \gamma$

Por lo tanto el cuerpo m baja con v cte y la polea realiza un MCU.

14/1

14. Considere una máquina de Atwood compuesta por una polea cilíndrica de masa 24 kg y radio R que puede girar sin fricción en torno a un eje horizontal fijo. Por su garganta pasa una cuerda ideal (inextensible, sin espesor ni masa), que no resbala sobre la cuerda, de cuyos extremos penden dos cuerpos de masas $m_1 = 5\ kg$ y $m_2 = 3\ kg$. Si se deja el sistema en libertad, determine: a) las aceleraciones de los cuerpos colgantes; b) las tensiones en ambos tramos de la cuerda.



$R = 1m$

Rta: a) $a = 1\ m/s^2$. b) $T_1 = 45\ N$; $T_2 = 33\ N$

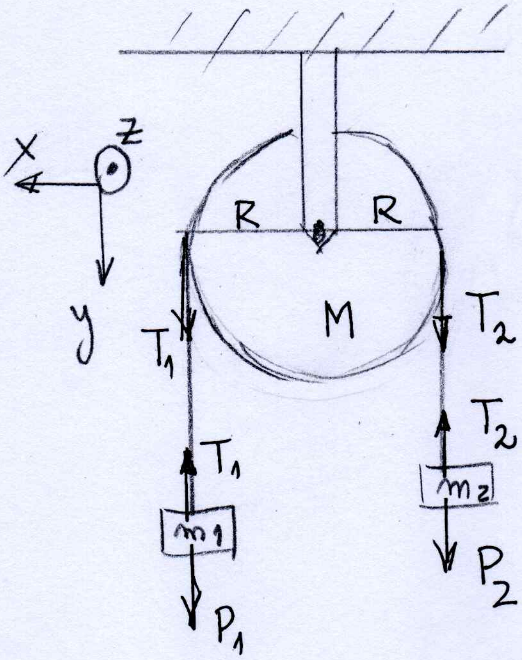
Este problema lo resolvimos en la guía de DINÁMICA DEL PUNTO MATERIAL, considerando la polea de masa despreciable.

Pero ahora la polea tiene masa y por lo tanto su momento de inercia no es despreciable.

Entonces, en principio, las tensiones T_1 y T_2 sobre la polea no son iguales.

(ojo! hay que colocar los subíndices T_{1} y T_{2} en las ecuaciones para no cometer el error - muy frecuente - de decir que son iguales).

(CASO MUY PARTICULAR: $\vec{M}_{T_1,0} = -\vec{M}_{T_2,0}$ con $r_1 = r_2$ y $T_1 = T_2$, resulta $\vec{\gamma} = 0$)



$$RT_1 - RT_2 = \frac{MR^2}{2}\cdot\gamma \qquad (1)$$

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \qquad (2)$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2 \qquad (3)$$

$$a_1 = \gamma R \qquad (4)$$

$$a_2 = -\gamma R \qquad (5)$$

Resolvemos sist. de ecs. (1) - (5):

$$RT_1 - RT_2 = \frac{MR^2}{2}\cdot\gamma$$

$$P_1 - T_1 = m_1 \gamma R$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 (+\gamma R)$$

$$\text{s.m.a.m.} \quad P_1 - P_2 = R\gamma\left(\frac{M}{2} + m_1 + m_2\right)$$

$$\gamma = \frac{P_1 - P_2}{R\left(\frac{M}{2} + m_1 + m_2\right)} = \frac{g(m_1 - m_2)}{R\left(\frac{M}{2} + m_1 + m_2\right)}$$

Reemplazando los datos numéricos:

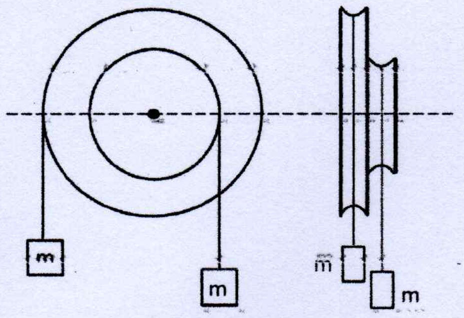
$$\gamma = \frac{50\,N - 30\,N}{12\,kg + 5\,kg + 3\,kg} \Longrightarrow \gamma = 1\,s^{-2} \qquad \left(\vec{\gamma} = 1\,s^{-2}\,\hat{k}\right)$$

$$\vec{a}_1 = 1\,m \cdot 1\,s^{-2}\,\hat{j} = 1\,\frac{m}{s^2}\,\hat{j} \qquad \vec{a}_2 = -1\,\frac{m}{s^2}\,\hat{j}$$

De (2): $\boxed{T_1 =} \; P_1 - m_1 a_1 = 50\,N - 5\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2} = \boxed{45\,N}$

De (3): $\boxed{T_2 =} \; P_2 - m_2 a_2 = 30\,N - 3\,kg\left(-1\,\frac{m}{s^2}\right) = \boxed{33\,N}$

15. Se tiene una polea compuesta por dos cilindros homogéneos, cada uno de ellos de masa $M = 1\ kg$, rígidamente unidos que pueden girar en torno a un eje fijo horizontal. El cilindro mayor tiene un radio $R_1 = 40\ cm$ y el menor un radio $R_2 = 20\ cm$. Cada uno tiene arrollada una cuerda ideal, de cuyos extremos libres penden cuerpos iguales de masa $m = 1\ kg$. *a*) Halle la aceleración angular de la polea asumiendo que no hay fricción en el eje. *b*) Si se deja el sistema en libertad, partiendo del reposo, y se comprueba que uno de los cuerpos ha descendido $4\ m$ en $2\ s$, calcule el módulo del momento de fricción, supuesto constante, ejercido en el eje de la polea.

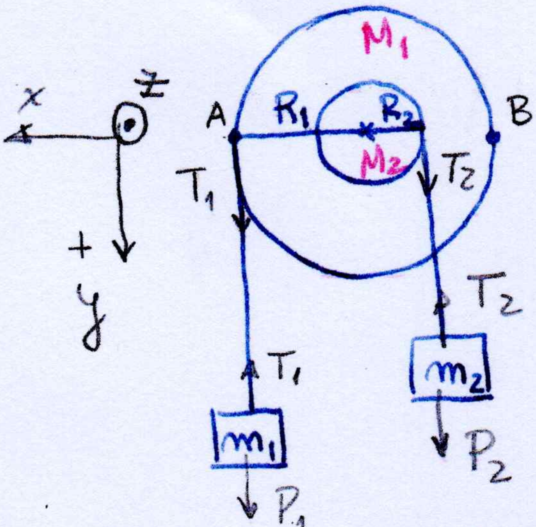


Problema 15

Rta: *a*) $\gamma = 6,67\ s^{-2}$; *b*) $M_f = 0,5\ N\ m$

(a)

Problema 15 : DOS DISCOS RÍGIDAMENTE UNIDOS SIN ROZAMIENTO EN EL EJE.



$$\boxed{\begin{aligned} R_1T_1 - R_2T_2 &= (I_1+I_2)\cdot\gamma \quad (1)\\ P_1 - T_1 &= m_1 a_1 \quad (2)\\ P_2 - T_2 &= m_2 a_2 \quad (3)\end{aligned}}$$

$$\left\{\begin{aligned} a_1 &= a_A = \gamma R_1 \ ; \gamma_A = \gamma_B \equiv \gamma\\ a_2 &= a_B = -\gamma R_2\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{v}_A &= \vec{\omega}\times\vec{r}_A = \omega R_1 \hat{j}\\ \vec{v}_B &= \vec{\omega}\times r_B = -\omega R_2 \hat{j}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} a_A &= \gamma R_1 \quad (4)\\ a_B &= -\gamma R_2 \quad (5)\end{aligned}}$$

$$I_1 + I_2 = \frac{M_1R_1^2}{2} + \frac{M_2R_2^2}{2}$$

Resolvemos el sistema (1) − (5).

$$R_1T_1 - R_2T_2 = (I_1+I_2)\cdot\gamma$$

$$R_1P_1 \quad - R_1T_1 \quad = R_1^2 m_1 \gamma$$

$$-P_2R_2 + T_2R_2 = +R_2^2 m_2 \gamma$$

$$R_1P_1 - R_2P_2 = \left(I_1 + I_2 + R_1^2 m_1 + R_2^2 m_2\right)\gamma$$

Resulta $\gamma = \dfrac{R_1P_1 - R_2P_2}{I_1 + I_2 + R_1^2 m_1 + R_2^2 m_2}$

Datos : $m_1 = m_2 = 1kg$

$M_1 = M_2 = 1kg$

$R_1 = 0,4\,m$

$R_2 = 0,2\,m$

$a_1 = \gamma R_1$

$a_2 = -\gamma R_2$

$$\gamma = \frac{(0,4m\cdot 1kg - 0,2m\cdot 1kg)\ 10\frac{m}{s^2}}{\frac{1kg(0,4m)^2}{2} + \frac{1kg(0,2m)^2}{2} + 1kg(0,4m)^2 + 1kg(0,2m)^2}$$

$$\boxed{\gamma} = \left(\frac{0,20 \quad \cdot 10}{0,08 + 0,02 + 0,16 + 0,04}\right) s^{-2} = \frac{10}{1,5}\, s^{-2} = \boxed{6,67\, s^{-2}}$$

$$\boxed{a_1 = 6,67 \times 04\ \frac{m}{s^2} = 2,64\frac{m}{s^2}}$$

$$a_2 = -6,67\times 0,2\ \frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{a_2 = 1,33\frac{m}{s^2}}$$

$$\boxed{T_1 = P_1 - m_1 a_1 = 10N - 1\,kg\; 2{,}67\frac{m}{s^2} = 7{,}33N}$$

$$\boxed{T_2 = P_2 - m_2 a_2 = 10N - 1\,kg\left(-1{,}33\,\frac{m}{s^2}\right) = 11{,}33N}$$

Problema 15 (b) CON ROZAMIENTO EN EL EJE.

$$\begin{cases} R_1 T_1 - R_2 T_2 + M_{F_R} = \underbrace{(I_1 + I_2)}_{0,1\,kg\,m^2}\gamma \\ P_1 - T_1 = m_1 a_1 \\ P_2 - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$$

$$0{,}4m\; 8N - 0{,}2m\; 11N + M_{F_R} = 0{,}5\,N.m$$

$$\boxed{M_{F_R} = -0{,}5\,N.m}$$

$a_1 = \gamma R_1$

$a_2 = -\gamma R_1$

$v_1^2 - v_{0_1}^2 = 2a_1 \Delta y_1$

$\Delta y_1 = \frac{1}{2} a_1 \Delta t^2$

$4m = \frac{1}{2} a_1\, 4s^2$

$\boxed{a_2 = -1\frac{m}{s^2}}$, $\boxed{a_1 = 2\frac{m}{s^2}}$

$\gamma = \frac{a_1}{R_1} = \frac{2\,m/s^2}{0{,}40m} = 5s^{-2}$

$T_1 = 10N - 1\,kg\,2\frac{m}{s^2}$

$\boxed{T_1 = 8N}$

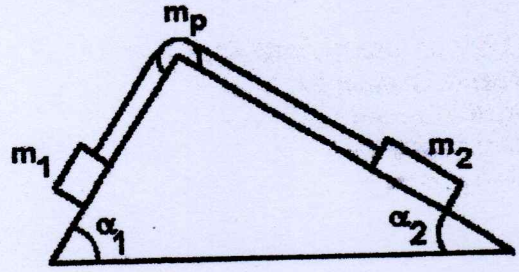
$T_2 = 10N - 1\,kg\left(-1\frac{m}{s^2}\right)$

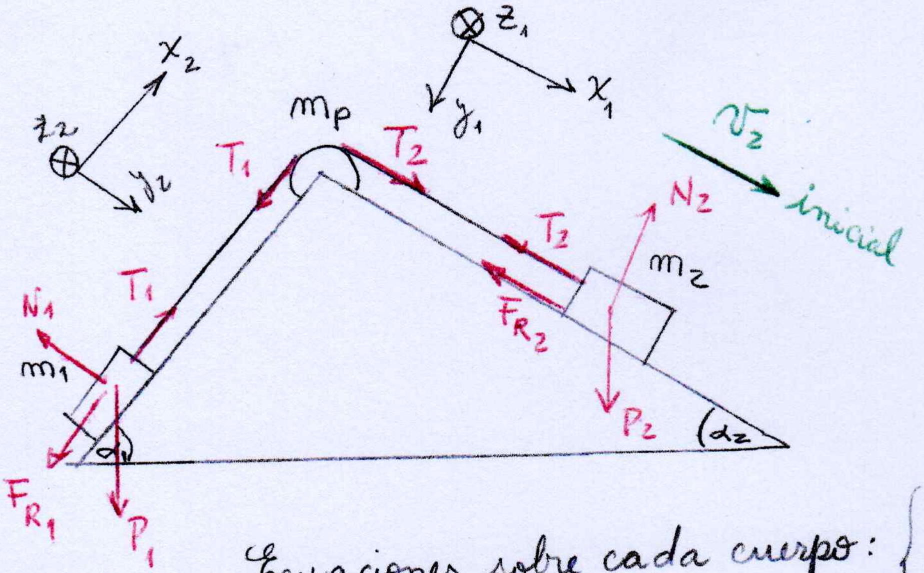
$\boxed{T_2 = 11N}$

16/1 16 – En el dispositivo de la figura, la polea no tiene rozamiento y la soga es inextensible y de masa y espesor despreciables. Hallar la aceleración del cuerpo de masa m_2 sabiendo que está descendiendo.

Datos:

$m_1 = 10$ kg , $m_2 = 5$ kg ,
$m_p = 20$ kg , $\alpha_1 = 53°$, $\alpha_2 = 37°$
$\mu_1 = 0{,}1$ $\mu_2 = 0{,}2$
$I_p = 0{,}5\, m_p\, r^2$





$m_1 = 10$ kg
$m_2 = 5$ kg
$\mu_1 = 0{,}1$ $\mu_2 = 0{,}2$
$\alpha_1 = 53°$ $\alpha_2 = 37°$
$I_p = 0{,}5\, m_p\, r^2$
$m_p = 20$ kg

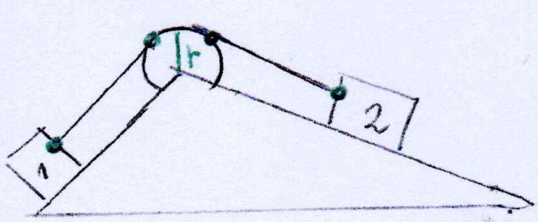
Ecuaciones sobre cada cuerpo: $\begin{cases} \sum \vec{F} = m\,\vec{a}_{CM} & (1) \\ \sum \vec{M}_{F,O} = I_O \cdot \vec{\gamma} & (2) \end{cases}$

Polea : $\begin{cases} \left(\sum \vec{F} = m_p\,\vec{a}_{CM_p} = 0\right. & \text{(No hay traslación del CM)} \\ \boxed{-T_1\, r + T_2\, r = 0{,}5\, m_p\, r^2 \cdot \gamma} & \text{(A)} \end{cases}$

Cuerpo 1 $\begin{cases} \boxed{\begin{array}{ll} T_1 - F_{R_1} - P_1 \operatorname{sen}\alpha_1 = m_1 a_1 & \\ -N_1 + P_1 \cos\alpha_1 = 0 & F_{R_1} = \mu_1 N_1 \end{array}} \quad \text{(B)} \\ \left(\sum \vec{M}_{F,O} = 0\right) \end{cases}$

Cuerpo 2 $\begin{cases} \boxed{\begin{array}{ll} -T_2 - F_{R_2} + P_2 \operatorname{sen}\alpha_2 = m_2\, a_2 & \\ -N_2 + P_2 \cos\alpha_2 = 0 & F_{R_2} = \mu_2 \cdot N_2 \end{array}} \quad \text{(C)} \\ \left(\sum \vec{M}_{F,O} = 0\right) \end{cases}$

Condiciones de vínculo: $\begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} a_1 = a_2 \\ a_1 = a_{t_p} = \gamma \cdot r \end{array}} \quad \text{(D)} \end{cases}$



$\hookrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \equiv a \\ \gamma = \dfrac{a}{r} \end{cases}$

Resolvemos el sistema de ecuaciones A, B, C, D:

$N_1 = 60N$; $F_{R_1} = 0{,}1 \cdot 60N = 6N$

$N_2 = 40N$; $F_{R_2} = 0{,}2 \cdot 40N = 8N$

$$\begin{cases} -T_1 \cancel{r} + T_2 \cancel{r} = 0{,}5\, m_p\, r^{\cancel{2}} \cdot \dfrac{a}{\cancel{r}} \\ T_1 - 6N - 80N = m_1 \cdot a \\ -T_2 - 8N + 30N = m_2 \cdot a \end{cases}$$

$$-64N = (0{,}5\, m_p + m_1 + m_2) \cdot a$$ (sumo miembro a miembro)

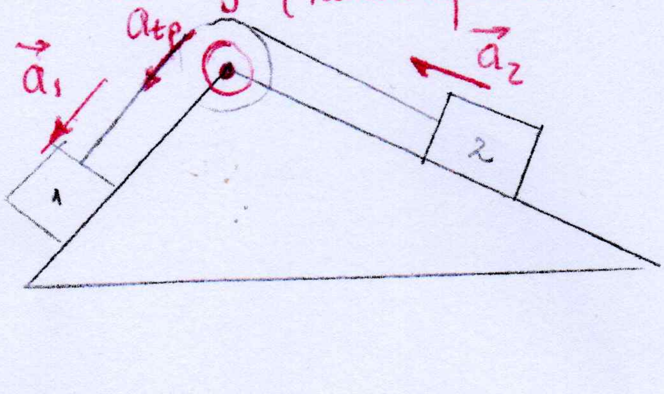
$$a = \frac{-64N}{10\,kg + 10\,kg + 5\,kg}$$

$$\boxed{a = -2{,}56\ \frac{m}{s^2}}$$

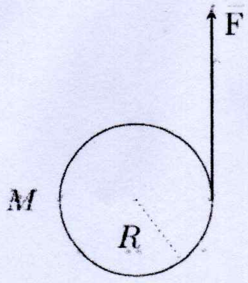
El cuerpo 2 baja frenanc
El cuerpo 1 sube frenando.
La polea realiza un MCUV mientras se va frenando

$\vec{\gamma}$ (hacia afuera de la hoja) $\vec{\gamma} = -\dfrac{2{,}56}{r}\,\dfrac{m}{s^2} \cdot \hat{k}$

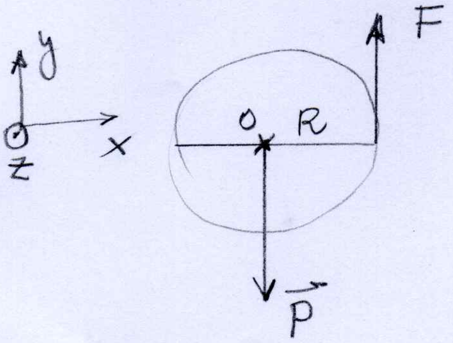
sentido (contrario a la velocidad)



17. Una cuerda está enrollada en un cilindro de masa $M = 15\ kg$ y radio $R = 0,75\ m$, inicialmente en reposo, como se muestra en la figura. Se tira de la cuerda verticalmente hacia arriba con una fuerza F de manera que el centro de masa del cilindro permanece en reposo. Determine el tiempo que tarda el cilindro en alcanzar una velocidad angular de $\omega = 40\ s^{-1}$.



Rta: $\Delta t = 1,5\ s$



$\vec{v}_{CM} = 0$ para todo instante $\Rightarrow \vec{a}_{CM} = 0$

$\omega_0 = 0$

$\Sigma \vec{M}_{F,0} = I_0 . \vec{\gamma}$

$R F \hat{k} = \frac{MR^2}{2} . \gamma \hat{k}$

$\Sigma \vec{F} = M \vec{a}_{CM}$

$F - P = 0$

$F = P = Mg$

$\gamma = \frac{2\cancel{R}F}{MR^{\cancel{2}}} = \frac{2\cancel{M}g}{\cancel{M}R}$

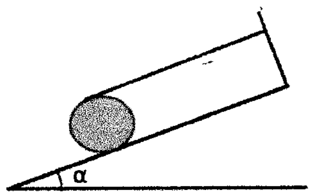
$\gamma = \frac{2g}{R} = \frac{2 . 10\ m/s^2}{0,75\ m} = 26,67\ s^{-2}$

$\omega(t) = \omega_0 + \gamma . (t - t_0)$

$40\ s^{-1} = \gamma . t$ $\quad 26,67\ s^{-1} . t \Rightarrow \boxed{t \approx 1,5\ s}$

$40\ s^{-1} = \frac{2 . 10\ m/s^2}{0,75} . t \Rightarrow \boxed{t = 1,5 s}$

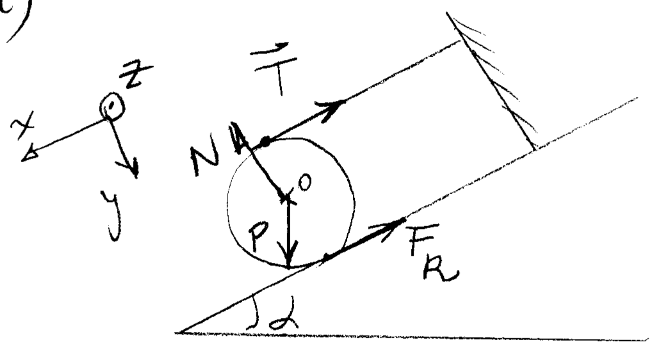
18. Un cilindro de masa M y radio R descansa sobre un plano de inclinación α sujeto por una cuerda tangente al cilindro y paralela al plano, como muestra la figura. Halle las expresiones de: *a*) el mímimo valor del coeficiente de roce estático para que el cilindro no resbale hacia abajo del plano inclinado; *b*) la tensión en la cuerda.



Problema 18

Rta: *a*) $\mu_e \geq 0,5\ \tan\alpha$; *b*) $T = 0,5\ M\ g\ \sin\alpha$

a)



$$I_o = \frac{MR^2}{2}$$

$$F_R = F_{R_{e\,MÁX}} = \mu_e N \quad (3)$$

Cilindro permanece en reposo $\Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F} = 0 & (1) \\ \sum \vec{M}_F = 0 & (2) \end{cases}$

$$(1) \begin{cases} N - Mg\cos\alpha = 0 & (1a) \\ Mg\,\text{sen}\,\alpha - T - F_R = 0 & (1b) \end{cases}$$

$$(2) \left\{ -RT + RF_R = 0 \right.$$

$$\begin{cases} Mg\,\text{sen}\,\alpha - T - F_R = 0 \\ -\cancel{R}T + \cancel{R}F_R = 0 \end{cases}$$

(s m a m)

$$Mg\,\text{sen}\,\alpha - 2F_R = 0$$

$$\boxed{F_R = \frac{Mg\,\text{sen}\,\alpha}{2}} \quad (4)$$

De (1a), (3) y (4): $\mu_e Mg\cos\alpha = Mg\frac{\text{sen}\,\alpha}{2}$

$\mu_e = \frac{\text{tg}\,\alpha}{2}$ es el mínimo valor.

b) $T = F_R = \dfrac{Mg\,\text{sen}\,\alpha}{2}$