UTN FRBA — Análisis Matemático II — Final 14/02/2023

Apellido y nombre:

Corrigió: Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Califcación

Condición mínima para aprobar con calificación 6: cuatro ejercicios bien, uno de los cuales debe ser T1 o T2.

T1. Defina campo conservativo y función potencial.

Verifique que el campo $\vec{f}(x,y) = (3x^2y - y^2,\ x^3 - 2xy + 4)$ es conservativo y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = ((t-1)\ln(t+1),\ t + e^{t^2-t})$, con $0 \le t \le 1$.

T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifque su respuesta.**

a) Los vectores $\check{v}_1 = (1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2})$ y $\check{v}_2 = (-1/\sqrt{2},\ -1/\sqrt{2})$ son dos direcciones de derivada direccional nula de $f(x,y) = x^2y - x$ en $\mathbf{x}_0 = (1,0)$.

b) La función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{y}, & \text{si } y \neq 0, \\ 0\ , & \text{si } y = 0, \end{cases}$ es continua en el origen.

P1. Sean S la superficie de ecuación $x^2 + y^2 - 8z = 5$, $\mathbb{L}$ la recta normal a S en $\mathbf{x}_0 = (1,2,0)$ y $\vec{f}(x,y,z) = (y,\ z,\ x)$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del segmento de $\mathbb{L}$ que va de $(1,2,0)$ a la intersección de $\mathbb{L}$ con el plano de ecuación $x = 0$.

P2. Calcule la masa del cuerpo V , definido por $1 \le y \le x^2 + z^2 \le 4$, sabiendo que la función de masa en cada punto es proporcional a la distancia del punto al plano de ecuación $y = 0$.

P3. Sea $g \in C^2$ y $\vec{f}(x,y) = (yg(x),\ g'(x))$ con $\vec{f}(0,1) = (1,\ 2)$. Halle g tal que la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de toda curva simple cerrada y suave a trozos, orientada en sentido positivo, sea igual al área de la región encerrada por la curva.

P4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x,y,z) = (x + \ln(1+y^2),\ y + \ln(1+z^2),\ x + z + 2)$ a través de la superficie abierta $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \ge 0$, orientada con vectores normales con tercera componente positiva.