

小テスト お試し提出 - 回答入力

入力

確認

完了

2021_Statl_Exam_2

設問数 46 経過時間 00:00:50

【2021 統計とデータ分析I 試験② 2021 Statl Exam-2】

以下が試験問題である。丸の中の数字はマークシートの番号に対応している。

特に断りが無い場合、仮説検定における有意水準は全て5%とせよ。また信頼区間については、95%信頼区間として構成せよ。

The questions are as below. In each question, the numerical figure in the circle corresponds to the index on your answer sheet.

Please set the significance level in hypothesis tests as 5% as long as we mention noting. Regarding the questions on confidence interval, please make 95% confidence intervals without any further instruction.

A. 離散型の一様分布に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions that concern the discrete uniform distribution.

①A-1. サイコロを1回振った時の目の値の期待値を求めよ。Answer the expectation of a pip of a die when you toss it once.

1. ☐ 2.92
2. ☐ 4.80
3. ☐ 3.50
4. ☐ 3.01
5. ☐ 1.96

②A-2. サイコロを1回振った時の目の値の分散を求めよ。Answer the variance of a pip of a die when you toss it once.

1. ☐ 3.50
2. ☐ 2.92
3. ☐ 4.80
4. ☐ 1.96
5. ☐ 3.01

③A-3. ある乱数発生器で、1から50までの整数値を等しい確率で1回発生させる時、その値の期待値をもとめよ。Suppose you generate a random integer once that is drawn with equivalent probabilities from 1 to 50. Then, answer the expectation.

1. ☐ 51.0
2. ☐ 25.5
3. ☐ 19.8
4. ☐ 35.1
5. ☐ 49.2

④A-4. 上記A-3における値の分散を求めよ。Answer the value of the variance of the random variable in the setting of A-3.

1. ☐ 208.25
2. ☐ 167.24
3. ☐ 192.18
4. ☐ 132.44
5. ☐ 129.53

⑤A-5. あるコンサートの会場で、入場客に1から順番に整数の値が書かれたカードを配布した。例えば、3番目に来た客は、"3"と書かれたカードを渡される。コンサート終了後、来場者の一人が出口で出てくる来場者にランダムに番号を聞いたところ、以下の値を得た：

In a certain concert, they delivered a card to the participants; each card has an integer that increments by 1 starting from 1. For instance, the third participant will have a card with a number "3". After the concert was over, they randomly asked the participants for the number of the cards at the exit. The results was as below:

【観測結果 Observation】

254, 59, 127, 175, 88, 41, 239, 312, 98, 266, 168, 303, 232, 348, 227, 191, 128, 43, 11, 91, 196, 301, 281, 249, 300, 326, 242, 199, 8, 93.

この結果から、離散型の一様分布の考え方を用いて、このコンサートの入場者数を推定する時、最も適切なものを以下より選べ。

Now, by using the uniform discrete distribution, they try to estimate the total number of the participants of this concert. Answer the most suitable value of the estimate.

1. ☐ 348
2. ☐ 401
3. ☐ 330
4. ☐ 372
5. ☐ 393

B. チェビシェフ不等式に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions concerning Chebyshev's inequality.

⑥B-1. ある確率変数Xについて、期待値 $E[X]=15$ 、分散 $V[X]=4$ の時、チェビシェフの不等式から導かれる不等式として正しいものを以下から選べ。

Suppose that the expectation and variance of a random variable X are given by $E[X]=15$ and $V[X]=4$, respectively. Then, choose a correct option that can be derived by virtue of the Chebyshev's inequality.

1. ☐ $P(|X - 15| \leq 6) \leq \frac{1}{9}$
2. ☐ $P(|X - 15| \geq 6) \geq \frac{1}{9}$
3. ☐ $P(|X - 15| \geq 6) \leq \frac{1}{9}$
4. ☐ $P(|X - 15| \leq 6) \geq \frac{1}{9}$

⑦B-2. ある確率変数Xについて、期待値 $E[X]=25$ 、分散 $V[X]=9$ の時、チェビシェフの不等式から導かれる不等式として正しいものを以下から選べ。

Suppose that the expectation and variance of a random variable X are given by $E[X]=25$ and $V[X]=9$, respectively. Then, choose a correct option that can be derived by virtue of the Chebyshev's inequality.

1. ☐ $P(|X - 25| \leq 17) \geq 0.97$
2. ☐ $P(|X - 25| \geq 17) \leq 0.93$
3. ☐ $P(|X - 25| \leq 17) \geq 0.03$
4. ☐ $P(|X - 25| \geq 17) \geq 0.64$

⑧B-3. ある確率変数Xについて、期待値 $E[X]=-41$ 、分散 $V[X]=16$ の時、チェビシェフの不等式から導かれる不等式として正しいものを以下から選べ。

Suppose that the expectation and variance of a random variable X are given by $E[X]=-41$ and $V[X]=16$, respectively. Then, choose a correct option that can be derived by virtue of the Chebyshev's inequality.

1. ☐ $P(|X + 41| \leq 10) \geq 0.84$
2. ☐ $P(|X + 41| \leq 10) \geq 0.16$
3. ☐ $P(|X + 41| \geq 10) \leq 0.75$
4. ☐ $P(|X + 41| \geq 10) \geq 0.72$

⑨B-4. 2000人が受験したある試験では、平均点60、標準偏差10であったという。この時、40点以上80点以下の得点を取った受験生の数に関する評価として、最も適切なものを以下より選べ。

ただし、得点は正規分布に従うとは限らず、チェビシェフ不等式を用いて評価せよ。

The number of examinees of a certain exam was 2000. The mean and SD of their scores were 60 and 10, respectively. Then, answer the most suitable evaluation on the number of the examinees who got the scores of 40 or more and 80 or less.

1. ☐ 1500人以下 / 1500 or less
2. ☐ 1500人以上 / 1500 or more
3. ☐ 500人以上 / 500 or more
4. ☐ 1750人以上 / 1750 or more
5. ☐ 1430人以下 / 1430 or less

C. 離散型の確率分布に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions concerning the discrete probability distribution.

⑩C-1. あるゲームでは、コインを1回トスして、表が出たら3点、裏が出たら1点とする。

この時、得点の期待値を求めよ。ただし、コインの表と裏は等しい確率で出るものとする。

In a certain game, they toss a coin once; then, they will get 3 points if head appears; if tail appears they get 1 point. Now, find the expectation of the point. Assume that head and tail of this coin appear with equivalent probabilities.

1. ☐ 1.25
2. ☐ 2.0
3. ☐ 0.5
4. ☐ 1.0
5. ☐ 3.0

⑪C-2. 上記C-1において、得点の分散を求めよ。Find the variance of the point in C-1 above.

- 1. ☐ 1.5
- 2. ☐ 1.0
- 3. ☐ 2.0
- 4. ☐ 2.25
- 5. ☐ 1.25

⑫C-3. ある工場で製作している部品には、平均して250個に1個の割合で不良品が発生するという。いま、この工場で作成された部品からランダムに10個サンプルを取得した時、その中に不良品がちょうど1個含まれる確率を、ポアソン分布を用いて求めよ。

In a certain factory, there exists one defective product out of 250 on average.

Now, if they take 10 items at random, find the probability with which just one defective product is included there. Please use Poisson distribution.

- 1. ☐ 0.32
- 2. ☐ 0.038
- 3. ☐ 0.094
- 4. ☐ 0.18
- 5. ☐ 0.21

⑬C-4. ある工場で製作している部品には、平均して350個に1個の割合で不良品が発生するという。いま、この工場で作成された部品から、復元抽出でランダムに1個抽出するサンプル調査を10回行う時、そのうちちょうど1回だけ不良品が見つかる確率を、二項分布を用いて計算せよ。

In a certain factory, there exists one defective product out of 350 on average. Now, suppose that they extract one sample at random and repeat this trial 10 times by sampling with replacement.

Then, find the probability with which just one defective product is observed throughout the trials. Please use binomial distribution.

- 1. ☐ 0.28
- 2. ☐ 0.028
- 3. ☐ 0.16
- 4. ☐ 0.31
- 5. ☐ 0.13

⑭C-5. ある湖には1000匹の魚がおり、うちブラックバスが1%生息していると言われている。いま、この湖の魚150匹を同時に捕獲した時、その中にブラックバスが2匹以上含まれている確率を求めよ。

In a certain lake, there exist 1000 fish, 1% of which is said to be black bass. Now, if they catch 150 fish in this lake, find the probability with which 2 or more black basses are included there.

- 1. ☐ 0.24
- 2. ☐ 0.063
- 3. ☐ 0.051
- 4. ☐ 0.19
- 5. ☐ 0.46

D. 正規分布のパーセント点に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions concerning the percentiles of normal distribution.

⑮D-1 標準正規分布の上側5%点を求めよ。Find the upper 5-percentile of z-distribution.

- 1. ☐ 1.96
- 2. ☐ 1.86
- 3. ☐ 1.64
- 4. ☐ 2.04
- 5. ☐ 2.32

⑯D-2. 標準正規分布の上側15%を求めよ。Find the upper 15-percentile of z-distribution.

- 1. ☐ 1.89
- 2. ☐ 1.04
- 3. ☐ 2.23
- 4. ☐ 1.64
- 5. ☐ 1.96

⑰D-3. 標準正規分布の上側20%を求めよ。Find the upper 20-percentile of z-distribution.

- 1. ☐ 1.96
- 2. ☐ 0.75
- 3. ☐ 0.84
- 4. ☐ 1.64
- 5. ☐ 1.26

⑱D-4. 期待値3, 標準偏差1の正規分布の上側15%を求めよ。Find the upper 15-percentile of normal distribution with expectation and SD of 3 and 1, respectively.

- 1. ☐ 2.98
- 2. ☐ 4.68
- 3. ☐ 3.24

- 4. ☐ 4.04
- 5. ☐ 5.03

⑭D-5. 期待値5, 標準偏差0.5の正規分布の上側20%を求めよ。Find the upper 20-percentile of normal distribution with expectation and SD of 5 and 0.5, respectively.

- 1. ☐ 4.76
- 2. ☐ 6.00
- 3. ☐ 5.18
- 4. ☐ 5.29
- 5. ☐ 5.42

⑯D-6. 期待値-20, 分散2.25の正規分布の上側5%を求めよ。Find the upper 5-percentile of normal distribution with expectation and **variance** of 20 and 2.25, respectively.

- 1. ☐ -20.01
- 2. ☐ -21.43
- 3. ☐ -16.73
- 4. ☐ -17.53
- 5. ☐ -20.94

E. 正規分布の確率計算に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions concerning the probability of normal distribution.

⑰E-1. 標準正規分布に従う確率変数Xの値が、 $X < 1.3$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows z-distribution. Then, find the probability of the event $X < 1.3$.

- 1. ☐ 0.79
- 2. ☐ 0.74
- 3. ☐ 0.96
- 4. ☐ 0.90
- 5. ☐ 0.81

⑱E-2. 標準正規分布に従う確率変数Xの値が、 $X > 0.8$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows z-distribution. Then, find the probability of the event $X > 0.8$.

- 1. ☐ 0.21
- 2. ☐ 0.79
- 3. ☐ 0.64
- 4. ☐ 0.58
- 5. ☐ 0.35

⑲E-3. 標準正規分布に従う確率変数Xの値が、 $0.2 < X < 0.9$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows z-distribution. Then, find the probability of the event $0.2 < X < 0.9$.

- 1. ☐ 0.37
- 2. ☐ 0.094
- 3. ☐ 0.18
- 4. ☐ 0.54
- 5. ☐ 0.24

⑳E-4. 期待値3, 標準偏差1の正規分布に従う確率変数Xの値が、 $X < 2.7$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows normal distribution with expectation and SD of 3 and 1, respectively. Then, find the probability of the event $X < 2.7$.

- 1. ☐ 0.29
- 2. ☐ 0.52
- 3. ☐ 0.47
- 4. ☐ 0.42
- 5. ☐ 0.38

㉑E-5. 期待値5, 分散2の正規分布に従う確率変数Xの値が、 $X > 4.2$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows normal distribution with expectation and **variance** of 5 and 2, respectively. Then, find the probability of the event $X > 4.2$.

- 1. ☐ 0.47
- 2. ☐ 0.66
- 3. ☐ 0.77
- 4. ☐ 0.58
- 5. ☐ 0.71

㉒E-6. 期待値5, 標準偏差2の正規分布に従う確率変数Xの値が、 $1.2 < X < 4.5$ となる確率を求めよ。

Assume that a random variable X follows normal distribution with expectation and SD of 5 and 2, respectively. Then, find the probability of the event $1.2 < X < 4.5$.

1. ☐ 0.84
2. ☐ 0.71
3. ☐ 0.37
4. ☐ 0.55
5. ☐ 0.68

F. 指数分布に関する以下の問に答えよ。ただし以下では、指数分布の確率密度関数は $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ と表されるものとする。

Answer the following questions concerning exponential distribution. Please note that the probability density of exponential distribution is represented as $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

②⑦F-1. パラメータ $\lambda=3.0$ の指数分布に従う確率変数 X の値が、 $X < 1.0$ となる確率を求めよ。

Given that a random variable X follows the exponential distribution with $\lambda=3.0$, answer the probability of an event $X < 1.0$.

1. ☐ 0.73
2. ☐ 0.84
3. ☐ 0.90
4. ☐ 0.95
5. ☐ 0.78

②⑧F-2. パラメータ $\lambda=1.5$ の指数分布に従う確率変数 X の値が、 $X < 0.8$ となる確率を求めよ。

Given that a random variable X follows the exponential distribution with $\lambda=1.5$, answer the probability of an event $X < 0.8$.

1. ☐ 0.64
2. ☐ 0.70
3. ☐ 0.55
4. ☐ 0.79
5. ☐ 0.82

②⑨F-3. パラメータ $\lambda=2.5$ の指数分布に従う確率変数 X の値が、 $X > 1.5$ となる確率を求めよ。

Given that a random variable X follows the exponential distribution with $\lambda=2.5$, answer the probability of an event $X > 1.5$.

1. ☐ 0.32
2. ☐ 0.47
3. ☐ 0.017
4. ☐ 0.024
5. ☐ 0.91

③⑩F-4. あるお店には平均して5分に1人の割合で客が来るという。このお店で客の到着する様子を観察する時、観察し始めてから20秒以内に最初の客が来る確率を求めよ。

In a certain shop, a customer arrive every 5 minutes on average. Now, if they monitor the customer arrival of this shop, find the probability of an event in which the first customer arrives within 20 minutes.

1. ☐ 0.15
2. ☐ 0.87
3. ☐ 0.27
4. ☐ 0.19
5. ☐ 0.064

G. 仮説検定に関する以下の問に答えよ。Answer the following questions concerning hypothesis test.

③⑪G-1. 統計的仮説検定を行う場合、まず設定する仮説で、多くの場合等式で表される仮説のことを何と呼ぶか。Answer the name of the hypothesis which is set at first in a hypothesis test, and is usually represented in the form of an equality.

1. ☐ 検出力 Power
2. ☐ 対立仮説 Alternative hypothesis
3. ☐ 帰無仮説 Null hypothesis
4. ☐ 帰納仮説 Induction hypothesis

③⑫G-2. 統計的仮説検定において、正しい帰無仮説を誤って棄却してしまうことを何と呼ぶか。

Answer the name of the situation in which they incorrectly reject a correct null hypothesis.

1. ☐ 第三種の過誤 Type-III error
2. ☐ p値 p-value
3. ☐ 検出力 Power
4. ☐ 第二種の過誤 Type-II error
5. ☐ 第一種の過誤 Type-I error

③G-3. 統計的仮説検定において、第一種の過誤が起きる確率に等しい値に設定され、帰無仮説を棄却するかどうかの閾値として用いられる値のことを何と呼ぶか。

Answer the name of the threshold that is used in rejecting H_0 in statistical hypothesis test; it is set equal to the probability of type-I error as well.

1. ☐ 検出力 Power
2. ☐ 第二種の過誤 Type-II error
3. ☐ 有意水準 Significance level

H. ある会社では、毎年新入社員にTOEIC受験を課しており、例年の平均点は500点であるという。

今年、100人の新入社員に対して行った結果、平均点は520点であったという。

このことから、今年の新入社員は例年よりも英語力が高いと言えるかどうかを検定したい。

これまでの経験上、例年の得点の母標準偏差は70点であるといい、今年もその値に従うものとして良いとする。

In a certain company, the new employees take TOEIC every year; and the average score of the usual years has been 500. This year, 100 new employees of this company took TOEIC, and the average score was 520. Based on this result, they like to check whether the new employees of this year have higher English skill than usual years on average or not.

It is known that the population SD of the scores can be assumed to be 70 both in usual years and this year.

③H-1. 帰無仮説を答えよ。Answer H_0 .

1. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年なみである。The English skill of the new employees of this year is the same as the usual years on average.
2. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも高い。The English skill of the new employees of this year is higher than the usual year on average.
3. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも低い。The English skill of the new employees of this year is lower than the usual years on average.

③H-2. 対立仮説を答えよ。Answer H_1 .

1. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも高い。The English skill of the new employees of this year is higher than the usual years on average.
2. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年なみである。The English skill of the new employees of this year is the same as the usual years on average.
3. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも低い。The English skill of the new employees of this year is lower than the usual years on average.

③H-3. この検定は両側検定か、片側検定か。Is this test two-sided or one-sided?

1. ☐ 両側検定 Two-sided test
2. ☐ 片側検定 One-sided test

③H-4. p値を答えよ。Answer the p-value.

1. ☐ 0.015
2. ☐ 0.0042
3. ☐ 0.0021
4. ☐ 0.063
5. ☐ 0.078

③H-5. 結論を述べよ。Answer the conclusion of this hypothesis test.

1. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも高いとは言えない。There's no evidence that the English skill of the new employees of this year is significantly higher than the usual years on average.
2. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも低いとは言えない。There's no evidence that the English skill of the new employees of this year is significantly lower than the usual years on average.
3. ☐ 今年の新入社員の英語力は例年よりも高い。The English skill of the new employees of this year is significantly higher than the usual years on average.

I. インターネット回線の月あたり利用料金について、A大学の学生240人とB大学の学生230人にヒアリングを行った。下表はその結果を示している。

They conducted a questionnaire concerning the monthly fee for the Internet connection. Suppose that 240 students in University-A and 230 students in University-B answered.

	A大学 University-A	B大学 University-B
平均Mean	3750	3680
不偏標準偏差 Unbiased SD	421	241

この結果に基づき、両大学の学生の平均利用料金に違いがあるかどうかを、有意水準5%で検定したい。
Based on this, they like to check whether there is a significant difference between the monthly fees for the Internet in these two universities.

③I-1. 帰無仮説を答えよ。Answer H0.

- ☐ A大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には違いが無い。There's no difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.
- ☐ 大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には違いがある。There's a difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.

④I-2. 対立仮説を答えよ。Answer H1.

- ☐ A大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には違いが無い。There's no difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.
- ☐ 大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には違いがある。There's a difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.

④I-3.

この検定は両側検定か、片側検定か。Is this test two-sided or one-sided?

- ☐ 片側検定 One-sided test
- ☐ 両側検定 Two-sided test

④I-4. p値を答えよ。Answer the p-value.

- ☐ 0.091
- ☐ 0.056
- ☐ 0.015
- ☐ 0.085
- ☐ 0.027

④I-5. 結論を述べよ。Answer the conclusion of this hypothesis test.

- ☐ A大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には違いがあるとは言えない。There's no evidence that there's a difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.
- ☐ 大学とB大学のインターネット回線の月額利用料金には有意な違いがある。There's a significant difference between the monthly fees for the internet connection between the students in universities A and B.

J.信頼区間に関する以下の問に答えよ。

④J-1. 以下のサンプルデータに基づき、母平均の95%信頼区間を求めよ。ただし、母集団は正規分布に従うとし、母分散は未知である。

A={6.7, 6.8, 7.1, 7.3, 7.4, 8.1, 8.5, 9.3}

Find the 95% confidence interval of the population mean based on the following observation.

A={6.7, 6.8, 7.1, 7.3, 7.4, 8.1, 8.5, 9.3}

Suppose that the population follows normal distribution, and the population variance is unknown.

- ☐ [6.10, 8.51]
- ☐ [6.89, 8.41]
- ☐ [6.23, 8.36]
- ☐ [6.73, 9.01]
- ☐ [6.79, 8.76]

④J-2.

以下のサンプルデータに基づき、母平均の95%信頼区間を求めよ。ただし、母集団は正規分布に従うとし、母分散は0.09である。

$A=\{2.8, 2.9, 3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 4.1, 4.5, 5.3\}$

Find the 95% confidence interval of the population mean based on the following observation.

$A=\{2.8, 2.9, 3.1, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 4.1, 4.5, 5.3\}$

Suppose that the population follows normal distribution, and the population variance is known to be 0.09.

1. ☐ (3.02, 4.20)
2. ☐ (3.48, 3.86)
3. ☐ (2.89, 3.96)
4. ☐ (3.51, 3.90)
5. ☐ (2.88, 4.03)

④J-3. ある実験では、測定値の母分散は6.25であることが分かっている。Aさんはこの実験で得られた観測値から母平均の95%信頼区間を求めているが、信頼区間の幅を1.5以下にしたいと考えた。最低限必要なサンプルサイズを求めよ。

In a certain experiment, the **population variance** is known to be 6.25. Mr. A tries to find the 95% confidence interval of the population mean based on the observed values, but he likes to make the width of confidence interval 1.5 or less. Then, find the sample size at least needed to satisfy this requirement

1. ☐ 43
2. ☐ 38
3. ☐ 76
4. ☐ 29
5. ☐ 51

以上 That's all.

中断

提出確認