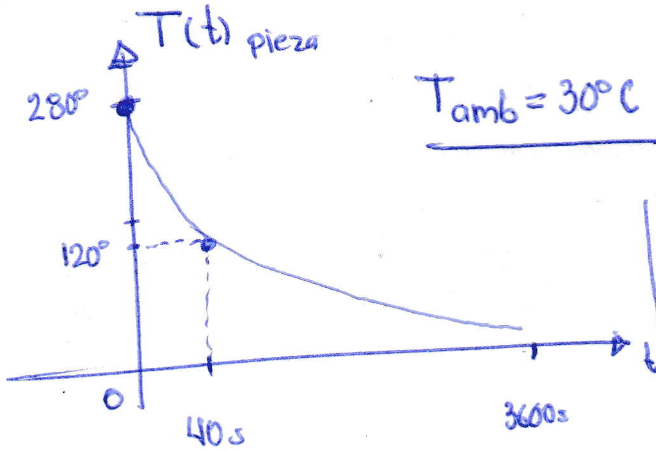
Predecir la temperatura respecto al tiempo de una pieza en un proceso.

- Emplea ecuaciones diferenciales de primer orden para optimizar algún proceso de la línea de producción y presenta resultados
- Emplea ecuaciones numéricas con condiciones iniciales para aproximación de temperatura.

Se tiene ~~molde~~ arena a temperatura ambiente 30° y entra al molde para formar pieza que está a una temperatura de 280° y tiene un tiempo de 40 segundos donde se roce la arena, sale del molde con una temp. de 120° y tiene un tiempo de 1 hora para enfriamiento.



$T_{amb} = 30°C$

Ley de enfriamiento de Newton

$$\boxed{\frac{dT}{dt} = K(T_A - T)}$$

t(s)	T (°C)
0	280°
40	120°

$$T(t) = T_A + Ce^{kt}$$

$T_A = 30°$

$C = \cancel{28/3}\ 250$

$k = -0.0255413$

t (s)	T (°C)
0	280°
40	120°

$$T(t) = 30° + Ce^{kt}$$

Encontrando constante C

$$T(0) = 30 + Ce^{0} = 280°$$

$$C\cancel{e^{0}} = \frac{28\cancel{0}}{3\cancel{0}} - 30°$$

$$\boxed{C = \cancel{\tfrac{28}{3}}}\ 250$$

Encontramos K

$$T(40) = 30 + \overset{250}{\cancel{\tfrac{28}{3}}} e^{K(40)} = 120$$

$$\overset{250}{\cancel{\tfrac{28}{3}}} e^{K(40)} = 120 - 30$$

$$250\, e^{K(40)} = 90$$

$$e^{40K} = \frac{9\cancel{0}}{25\cancel{0}}$$

$$40K = \ln\left(\frac{9}{25}\right)$$

$$K = \frac{1}{40}\ln\left(\frac{9}{25}\right)$$

$$\boxed{K = -0.0255413}$$

$$\cancel{e^{40K} = \frac{3}{28}(90) = \frac{270}{28}}$$

$$\cancel{40K = \ln\left|\frac{270}{28}\right|}$$

$$\cancel{K = \frac{1}{40}\ln\left|\frac{270}{28}\right|}$$

Por lo tanto el modelo es: $\boxed{T(t) = 30 + 250\, e^{-0.0255413t}}$

t en segundos

Modelo: $T(t) = 30 + 250\, e^{-0.0255413}$

¿Cuál es la temperatura después de una hora?

$T(3600) = 30 + 250\, e^{-0.0255413(3600)}$

$T(3600) = 30 + 250\, e^{-91.94868}$

$= 30 + 2.91833 \times 10^{-38}$

$\boxed{T(3600) \simeq 30\ °C}$ ∴ Después de una hora la pieza se encuentra en temperatura ambiente

Para $t = 40s$

-1.021652

$\boxed{T(40) \simeq 119.999932\ °C}$

Como se nota en 1 hora el valor de temperatura es muy cercano al ambiente

Por lo que se puede preguntar ¿que tiempo de enfriamiento es el adecuado sí hay una tolerancia de 2°C sobre la temperatura ambiente?

$$T = T_{amb} + 2°C = 32°C$$

Como

$$T(t) = 30 + 250\, e^{-0.0255413t}$$

$$30 + 250\, e^{-0.0255413t} = 32°$$

$$e^{-0.0255413t} = \frac{2}{250}$$

$$-0.0255413t = \ln\left|\frac{1}{125}\right|$$

$$t = -\frac{1}{0.0255413} \cdot (-4.8283$$

$$\boxed{t = 189.039\ s}$$