Considere $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ (1)

Y sea la especificación de diseño $K_v = 3s^{-1}$

La función de transferencia de lazo cerrado es

$$G_{p_{LC}}(s) = \dfrac{\dfrac{1}{s(s+1)}}{1 + \dfrac{1}{s(s+1)}} = \dfrac{1}{s(s+1)+1}$$

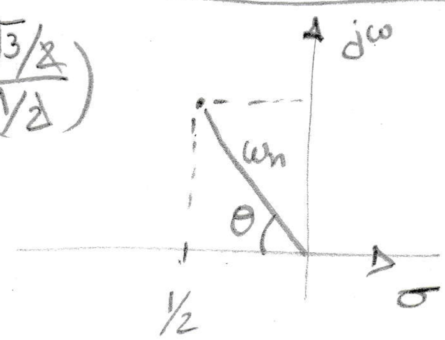
$$G_{LC}(s) = \dfrac{1}{s^2+s+1} = \dfrac{1}{(s+0.5+j\sqrt{3}/2)(s+0.5-j\sqrt{3}/2)}$$

Los polos dominantes del lazo cerrado son:

$\boxed{-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}}$ donde $\omega_n = \sqrt{(1/2)^2 + (\sqrt{3}/2)^2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)$

$\theta = 60°$



$\omega_n = 1$

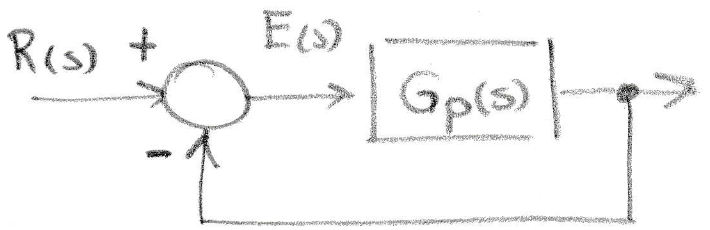
$\xi = \cos\theta =$

$\boxed{\xi = \cos 60° = 0.5}$

Frecuencia natural no amortiguada 1 rad/s

Factor de amortiguamiento: 0.5

Determinación de la constante de error estático de velocidad. ②



Sea $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}$

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} \cdot R(s)$$

$$C_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1+G_p(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s\,G(s)}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s)$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{1}{\cancel{s}(s+1)} = 1\,s^{-1}$$

Se pretende incrementar la constante de error estático de velocidad $\hat{K}_v$ hasta cerca de $3s^{-1}$

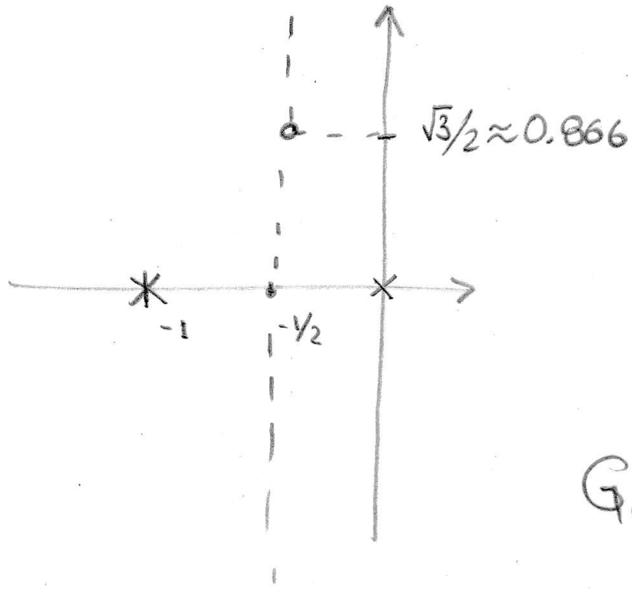
Si $\hat{K}_v = K_c \beta K_v$ y $K_c \approx 1$

$$\hat{K}_v = \beta K_v \therefore \beta = \frac{\hat{K}_v}{K_v} \approx \frac{3s^{-1}}{1s^{-1}} \approx 3$$

Para cumplir la condición se inserta un compensador de atraso en cascada con la función de transferencia de la planta.

$$G_c(s) = \hat{K}_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

Con la finalidad de incrementar la $\hat{K}_v$ en un factor de $\beta = 3$, se sitúa el cero y el polo del compensador en



$\frac{1}{2}/3 = 0.16 \rightarrow$ cero

$0.053 \rightarrow$ polo

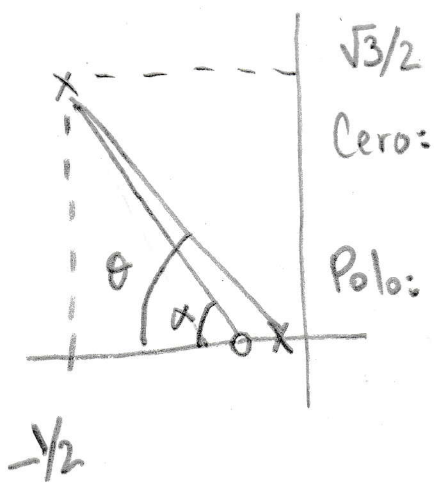
Compensador

Función del controlador propuesta

$$G_c(s) = \hat{K}_c \frac{s + 0.06}{s + 0.02}$$

Contribución del ángulo

polo dominante $\quad -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$



Cero: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2 - 0.06}\right) = 63°\,4'$

Polo: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2 - 0.02}\right) = 61°$

$2°\,4'$

Contribución

$$-5^\circ < \angle \frac{s_1 + \frac{1}{T}}{s_1 + \frac{1}{\beta T}} < 0^\circ$$

$$\angle s_1 + \frac{1}{T} - \angle s_1 + \frac{1}{\beta T}$$

$$-63^\circ 4' + 61^\circ = \underline{-2^\circ 4'}$$

La función de transferencia del sistema compensado es

$$G_c(s)G_p(s) = \hat{K}_c \frac{s+0.06}{s+0.02} \frac{1}{s(s+1)}$$

$$= \frac{K(s+0.06)}{s(s+0.02)(s+1)} \qquad K = K_c \cdot 1$$

$$= \frac{s+0.06}{(s^2+0.002s)(s+1)} \cdot K$$

$$= \frac{s+0.06}{s^3+s^2+0.002s^2+0.002s} K$$

$$= \frac{s+0.06}{s^3+1.002s^2+0.002s} K$$

Si se mantiene el factor de amortiguamiento (5)

$s_1 = -0.469 + j0.813$

$s_2 = -0.469 - j0.813$

Script Matlab

```
numc = [0 0 1 0.06];
denc = [1 1.002 0.002 0];
rlocus (numc, denc)
hold
v=[-5 1 -1 1];
axis(v).
```

Determinación de la ganancia en lazo abierto

$$K = \left| \frac{s(s+0.02)(s+1)}{s+0.06} \right|_{s=-0.469+j0.813}$$

$$K = \underline{0.9301} \qquad K_c = \frac{K}{1} = \underline{0.9301} \approx 1$$

Por lo tanto la función de transferencia es

$$G_c(s) = 1 \cdot \frac{s+0.06}{s+0.02}$$

El sistema compensado tiene la siguiente función de lazo abierto

$$G_1(s) = \frac{s+0.06}{s+0.02} \cdot \frac{1}{s(s+1)}$$

$$= \frac{(s+0.06)}{s(s+0.02)(s+1)}$$

La constante de error estático de velocidad

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G_1(s) = \frac{(\cancel{s}+0.06)}{(\cancel{s}+0.02)(\cancel{s}+1)} = 3\,s^{-1}$$

Cumpliendo con el objetivo de diseño