E3	Miquel García-Marrón Coma 21/03/23	CCQ

EXERCICI 3

(1) Sabent que la probabilitat que surti una cara es $\frac{1}{6}$. Llavors:

$$P = 1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{6}+5\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6} \to \boxed{3,5}$$

(2)

Tindrem suposant la funció de classe:

$$\langle x\rangle_{|\varphi\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)x\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx = \boxed{\frac{L}{2}}$$

Ja que hem vist a classe el valor esperat es trobarà en probabilitat més alta a la meitat del pou. Que serà en aquest cas $\frac{L}{2}$

$$\langle p\rangle_{|\varphi\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)(-i)\hbar\frac{\sqrt{2}\pi\cos\left(\frac{\pi}{L}x\right)}{L^{3/2}}dx = \boxed{0}$$

El moment es 0 ja que a 0 té v velocitat i quan arriba a l'altre banda es troba amb una $-v$ força contrària que es contrarresten i queda 0.

(3) Els dos resultats seran els màxims. El cas de $\langle x\rangle_{\varphi_n}$ serà el màxim ja que la corba de probabilitat no es modifica i el lloc amb més probabilitat és el $\frac{L}{2}$. El màxim del moment, ja que independent de φ_n les velocitats quedaran contrarestades donant 0.

(4)

$$\langle x^2\rangle_{|\varphi_n\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)x^2\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)dx =$$

$$= \boxed{\frac{L^2\left[4\pi^3n^3+3(1-2\pi^2n^2)\sin(2\pi n)-6\pi\cos(2\pi n)\right]}{12\pi^3n^3}}$$

$$\langle p^2\rangle_{|\psi_n\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)(-\hbar^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)dx =$$

$$= \boxed{\frac{\hbar^2 \pi(2\pi n - \sin(2\pi n))}{8\pi L^2}}$$

(5) Fem les dos bandes i llavors unim.

Δx

$$\Delta x_{|\psi_n\rangle} = \sqrt{\langle x^2\rangle_{|\psi_n\rangle} - \langle x\rangle^2_{|\psi_n\rangle}} = \frac{\sqrt{3}L\sqrt{\pi}\sqrt{n}\sqrt{n^3\pi^3 - 6n^2\pi^2\sin(2\pi n) - 6n\pi\cos(2\pi n) + 3\sin(2n\pi)}}{6n^2\pi^2}$$

$$\Delta p_{|\psi_n\rangle} = \sqrt{\langle p^2\rangle_{|\psi_n\rangle} - \langle p\rangle^2_{|\psi_n\rangle}} = \frac{\sqrt{2}\hbar\sqrt{\pi}\sqrt{n(2n\pi - \sin(2n\pi))}}{4L\pi}$$

$$\Delta x_{|\psi_n\rangle}\Delta p_{|\psi_n\rangle} = \frac{\sqrt{6}\hbar\sqrt{2n\pi - \cancel{\sin(2n\pi)}}\sqrt{n^3\pi^3 - \cancel{6n^2\pi^2\sin(n2\pi)} - 6n\pi\cos(2n\pi) + \cancel{3\sin(2\pi n)}}}{24n\pi^2}$$

$$= \boxed{\frac{\sqrt{6}\hbar\sqrt{2n\pi}\sqrt{n^3\pi^3 - 6n\pi}}{24n\pi^2} \geq \frac{\hbar}{2}}$$

aixo es compleix per qualsevol n.

PD: no sé si ho he fet bé la veritat que no vaig molt bé de càlculs.