Алгоритмы и структуры данных

Алгоритмы на строках. Часть I
Новая надежда

Кухтичев Антон

education

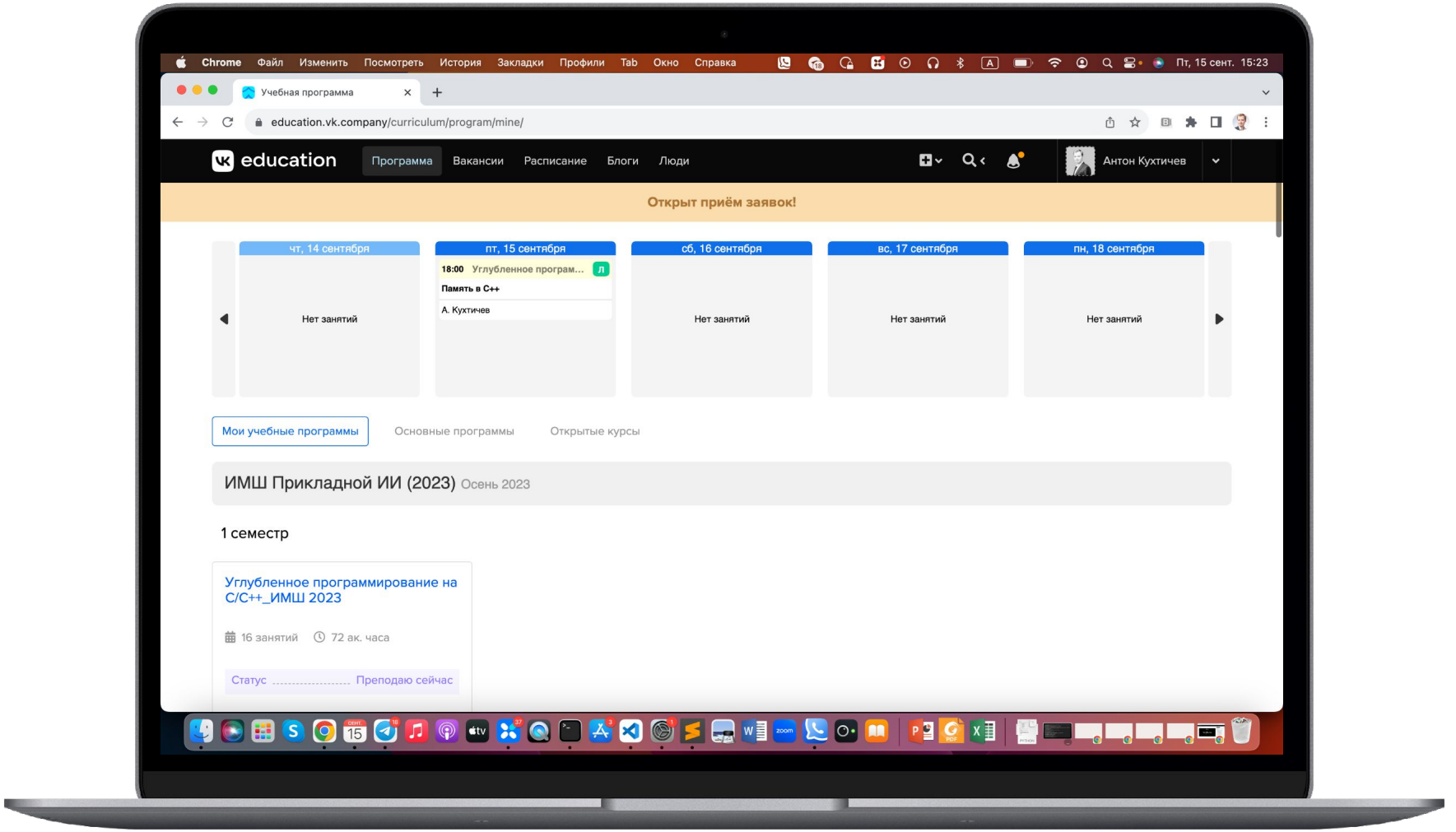
28 апреля 2025 года

Содержание занятия

- Квиз
- Наивный алгоритм
- Z-алгоритм
- Бойер-Мур

Напоминание отметиться на портале

и оставить отзыв
после лекции



Квиз

Литература

Строки, деревья и последовательности в алгоритмах - Гасфилд Д.М.

Наивный алгоритм

Наивный алгоритм

- Дан текст T длины n и строка P длины m;
- Левый конец образца P прикладываем к левому концу текста T;
- Сравниваем символы слева-направо;
  - Если исчерпали P – нашли образец в тексте T;
  - Если нашли несовпадение – сдвигаем вправо на один символ и начинаем сначала;
- Сложность по времени: $\Theta(n \cdot m)$
- Сложность по памяти: $O(1)$

Наивный алгоритм

```
naive_search(T, P):
    n = length(T)
    m = length(P)
    for i = 0 to n-m; do
        for j = 0 to m-1; do
            if T[i+j] != P[j]; then
                break
            fi
            if j == m-1; then
                return i
            fi
        end for
    end for
    return -1
```

Упражнение #1

Реализовать наивный метод поиска образца `pattern` в тексте `text`.

```
def naive_search(text: str, pattern: str) -> bool:
    pass
```

https://interview.cups.online/live-coding/?room=4453e993-24c0-4ade-b102-58181c1f1e87

Z-блоки

Препроцессинг (1)

Для данной строки S и позиции `i > 1`, определим $Z_i(S)$ как длины наибольшей подстроки S, которая начинается в `i` и совпадает с префиксом S.

```
S = aabcaabxaaz

                              12345678901

Z5(S) = 3 (aabc...aabx)       aabcaabxaaz
Z6(S) = 1                     aabcaabxaaz
Z7(S) = Z8(S) = 0             aabcaabxaaz
Z9(S) = 2 (aab...aaz)         aabcaabxaaz
```

Препроцессинг (2)

- Есть текст T и образец P, m = |T|, n = |P|
- Создадим строку S = P$T, $ - символ, отсутствующий в обеих строках;
- Посчитаем $Z_i(S)$, хранить причём будем только для P.
- Если $Z_i(s) = n$, тогда есть вхождение!
- Время работы O(n+m) -> O(n)

Упражнение #2

Реализовать алгоритм поиска подстроки, основанный на Z-блоках.

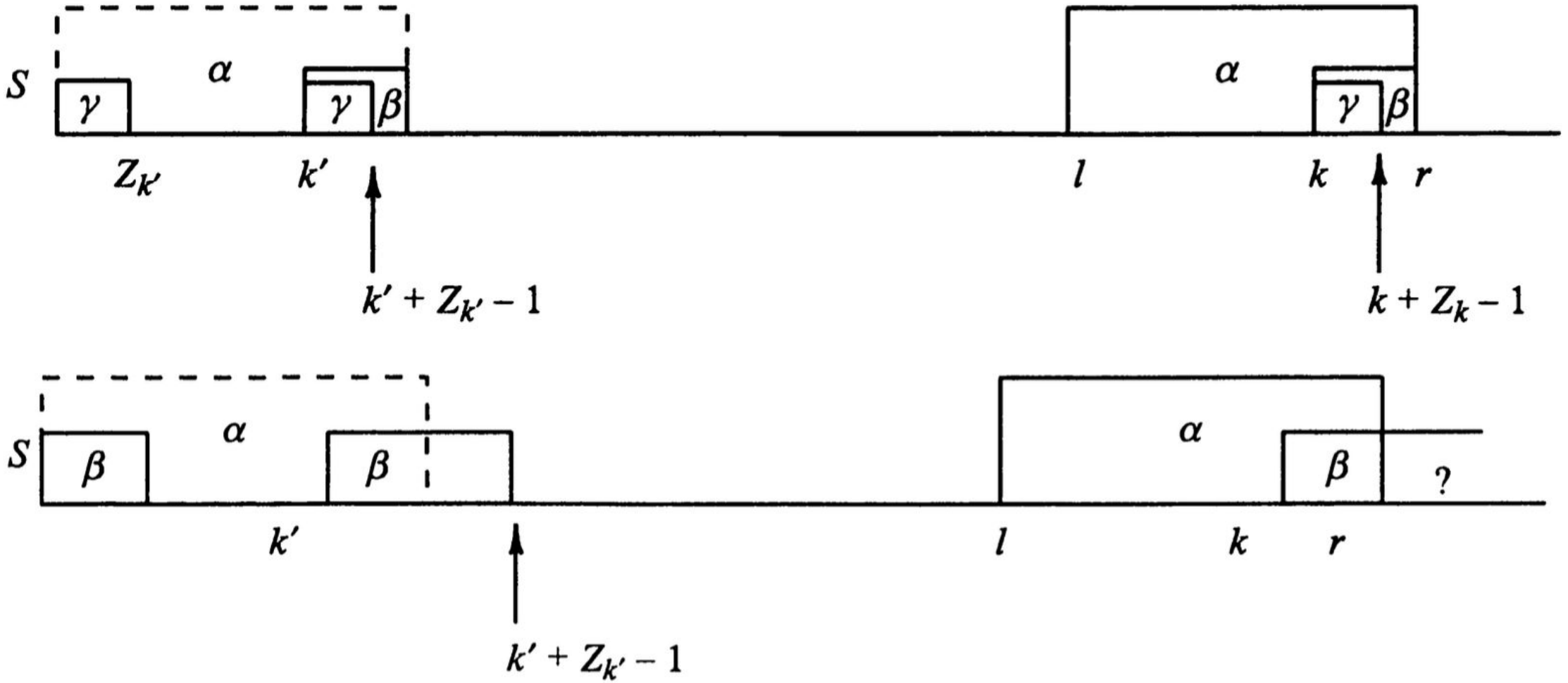
```
def z_algorithm(text: str, patter: str) -> bool:
    pass
```

https://interview.cups.online/live-coding/?room=d472e1a3-ff9f-4f4b-b96d-2f234478d8ef

Препроцессинг (2)

- Прямое вычисление, основанное на определении, даёт время $O(|S|^2)$;
- Нужно придумать способ, который вычислял $Z_i(S)$ за $O(|S|)$;
- Для любой позиции $i > 1$, в которой $Z_i > 0$, определим Z-блок в i как интервал, начинающийся в i и кончающийся в позиции $i + Z_i - 1$.
- Для любого $i > 1$ пусть r_i — крайний правый конец Z-блоков, начинающихся не позднее позиции i. По-другому r_i можно определить как наибольшее значение $j + Z_j - 1$ по всем $1 < j <= i$, для которых $Z_j > 0$.

Препроцессинг (3)



Упражнение #3

Дана строка `text` и `goal`. Определить является ли `text` циклическим сдвигом `goal`.

```
def rotate_string(text: str, goal: str) -> bool:
    pass
```

https://interview.cups.online/live-coding/?room=c22ab67b-4923-4206-993b-132b0ee48efe

leetcode: https://leetcode.com/problems/rotate-string/description/

Бойер-Мур

Идеи

1. Просмотр справа налево,
2. Правило сдвига по плохому символу,
3. Правило сдвига по хорошему суффиксу.

```
          1234567890123456 7
T:        xpbctbxabpqxctbpq
P:           tpabxab
             1234567
```

Правило плохого символа

Для каждого символа алфавита *x* пусть R(x) – позиция крайнего правого вхождения *x* в P. если *x* в P не входит, R(x) считается нулём.

Правило плохого символа

Для каждого символа алфавита *x* пусть `R(x)` – позиция крайнего правого вхождения *x* в P. если *x* в P не входит, R(x) считается нулём.

Правило плохого символа гласит, что P следует сдвинуть вправо на `max(1, i - R(T(k)))` мест. Таким образом, если крайнее правое вхождение в P символа `T(k)` занимает позицию `j < i`, то P сдвигается так, чтобы символ `j` в P поравнялся с символом k в T. В противном случае P сдвигается на одну позицию.

Правило плохого символа

```
     12345678901234567
T:   xpbctbxabpqxctbpq
P:     tpabxab
       1234567
```

k = 5, i = 3

R('t') = 1

max(1, i - R(T(k))) = max(1, 3 - R('t')) = max(1, 3 - 1) = 2

Правило хорошего суффикса

```
          1234567890123456 78
T:        prstabstubabvqxrst
P:           qcabdabdab
             1234567890
```

Препроцессинг для правила хорошего суффикса

Для каждого `i` пусть `L(i)` — наибольшая позиция, меньшая `n` и такая, что строка `P[i..n]` совпадает с суффиксом строки `P[1..L(i)]`.

```
        123456789
P:      cabdabdab
L(8) = 6
L'(8) = 3.
```

Препроцессинг для правила хорошего суффикса

Пусть $N_j(P)$ - длина наибольшего суффикса подстроки `P[1...j]`, который является также суффиксом полной строки P.

Пусть `l'(i)` обозначает длину наибольшего суффикса `P[i..n]`, который является префиксом P, если такой существует. Если же не существует, то l'(i) равно нулю.

Алгоритм Бойера-Мура

```
{Стадия поиска}
k:= n;
while k <= m do begin
  i := n;
  h := k;
  while i > 0 и P(i) = T(h) do begin
    i := i - 1
    h := h - 1;
  end;
  if i = 0 then begin
    зафиксировать вхождение P в T с последней позицией k. k := k + n - l'(2)
  end
  else
  сдвинуть P (увеличить k) на максимальную из величин, задаваемых (расширенным) правилом
плохого символа и правилом хорошего суффикса.
end;
```

Домашнее задание

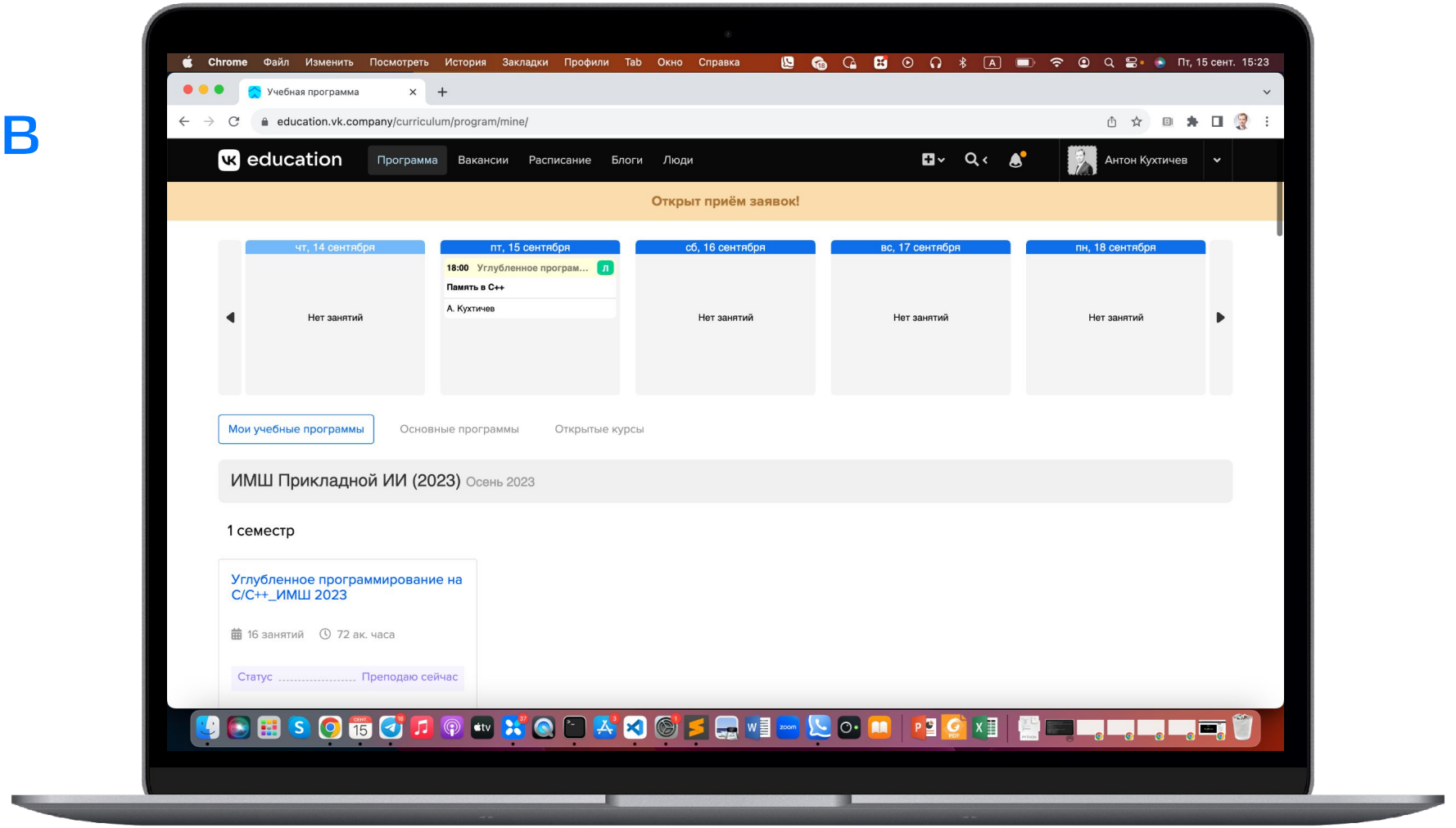
Домашнее задание

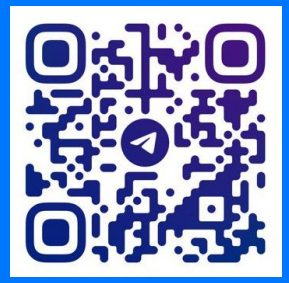
Необходимо реализовать алгоритм Бойера-Мура поиска образцов для указанного алфавита.

Вариант алфавита: Слова не более 16 знаков латинского алфавита (регистронезависимые).

Напоминание оставить отзыв

Это правда важно





Спасибо
за внимание!