

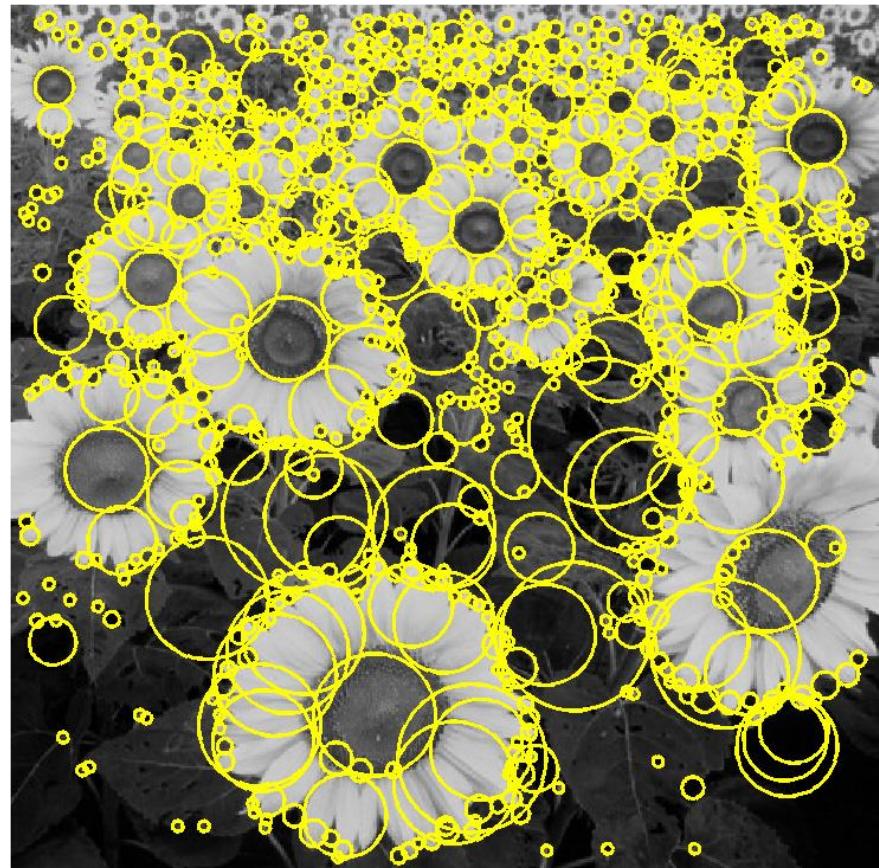


# Đặc trưng góc

**NHẬP MÔN THỊ GIÁC MÁY TÍNH**

Trình bày: TS Trần Thái Sơn; Email: ttson@fit.hcmus.edu.vn

# Trích xuất đặc trưng: Corners và blobs



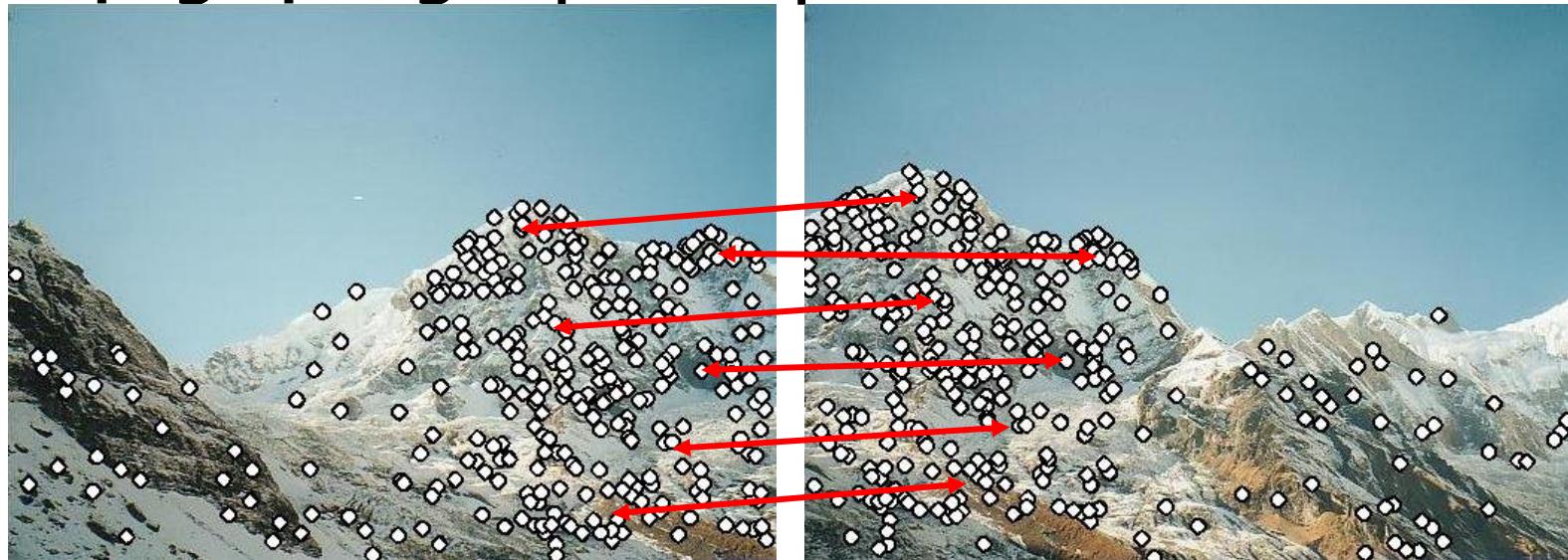
# Đặc trưng

- Động lực: ghép ảnh panorama.



# Trích xuất đặc trưng

- Động lực: ghép ảnh panorama.



Bước 1: trích xuất đặc trưng

Bước 2: so khớp đặc trưng

# So khớp đặc trưng

- Động lực: ghép ảnh panorama.

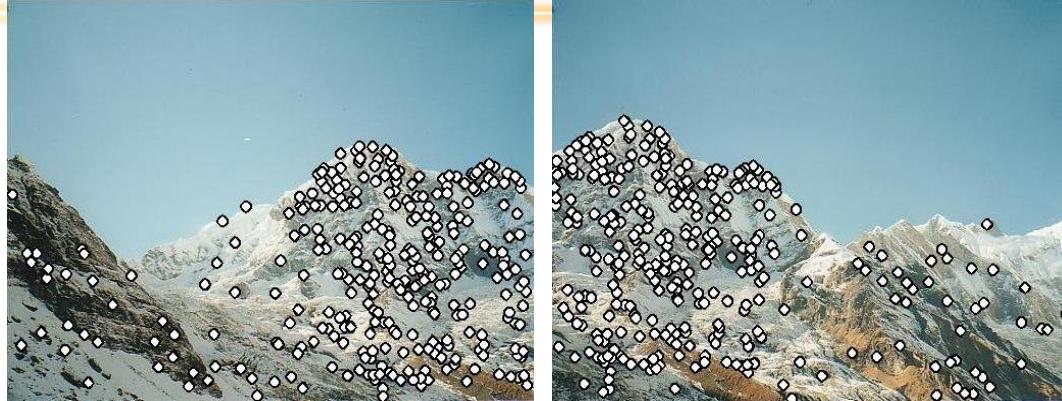


Bước 1: trích xuất đặc trưng

Bước 2: so khớp đặc trưng

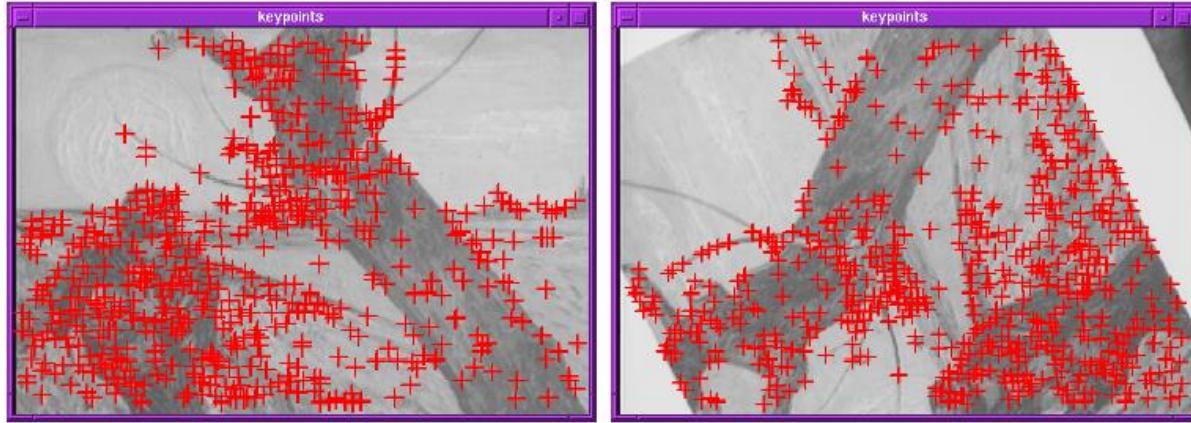
Bước 3: cân chỉnh hình ảnh

# Đặc điểm đặc trưng tốt



- **Tính lặp**
  - Đặc trưng đó có thể được tìm thấy trong nhiều ảnh khác nhau cho dù khác hệ tọa độ hoặc đã bị biến đổi hình học.
- **Tính nổi bật**
  - Mỗi đặc trưng có một mô tả khác nhau.
- **Tính cô đọng và hiệu quả**
  - Số lượng đặc trưng nhỏ hơn số lượng điểm ảnh trong ảnh.
- **Tính cục bộ**
  - Một đặc trưng giữ một vùng tương đối nhỏ của ảnh, ít bị ảnh hưởng bởi nhiễu loạn và che khuất.

# Tìm kiếm Corner

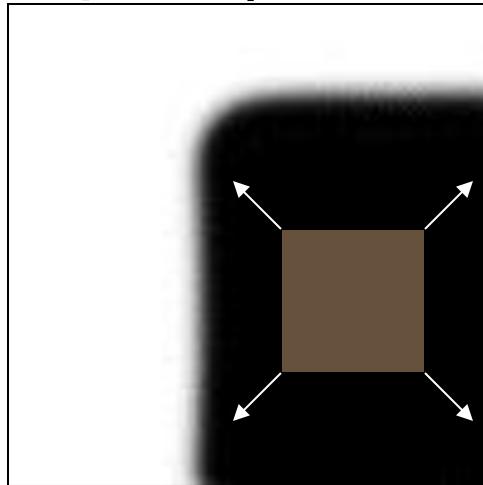


- Tính chất chính: trong vùng xung quanh 1 corner, đạo hàm ảnh chỉ có một hay 2 hướng chủ yếu.
- Những corner có tính lặp lại và phân biệt.

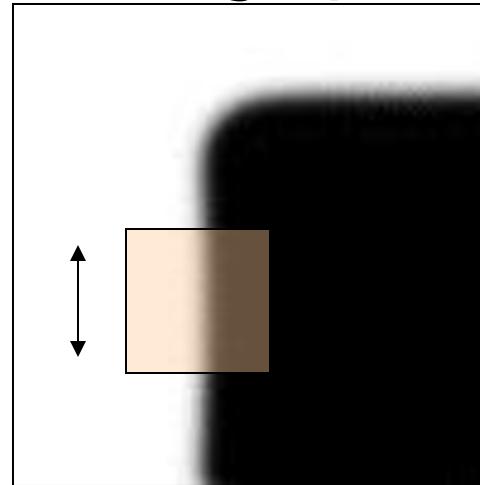
C.Harris and M.Stephens. "[A Combined Corner and Edge Detector.](#)"  
*Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference:* pages 147–151, 1988

# Khái niệm

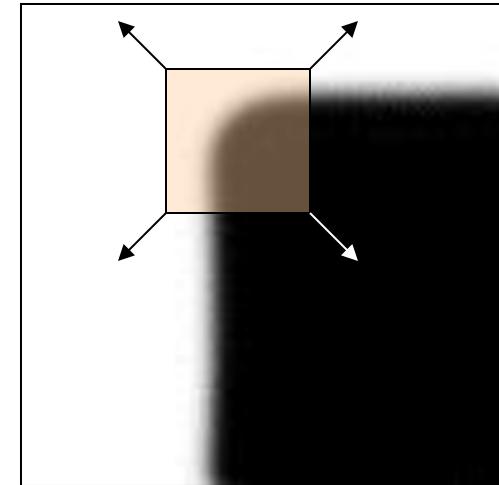
- Dễ dàng nhận biết loại điểm này dựa vào việc nhìn qua một cửa sổ nhỏ.
- Dịch chuyển cửa sổ đi bất kỳ hướng nào sẽ thấy được việc thay đổi lớn của cường độ ảnh.



“flat” region:  
không có thay đổi  
cường độ ở các tất  
cả hướng



“edge”:  
không có thay đổi  
cường độ theo  
hướng biên cạnh



“corner”:  
có thay đổi cường  
độ ở các tất cả  
hướng

# Harris Detector: Mathematics

Thay đổi giá trị  $[u, v]$  dẫn đến thay đổi giá trị ảnh:

Tổng bình phương sai khác: Sum of squared difference (hàm SSD)

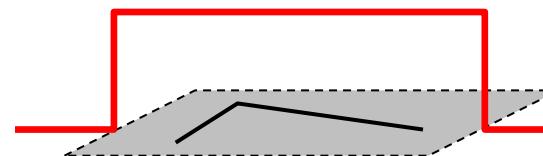
$$E(u, v) = \sum_{x, y} w(x, y) [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2$$

Window  
function

Shifted  
intensity

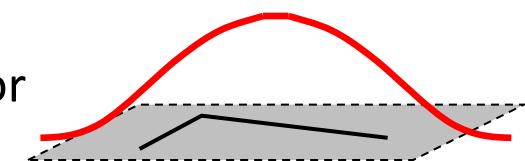
Intensity

Window function  $w(x, y) =$



1 in window, 0 outside

or



Gaussian

# Harris Detector: Mathematics

Thay đổi giá trị  $[u, v]$  dẫn đến thay đổi giá trị ảnh:

$$E(u, v) = \sum_{x, y} w(x, y) [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2$$

Khai triển Taylor của  $I(x+u, y+v)$ :

$$I(x + u, y + v) \approx I(x, y) + I_u(x, y)u + I_v(x, y)v$$

$$E(u, v) \approx \sum_{x, y} w(x, y) (I_u(x, y)u + I_v(x, y)v)^2$$

# Harris Detector: Mathematics

Được viết lại dưới dạng xấp xỉ

$$E(u, v) \approx [u \ v] M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Với M là ma trận  $2 \times 2$  được tính từ đạo hàm ảnh:

$$M = \sum_{x,y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}$$

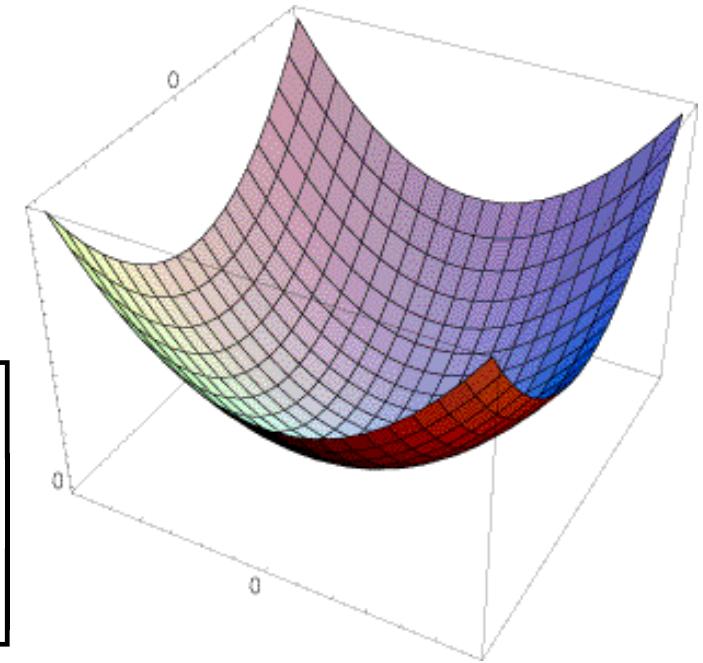
$$M = \begin{bmatrix} \sum I_x I_x & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y I_y \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} [I_x \ I_y] = \sum \nabla I (\nabla I)^T$$

# Interpreting the second moment matrix

Mặt  $E(u,v)$  được xấp xỉ cục bộ dưới dạng bậc 2.

$$E(u,v) \approx [u \ v] M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$$M = \sum w(x,y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}$$



# Interpreting the second moment matrix

Xem xét các trường hợp theo từng chiều (đạo hàm  
ảnh thì tính trên cả hai chiều ngang và dọc)

$$M = \sum w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum w(x, y) I_x^2 & \sum w(x, y) I_x I_y \\ \sum w(x, y) I_x I_y & \sum w(x, y) I_y^2 \end{bmatrix}$$



Ở những vùng kích  
thước nhỏ, có thể bỏ w

$$M = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} R$$

# Bộ lọc

**Bộ lọc đạo hàm bậc 1:**

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{\partial f}{\partial x} \approx f(x+1, y) - f(x, y) \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{\partial f}{\partial y} \approx f(x, y+1) - f(x, y)$$

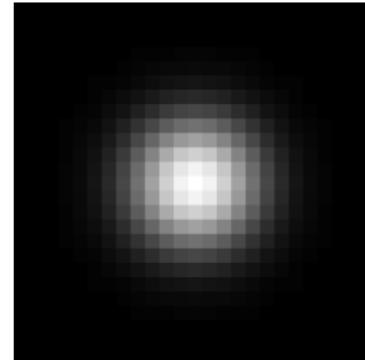
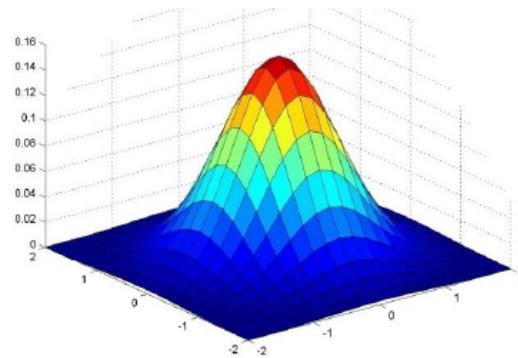
**Bộ lọc đạo hàm bậc 2:**

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \approx f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)$$

**Laplacian:**  $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Rightarrow [1 \ -2 \ 1] + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

**Gaussian filter**



0.003	0.013	0.022	0.013	0.003
0.013	0.059	0.097	0.059	0.013
0.022	0.097	0.159	0.097	0.022
0.013	0.059	0.097	0.059	0.013
0.003	0.013	0.022	0.013	0.003

# Trường hợp tổng quát

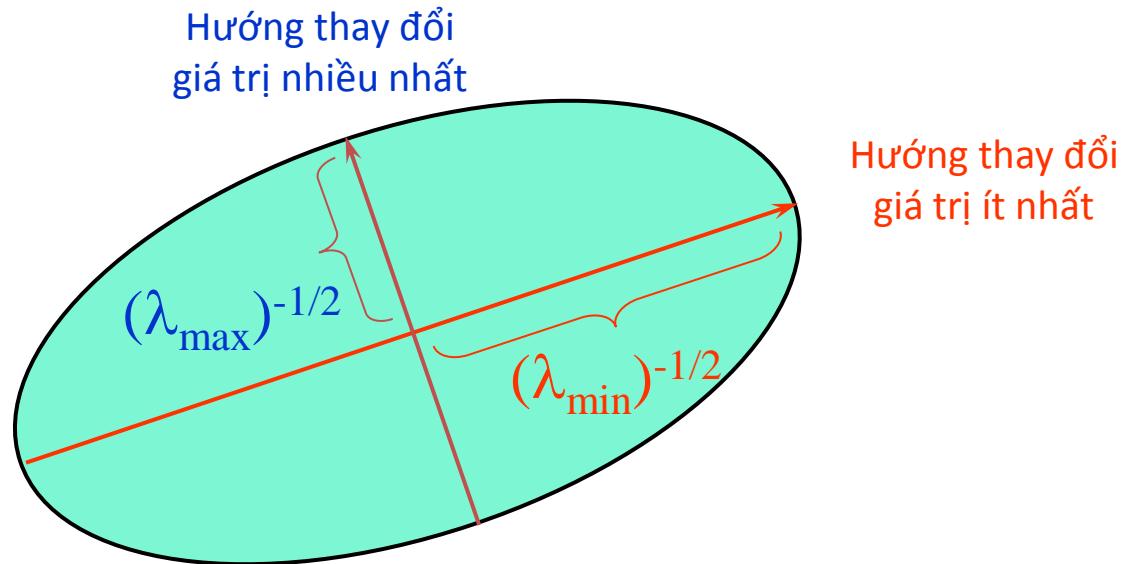
Ma trận đối xứng ta có thể viết:

$$M = R^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} R$$

Có thể biểu diễn M bằng 1 ellip với chiều dài trục là giá trị riêng và hướng xác định bằng R.

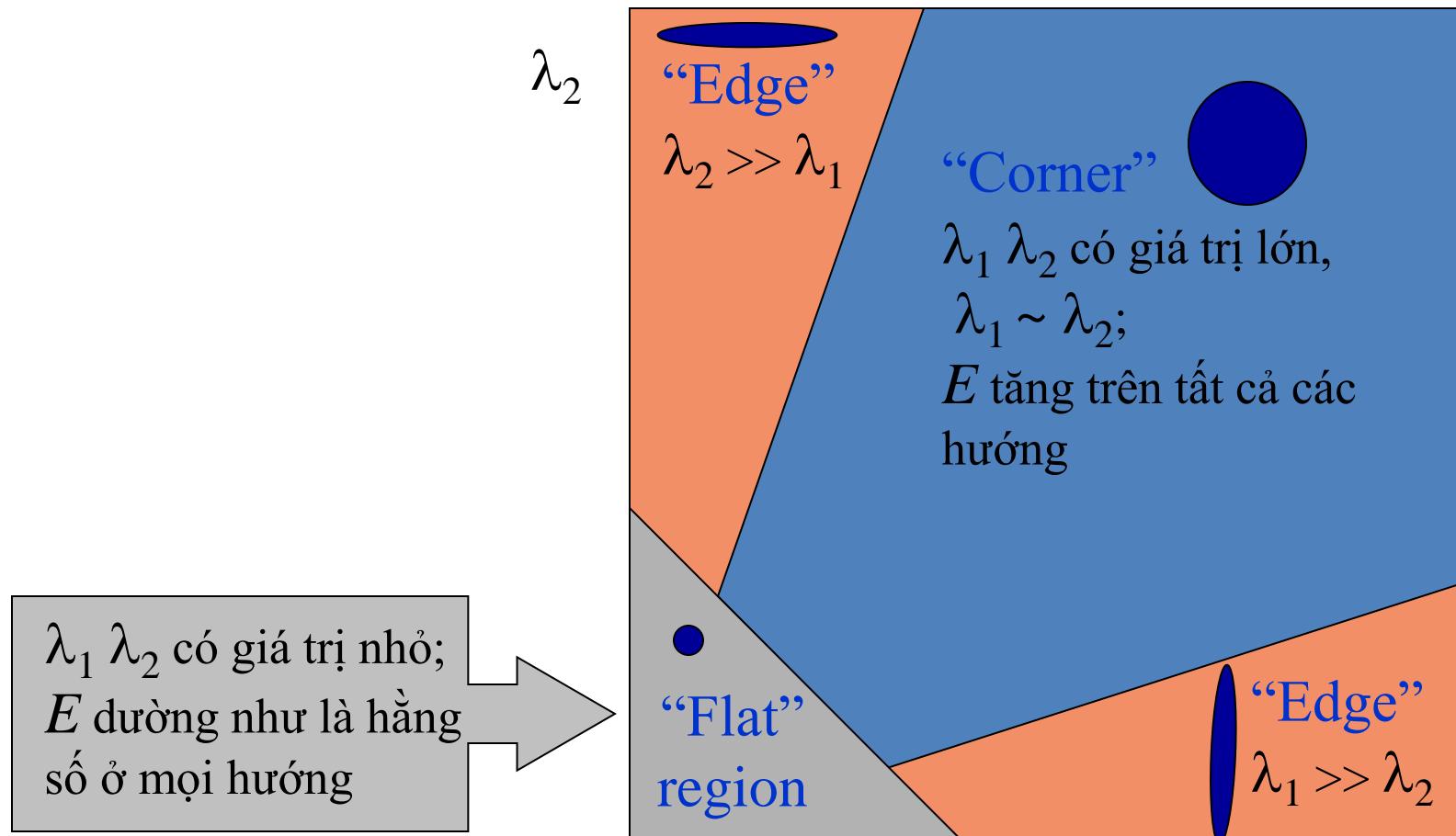
Công thức elip:

$$[u \ v] M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$



# Biểu diễn trị riêng

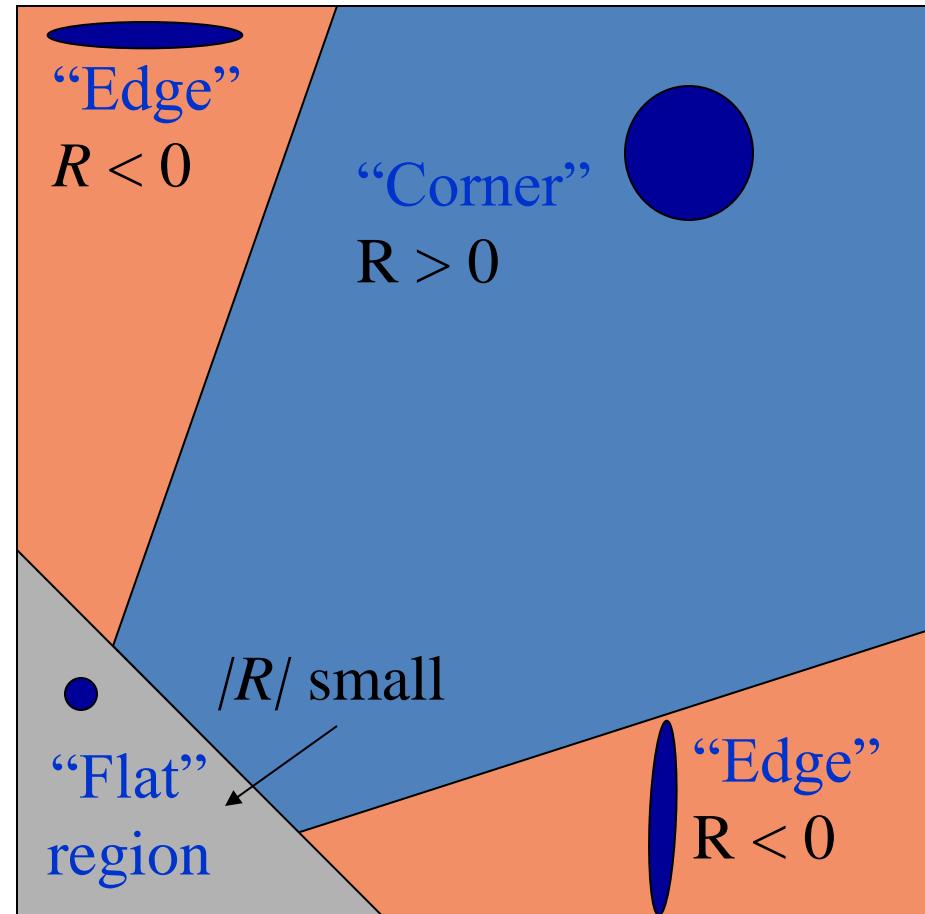
Phân lớp các điểm sử dụng giá trị trị riêng của M: eigenvalue



# Corner Response Function

$$R = \det(M) - \alpha \operatorname{trace}(M)^2 = \lambda_1 \lambda_2 - \alpha(\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

$\alpha$ : constant (0.04 to 0.06)



# Harris Detector Algorithm

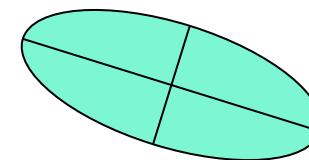
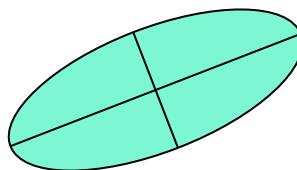
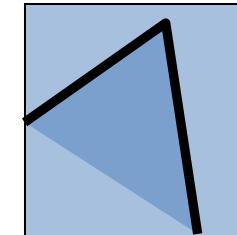
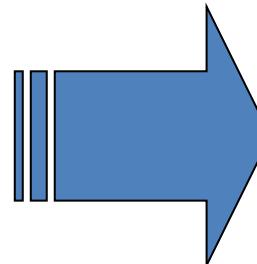
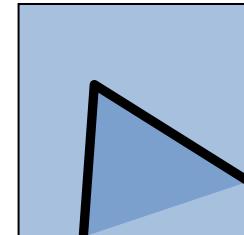
- Lọc ảnh với bộ lọc Gaussian để giảm nhiễu.
- Tính hướng của đạo hàm theo chiều x,y tại mỗi điểm ảnh.
- Xây dựng ma trận M cho mỗi cửa sổ tại mỗi điểm ảnh ( Harris sử dụng một cửa sổ Gaussian).
- Tính trị riêng  $\lambda$  của M.
- Tính  $R = \det M - k * (\text{trace } M)^2$
- Nếu  $R > T$  là một corner được phát hiện, giữ lại điểm cực trị cục bộ.

# Harris Detector: Các bước



# Harris Detector: Tính chất bất biến

- Xoay:



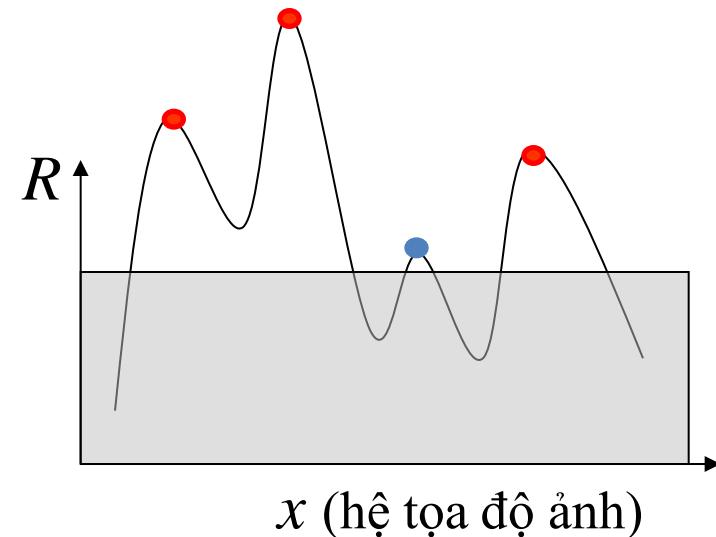
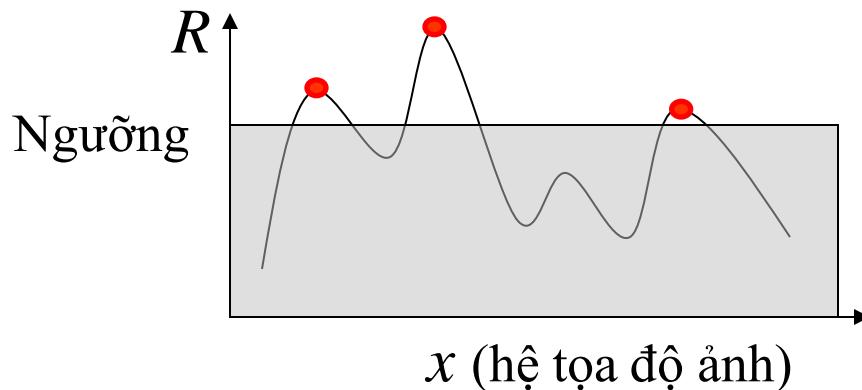
Hình ellip được xoay nhiều hướng nhưng dạng của nó (shape) và trị riêng (eigenvalues) vẫn giữ nguyên

*Corner tương ứng với  $R$  là bất biến với phép xoay*

# Harris Detector: Tính chất bất biến

- Phép biến đổi Affine:

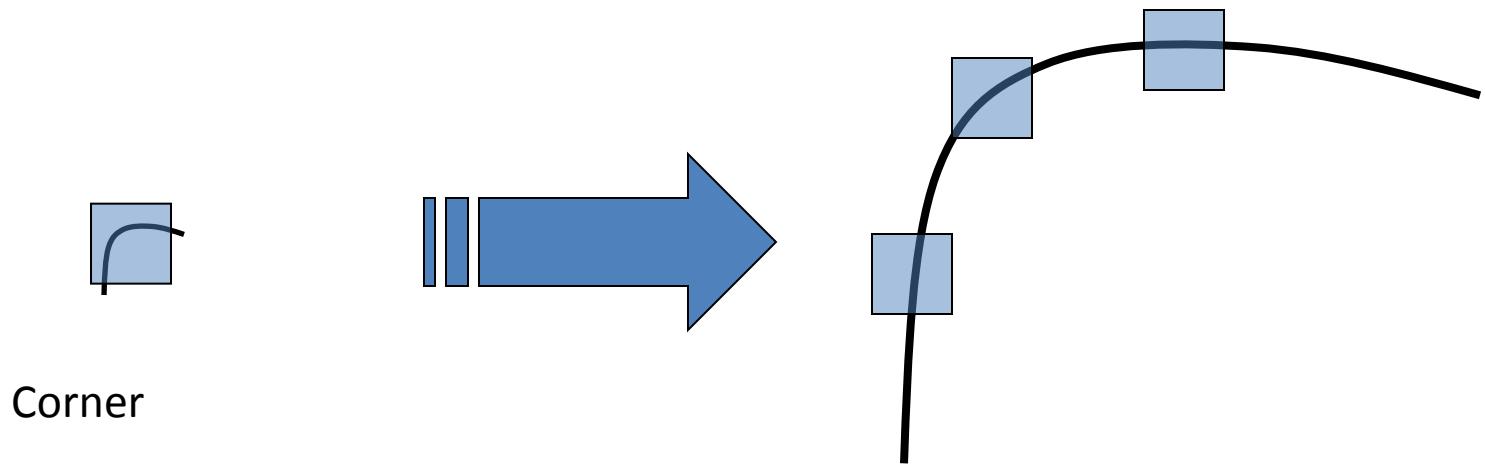
- Chỉ giá trị đạo hàm được sử dụng: bất biến với thay đổi giá trị theo phép cộng:  $I \rightarrow I + b$ .
- Nhạy với phép tỷ lệ:  $I \rightarrow a I$ .



Bất biến một phần với phép biến đổi affine trên giá trị ảnh

# Harris Detector: Tính chất bất biến

- Tỷ lệ ( scaling).

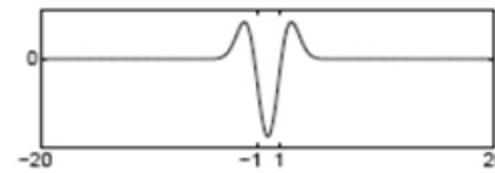
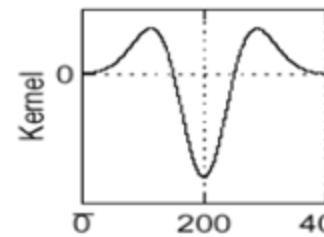
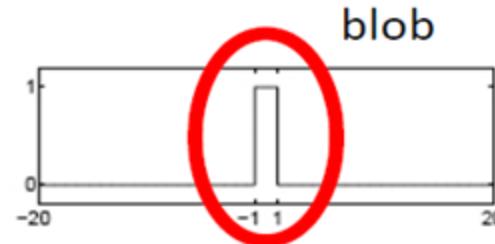


Tất cả các điểm sẽ được nhận dạng là cạnh-edges

*Không bất biến với phép tỉ lệ.*

# Blob Detection

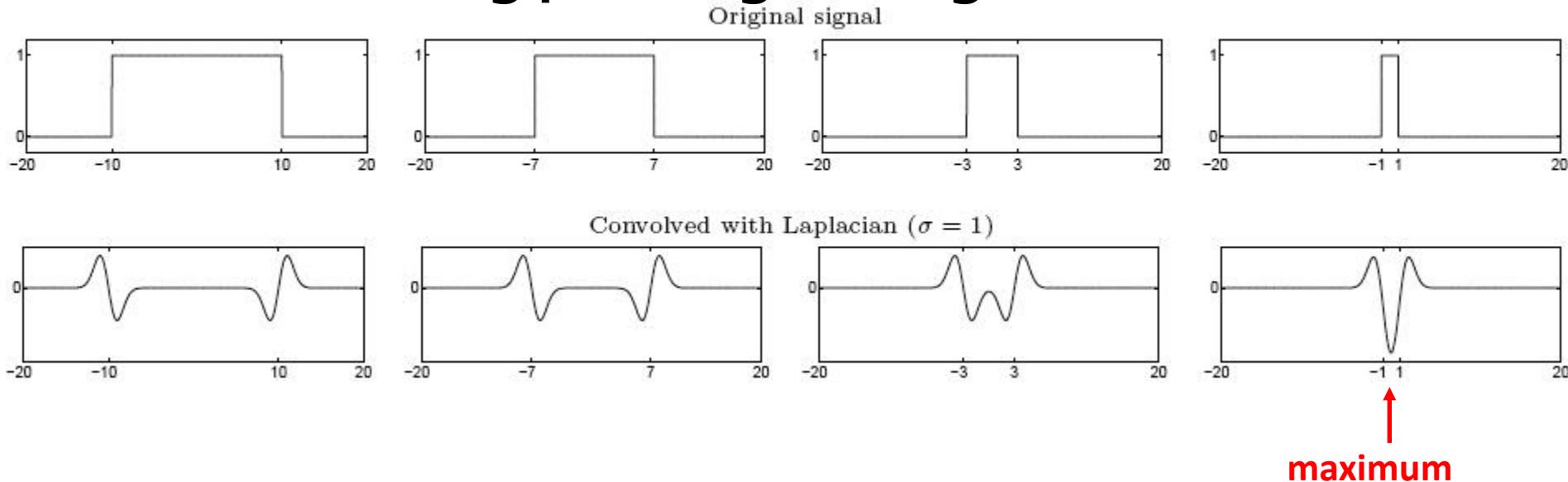
- Blob = phần chõng lên của các cạnh xung quanh.



↑  
maximum

# Cạnh và blob

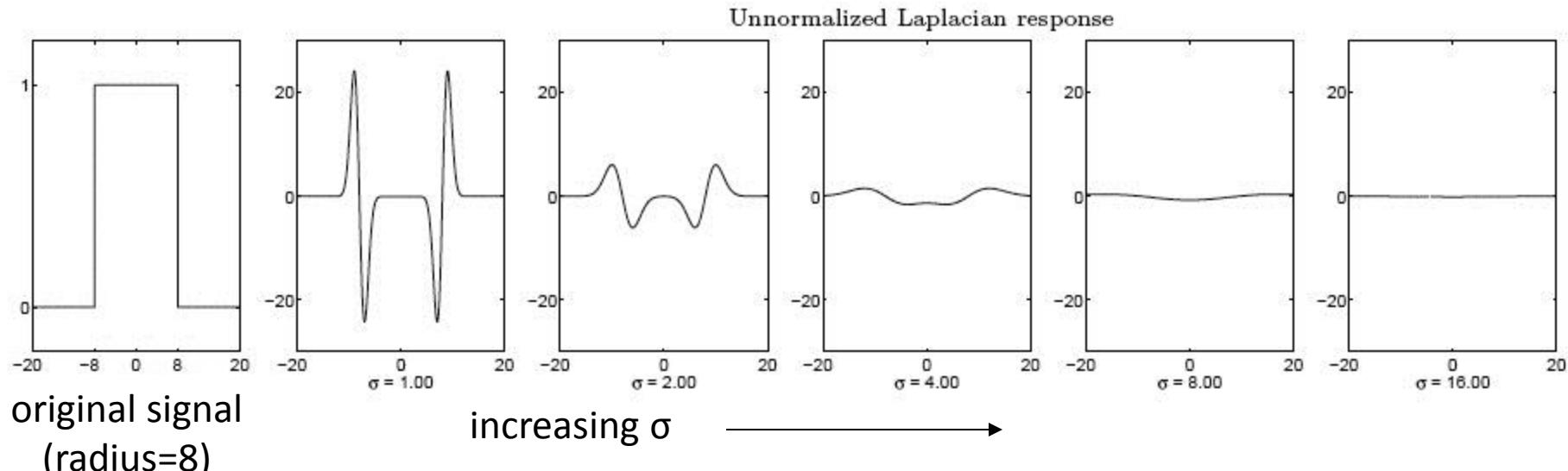
- Edge = gợn sóng
- Blob = 2 gợn sóng chồng lên



Độ lớn của kết quả tích chập với Laplacian sẽ đạt cực đại ở trung tâm của blob.

# Lựa chọn tỉ lệ

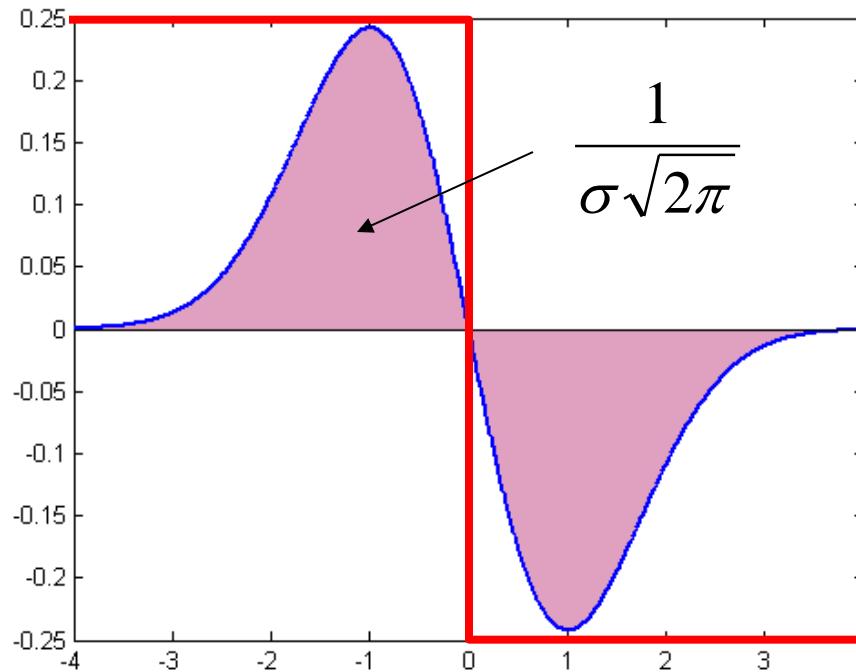
- Ta muốn tìm tính chất của tỉ lệ của blob khi nhân tích chập với Laplacian ở nhiều tỉ lệ khác nhau và quan sát tỉ lệ nào thì đạt **cực đại**.
- Tuy nhiên, giá trị kết quả giảm khi tỉ lệ tăng.



Giải thích ?

# Chuẩn hóa tỉ lệ

- Giá trị đạo hàm của bộ lọc Gaussian đạt giá trị thấp nhất tại  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  khi  $\sigma$  tăng.

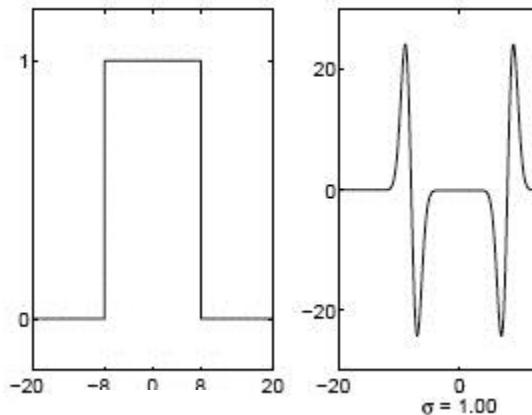


# Chuẩn hóa tỉ lệ

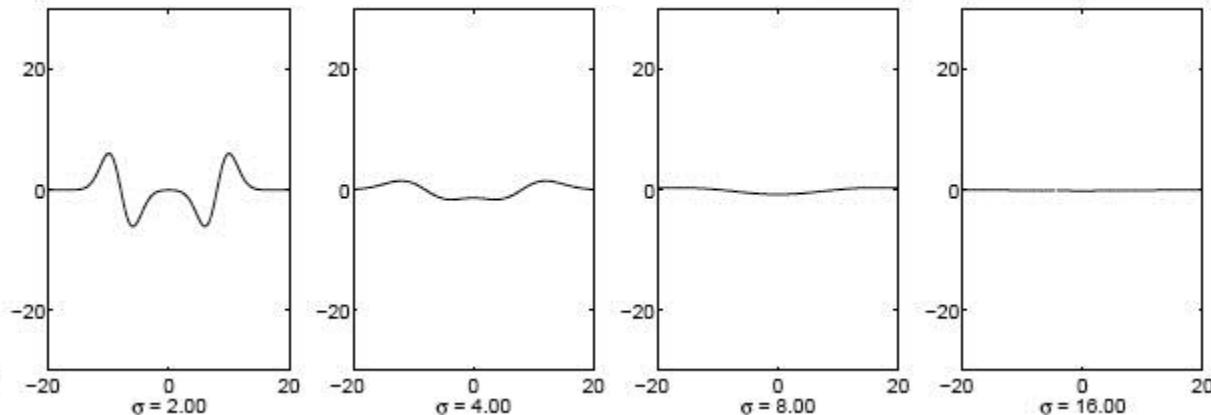
- Giá trị đạo hàm của bộ lọc Gaussian đạt giá trị thấp nhất tại  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  khi  $\sigma$  tăng.
- Để đảm bảo giá trị trên không thay đổi (scale-invariant) nên nhân đạo hàm Gaussian với  $\sigma$ .
- Laplacian là đạo hàm bậc 2 của Gaussian, nên nó phải nhân với  $\sigma^2$ .

# Hiệu quả chuẩn hóa tỉ lệ

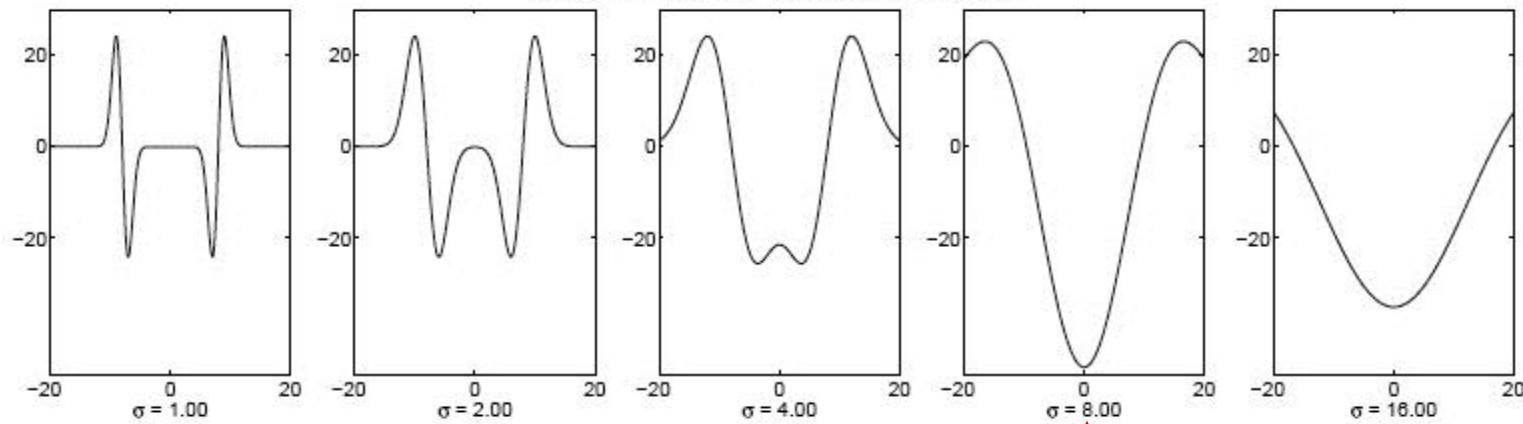
Original signal



Unnormalized Laplacian response



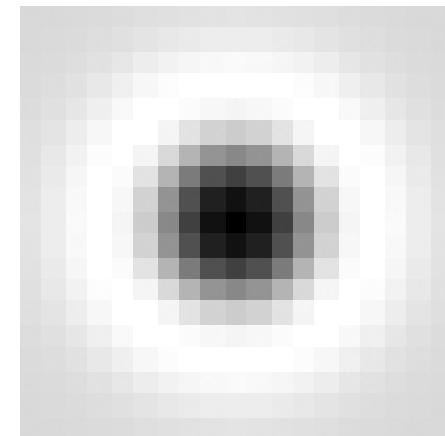
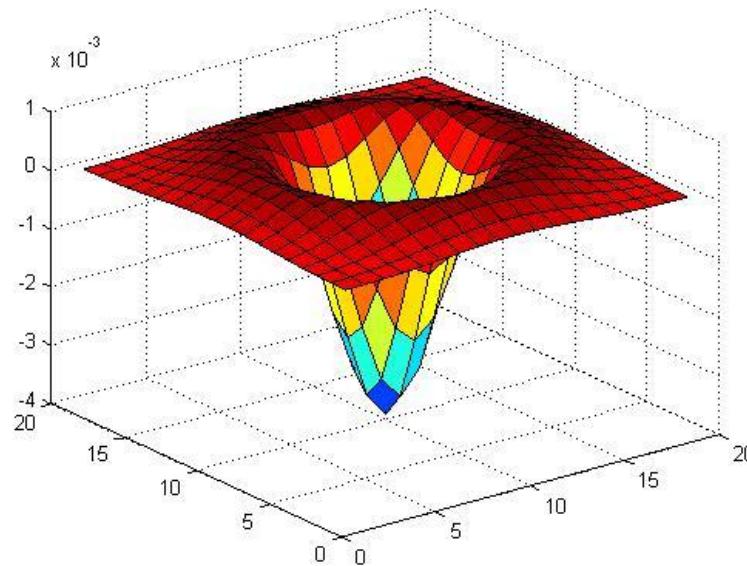
Scale-normalized Laplacian response



maximum

# Tìm kiếm blob không gian 2D

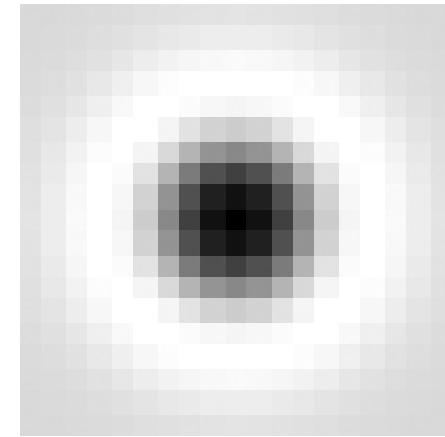
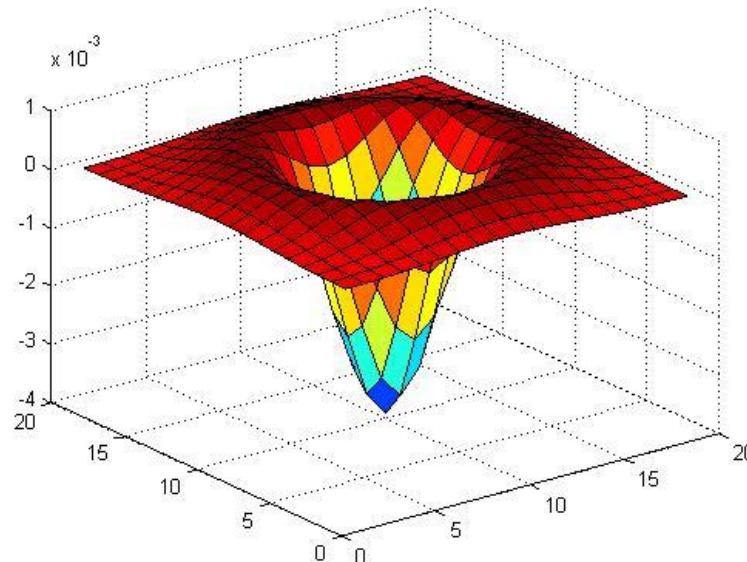
- Laplacian của Gaussian: Toán tử dạng tròn đối xứng để tìm blob ở không gian 2D.



$$\nabla^2 g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$$

# Tìm kiếm blob không gian 2D

- Laplacian của Gaussian: Toán tử dạng tròn đối xứng để tìm blob ở không gian 2D.

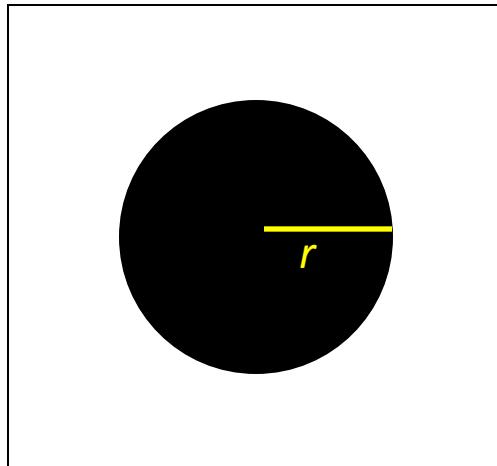


Scale-normalized:

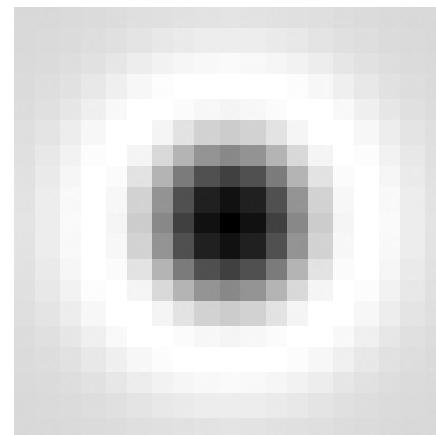
$$\nabla_{\text{norm}}^2 g = \sigma^2 \left( \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right)$$

# Chọn tỉ lệ

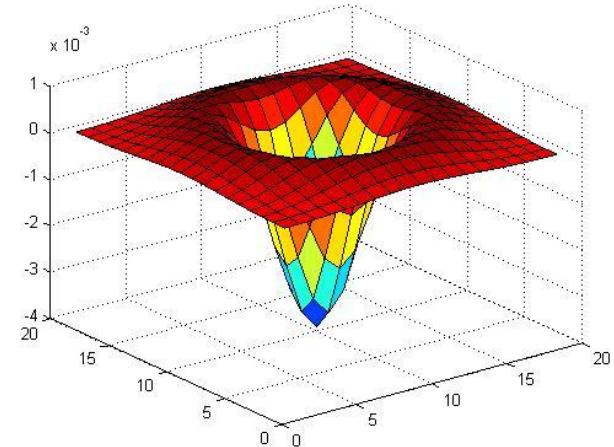
- Tìm tỉ lệ để hàm Laplacian đạt đáp ứng cực đại cho hình tròn nhị phân với bán kính  $r$  ?



image



Laplacian

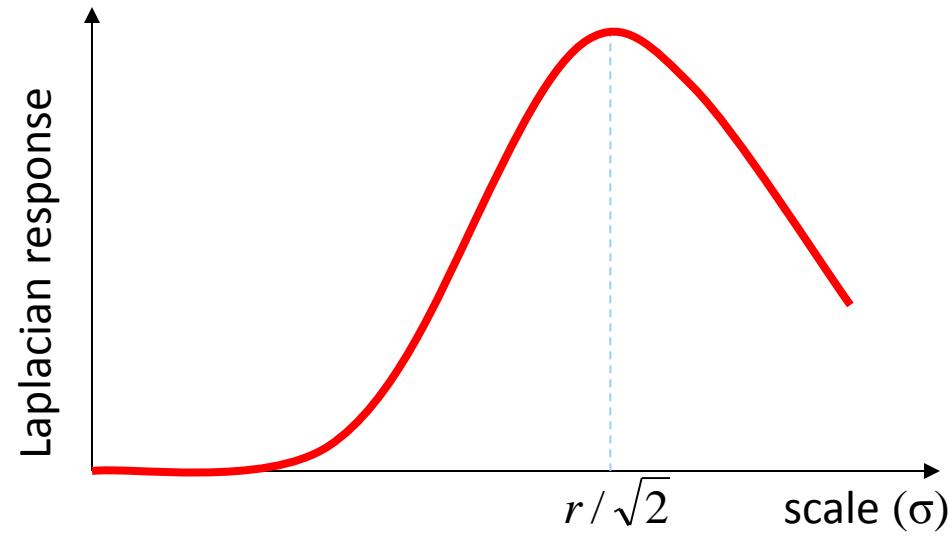
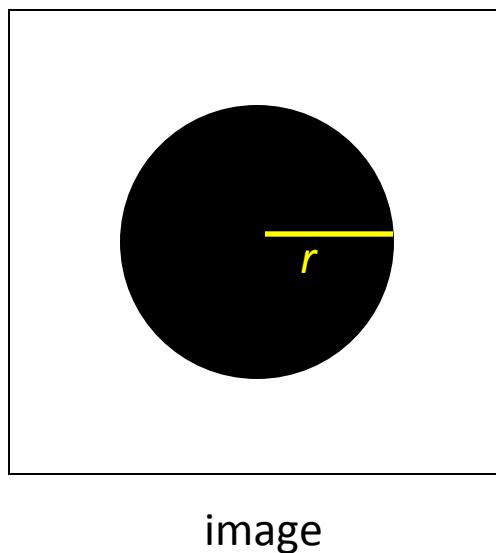


# Chọn tỉ lệ

- Công thức 2D Laplacian:

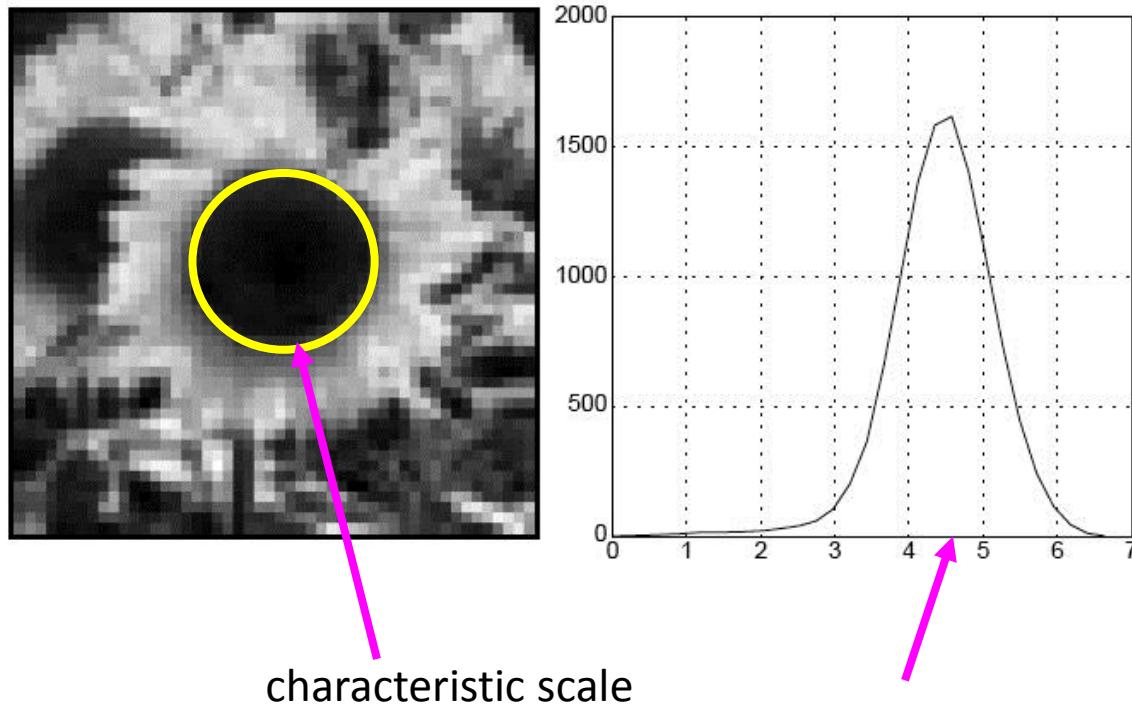
$$(x^2 + y^2 - 2\sigma^2) e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2} \text{ (up to scale)} \quad \sigma = r / \sqrt{2}$$

- Nên với một hình tròn nhị phân bán kính  $r$ , nên giá trị đáp ứng cực đại tại:  $r / \sqrt{2}$



# Tính chất tỉ lệ

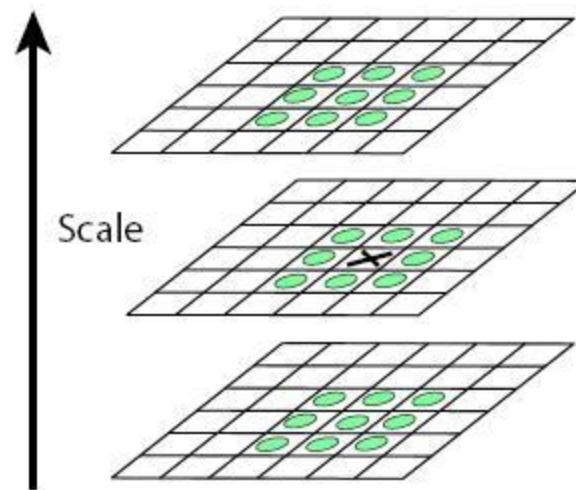
- Ta định nghĩa đặc trưng của tỉ lệ là tỉ lệ mà đáp ứng Laplacian đạt đỉnh.



T. Lindeberg (1998). "[Feature detection with automatic scale selection.](#)"  
*International Journal of Computer Vision* **30** (2): pp 77--116.

# Không gian tỉ lệ của blob detector

1. Tích chập ảnh với chuẩn hóa tỉ lệ Laplacian trên nhiều tỉ lệ khác nhau.
2. Tìm cực đại của bình phương đáp ứng Laplacian trên không gian các tỉ lệ khác nhau.



# Không gian tỉ lệ của blob detector

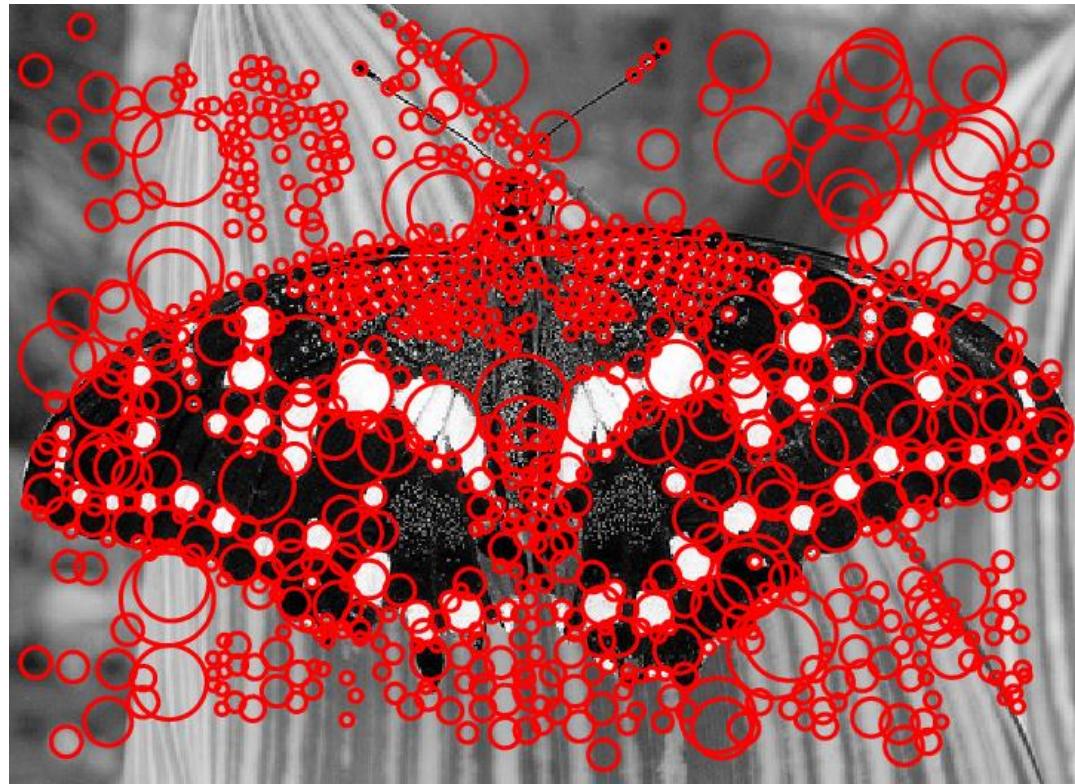


# Không gian tỉ lệ của blob detector



$\sigma = 11.9912$

# Không gian tỉ lệ của blob detector



# Cài đặt hiệu quả hơn

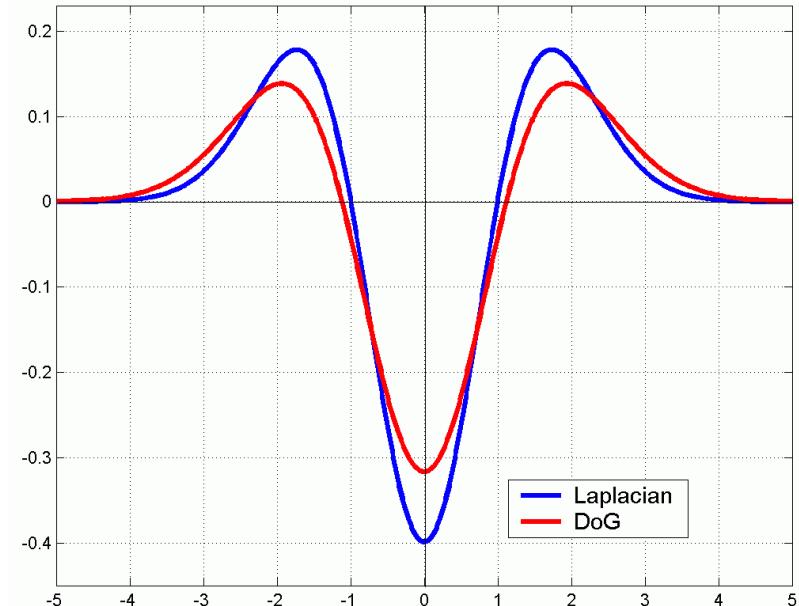
- Xấp xỉ Laplacian với đạo hàm của Gaussian:

$$L = \sigma^2 \left( G_{xx}(x, y, \sigma) + G_{yy}(x, y, \sigma) \right)$$

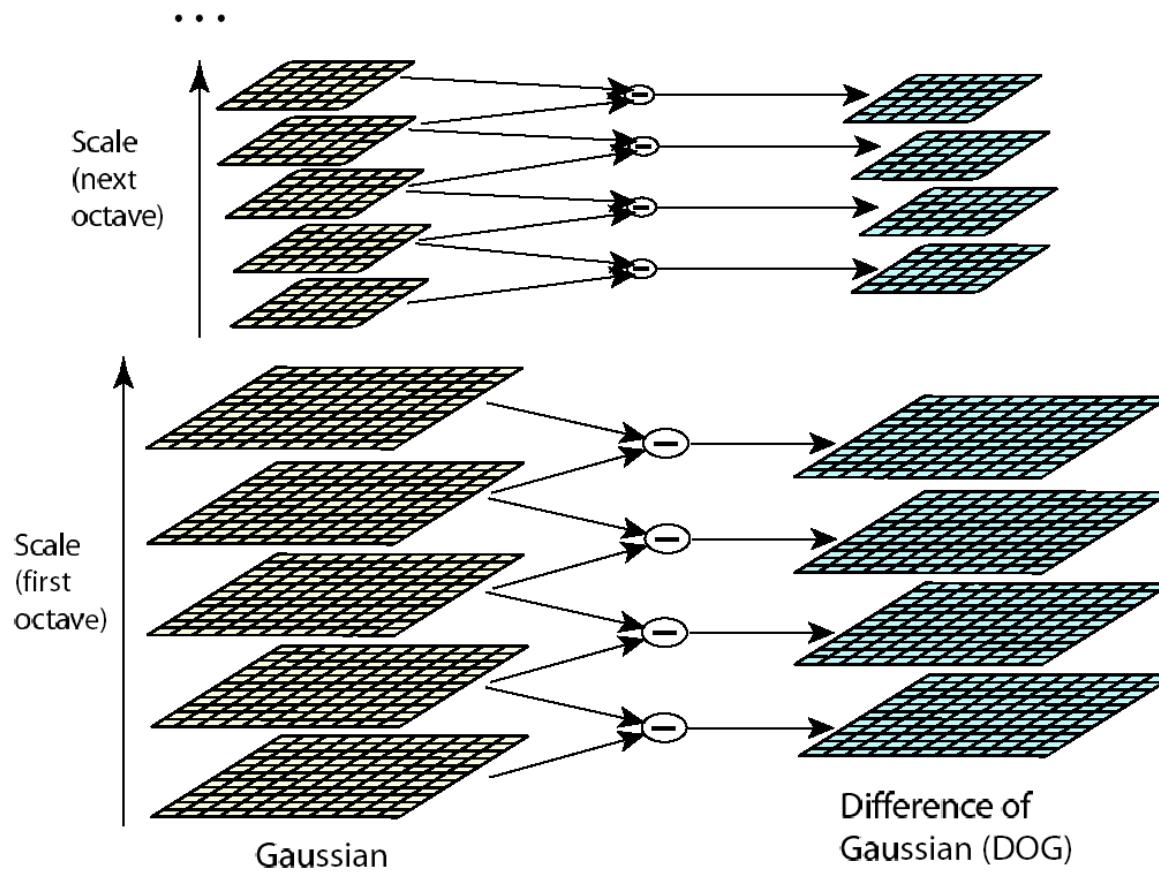
(Laplacian)

$$DoG = G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)$$

(Difference of Gaussians)



# Cài đặt hiệu quả hơn



David G. Lowe. "[Distinctive image features from scale-invariant keypoints.](#)" *IJCV* 60 (2), pp. 91-110, 2004.

# Từ bất biến tỉ lệ đến bất biến affine



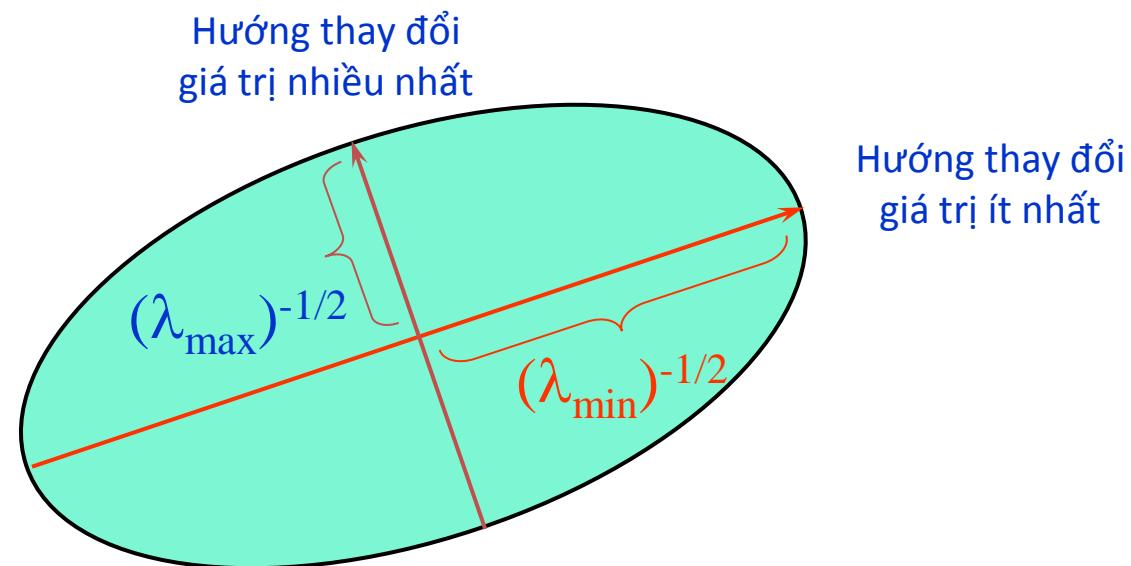
# Thích nghi với phép biến đổi Affine

• Nhắc lại:  $M = \sum_{x,y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} R$

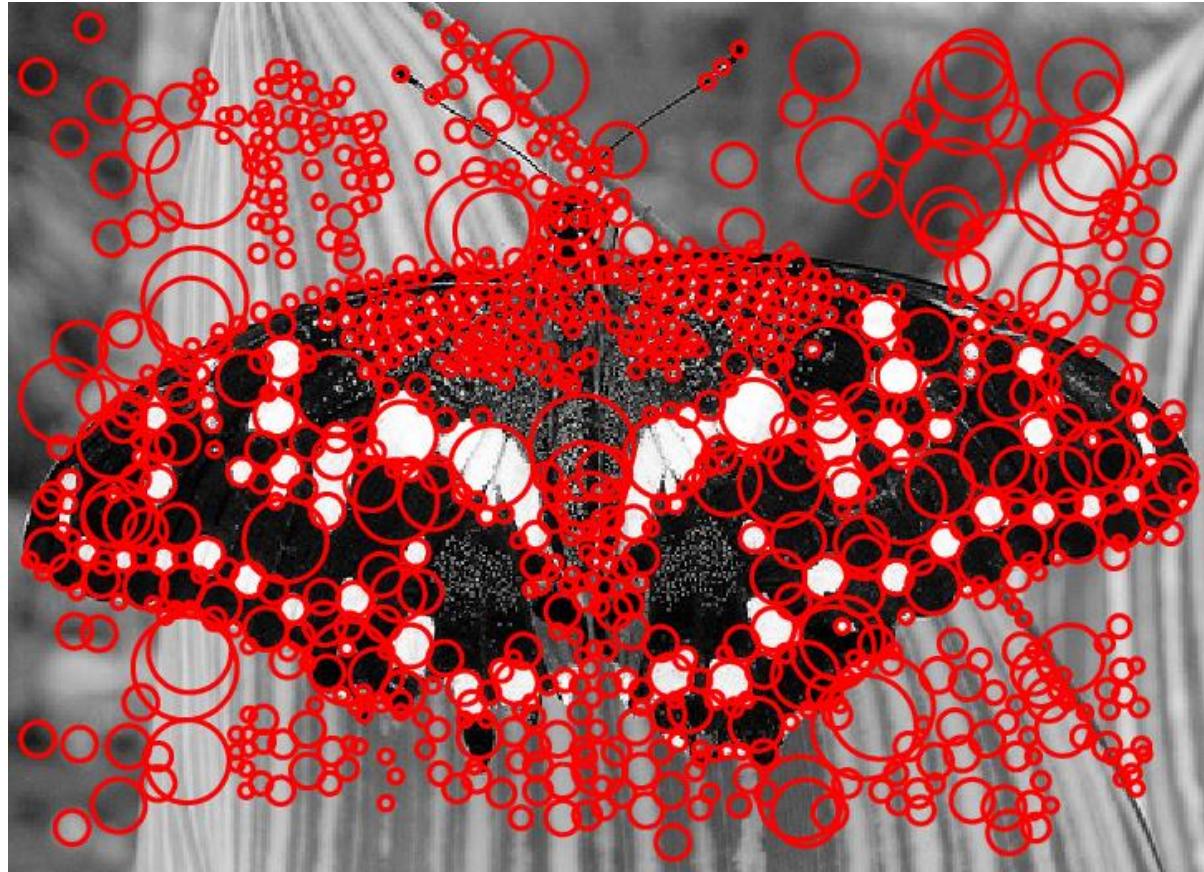
Có thể biểu diễn M bằng 1 ellip với chiều dài trục là giá trị riêng và hướng xác định bằng R.

Công thức Ellip:

$$[u \ v] M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \text{const}$$



# Thích nghi với phép biến đổi Affine



Scale-invariant regions (blobs)

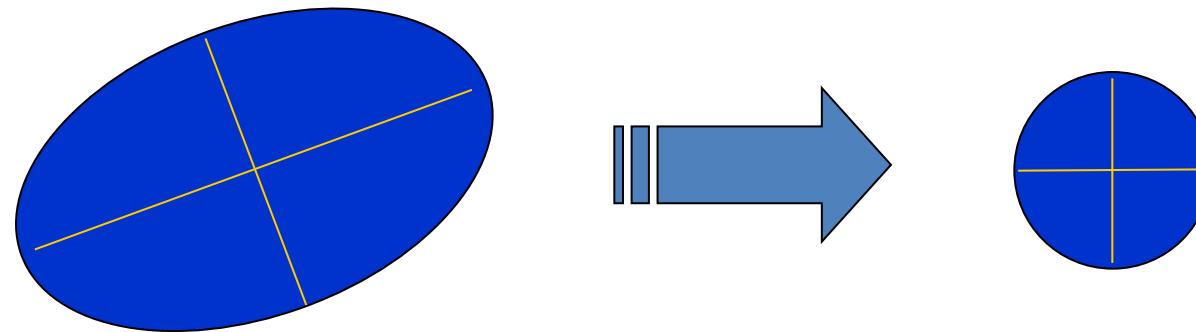
# Thích nghi với phép biến đổi Affine



Affine-adapted blobs

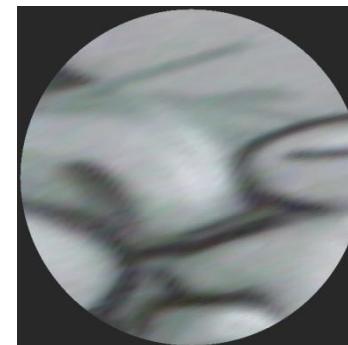
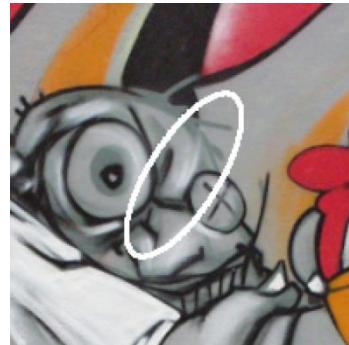
# Chuẩn hóa Affine

- Có thể chuẩn hóa một vùng bằng cách chuyển ellip thành hình tròn đơn vị.



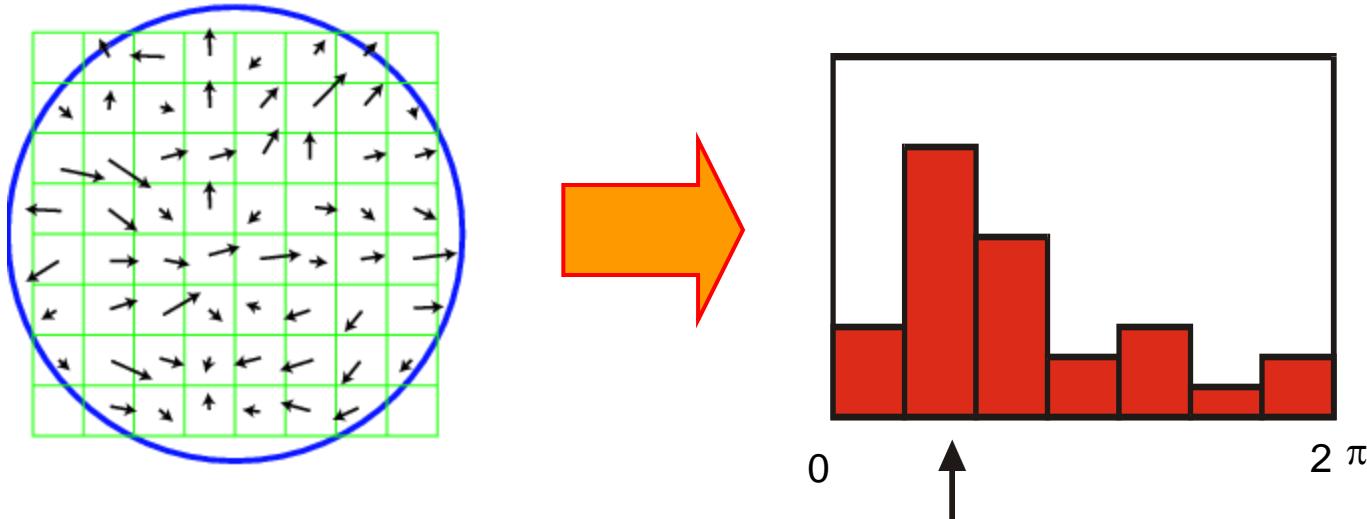
# Sự nhập nhằng về hướng

- Không có duy nhất một phép biến đổi từ một ellip sang một hình tròn đơn vị.
  - Ta có thể xoay hay lật hình tròn đơn vị, nhưng nó vẫn là hình tròn đơn vị.



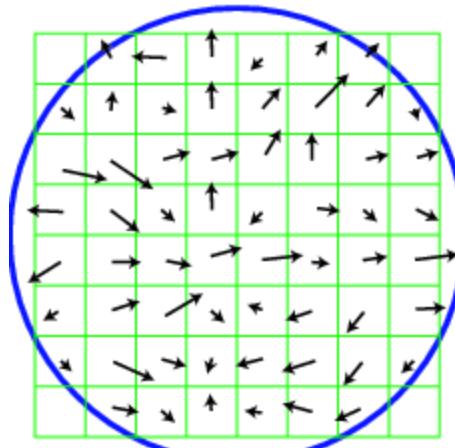
# Sự nhập nhằng về hướng

- Để gán một hướng duy nhất cho 1 điểm trọng yếu (keypoint).
- Tạo lược đồ (histogram) của hướng đạo hàm cục bộ tại vùng ảnh đang xét.
- Gán hướng chủ yếu là đỉnh của lược đồ đã được làm trơn.

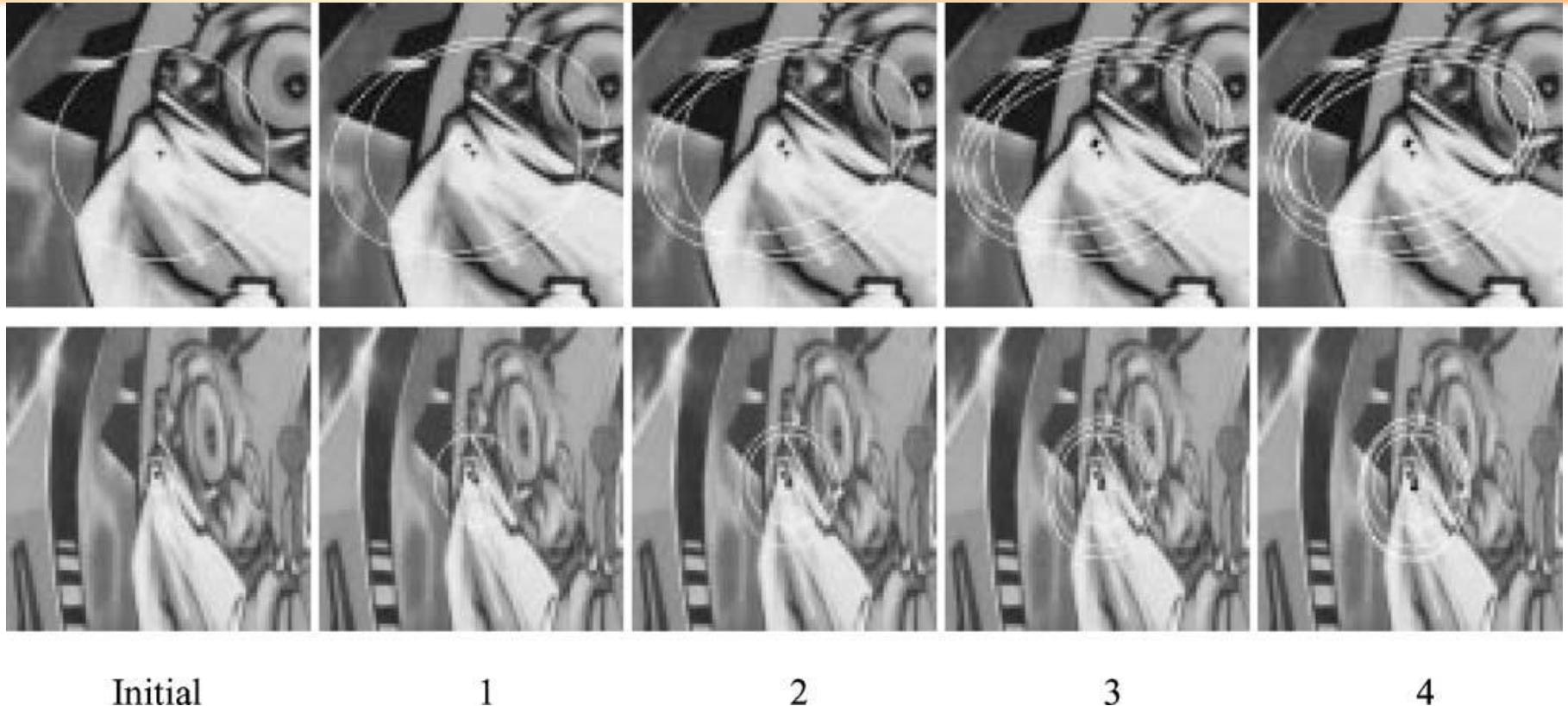


# Thích nghi với phép biến đổi Affine

- Giải pháp: pp lắp.
  - Sử dụng một cửa sổ dạng tròn để tính ma trận second moment.
  - Thực hiện phép thích nghi với biến đổi affine để tìm cửa sổ có dạng hình elip.
  - Tính lại ma trận second moment sử dụng cửa sổ mới và tiến hành lắp.



# Lắp thích nghi với phép biến đổi Affine



Initial

1

2

3

4

K. Mikolajczyk and C. Schmid, [Scale and Affine invariant interest point detectors](#),  
IJCV 60(1):63-86, 2004.

<http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/research/affine/>

# Tham khảo

- [1] C.Harris and M.Stephens, "[A Combined Corner and Edge Detector.](#)", *Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference*: pages 147—151, 1988.
- [2] T. Lindeberg , "Feature detection with automatic scale selection.", *International Journal of Computer Vision (IJCV)* 30(2): pp 77—116, 1998.
- [3] David G. Lowe, "Distinctive image features from scale-invariant keypoints.", *IJCV* 60(2): pp. 91-110, 2004.
- [4] Silvio Savarese, Course slide, Image Enhancement (III)  
[http://www.eecs.umich.edu/~silvio/teaching/EECS556\\_2009/class\\_schedule.html](http://www.eecs.umich.edu/~silvio/teaching/EECS556_2009/class_schedule.html)