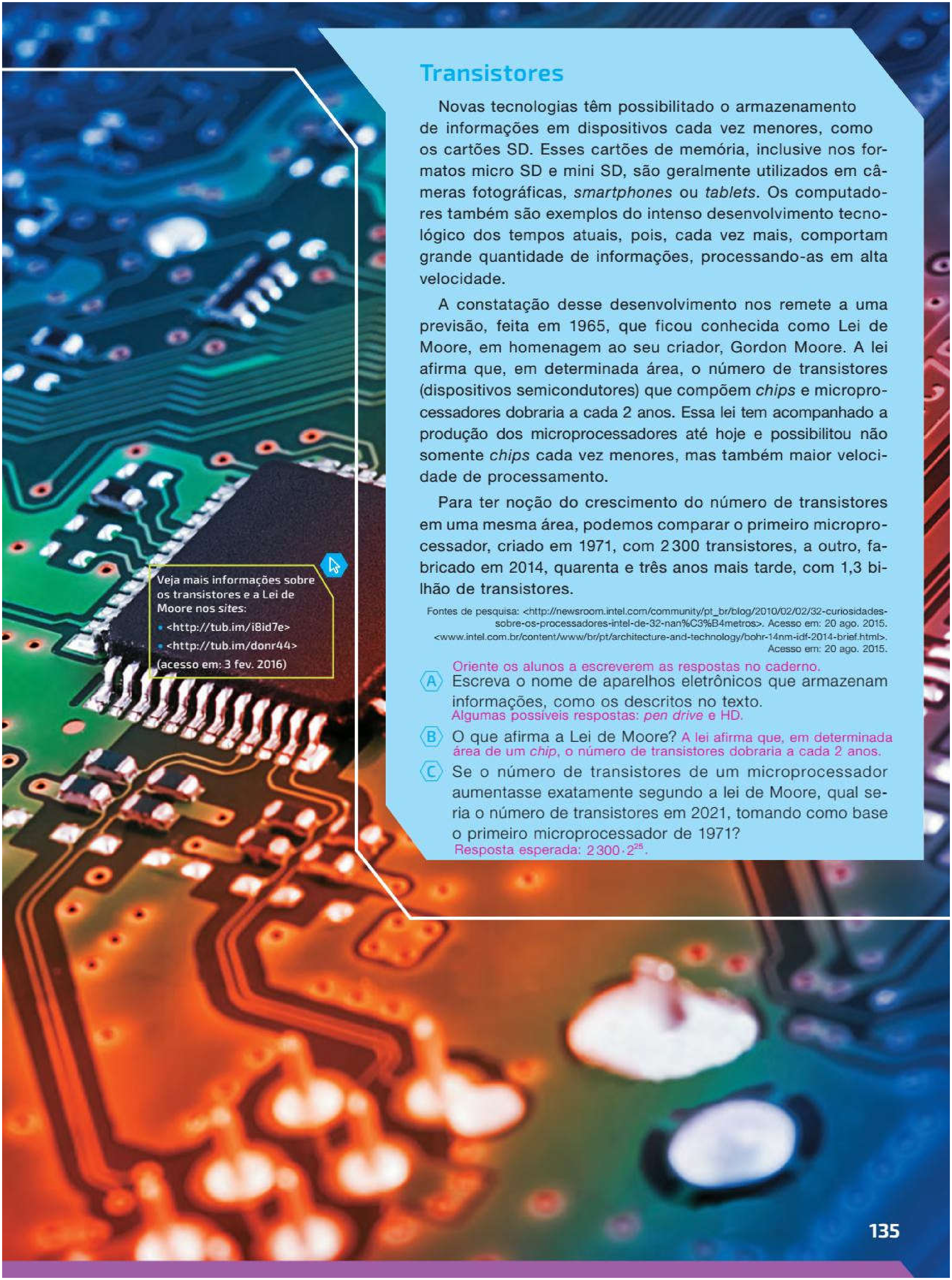
capítulo

5 Função exponencial

chip de computador

Fotomontagem de Eduardo C. S. formada pelas imagens Denis Dryashkin/Shutterstock.com e Raimundas/Shutterstock.com



Transistores

Novas tecnologias têm possibilitado o armazenamento de informações em dispositivos cada vez menores, como os cartões SD. Esses cartões de memória, inclusive nos formatos micro SD e mini SD, são geralmente utilizados em câmeras fotográficas, *smartphones* ou *tablets*. Os computadores também são exemplos do intenso desenvolvimento tecnológico dos tempos atuais, pois, cada vez mais, comportam grande quantidade de informações, processando-as em alta velocidade.

A constatação desse desenvolvimento nos remete a uma previsão, feita em 1965, que ficou conhecida como Lei de Moore, em homenagem ao seu criador, Gordon Moore. A lei afirma que, em determinada área, o número de transistores (dispositivos semicondutores) que compõem *chips* e microprocessadores dobraria a cada 2 anos. Essa lei tem acompanhado a produção dos microprocessadores até hoje e possibilitou não somente *chips* cada vez menores, mas também maior velocidade de processamento.

Para ter noção do crescimento do número de transistores em uma mesma área, podemos comparar o primeiro microprocessador, criado em 1971, com 2 300 transistores, a outro, fabricado em 2014, quarenta e três anos mais tarde, com 1,3 bilhão de transistores.

Fontes de pesquisa: <http://newsroom.intel.com/community/pt_br/blog/2010/02/02/32-curiosidades-sobre-os-processadores-intel-de-32-nan%C3%B4metros>. Acesso em: 20 ago. 2015. <www.intel.com.br/content/www/br/pt/architecture-and-technology/bohr-14nm-idf-2014-brief.html>. Acesso em: 20 ago. 2015.

Veja mais informações sobre os transistores e a Lei de Moore nos *sites*:
- <http://tub.im/i8id7e>
- <http://tub.im/donr44>

(acesso em: 3 fev. 2016)

Oriente os alunos a escreverem as respostas no caderno.

A Escreva o nome de aparelhos eletrônicos que armazenam informações, como os descritos no texto.
Algumas possíveis respostas: *pen drive* e HD.

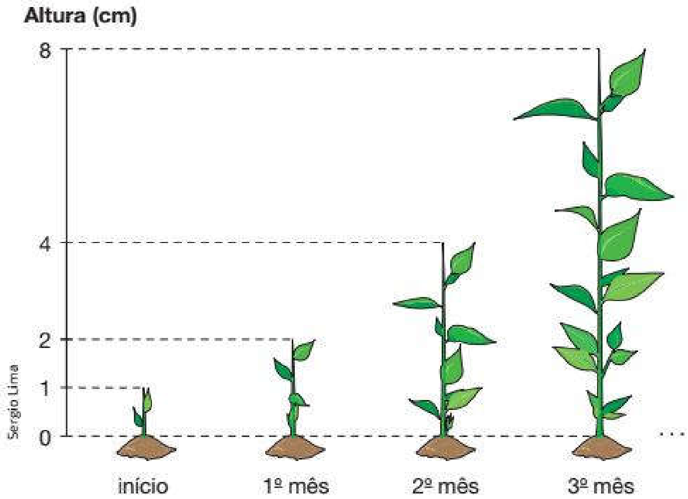
B O que afirma a Lei de Moore? A lei afirma que, em determinada área de um *chip*, o número de transistores dobraria a cada 2 anos.

C Se o número de transistores de um microprocessador aumentasse exatamente segundo a lei de Moore, qual seria o número de transistores em 2021, tomando como base o primeiro microprocessador de 1971?
Resposta esperada: $2\,300 \cdot 2^{25}$.

Estudando função exponencial

Neste capítulo, iremos estudar as funções exponenciais, um tipo de função que descreve várias situações como, por exemplo, o crescimento populacional de bactérias, os rendimentos obtidos em uma aplicação a juros compostos, entre outras.

Veja a seguir uma situação relacionada a uma função exponencial.



Durante determinado período de seu desenvolvimento, a altura de certo tipo de planta dobra a cada mês. Sabendo que a altura da planta no início desse período é 1 cm, calcularemos a altura dessa planta ao final do 4º mês.

A altura da planta, ao final do:

- 1º mês, será 2 cm, pois $2 \cdot 1 = 2$
- 2º mês, será 4 cm, pois $2 \cdot 2 = 4$
- 3º mês, será 8 cm, pois $2 \cdot 4 = 8$
- 4º mês, será 16 cm, pois $2 \cdot 8 = 16$

Podemos escrever a altura da planta, a partir do final do 2º mês, da seguinte maneira:

- 2º mês: $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$
- 3º mês: $2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$
- 4º mês: $2 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

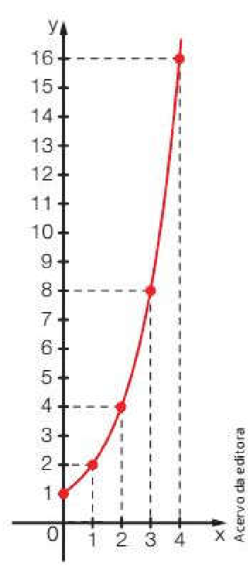
Portanto, a altura da planta ao final do 4º mês será 16 cm.

E qual a altura dessa planta no final do mês *x* do período?

Utilizando raciocínio semelhante, podemos calcular a altura *y* da planta por meio da fórmula $y = 2^x$.

Observando essa fórmula, note que *y* é dado em função de *x*, e que a variável independente está em um expoente. Essa é uma **função exponencial**.

Podemos representar essa situação por meio de um gráfico.



Antes de estudarmos as funções exponenciais, bem como as equações e inequações exponenciais, revisaremos o conceito de potenciação.

Revendo potenciação

No Ensino Fundamental, você provavelmente já estudou a operação de **potenciação** com expoente natural maior do que 1, que corresponde a uma multiplicação de fatores iguais. Veja o exemplo:

$$\underbrace{4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4}_{\text{5 fatores iguais}}=4^5=1024$$

Na potenciação, podemos destacar os seguintes elementos:

expoente

$$4^5=1024$$

base — potência

É importante compreender que a potenciação é diferente da multiplicação. Enquanto a multiplicação é utilizada para representar uma adição de parcelas iguais, a potenciação com expoente natural maior do que 1 representa uma multiplicação de fatores iguais, isto é:

- multiplicação: $\underbrace{7+7+7+7}_{\text{4 parcelas iguais}}=4\cdot7=28$
- potenciação: $\underbrace{7\cdot7\cdot7\cdot7}_{\text{4 fatores iguais}}=7^4=2\,401$

Potência com expoente natural

Dados $a\in\mathbb{R}$ e $m\in\mathbb{N}$, com $m>1$, denomina-se **potência** de base *a* e expoente *m* o número a^m, que corresponde ao produto de *m* fatores *a*.

$$a^m=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{m\text{ fatores}}$$

No caso de $m=1$ ou $m=0$, definimos:

- $a^1=a$
- $a^0=1$, com $a\neq0$

Exemplos

- $3^4=3\cdot3\cdot3\cdot3=81$
- $1^4=1\cdot1\cdot1\cdot1=1$
- $(-3{,}1)^3=(-3{,}1)\cdot(-3{,}1)\cdot(-3{,}1)=-29{,}791$
- $(-4)^0=1$
- $\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3^3}{5^3}=\frac{27}{125}$
- $\left(-\frac{1}{2}\right)^1=-\frac{1}{2}$

Potência com expoente inteiro

Dado $a\in\mathbb{R}^*$ e $m\in\mathbb{N}$, definimos:

$$a^{-m}=\frac{1}{a^m}$$

A potência a^{-m}, com $a\neq0$, é o inverso de a^m.

Exemplos

- $2^{-4}=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2}=\left(\frac{5}{1}\right)^2=25$
- $5^{-1}=\frac{1}{5^1}=\frac{1}{5}$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3}=\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{64}{27}$

Propriedades das potências

Agora, vamos rever algumas propriedades das potências.

- **1ª propriedade**: O produto da multiplicação de potências de mesma base pode ser escrito como uma única potência cuja base é a mesma e o expoente é a soma dos expoentes dos fatores. Exemplo:

$$2^3 \cdot 2^2 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} = 2^5 \quad \text{ou} \quad 2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

> De maneira geral, para $a \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}^*$ e $n \in \mathbb{Z}^*$, temos: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, com $a \neq 0$ se $m < 0$ ou $n < 0$.

- **2ª propriedade**: O quociente da divisão de potências de mesma base (não nula) pode ser escrito como uma única potência cuja base é a mesma e o expoente é a diferença entre os expoentes do dividendo e do divisor. Exemplo:

$$6^5 : 6^3 = \frac{6^5}{6^3} = \frac{6 \cdot 6 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6}}{\cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6}} = 6^2 \quad \text{ou} \quad 6^5 : 6^3 = 6^{5-3} = 6^2$$

As propriedades apresentadas podem ser demonstradas.

> De maneira geral, para $a \in \mathbb{R}^*$, $m \in \mathbb{Z}^*$ e $n \in \mathbb{Z}^*$, temos: $a^n : a^m = a^{n-m}$.

- **3ª propriedade**: Para elevar o produto de dois ou mais fatores a um expoente, podemos elevar cada um dos fatores a esse mesmo expoente. Exemplo:

$$(4 \cdot 3)^2 = (4 \cdot 3)(4 \cdot 3) = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = \underbrace{4 \cdot 4}_{4^2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} = 4^2 \cdot 3^2$$

> De maneira geral, para $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ e $m \in \mathbb{Z}^*$, temos: $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, com $a \cdot b \neq 0$ se $m < 0$.

- **4ª propriedade**: Para elevar o quociente de uma divisão a um expoente, podemos elevar o dividendo e o divisor a esse mesmo expoente. Exemplo:

$$(15:7)^3 = \left(\frac{15}{7}\right)^3 = \frac{15}{7} \cdot \frac{15}{7} \cdot \frac{15}{7} = \frac{15^3}{7^3}$$

> De maneira geral, para $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$ e $m \in \mathbb{Z}^*$, temos: $(a:b)^m = a^m : b^m$, com $a \neq 0$ se $m < 0$.

- **5ª propriedade**: Para elevar uma potência a um expoente, podemos conservar a base e multiplicar os expoentes. Exemplo:

$$\left(7^2\right)^3 = 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 = 7^{2+2+2} = 7^6 \quad \text{ou} \quad \left(7^2\right)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$$

Note que $\left(7^2\right)^3 \neq 7^{2^3}$, pois $\left(7^2\right)^3 = 7^6$ e $7^{2^3} = 7^8$.

> De maneira geral, para $a \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}^*$ e $n \in \mathbb{Z}^*$, temos: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$, com $a \neq 0$ se $m < 0$ ou $n < 0$.

Atividades resolvidas

R1. Calcule, em $\mathbb{R}$, as potências.

a) $\left(2^3\right)^2$

b) 2^{3^2}

c) $\left(9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^3}\right)^{-1}$

d) $\left[\frac{\left(5^2\right)^3}{\left(5^3\right)^2}\right]^{-1}$

Resolução

a) $\left(2^3\right)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

b) $2^{3^2} = 2^9 = 512$

c) $\left(9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^3}\right)^{-1} = \left(3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-3}\right)^{-1} = \left(3^{2+2-3}\right)^{-1} = \left(3^1\right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

d) $\left[\frac{\left(5^2\right)^3}{\left(5^3\right)^2}\right]^{-1} = \left(\frac{5^{2 \cdot 3}}{5^{3 \cdot 2}}\right)^{-1} = \left(\frac{5^6}{5^6}\right)^{-1} \left(5^{6-6}\right)^{-1} = \left(5^0\right)^{-1} = 1^{-1} = 1$

Nos itens **a** e **b**, note que $\left(2^3\right)^2 \neq 2^{3^2}$.

Atividades

Anote as respostas no caderno.

10. d) não; Uma possível resposta: pois a área de um quadrado da sequência deve ser dada por um múltiplo de 4, visto que $(2n)^2 = 4n^2$.

1. Calcule as potências.

a) 13^2 169
b) 2^7 128
c) 29^0 1
d) 7^1 7
e) $(-6)^3$ −216
f) -6^3 −216
g) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$ $\frac{1}{81}$
h) $\left(\frac{8}{5}\right)^3$ $\frac{512}{125}$
i) $3{,}3^2$ 10,89
j) 7^{-2} $\frac{1}{49}$
k) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$ $\frac{8}{125}$
l) $(-9)^{-2}$ $\frac{1}{81}$

2. Utilizando as propriedades das potências, verifique que $\dfrac{(a^3\cdot b)^2\cdot(a^{-3})^2}{\left(\dfrac{b^{-2}}{a^3}\right)^2}=(a\cdot b)^6$.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

3. Reduza as expressões a uma única potência.

a) $3^5\cdot 3^7$ 3^{12}
b) $\dfrac{5^3\cdot 25^4}{5^2}$ 5^9
c) $\dfrac{4^3\cdot 2^0\cdot 2^{3^2}}{8^4\cdot 2^4}$ 2^{-1}
d) $(x^5\cdot x^2)^3$ x^{21}

4. O número $\dfrac{64}{343}$ também pode ser representado por: a; c

a) $\left(\dfrac{4}{7}\right)^3$
b) $\left(\dfrac{7}{4}\right)^3$
c) $\dfrac{343^{-1}}{4^{-3}}$
d) $\dfrac{4^{-3}}{7^3}$

5. Escreva cada número como uma potência de base 10. Lembre aos alunos que 10^n, com $n \in \mathbb{N}$, tem sua escrita formada pelo algarismo 1 seguido por *n* algarismos zero.

a) 0,000001 10^{-6}
b) 0,01 10^{-2}
c) $\dfrac{1}{100\,000}$ 10^{-5}
d) $\dfrac{1000}{10\,000}$ 10^{-1}
e) 10 000 10^4
f) $1\,000\,000\cdot 1\,000$ 10^9

6. Utilizando o símbolo <, escreva em ordem crescente as potências: -2^2; $(-2)^{-3}$; 2^3; $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$; $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$; $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$; $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$; -3^0; $(-3)^1$. Resposta no final do livro.

7. O valor da expressão $\dfrac{4^3\cdot 2^{-3}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4}\cdot 3^{-2}}{5\cdot(1{,}2)^{-1}}$ é: c

a) $\dfrac{432}{25}$
b) $\dfrac{17}{6}$
c) $\dfrac{102}{25}$
d) $\dfrac{25}{23}$

8. Para quais valores de *p* é verdadeira a igualdade $\dfrac{3\cdot 2^2-(3^{-2})^{-1}+(0{,}2)^{-3}}{p^2}=8$? $p=-4$ ou $p=4$

9. Veja a seguir algumas potências de base 4.

$4^1=4$	$4^2=16$	$4^3=64$
$4^4=256$	$4^5=1024$	$4^6=4096$

A partir dos padrões que podem ser identificados, determine o algarismo das unidades de:

a) 4^9 4
b) $4^7\cdot 4^{13}$ 6
c) 4^8+4^{15} 0

10. Observe a sequência de quadrados.

Ilustrações: Acervo da editora

a) Qual a medida do lado do quadrado 4? E qual é a área? 8 cm; 64 cm²

b) Escreva uma potência que determine a área do quadrado *n* dessa sequência. $(2n)^2$

c) Qual é a área do quadrado:

- 5? 100 cm²
- 8? 256 cm²
- 10? 400 cm²

d) Um quadrado com 81 cm² de área pertence a essa sequência? Por quê?

11. Um dos personagens mais interessantes da História da Matemática é o francês Pierre de Fermat (1601-1665). Advogado de profissão, Fermat dedicava boa parte de seu tempo livre ao estudo da Matemática, tendo nessa ciência seu principal passatempo. Mesmo não sendo um matemático de ofício, as contribuições desse estudioso fizeram com que fosse considerado por seus contemporâneos o “príncipe dos amadores”.

Pierre de Fermat

Autor desconhecido. 1843. Gravura. Em "Magasin Pittoresque", Paris. Coleção particular. Foto: Marzolino/Shutterstock.com

Às margens de um livro em que estudava, Fermat enunciou um teorema – denominado posteriormente de “O Último Teorema de Fermat” – que se tornou um célebre problema na Matemática:

> **A equação $x^m+y^m=z^m$, na qual *m* é um número inteiro qualquer maior que 2, não admite solução para *x*, *y* e *z* inteiros e diferentes de zero.**

De acordo com Fermat, a demonstração desse teorema era fácil, contudo não iria fazê-la por falta de espaço na margem do livro. Ocorre que, desde sua publicação, diversos matemáticos tentaram demonstrá-lo, porém esse feito somente foi realizado há alguns anos, em 1993.

Fonte de pesquisa: BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

Junte-se a um colega e mostrem, por meio de três exemplos, que a igualdade $x^m+y^m=z^m$, para $m=2$, é válida para alguns números inteiros *x*, *y* e *z*, diferentes de zero. Algumas possíveis respostas: $3^2+4^2=5^2$, $6^2+8^2=10^2$ e $12^2+5^2=13^2$

Potência com expoente racional

Agora, estudaremos as potências com expoentes racionais.

Inicialmente, considere a igualdade $x = \sqrt[3]{7^2}$.

Pela definição de raiz, temos que, se $\sqrt[n]{a} = b$, então $b^n = a$. Assim, temos que:

$$x = \sqrt[3]{7^2} \Rightarrow x^3 = 7^2$$

Como ambos os membros da igualdade são positivos, temos:

$$x^3 = 7^2 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}} = (7^2)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x^{\frac{3}{3}} = 7^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = 7^{\frac{2}{3}}$$

Lembre-se de que, para calcular a raiz enésima de *a*, com $a \in \mathbb{R}$ e $n > 1$, temos que considerar os seguintes casos:

- se *n* for par e $a \geq 0$, temos que $\sqrt[n]{a}$ é um número *b*, com $b \geq 0$, tal que $b^n = a$;
- se *n* for par e $a < 0$, não existe $\sqrt[n]{a}$ no conjunto dos números reais;
- se *n* for ímpar, temos que $\sqrt[n]{a}$ é um número *b*, tal que $b^n = a$.

De maneira geral, dado $a \in \mathbb{R}_+^*$ e o número racional $\frac{m}{n}$, com $m \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{Z}_+^*$, temos: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

As propriedades estudadas na página **138** também são válidas para as potências com expoente racional.

Exemplos

- $6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$
- $12^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{12^3}$
- $\sqrt{51} = 51^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[5]{7^2} = 7^{\frac{2}{5}}$

Potência com expoente irracional

Estudaremos potências com expoente irracional por meio de aproximações. Para calcularmos $2^{\sqrt{6}}$, por exemplo, inicialmente obtemos valores aproximados do número irracional $\sqrt{6}$:

$$2 \quad 2{,}4 \quad 2{,}44 \quad 2{,}449 \quad 2{,}4494 \quad \ldots$$

Em seguida, definimos as potências de base 2 e expoente com essas aproximações:

$$2^2 \quad 2^{2{,}4} \quad 2^{2{,}44} \quad 2^{2{,}449} \quad 2^{2{,}4494} \quad \ldots$$

Quando o expoente se aproxima de $\sqrt{6}$, a potência se aproxima de $2^{\sqrt{6}}$. Utilizando uma calculadora científica, podemos calcular essas potências.

- $\sqrt{6} \simeq 2 \longrightarrow 2^2 = 4$
- $\sqrt{6} \simeq 2{,}4 \longrightarrow 2^{2{,}4} \simeq 5{,}278031643$
- $\sqrt{6} \simeq 2{,}44 \longrightarrow 2^{2{,}44} \simeq 5{,}42641731$
- $\sqrt{6} \simeq 2{,}449 \longrightarrow 2^{2{,}449} \simeq 5{,}460374872$
- $\sqrt{6} \simeq 2{,}4494 \longrightarrow 2^{2{,}4494} \simeq 5{,}461889019$

...

José Vitor Elorza/ASC Imagens

calculadora

Em calculadoras como a apresentada ao lado, um valor aproximado de $2^{\sqrt{6}}$ pode ser obtido também ao clicar nos botões:

2 ^ √ 6 =

Camila Ferreira

Assim, obtemos o valor aproximado da potência $2^{\sqrt{6}}$, isto é, uma potência a^m, na qual $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $m \in \mathbb{I}$. Potências desse tipo sempre correspondem a um número real positivo.

Potência com expoente real

Como o conjunto dos números reais é a união do conjunto dos números racionais com o dos irracionais, podemos agora calcular potências de base positiva com expoentes reais quaisquer, isto é, potências do tipo a^m, em que $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $m \in \mathbb{R}$.

Quando $a = 0$ ou $a < 0$, a potência com expoente real pode ou não estar definida em $\mathbb{R}$.

Atividades resolvidas

R2. Calcule as expressões.

a) $\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$

b) $5^{0,\bar{3}} \cdot 5^{0,\bar{6}} \cdot 25^{0,5}$

Resolução

a) $\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = 2^{3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}} = 2^{3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = 2^{3^1} = 2^3 = 8$

b) $5^{0,\bar{3}} \cdot 5^{0,\bar{6}} \cdot 25^{0,5} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} \cdot (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} \cdot 5^{2\cdot\frac{1}{2}} = 5^1 \cdot 5^1 = 5^2 = 25$

Atividades

Anote as respostas no caderno.

12. Escreva os radicais na forma de potência.

a) $\sqrt[2]{6^9}$ $6^{\frac{9}{2}}$

b) $\sqrt[15]{-13^3}$ $(-13)^{\frac{1}{5}}$

c) $\sqrt[7]{(-8)^4}$ $(-8)^{\frac{4}{7}}$

d) $\sqrt{\sqrt[6]{9^4}}$ $9^{\frac{1}{3}}$

e) $\sqrt{\left(\sqrt[5]{7}\right)^4}$ $7^{\frac{2}{5}}$

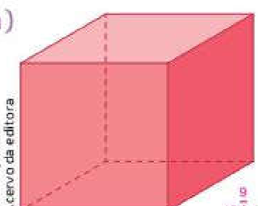
f) $\left(\sqrt[5]{\left(\frac{10}{3}\right)^8}\right)^3$ $\left(\frac{10}{3}\right)^{\frac{24}{5}}$

13. Se $x = \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{2^6}}}$, então x^3 é igual a: a

a) $\sqrt[4]{2^3}$ b) $\sqrt[3]{2^4}$ c) 2 d) $2^{-\frac{3}{4}}$

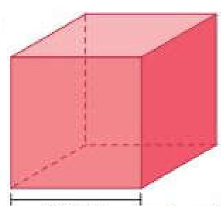
14. Escreva o volume de cada cubo na forma de potência.

a)



$3\sqrt{3}$ dm $3^{\frac{9}{2}}$ dm³

b)



$\sqrt[6]{10^4}$ dm 10^2 dm³

Ilustrações: Acervo da editora

15. Calcule a potência $256^{-\frac{3}{4}}$. $\frac{1}{64}$

16. Escreva cada número como uma potência de base 5.

a) 3 125 5^5

b) $\sqrt{125}$ $5^{\frac{3}{2}}$

c) 0,008 5^{-3}

d) $\sqrt[5]{0,2}$ $5^{-\frac{1}{5}}$

e) $\sqrt{625}$ 5^2

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{25}}$ $5^{-\frac{2}{3}}$

17. Copie as alternativas em que todas as potências estão definidas em $\mathbb{R}$. b; d

a) $6^{-\frac{8}{3}}$; 0^{-1}; $2^{\frac{1}{5}}$

b) $(-3)^{\frac{1}{7}}$; $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2,5}$; $(-125)^{\frac{1}{3}}$

c) $0^{\frac{4}{3}}$; $(-15)^{\frac{3}{4}}$; $-1^{\sqrt{2}}$

d) $10^{-\frac{2}{3}}$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}}$; -7^{14}

18. Calculadora

Veja como podemos calcular uma potência utilizando uma calculadora científica.

Para calcular a potência $12^{0,6}$, por exemplo, procedemos de seguinte maneira:

Registramos o número 12, digitamos a tecla exponencial ^ e, em seguida, o número 0,6, seguido da tecla =:

1 → 2 → ^ → 0 → · → 6 → =

Diga aos alunos que em algumas calculadoras científicas a tecla exponencial é $\boxed{x^y}$ ou $\boxed{y^x}$.

Camila Ferreira

Agora, com o auxílio de uma calculadora científica, calcule as potências.

a) 5^{11} 48828125

b) $(-12)^6$ 2985984

c) $\left(\frac{8}{3}\right)^9$ aproximadamente 6818,967027

d) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3,5}$

e) $16^{0,25}$ 2

f) $6^{\frac{3}{2}}$

19. Calcule o valor numérico das expressões.

a) $\left(\sqrt[6]{4}\right)^{-3} - \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2$ $-\frac{47}{6}$

b) $5^{1,\bar{6}} \cdot 25^{-\frac{1}{3}}$ 5

c) $\left(\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\right)^6 + (0,4)^{-3} + \sqrt{8^{-2}}$ $\frac{127}{8}$

d) $4^3 + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\sqrt{2}\right)^6$ 59

20. O valor mais próximo do resultado da expressão $\left(\sqrt{6}\right)^4 \cdot (0,04)^{0,5} - \left(3^{\sqrt{3}}\right)^{-\sqrt{2}}$ é: d

a) −8 b) −21 c) 16 d) 7

Lembre-se de que $2 < \sqrt{6} < 3$.

18. d) aproximadamente 907,4926997
f) aproximadamente 14,69693846

Notação científica

Quando trabalhamos com números muito grandes ou muito pequenos, podemos utilizar uma escrita abreviada denominada **notação científica**. Os números representados com essa notação são escritos na forma $q \cdot 10^n$, em que:

- q é um número racional maior ou igual a 1 e menor que 10
- n é um número inteiro

Veja alguns exemplos de números escritos em notação científica.

- Massa da Lua: 73 420 000 000 000 000 000 000 kg

$$73\,420\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 7{,}342 \cdot 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 7{,}342 \cdot 10^{22}$$

- Espessura de um fio de cabelo: 0,00007 m

$$0{,}00007 = \frac{7}{100\,000} = 7 \cdot 10^{-5}$$

- Tamanho da molécula de água: 0,00000001 m

$$0{,}00000001 = \frac{1}{100\,000\,000} = 1 \cdot 10^{-8}$$

Atividades

Anote as respostas no caderno.

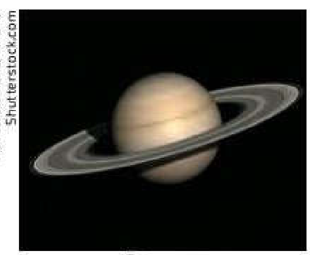
21. Veja a distância média, em quilômetros, de cada planeta do Sistema Solar em relação ao Sol.

MarcelClemens/NASA/Shutterstock.com

Júpiter
$778 \cdot 10^6$ $7{,}78 \cdot 10^8$ km

mr.Timmi/NASA/Shutterstock.com

Mercúrio
$58 \cdot 10^6$ $5{,}8 \cdot 10^7$ km



MarcelClemens/NASA/Shutterstock.com

Saturno
$14 \cdot 10^8$ $1{,}4 \cdot 10^9$ km

mr.Timmi/NASA/Shutterstock.com

Urano
$29 \cdot 10^8$ $2{,}9 \cdot 10^9$ km

mr.Timmi/NASA/Shutterstock.com

Marte
$228 \cdot 10^6$ $2{,}28 \cdot 10^8$ km

MarcelClemens/NASA/Shutterstock.com

Netuno
$45 \cdot 10^8$ $4{,}5 \cdot 10^9$ km

MarcelClemens/NASA/Shutterstock.com

Terra
$15 \cdot 10^7$ $1{,}5 \cdot 10^8$ km

MarcelClemens/NASA/Shutterstock.com

Vênus
$108 \cdot 10^6$ $1{,}08 \cdot 10^8$ km

Fonte de pesquisa: <https://solarsystem.nasa.gov/planets/>. Acesso em: 11 set. 2015.

a) Estime, sem realizar cálculos por escrito, qual planeta é, em média, mais próximo do Sol: Terra ou Júpiter? Resposta esperada: Júpiter

b) Utilizando notação científica, escreva a distância média de cada planeta em relação ao Sol.

c) Com base na resposta do item **b**, verifique se a estimativa que você realizou no item **a** está correta. Converse com o professor e os colegas sobre como a organização das distâncias em notação científica pode auxiliar na comparação entre elas. Resposta pessoal.

d) Qual é o planeta mais próximo do Sol? E o mais distante? Mercúrio; Netuno

No item c, espera-se que os alunos percebam que a organização das distâncias em notação científica auxilia na comparação entre elas.

22. Leia as informações e escreva os números apresentados em notação científica.

a) Galileu foi um dos primeiros a tentar medir a velocidade da luz, que atualmente sabemos ser, no ar, de aproximadamente 299 000 000 m/s. $2{,}99 \cdot 10^8$ m/s

b) A baleia-azul é o maior animal do planeta, chegando a pesar cerca de 160 000 kg. $1{,}6 \cdot 10^5$ kg

c) O espermatozoide, cujo comprimento é de cerca de 0,0065 cm, é uma das menores células do corpo humano. $6{,}5 \cdot 10^{-3}$ cm

d) A estrela mais próxima da Terra, depois do Sol, fica a uma distância de aproximadamente $399 \cdot 10^{11}$ km. $3{,}99 \cdot 10^{13}$ km

23. Calcule mentalmente o resultado das expressões:

a) $9{,}52 \cdot 10^2$ 952

b) $34 \cdot 10^3$ 34 000

c) $457 \cdot 10^{-2}$ 4,57

d) $168 \cdot 10^{-4}$ 0,0168

e) $0{,}015 \cdot 10^6$ 15 000

f) $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ 0,0002

24. Observe as informações e responda.

Países mais populosos do mundo em 2014	
País	População
Brasil	$2{,}02 \cdot 10^8$
China	$1{,}3938 \cdot 10^9$
Estados Unidos	$3{,}226 \cdot 10^8$
Índia	$1{,}2674 \cdot 10^9$
Indonésia	$2{,}528 \cdot 10^8$

Fonte: ALMANAQUE ABRIL. São Paulo: Abril, 2015.

Pedro Amatuzzi/Código19/Folhapress

São Paulo é o estado mais populoso do Brasil. Na fotografia podemos observar pessoas no comércio de Campinas (SP), em 2015.

a) Qual é o país mais populoso do mundo? E qual ocupa a 4ª posição? China; Indonésia

b) A população dos Estados Unidos corresponde a que porcentagem da população da Índia? aproximadamente 25%

c) Os países apresentados no texto, juntos, possuem uma população de: $3{,}4386 \cdot 10^9$

- $3{,}4386 \cdot 10^8$
- $3{,}4386 \cdot 10^9$
- $3{,}4386 \cdot 10^{12}$
- $3{,}4386 \cdot 10^{17}$

O texto a seguir refere-se às próximas duas questões.

(Enem-MEC) Se compararmos a idade do planeta Terra, avaliada em quatro e meio bilhões de anos ($4{,}5 \times 10^9$ anos), com a de uma pessoa de 45 anos, então, quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a Terra já teria 42 anos. Ela só conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, como denuncia uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

25. O texto permite concluir que a agricultura começou a ser praticada há cerca de: d

a) 365 anos

b) 460 anos

c) 900 anos

d) 10 000 anos

e) 460 000 anos

26. Na teoria do *big bang*, o Universo surgiu há cerca de 15 bilhões de anos, a partir da explosão e expansão de uma densíssima gota. De acordo com a escala proposta no texto, essa teoria situaria o início do Universo há cerca de: b

a) 100 anos

b) 150 anos

c) 1 000 anos

d) 1 500 anos

e) 2 000 anos

27. (Enem-MEC) A Terra é cercada pelo vácuo espacial e, assim, ela só perde energia ao irradiá-la para o espaço. O aquecimento global que se verifica hoje decorre de pequeno desequilíbrio energético, de cerca de 0,3%, entre a energia que a Terra recebe do Sol e a energia irradiada a cada segundo, algo em torno de 1 W/m². Isso significa que a Terra acumula, anualmente, cerca de $1{,}6 \cdot 10^{22}$ J.

Considere que a energia necessária para transformar 1 kg de gelo a 0 °C em água líquida seja igual a $3{,}2 \cdot 10^5$ J. Se toda a energia acumulada anualmente fosse usada para derreter o gelo nos polos (a 0 °C), a quantidade de gelo derretida anualmente, em trilhões de toneladas, estaria entre: b

a) 20 e 40

b) 40 e 60

c) 60 e 80

d) 80 e 100

e) 100 e 120

J é o símbolo utilizado para representar a unidade de medida de energia Joule.

Capítulo 5

Função exponencial

Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, é denominada **função exponencial**.

As funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, definidas por $f(x) = b \cdot a^x + c$, com $a > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 0$ podem ser denominadas do **tipo exponencial**.

Exemplos

- $f(x) = 7^x$
- $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- $h(x) = \left(\sqrt{6}\right)^x$
- $m(x) = (0{,}5)^x$

Na definição, as restrições $a > 0$ e $a \neq 1$ são necessárias, pois, caso contrário, não seria possível caracterizar uma função exponencial.

- Se $a = 1$, então $f(x) = a^x$ seria uma função constante.
  $f(x) = 1^x = 1$, para todo $x \in \mathbb{R}$
- Se $a \leq 0$, então $f(x) = a^x$ não é definida para todo $x \in \mathbb{R}$, como desejado. Exemplos:
  Para $a = -3$ e $x = \frac{1}{2}$, temos $f\left(\frac{1}{2}\right) = (-3)^{\frac{1}{2}}$ e $(-3)^{\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R}$.
  Para $a = 0$ e $x = -7$, temos $f(-7) = 0^{-7}$ e 0^{-7} não está definido em $\mathbb{R}$.

Atividades

Anote as respostas no caderno.

28. Identifique as funções exponenciais. a; d; f

a) $f(x) = (0{,}3)^{2x}$
c) $f(x) = 1^{6x}$
e) $f(x) = (-4)^x$
b) $f(x) = 2x^8$
d) $f(x) = \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{x}{7}}$
f) $f(x) = 12^{\frac{2}{3}x}$

29. Sendo $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, determine:

a) $f(0)$ 1
d) $f\left(\frac{1}{3}\right)$ $\sqrt[3]{3}$
g) $g(-3)$ 64
b) $f(1)$ 3
e) $g(1)$ $\frac{1}{4}$
h) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$
c) $f(-4)$ $\frac{1}{81}$
f) $g(2)$ $\frac{1}{16}$

30. Determinado imóvel foi avaliado em R$ 350 000,00 e, a partir daí, valoriza-se exponencialmente de acordo com a função $v(t) = 350(1{,}1)^t$, em que *t* representa o tempo em anos a partir da avaliação e *v* é o valor do imóvel em milhares de reais. Qual será o valor desse imóvel após 3 anos da avaliação?
R$ 465 850,00

31. Alguns fornos elétricos contêm um dispositivo que controla a temperatura em seu interior. Assim, o aparelho desliga automaticamente quando chega à temperatura desejada e torna a ligar quando há certa perda na temperatura. Um forno elétrico que possui esse dispositivo tem sua temperatura interna *T* calculada em função do tempo *t* que o forno está ligado, em minutos, pela função $T(t) = 300 - 265 \cdot (0{,}3)^{\frac{t}{10}}$.

Qual é a temperatura interna desse forno elétrico 5 min após ter sido ligado? E após 20 min?
aproximadamente 154,85 °C; 276,15 °C

32. Para analisar o efeito de um remédio no extermínio de determinada bactéria, cientistas fizeram experimentos expondo uma população desse microrganismo ao remédio e verificando o tempo necessário para que fosse exterminada. Ao final, verificou-se que a população *p* da bactéria *d* dias após a exposição ao remédio poderia ser estimada por meio da função $p(d) = 6\,000 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^d$.

Dois dias após a exposição ao remédio, a população da bactéria reduziu-se a quantos por cento da população inicial? 6,25%

33. Certo banco oferece um investimento que rende uma taxa de 6% ao ano de juros compostos. Observe a simulação de um investimento de R$ 1500,00 em um período de três anos.

Ano (n)	Juro (J)	Montante (M)
1	$1\,500{,}00 \cdot 0{,}06 = 90{,}00$	$1\,500{,}00 + 90{,}00 = 1\,590{,}00$
2	$1\,590{,}00 \cdot 0{,}06 = 95{,}40$	$1\,590{,}00 + 95{,}40 = 1\,685{,}40$
3	$1\,685{,}40 \cdot 0{,}06 = 101{,}12$	$1\,685{,}40 + 101{,}12 = 1\,786{,}52$

a) Qual das funções a seguir determina o montante *M* obtido ao final do ano *n*, ao se investir R$ 1500,00? $M = 1\,500(1{,}06)^n$

- $M = 1500(6)^n$
- $M = 1500(1{,}06)^n$
- $M = 1500 + 6^n$
- $M = 1500 + (1{,}06)^n$

b) Qual será o montante ao final de 4 anos? E de 6 anos? R$ 1 893,72; R$ 2 127,78

34. Atualmente, há uma grande oferta de crédito no mercado e muitas instituições financeiras realizam empréstimos pessoais sem grandes exigências de renda. No entanto, o indivíduo que deseja fazer o empréstimo deve estudar os termos do contrato e escolher a instituição financeira que propuser a forma de pagamento mais adequada às suas condições, inclusive pesquisando taxas de juros justas.

Para realizar um empréstimo de R$ 1 000,00, certa pessoa consultou duas instituições financeiras, A e B. Ambas cobram a dívida pelo sistema de juros compostos e o pagamento deve ser feito em parcela única *m* meses após a data da assinatura do contrato. No entanto, A utiliza uma taxa de 5% ao mês, e B, de 3% ao mês. As funções que representam o valor da dívida desse empréstimo nas instituições financeiras A e B, respectivamente, são: c

a) $f(m)=1000+(1{,}05)^m$ e $g(m)=1000+(1{,}03)^m$

b) $f(m)=1000+(0{,}05)^m$ e $g(m)=1000+(0{,}03)^m$

c) $f(m)=1000\cdot(1{,}05)^m$ e $g(m)=1000\cdot(1{,}03)^m$

d) $f(m)=1000\cdot(0{,}05)^m$ e $g(m)=1000\cdot(0{,}03)^m$

35. Há uma lenda que credita a invenção do xadrez a um brâmane de uma corte indiana, que, atendendo a um pedido do rei, inventou o jogo para demonstrar o valor da inteligência. O rei, encantado com o invento, ofereceu ao brâmane a escolha de uma recompensa. De acordo com essa lenda, o inventor do jogo de xadrez pediu ao rei que a recompensa fosse paga em grãos de trigo da seguinte maneira: 1 grão para a casa 1 do tabuleiro, 2 grãos para a casa 2, 4 para a casa 3, 8 para a casa 4 e assim sucessivamente. Ou seja, a quantidade de grãos para cada casa do tabuleiro correspondia ao dobro da quantidade da casa imediatamente anterior.

artemisphoto/Shutterstock.com

O tabuleiro de xadrez possui casas alternadamente claras e escuras, sendo 32 de cada. As peças utilizadas para jogar também são claras e escuras, sendo 16 peças para cada jogador. O jogo de xadrez estimula o raciocínio lógico, entre outros benefícios.

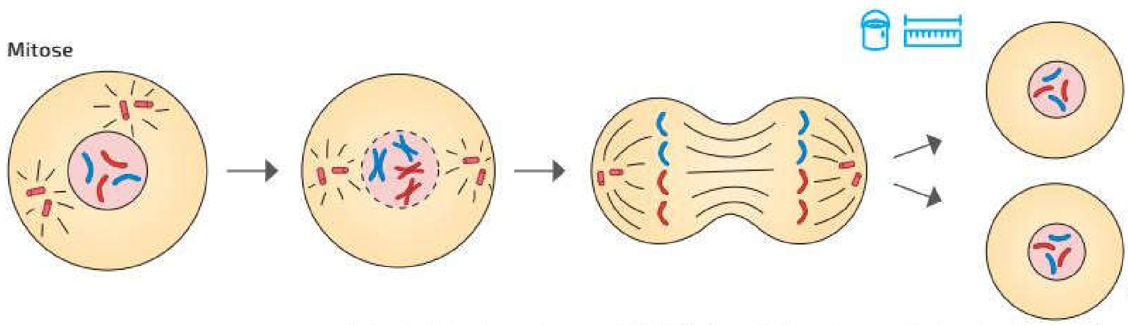
a) De acordo com a lenda, qual é a quantidade de grãos de trigo correspondente à casa 6 do tabuleiro? E à casa 10? 32 grãos de trigo; 512 grãos de trigo

b) Escreva uma função *f* que expresse a quantidade de grãos de trigo em função do número *x* da casa do tabuleiro. $f(x)=2^{x-1}$

c) Sabendo que o tabuleiro de xadrez possui 64 casas, qual o conjunto domínio da função *f*? $D(f)=\{x\in\mathbb{N}^*\mid 1\le x\le 64\}$

d) Escreva, na forma de potência, quantos grãos de trigo devem ser colocados na última casa do tabuleiro de xadrez. 2^{63}

36. A divisão celular denominada mitose consiste em uma célula duplicar o seu conteúdo e então se dividir em duas, chamadas células-filhas. Cada célula-filha, por sua vez, repete esse processo, totalizando, após a 2ª divisão, quatro células-filhas.



Renan Fonseca

Ilustração elaborada com base em: TORTORA, Gerard J. **Corpo humano**: fundamentos de anatomia e fisiologia. Tradução Cláudia L. Zimmer. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 56.

a) Determine o número total de células-filhas obtidas a partir de uma única célula após:
- 3 divisões 8 células-filhas
- 4 divisões 16 células-filhas
- 7 divisões 128 células-filhas

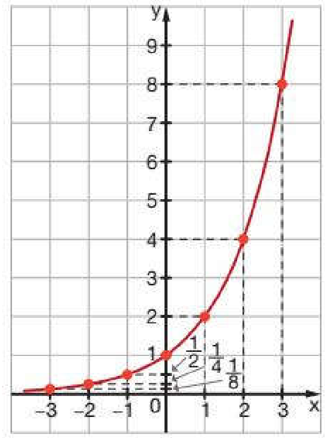
b) Escreva uma função que associe a quantidade total de células-filhas *y*, obtida a partir de uma única célula, após uma quantidade *x* $(x>0)$ de divisões. $y=2^x$

Gráfico de uma função exponencial

Vamos esboçar o gráfico das funções exponenciais $f(x)=2^x$ e $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Para isso, atribuímos alguns valores para *x* e calculamos os valores correspondentes de *y*, determinando pares ordenados (x, y). Em seguida, representamos esses pares ordenados em um plano cartesiano.

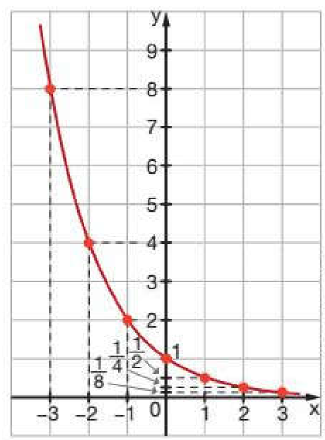
- $f(x)=2^x$

x	$f(x)=2^x$	(x, y)
-3	$f(-3)=2^{-3}=\frac{1}{8}$	$\left(-3, \frac{1}{8}\right)$
-2	$f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$	$\left(-2, \frac{1}{4}\right)$
-1	$f(-1)=2^{-1}=\frac{1}{2}$	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$
0	$f(0)=2^0=1$	$(0, 1)$
1	$f(1)=2^1=2$	$(1, 2)$
2	$f(2)=2^2=4$	$(2, 4)$
3	$f(3)=2^3=8$	$(3, 8)$



- $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	(x, y)
-3	$g(-3)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=8$	$(-3, 8)$
-2	$g(-2)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$	$(-2, 4)$
-1	$g(-1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$	$(-1, 2)$
0	$g(0)=\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1$	$(0, 1)$
1	$g(1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{1}=\frac{1}{2}$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$
2	$g(2)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1}{4}$	$\left(2, \frac{1}{4}\right)$
3	$g(3)=\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{1}{8}$	$\left(3, \frac{1}{8}\right)$



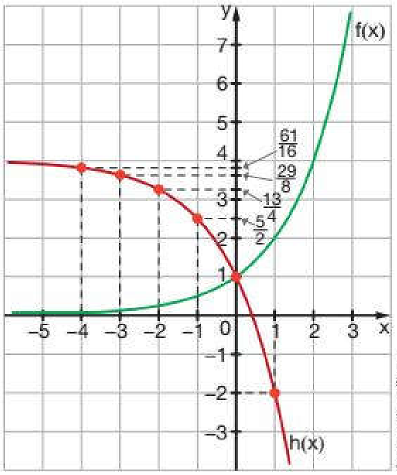
Ilustrações: Acervo da editora

As funções *f* e *g* são exponenciais, ou seja, são da forma $y=a^x$. Note que *f* é crescente e $a=2>1$. Já a função *g* é decrescente e $a=\frac{1}{2}$, ou seja, $0<a<1$. Além disso, os gráficos de *f* e *g* intersectam o eixo *y* no ponto de coordenadas $(0, 1)$ e não intersectam o eixo *x*, sendo definidos acima dele.

De maneira geral, temos que:

- uma função exponencial é **crescente** se $a>1$. Sempre que aumentamos os valores de *x*, os valores correspondentes de *y* aumentam, isto é, $x_1>x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}>a^{x_2}$.
- uma função exponencial é **decrescente** se $0<a<1$. Sempre que aumentamos os valores de *x*, os valores correspondentes de *y* diminuem, isto é, $x_1>x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}<a^{x_2}$.
- o gráfico de uma função exponencial é denominado **curva exponencial**, intersecta o eixo *y* no ponto de coordenadas $(0,1)$ e não intersecta o eixo *x*, sendo definido acima desse eixo.

O gráfico de uma função do tipo exponencial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, definida por $f(x) = b \cdot a^x + c$, com $a > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 0$, também é uma curva exponencial e pode ser obtido a partir do gráfico de $f(x) = a^x$. Veja, por exemplo, como podemos esboçar o gráfico de $h(x) = (-3) \cdot 2^x + 4$ e compare com o gráfico de $f(x) = 2^x$, esboçado na página anterior.



x	$h(x) = (-3) \cdot 2^x + 4$	(x,y)
-4	$h(-4) = (-3) \cdot 2^{-4} + 4$	$\left(-4, \frac{61}{16}\right)$
-3	$h(-3) = (-3) \cdot 2^{-3} + 4$	$\left(-3, \frac{29}{8}\right)$
-2	$h(-2) = (-3) \cdot 2^{-3} + 4$	$\left(-2, \frac{13}{4}\right)$
-1	$h(-1) = (-3) \cdot 2^{-1} + 4$	$\left(-1, \frac{5}{2}\right)$
0	$h(0) = (-3) \cdot 2^0 + 4$	$(0,1)$
1	$h(1) = (-3) \cdot 2^1 + 4$	$(1,-2)$

Atividades

Anote as respostas no caderno.

Diga aos alunos que em alguns gráficos apresentados as escalas dos eixos são diferentes entre si.

37. Classifique as funções exponenciais em crescente ou decrescente. crescentes: a, c; decrescentes: b, d

a) $f(x) = \left(\frac{9}{5}\right)^x$

b) $f(x) = 6^{-x}$

c) $f(x) = 4^{\frac{x}{2}}$

d) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$

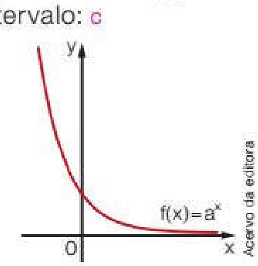
38. De acordo com o gráfico de $f(x) = a^x$, temos que *a* pertence ao intervalo: c

a) $]-\infty, -1[$

b) $[-1, 0]$

c) $]0, 1[$

d) $]1, +\infty[$



39. Dadas as funções $f(x) = 3^{x-1}$ e $g(x) = x - 1$, resolva.

a) Determine a função $f \circ g$ e classifique-a em crescente ou decrescente. $f \circ g(x) = 3^{x-2}$; crescente

b) Esboce o gráfico de $f \circ g$.
Resposta nas **Orientações para o professor**.

40. Para quais valores reais de *k* a função $f(x) = \left(\frac{5}{k}\right)^x$ é decrescente? $k > 5$

41. Um estudo realizado por um restaurante mostrou que o número de refeições servidas por mês, em certo ano, pode ser descrito aproximadamente pela função $f(x) = 4\,000 \cdot (1{,}1)^{x-1}$, em que *x* representa o mês do ano (para janeiro, por exemplo, $x = 1$).

a) Quantas refeições, aproximadamente, foram servidas por esse restaurante em março? E em julho? 4 840 refeições; 7 086 refeições

b) Esboce o gráfico de *f*.
Resposta nas **Orientações para o professor**.

42. Esboce o gráfico de cada função. Respostas nas **Orientações para o professor.**

a) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

b) $g(x) = 2 \cdot 3^x$

c) $h(x) = 9^{\frac{x}{3}}$

43. (Enem-MEC) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.

O gráfico acima representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.

F. D. Fuchs e Cher I. Wannma. **Farmacologia Clínica**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1992, p. 40.

A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13h30min será aproximadamente de: d

a) 10% b) 15% c) 25% d) 35% e) 50%

44. Em 1896, o físico Antoine Henri Becquerel (1852-1908) descobriu a radioatividade enquanto estudava minerais que continham urânio. Após essa descoberta, diversos estudos foram realizados acerca de elementos radioativos. Atualmente, sabe-se que a radiação pode trazer tanto malefícios quanto benefícios aos indivíduos. Se, por um lado, a exposição prolongada à radiação pode causar danos em relação ao funcionamento do organismo, por outro, o uso de elementos radioativos permite que médicos e cientistas realizem diagnósticos a respeito de doenças e estudem as funções do corpo humano. Um exemplo de elemento radioativo utilizado em medicina, na realização de exames de tireoide, é o iodo-131.

Outro benefício é o uso da radioatividade para determinar a idade de um fóssil. Esse método, conhecido como datação absoluta, é realizado observando a relação entre os elementos radioativos presentes no fóssil.

Fontes de pesquisa: <www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1903/becquerel-bio.html>. Acesso em: 10 ago. 2015.
BRADY, James E.; RUSSELL, Joel W.; HOLUM, John R. **Química** a matéria e suas transformações. Tradução J. A. Souza. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

Decaimento radioativo

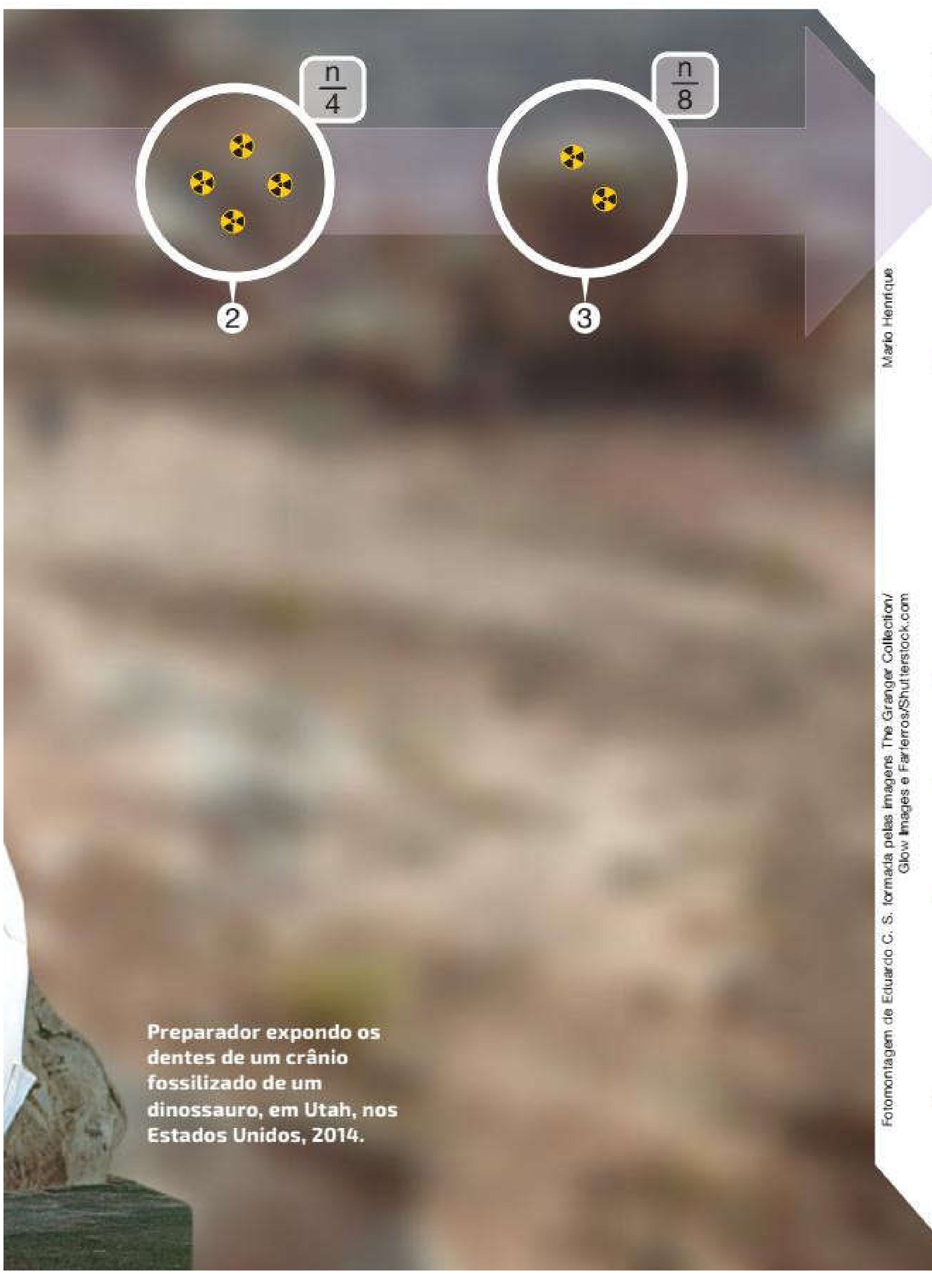
No esquema, é apresentado o decaimento de uma substância radioativa (n) passadas três meias-vidas.

Sabe-se que toda substância radioativa sofre transmutação, ou seja, um decaimento radioativo, tendo sua quantidade de átomos, e consequentemente sua massa e atividade, diminuída com o passar do tempo. Para acompanhar esse decaimento, foi estabelecido como padrão o período necessário para que a quantidade de átomos radioativos, a massa e a atividade de um elemento sejam reduzidas à metade em relação à quantidade anterior, o que é designado por meia-vida (ver esquema). Em determinado momento, sua quantidade de átomos radioativos se torna tão insignificante que não permite mais distinguir suas radiações das presentes no meio ambiente. O carbono-14, por exemplo, é utilizado na determinação da idade aproximada de fósseis de seres vivos e possui tempo de meia-vida de 5 730 anos, passado este tempo metade da quantidade continua como carbono-14 e a outra metade se transforma em carbono-12. O carbono-14 é indicado para determinar a idade de organismos que viveram até 70 000 anos atrás. Para organismos que viveram mais que este tempo são utilizados outros elementos como o potássio-40 e o urânio-238, com meia-vida de 1,25 bilhão de anos e 4,47 bilhões de anos, respectivamente.

c) Não, porque a meia-vida do carbono-14 é relativamente curta, cerca de 5 730 anos. Para essa afirmação, é necessário recorrer a outro elemento radioativo de meia-vida mais longa.

f) Uma possível resposta: determinando a idade de um fóssil é possível estudar condições próprias da época em que o ser era vivo, como o clima e o meio ambiente, conhecimentos que podem ser utilizados em situações atuais.

Capítulo 5



Preparador expondo os dentes de um crânio fossilizado de um dinossauro, em Utah, nos Estados Unidos, 2014.

Mario Henrique

Fotomontagem de Eduardo C. S. formada pelas imagens The Granger Collection/ Glow Images e Farferros/Shutterstock.com

De acordo com as informações apresentadas, resolva as questões.

a) Considerando uma amostra com 3 g de iodo-131, cuja meia-vida é de 8 dias, quantos gramas de iodo-131 ainda haveria nessa amostra após:
- 8 dias? 1,5 g
- 24 dias? 0,375 g
- 16 dias? 0,75 g
- 32 dias? 0,1875 g

b) Qual das funções determina a quantidade *f* de iodo-131 na amostra após *x* dias? II

I) $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

II) $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{8}}$

III) $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{8x}$

c) Utilizando a meia-vida do carbono-14, é possível afirmar que certo organismo viveu há cerca de 100 000 anos? Por quê?

d) Qual é a datação de um resíduo de organismo que tem 12,5% do carbono-14 original? 17 190 anos

e) Escreva a função do tipo exponencial que expressa a massa *f* de carbono-14 de determinado fóssil, em um dado período de tempo *t*, em anos, considerando que inicialmente esse organismo possuía massa *m* de carbono-14. $f(t) = m \cdot 2^{\left(-\frac{t}{5\,730}\right)}$

f) Em sua opinião, qual é a importância de se determinar a datação de um fóssil?

Equação exponencial

Uma equação que apresenta incógnita apenas no expoente é denominada **equação exponencial**.

São exemplos de equações exponenciais:

- $3^x = 27$
- $2^{x-15} = 16$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$
- $49^2 = \sqrt{49^x}$
- $3^{2x} = 3^x + 21$

Para resolver uma equação exponencial, reduzimos os dois membros a potências de mesma base. Depois, utilizamos as propriedades das potências estudadas anteriormente. Quando isso não é possível, utilizamos alguns artifícios de cálculo.

Observe a seguir a resolução de diferentes equações exponenciais.

Atividades resolvidas

R3. Resolva as equações.

a) $3^x = 27$

b) $2^{x-15} = 16$

c) $7^{x^2-9} = 1$

d) $25^{2x+1} = 125^{-x+2}$

e) $10^{x+2} \cdot 100^{-3x} = 10\,000\,000$

f) $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^x} = 0,\overline{6}$

Resolução

Nessas equações podemos reduzir os dois membros a potências de mesma base.

a) $3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$

Portanto, $S = \{3\}$.

b) $2^{x-15} = 16 \Rightarrow 2^{x-15} = 2^4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 15 = 4 \Rightarrow x = 19$

Portanto, $S = \{19\}$.

c) $7^{x^2-9} = 1 \Rightarrow 7^{x^2-9} = 7^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 0 \left\langle \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{array} \right.$

Portanto, $S = \{-3, 3\}$.

d) $25^{2x+1} = 125^{-x+2} \Rightarrow \left(5^2\right)^{2x+1} = \left(5^3\right)^{-x+2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 5^{4x+2} = 5^{-3x+6} \Rightarrow 4x + 2 = -3x + 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 7x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{7}$

Portanto, $S = \left\{\frac{4}{7}\right\}$.

e) $10^{x+2} \cdot 100^{-3x} = 10\,000\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^{x+2} \cdot \left(10^2\right)^{-3x} = 10^7 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^{x+2-6x} = 10^7 \Rightarrow$

$\Rightarrow -5x + 2 = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow -5x = 5 \Rightarrow x = -1$

Portanto, $S = \{-1\}$.

f) $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^x} = 0,\overline{6} \Rightarrow \left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^x\right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot x \cdot \frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^1 \Rightarrow x = 1$

Portanto, $S = \{1\}$.

R4. Determine a solução da equação $49^x - 6 \cdot 7^x = 7$.

Resolução

Nessa equação não é possível reduzir os dois membros a potências de mesma base. Nesse caso, é necessário utilizar alguns artifícios de cálculo.

Temos que:

$$49^x - 6 \cdot 7^x = 7 \Rightarrow \left(7^2\right)^x - 6 \cdot 7^x - 7 = 0 \Rightarrow \left(7^x\right)^2 - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$$

Substituímos $y = 7^x$ para resolver a equação: $y^2 - 6y - 7 = 0 \left\langle \begin{array}{l} y_1 = -1 \\ y_2 = 7 \end{array} \right.$

Note que $\left(7^x\right)^2 = 7^{x \cdot 2} = \left(7^2\right)^x$.

Retornamos os valores de y_1 e y_2 na igualdade $y = 7^x$.

- $y_1 = -1 \Rightarrow 7^{x_1} = -1$ (impossível)
- $y_2 = 7 \Rightarrow 7^{x_2} = 7^1 \Rightarrow x_2 = 1$

Portanto, $S = \{1\}$.

Anote as respostas no caderno.

45. Resolva as equações.

a) $3^{x+1}=27$ $S=\{2\}$

b) $(0{,}25)^{2x+3}=4^{x-1}$ $S=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

c) $\sqrt{7^x}=343$ $S=\{6\}$

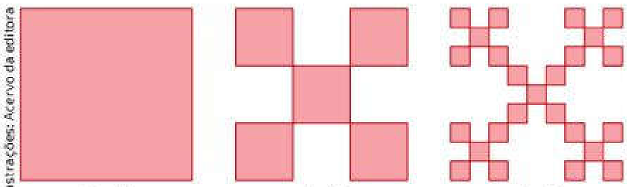
d) $5^{\frac{3}{2}x}=125^4$ $S=\{8\}$

e) $\sqrt[6]{1\,000}\cdot 10^x=0{,}001$ $S=\left\{-\frac{7}{2}\right\}$

f) $\dfrac{8^x}{2^{x+2}}=256$ $S=\{5\}$

46. A sequência de figuras apresenta vários níveis na composição de um fractal.

Ilustrações: Acervo da editora



nível 1 nível 2 nível 3

a) Utilizando malha quadriculada, construa a figura correspondente ao próximo nível dessa sequência. Resposta no final do livro.

b) Qual função expressa o número y de quadradinhos existentes na figura de nível x dessa sequência? $y=5^{x-1}$

- $y=5^{x+1}$
- $y=5^x$
- $y=5^{x-1}$

c) Em qual nível da sequência o número de quadradinhos da figura será:

- 3 125? nível 6
- 78 125? nível 8

47. Nas páginas **134** e **135** estudamos que Gordon Moore, em 1965, previa que o número de transistores que compõem *chips* e microprocessadores dobraria a cada 2 anos. Essa previsão ficou conhecida como Lei de Moore.

a) Escreva uma função que estime a quantidade f de transistores em função do tempo t, em anos, considerando as estimativas realizadas por Moore e sabendo que o primeiro microprocessador, criado em 1971, tinha 2 300 transistores. $f(t)=2\,300\cdot 2^{\frac{t}{2}}$

Para resolver a atividade, considere o ano 1971 como o tempo inicial da Lei de Moore, ou seja, $t=0$.

Para resolver o item **b**, pode ser utilizada uma calculadora científica.

b) Qual a estimativa de quantidade de transistores, de acordo com a Lei de Moore, de um microprocessador em 1989? E em 2014?
1 177 600 transistores; 6 821 387 842 transistores

c) Sabendo que em 1989 e em 2014 foram lançados microprocessadores com, respectivamente, 1 200 000 e 1 300 000 000 transistores aproximadamente, pode-se afirmar, comparando com os resultados obtidos no item **b**, que esses processadores acompanharam a Lei de Moore?

48. Determine o valor de x para que a igualdade $3^{5x+1}\cdot(0{,}\overline{3})^{x+8}=243^{x-3}$ seja verdadeira. 8

49. (UFMG-MG) A população de uma colônia da bactéria *E. coli* dobra a cada 20 minutos. Em um experimento, colocou-se, inicialmente, em um tubo de ensaio, uma amostra com 1 000 bactérias por mililitro. No final do experimento, obteve-se um total de $4{,}096\cdot 10^6$ bactérias por mililitro.

Assim, o tempo do experimento foi de: d

a) 3 horas e 40 minutos

b) 3 horas

c) 3 horas e 20 minutos

d) 4 horas

Capítulo 5

50. Considere as funções $f(x)=2\cdot(0{,}5)^x$ e $g(x)=4^x$.

a) Classifique essas funções em crescente ou decrescente. crescente: *g*; decrescente: *f*

b) Para qual valor de x, $f(x)=g(x)$? $x=\frac{1}{3}$

c) Esboce em um mesmo plano cartesiano os gráficos das funções f e g, indicando as coordenadas do ponto em que eles se intersectam.
Resposta nas **Orientações para o professor.**

51. É correto afirmar que a equação $(0{,}5)^{x^2-6}=8$: d

a) não possui solução real.

b) possui infinitas soluções reais.

c) possui apenas uma solução real.

d) possui apenas duas soluções reais.

52. Resolva as equações.

a) $9^{2x-1}=1$ $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

b) $6\cdot 7^{x-3}=294$ $S=\{5\}$

c) $3^{1+x}=324-3^x$ $S=\{4\}$

d) $2^{x+2}+2^{x-1}=36$ $S=\{3\}$

e) $\dfrac{25^x+5}{6}-5^x=0$ $S=\{0, 1\}$

f) $(4^{x+1}-4^x)^2=144$ $S=\{1\}$

47. c) Resposta esperada: a quantidade de transistores do microprocessador lançado em 1989 aproxima-se da estimada pela Lei de Moore. Já o microprocessador de 2014 apresenta uma quantidade muito inferior à estimada pela Lei de Moore.

53. Uma rede de lojas de informática verificou que a quantidade de peças vendidas de certo produto, numa filial **A**, pode ser descrita pela função $y=10\cdot 5^x$, em que x representa a quantidade de meses desde a inauguração da loja, e y, o total de produtos vendidos. Outra filial, **B**, vende a cada mês o triplo de **A**. Sabendo que ambas as lojas foram inauguradas em janeiro ($x=0$), em que mês as duas lojas juntas venderam 25 000 peças do produto? maio

54. Determine o valor de x para que $4^{x+1}-12=2^{x+1}$.
$x=1$

Inequação exponencial

Note que, quando $a>1$, o sentido da desigualdade se mantém, e quando $0<a<1$, o sentido da desigualdade é invertida.

Uma desigualdade que apresenta a incógnita apenas no expoente é denominada **inequação exponencial**. Observe alguns exemplos:

- $3^x>81$
- $5^{x-3}<125$
- $\left(\frac{1}{8}\right)^x \geq 256$
- $7^{x^2-1} \leq \sqrt{49^x}$

Para resolver uma inequação exponencial, reduzimos os dois membros a potências de mesma base. Depois, sabendo que a função exponencial $f(x)=a^x$ é crescente quando $a>1$ e decrescente quando $0<a<1$, aplicamos a seguinte propriedade:

- se $a>1$: $a^{x_1}<a^{x_2} \Leftrightarrow x_1<x_2$
- se $0<a<1$: $a^{x_1}<a^{x_2} \Leftrightarrow x_1>x_2$

Veja, a seguir, a resolução de algumas inequações exponenciais.

Atividades resolvidas

R5. Resolva as inequações.

a) $3^x<81$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} \geq \frac{1}{4}$ c) $25^{x^2-3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Resolução

a) Temos que $3^x<81 \Rightarrow 3^x<3^4$.
Como $a=3>1$, a desigualdade se mantém.

$$3^x<3^4 \Rightarrow x<4$$

Portanto, $S=\{x \in \mathbb{R} \mid x<4\}$.

b) Temos que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Como $a=\frac{1}{2}$ e $0<a<1$, a desigualdade é invertida.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow -x+1 \leq 2 \Rightarrow x \geq -1$$

Portanto, $S=\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$.

c) Temos que:

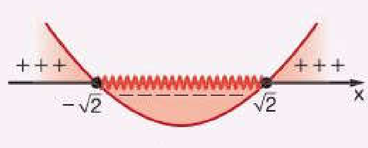
$$25^{x^2-3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow (5^2)^{x^2-3} \leq \frac{1}{5^2} \Rightarrow 5^{2x^2-6} \leq 5^{-2}$$

Como $a=5>1$, a desigualdade se mantém.

$$5^{2x^2-6} \leq 5^{-2} \Rightarrow 2x^2-6 \leq -2 \Rightarrow 2x^2-4 \leq 0$$

Fazemos o estudo da função $f(x)=2x^2-4$:

- a parábola tem concavidade voltada para cima.
- $f(x)=0 \Rightarrow 2x^2-4=0 \left\langle \begin{array}{l} x_1=-\sqrt{2} \\ x_2=\sqrt{2} \end{array}\right.$



Portanto, $S=\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$.

R6. Resolva a inequação dupla $49^{x-1}<\left(\frac{1}{7}\right)^x<\sqrt{7}$.

Resolução

Temos que:

$$49^{x-1}<\left(\frac{1}{7}\right)^x<\sqrt{7} \Leftrightarrow \begin{cases} 49^{x-1}<\left(\frac{1}{7}\right)^x \\ \left(\frac{1}{7}\right)^x<\sqrt{7} \end{cases}$$

Resolvemos cada inequação:

- $49^{x-1}<\left(\frac{1}{7}\right)^x \Rightarrow (7^2)^{x-1}<(7^{-1})^x \Rightarrow 7^{2x-2}<7^{-x}$

Como $a=7>1$, a desigualdade se mantém.

$$7^{2x-2}<7^{-x} \Rightarrow 2x-2<-x \Rightarrow x<\frac{2}{3}$$

Logo, $S_1=\left]-\infty, \frac{2}{3}\right[$.

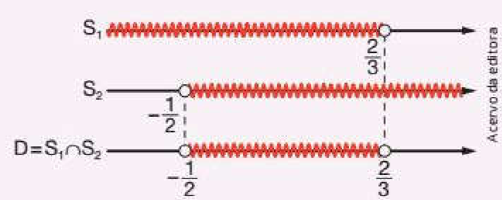
- $\left(\frac{1}{7}\right)^x<\sqrt{7} \Rightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^x<\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^x<\left(\frac{1}{7}\right)^{-\frac{1}{2}}$

Como $a=\frac{1}{7}$ e $0<a<1$, a desigualdade é invertida.

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x<\left(\frac{1}{7}\right)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow x>-\frac{1}{2}$$

Logo, $S_2=\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

Fazemos a interseção de S_1 e S_2.



Portanto, $S=\left]-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right[$ ou

$S=\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}\right\}$.

R7. Qual é o domínio da função $f(x)=\dfrac{5}{\sqrt{49^{\frac{4-x}{3}}-\sqrt[3]{7}}}$?

Resolução

O domínio da função é dado pela seguinte inequação:

$$49^{\frac{4-x}{3}}-\sqrt[3]{7}>0 \Rightarrow \left(7^2\right)^{\frac{4-x}{3}}>7^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 7^{\frac{8-2x}{3}}>7^{\frac{1}{3}}$$

Como $a=7>1$, a desigualdade se mantém.

$$7^{\frac{8-2x}{3}}>7^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{8-2x}{3}>\frac{1}{3} \Rightarrow 8-2x>1 \Rightarrow -2x>-7 \Rightarrow x<\frac{7}{2}$$

Portanto, $D(f)=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x<\frac{7}{2}\right\}$.

Atividades

Anote as respostas no caderno.

55. Resolva as inequações.

a) $27^x\ge 3$ $S=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge\frac{1}{3}\right\}$

b) $(0,8)^{2x-3}<(0,8)^5$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x>4\}$

c) $3\cdot 4^x\le 72-6\cdot 4^x$ $S=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x\le\frac{3}{2}\right\}$

d) $4^{x+1}\cdot 2^{x-1}<128$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x<2\}$

e) $25\ge\dfrac{5}{5^x}$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge -1\}$

f) $3^{x(x+1)}>3^{x^2+1}$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x>1\}$

56. O conjunto-solução da inequação $3\cdot 2^{x+2}-2^{2x}>32$ é: b

a) $]4, 8[$ b) $]2, 3[$ c) $[4, 8]$ d) $[2, 3]$

57. Sendo $f(x)=2^x+2^{x+1}$, calcule *x*, de modo que $f(x)\le 96$. $x\le 5$

58. Determine o domínio de cada função.

- $f(x)=\sqrt{3^{x-2}-1}$ $D(f)=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 2\}$
- $g(x)=5\sqrt{2^{2x-1}-8}$ $D(g)=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 2\}$
- $h(x)=\left(\sqrt[4]{4^x-2^{x+4}}\right)^2$ $D(h)=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 4\}$

59. Para quais valores de *x* a desigualdade $(0,4)^x<(0,4)^{\frac{x-3}{2}}$ é verdadeira? $x>-3$

60. Qual dos intervalos representa o conjunto-solução da inequação $0,5\le 8^{2x}<4$? d

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Ilustrações: Acervo da editora

61. Para qual subconjunto do domínio de $f(x)=(0,6)^{2x+1}$ temos $\dfrac{27}{125}<f(x)\le 1$? a

a) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right[$ b) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ c) $\left]-\frac{1}{2}, 1\right]$ d) $\left]-\frac{1}{2}, 1\right[$

62. Sabendo que $f(x)=8^x-2^{x+1}$ e $g(x)=-4^x$, para quais valores de *x* temos $f(x)+g(x)>0$? $x>1$

63. **Desafio**

(UEL-PR) Algumas empresas utilizam uma função matemática, denominada curva de aprendizagem, como parâmetro de contratação de mão de obra na área de produção. Essa função pode ser definida como $f(x)=a\left(b-3^{-cx}\right)$, onde *a*, *b* e *c* são constantes reais e *x* é o tempo medido em dias. O processo desencadeia-se da seguinte forma: primeiramente são selecionados candidatos ao emprego; em seguida, passam por treinamento num setor específico da produção; finalmente, eles exercem seu trabalho em regime de experiência nesse setor por 30 dias. Finalizado o período, são ajustadas as constantes *a*, *b* e *c* à curva *f* para cada candidato. A empresa define como curva ideal a situação em que $a=45$, $b=2$ e $c=0$, e a contratação ocorrerá se a curva *f* do candidato selecionado atingir ou ultrapassar a situação ideal no regime de experiência.

Os candidatos João e Paulo obtiveram, respectivamente, como curva de aprendizagem, as funções $f(x)=15\left(\frac{10}{3}-3^{-0,01x}\right)$ e

$f(x)=30\left(\dfrac{10+15\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}-3^{-0,04x}\right)$.

Com base no que foi exposto, é correto afirmar que: b

a) Paulo não será contratado.

b) João não será contratado e Paulo será contratado.

c) João será contratado e Paulo não será contratado.

d) João e Paulo não serão contratados.

e) João será contratado.

Ser consciente

Evite o tabagismo

O tabagismo é caracterizado como a principal causa de morte evitável do mundo. Segundo relatório da Organização Mundial da Saúde (OMS) sobre Epidemia Global do Tabaco (2013), o tabaco mata mais de 6 milhões de pessoas por ano. Muitos pensam que "só experimentar" cigarro ou outro derivado de tabaco não causa dependência, porém, a maioria dos adultos começa a fumar com 18 anos ou menos. A Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar – 2012, realizada com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, apontou que 19,6% dos adolescentes já haviam experimentado cigarro.

Uma prática mais recente entre os jovens é o uso do narguilé (cachimbo-d'água), habitualmente compartilhado em rodas de amigos, que muitas vezes desconhecem os prejuízos à saúde causados por ele. No entanto, é importante saber que o uso do narguilé, em um período que dure entre 20 e 80 minutos, corresponde à exposição aos componentes tóxicos da fumaça de 100 a 200 cigarros. Além disso, ao compartilhá-lo, os usuários podem ser expostos ao vírus da herpes, hepatite C, tuberculose e a outras doenças da boca.

O tabagismo é uma doença caracterizada pela dependência da droga nicotina presente em qualquer derivado de tabaco, como cigarro, narguilé, cigarro de palha, charuto, entre outros. A quantidade de nicotina presente no corpo de uma pessoa reduz pela metade a cada duas horas aproximadamente. Desse modo, quando os neurônios sentem falta dessa substância, provocam agitação, nervosismo e falta de concentração, levando a pessoa a fumar novamente, repetindo assim o ciclo. A cada cigarro consumido, o organismo absorve aproximadamente 1 mg de nicotina.

Fontes de pesquisa: <www.inca.gov.br/wcm/dncf/2015/o-que-e-narguile.asp>. Acesso em: 1 set. 2015. <http://portalsaude.saude.gov.br/index.php/cidadao/principal/agencia-saude/13071-min>. Acesso em: 15 set. 2015. <www.ensp.fiocruz.br/portal-ensp/informe/site/materia/detalhe/33130>. Acesso em: 3 nov. 2015.

Tabaco: livre-se de seus males!

Ao consumir derivados do tabaco, aproximadamente 4 720 substâncias tóxicas são introduzidas no organismo. No Brasil, existem leis que estabelecem normas para uso e venda de derivados do tabaco. Para evitar doenças relacionadas ao seu uso, o melhor é não consumi-lo.

A nicotina está presente nas folhas da planta *Nicotiana tabacum*, que é a planta do tabaco. Desde o manuseio na lavoura é necessário evitar o contato das folhas com a pele que pode causar intoxicação, provocando mal-estar e a doença da folha verde.

Analisando com cidadania

a) Quais as desvantagens de consumir produtos derivados do tabaco?

a) Resposta esperada: tornar-se dependente da substância e desenvolver diversas doenças associadas ao tabagismo.

b) Você já experimentou ou é usuário de algum dos produtos derivados do tabaco? Relate sua experiência. Resposta pessoal.

c) Se o tabagismo é a principal causa de morte evitável do mundo, na sua opinião, por que ainda há um alto índice de fumantes? Converse com seus colegas e o professor. Resposta pessoal.

Analisando com Matemática

Considerando o consumo de um único cigarro, resolva os itens a seguir.

d) Qual função representa a quantidade *y* de nicotina (em mg) presente no corpo de uma pessoa *t* horas após o consumo, desconsiderando uma quantidade inicial que porventura se tenha no organismo? $y = 2^{-\frac{t}{2}}$

- $y = 2^t$
- $y = 2^{\frac{t}{2}}$
- $y = 2^{-\frac{t}{2}}$
- $y = 2^{-t}$

e) Qual é a quantidade de nicotina presente no organismo, proveniente daquele único cigarro, após 4 h do consumo? 0,25 mg

Veja mais informações sobre o tabagismo no *site*:

- <http://tub.im/bi57tf>

(acesso em: 3 fev. 2016)

Atualmente, leis proíbem a venda de derivados do tabaco para menores de 18 anos e também qualquer tipo de propaganda relacionada ao tabaco, seja pela televisão ou pelo estabelecimento que o comercializa, entre outros. Também é proibido fumar derivados do tabaco em ambientes fechados públicos e privados.

O consumo de derivados do tabaco é nocivo à saúde, causando muitas doenças, principalmente respiratórias, cardiovasculares, além de vários tipos de câncer. No Brasil, o tabagismo é responsável por aproximadamente 200 mil mortes por ano.

Davi Augusto