

QUY HOẠCH ĐỘNG

Nguyễn Việt Anh

Mục tiêu

- Giúp sinh viên nắm rõ được phương pháp quy hoạch động
- Phân tích và cài đặt được bài toán sử dụng phương pháp quy hoạch động

Quy hoạch động

a) Định nghĩa

- Phương pháp quy hoạch động thường dùng để giải các bài toán tối ưu có bản chất đệ quy
- Trong QHĐ khi không biết phải giải bài toán con nào ta sẽ giải tất cả các bài toán con và lưu trữ lại tất cả các nghiệm của các bài toán con này và khi gặp lại thì không cần phải giải lại mà chỉ cần sử dụng các nghiệm đã được lưu trữ.

Quy hoạch động

- Các yêu cầu:

1. Bài toán phải phân rã thành nhiều bài toán con
2. Cần có bộ nhớ để lưu trữ
3. Hữu hạn

Quy hoạch động

c) Thuật toán QHĐ

- **Bước 1:** Xác định bài toán cơ sở
- **Bước 2:** Tìm mối liên hệ giữa các bài toán cơ sở. Dùng công thức truy hồi, tính nghiệm bài toán lớn hơn và lưu kết quả
- **Bước 3:** Truy vết để tìm nghiệm

Quy hoạch động

Bài toán dãy con đơn điệu tăng dài nhất

- Cho A n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Một dãy con của A là một cách chọn trong A một số phần tử giữ nguyên thứ tự.
- **Yêu cầu.** Tìm dãy con của A có phần tử đầu tiên là a_1 , đơn điệu tăng và có độ dài lớn nhất.

Quy hoạch động

- **Bảng phương án.**
- Mảng một chiều L kích thước n làm bảng phương án, trong đó $L[i]$ là độ dài lớn nhất của các dãy con đơn điệu tăng, có phần tử đầu tiên là a_i .

Quy hoạch động

- **Cơ sở .**
- $L[n] = 1$, vì chỉ có một dãy con duy nhất là a_n .

Quy hoạch động

- **Công thức truy hồi.**
- Với i bắt đầu bằng n , mỗi lần giảm i một đơn vị ($i-1$) tính $L[i]$ là độ dài dãy con đơn điệu tăng, dài nhất có phần tử đầu tiên là a_i khi đã biết $L[i+1], \dots, L[n]$.
- Dãy con dài nhất từ vị trí $a[i]$ sẽ được thành lập bằng cách ghép thêm $a[i]$ vào

Quy hoạch động

đầu một trong số các dãy con dài nhất bắt đầu từ vị trí $a[j]$ đứng sau $a[i]$ mà $a[j] > a[i]$.

- Xét tất cả chỉ số j trong khoảng từ $i+1$ đến n mà $a[j] > a[i]$, chọn ra chỉ số j_{\max} có $L[j_{\max}]$ là lớn nhất. Do đó công thức truy hồi sẽ là:
$$L[i] = L[j_{\max}] + 1.$$
- Trường hợp không tồn tại a_j mà $a_j > a_i$ thì đặt $L[i] = 1$

Quy hoạch động

- (iiii) Truy vết
- Nếu cần đưa ra các phần tử của dãy con có độ dài dài nhất, cần tạo mảng T : $T[i] = j_{\max}$ để chỉ rằng dãy con dài nhất bắt đầu từ $a[i]$ có phần tử thứ 2 là $a[j_{\max}]$.

Quy hoạch động

- Ví dụ. Cho dãy A gồm 9 số (6,1,3,10,9,5,2,6,7).
- **Yêu cầu.** Tìm độ dài dài nhất của dãy con đơn điệu tăng, có phần tử đầu tiên là a_1 . Đưa ra một dãy con có độ dài dài nhất
-

Quy hoạch động

• 3.3 Bài toán biến đổi chuỗi

• Cho $X = x_1x_2\dots x_m$ và $Y = y_1y_2\dots y_n$

• Với chuỗi X có thể sử dụng 03 phép toán: chèn thêm một ký tự vào một vị trí bất kỳ, xóa một ký tự bất kỳ, đổi một ký tự bất kỳ thành một ký tự tùy chọn.

• **Yêu cầu:** Sử dụng ít phép toán nhất để biến đổi X thành Y

Quy hoạch động

- **Bảng phương án**
- $B[0..m, 0..n]$ làm bảng phương án, trong đó $B[i,j]$ là số phép toán ít nhất để biến đổi xâu con X_i (prefix của X) thành xâu con Y_j (prefix của Y).
- **Cơ sở**
- X_i là xâu rỗng ($i=0$), $B[0,j] = j$.
- Y_j là xâu rỗng ($j=0$),

Quy hoạch động

- **Công thức truy hồi**

- - Nếu $x_i = y_j$ thì $B[i, j] = B[i-1, j-1]$
 - Nếu $x_i \neq y_j$ thì tại vị trí x_i :
 - + Hoặc chèn vào sau x_i một kí tự y_j , khi đó $B[i, j] = 1 + B[i, j-1]$
 - + Hoặc thay x_i bằng y_j , khi đó là $B[i, j] = 1 + B[i-1, j-1]$
 - + Hoặc xóa x_i , khi đó $B[i, j] = 1 + B[i-1, j]$
- $$B[i, j] = \min (B[i-1, j-1], B[i-1, j], B[i, j-1]) + 1$$

Quy hoạch động

- (iiii) Truy vết
- **ĐS** $B[n,m]$ chứa số lượng ít nhất các phép biến đổi.
- Khi cần chỉ rõ tại vị trí nào, cần sử dụng phép biến đổi nào ta xây dựng bảng $T[1..m, 1..n]$ để ghi nhận truy vết đánh dấu $B[i,j]$