

Quay lui

Nguyễn Việt Anh

Phương pháp quay lui

1. Bài toán
2. Phương pháp
3. Lược đồ tổng quát
4. Ví dụ minh họa
 1. Bài toán 8 hậu
 2. Bài toán mã đi tuần
 3. Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$
 4. Bài toán tìm các tập con có tổng cho trước

Bài toán

- Dùng để thiết kế thuật toán tìm ra một nghiệm hoặc tất cả các nghiệm của bài toán
- Trong nhiều trường hợp, việc tìm nghiệm quy về việc tìm một véctơ hữu hạn $V(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ nhưng độ dài véctơ có thể không được xác định trước.

Bài toán (tiếp...)

- Véc tơ này cần thoả mãn một số điều kiện nào đó tùy thuộc bài toán.
- Các thành phần x_i của vectơ được chọn từ một tập hữu hạn $A_i(i=1,2..n,...)$.

Phương pháp

- Ta xây dựng vectơ nghiệm dần từng bước, bắt đầu từ vectơ $()$.
- Thành phần đầu tiên x_1 được chọn ra từ tập $S_1 = A_1$.
- Khi đã chọn được các thành phần x_1, x_2, \dots, x_{i-1} từ các điều kiện của bài toán ta xác định tập S_i các ứng viên để chọn làm thành phần x_i .
- Tập S_i là tập con của A_i và phụ thuộc vào các thành phần x_1, x_2, \dots, x_{i-1} đã chọn.

Phương pháp (tiếp...)

- Chọn một phần tử x_i trong tập S_i ta mở rộng vectơ nghiệm $(x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$ thành vectơ nghiệm (x_1, x_2, \dots, x_i) .
- Lặp lại quá trình trên để tiếp tục mở rộng vectơ nghiệm (x_1, x_2, \dots, x_i) .
- Nếu không thể chọn được thành phần x_{i+1} (khi $S_{i+1} = \emptyset$) ta quay lại chọn phần tử khác của S_i làm x_i . Nếu không còn một phần tử nào khác của S_i ta quay lại chọn một phần tử khác của S_{i-1} làm x_{i-1} và cứ thế tiếp tục

Phương pháp (tiếp...)

- Trong quá trình mở rộng vectơ nghiệm ta phải kiểm tra vectơ nghiệm có là nghiệm của bài toán hay không.
- Nếu chỉ tìm 1 vectơ nghiệm, khi tìm được vectơ nghiệm ta dừng lại
- Nếu cần tìm tất cả các vectơ nghiệm, quá trình trên chỉ dừng khi tất cả các khả năng chọn các x_i của vectơ nghiệm đã được duyệt hết.

Lược đồ tổng quát

- Quaylui(vector,i) {Xác định thành x_i của vector nghiệm}
 - Bước 1: Xác định S_i
 - Bước 2: Với mọi $x_i \in S_i$ thực hiện các bước sau:
 - Bước 2.1: $\text{vector} = \text{vector} + (x_i)$;
 - Bước 2.2: Nếu vector là nghiệm thì Viết nghiệm
 - Bước 2.3: Quaylui(vector,i+1);
 - Bước 2.4: $\text{vector} = \text{vector} - (x_i)$;

Bài toán 8 quân hậu

- Input:
 - Bàn cờ 8×8
 - 8 quân hậu
- Output:
 - Đặt 8 quân hậu vào 8 ô khác nhau sao cho trên mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo chỉ có một quân

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

X							
						X	
				X			
							X
	X						
			X				
					X		
		X					

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

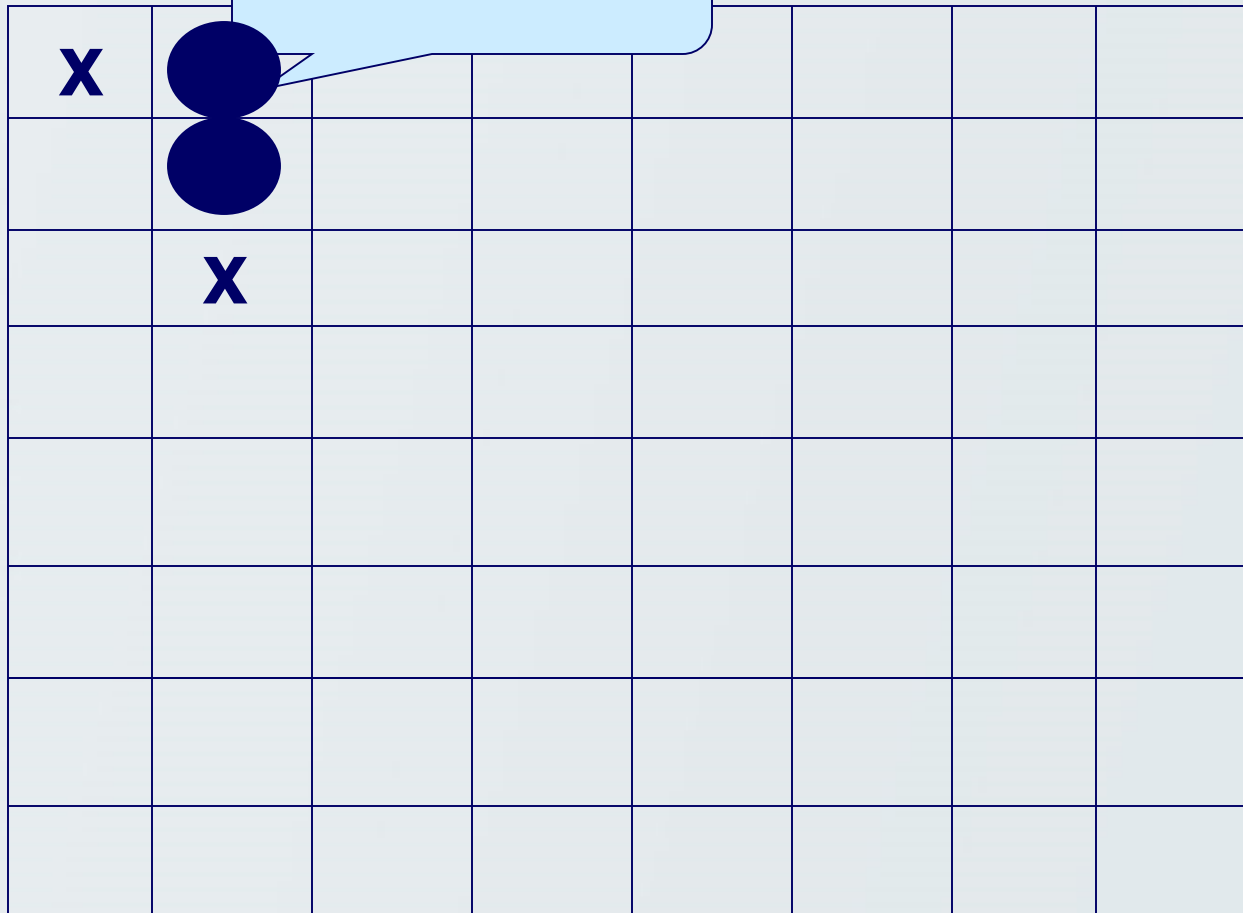
- Ý tưởng
 - Sử dụng phương pháp quay lui
 - Vét cạn mọi trường hợp có thể xảy ra

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

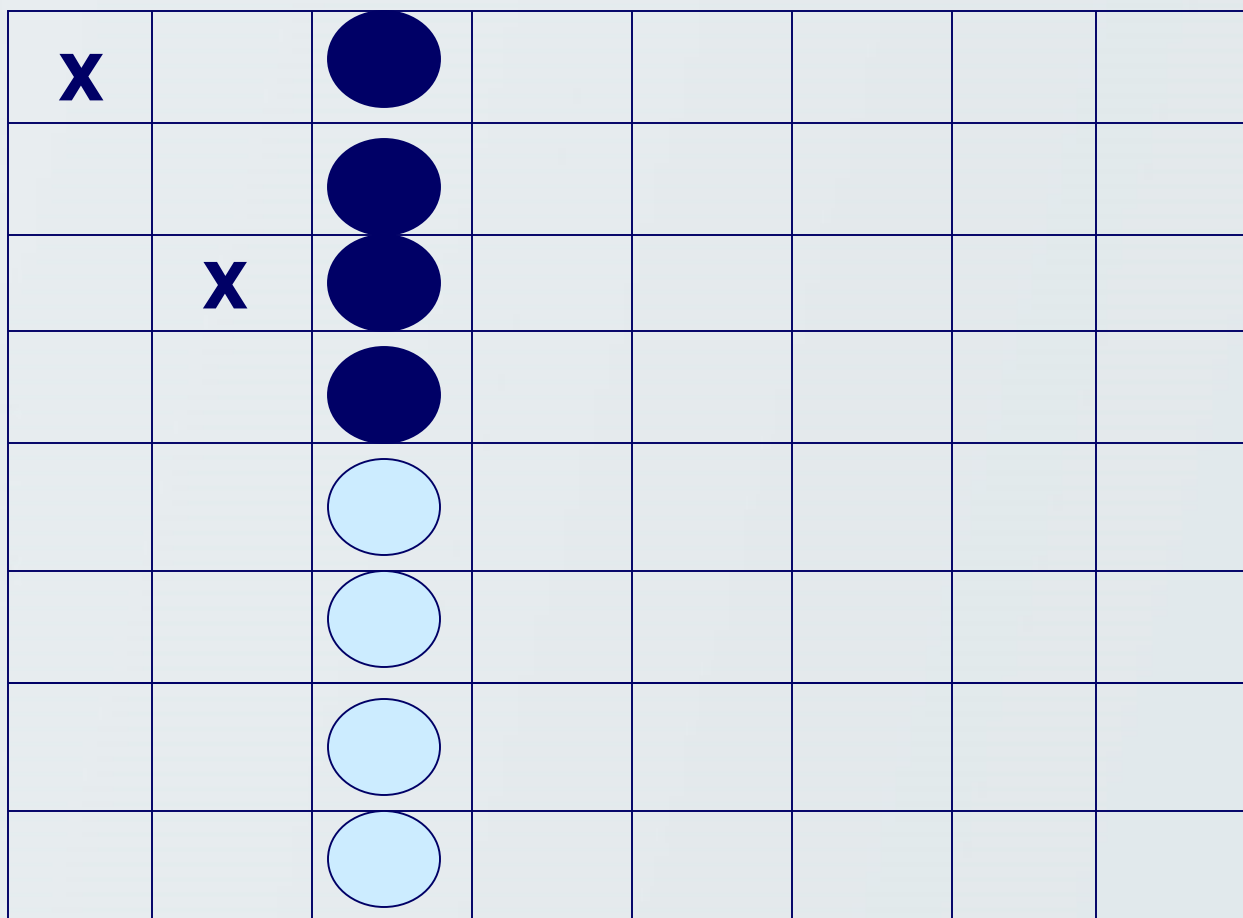
X							

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

Ồi! Tôi bị ăn



Bài toán 8 hậu (tiếp ...)



Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

x		●					
		●					
	x	●					
		●					
		x					

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

x			●				
	x		●				
			●				
		x	●				
			●				

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

X			●				
			●				
	X		●				
			●				
		X	●				
			●				
			X				

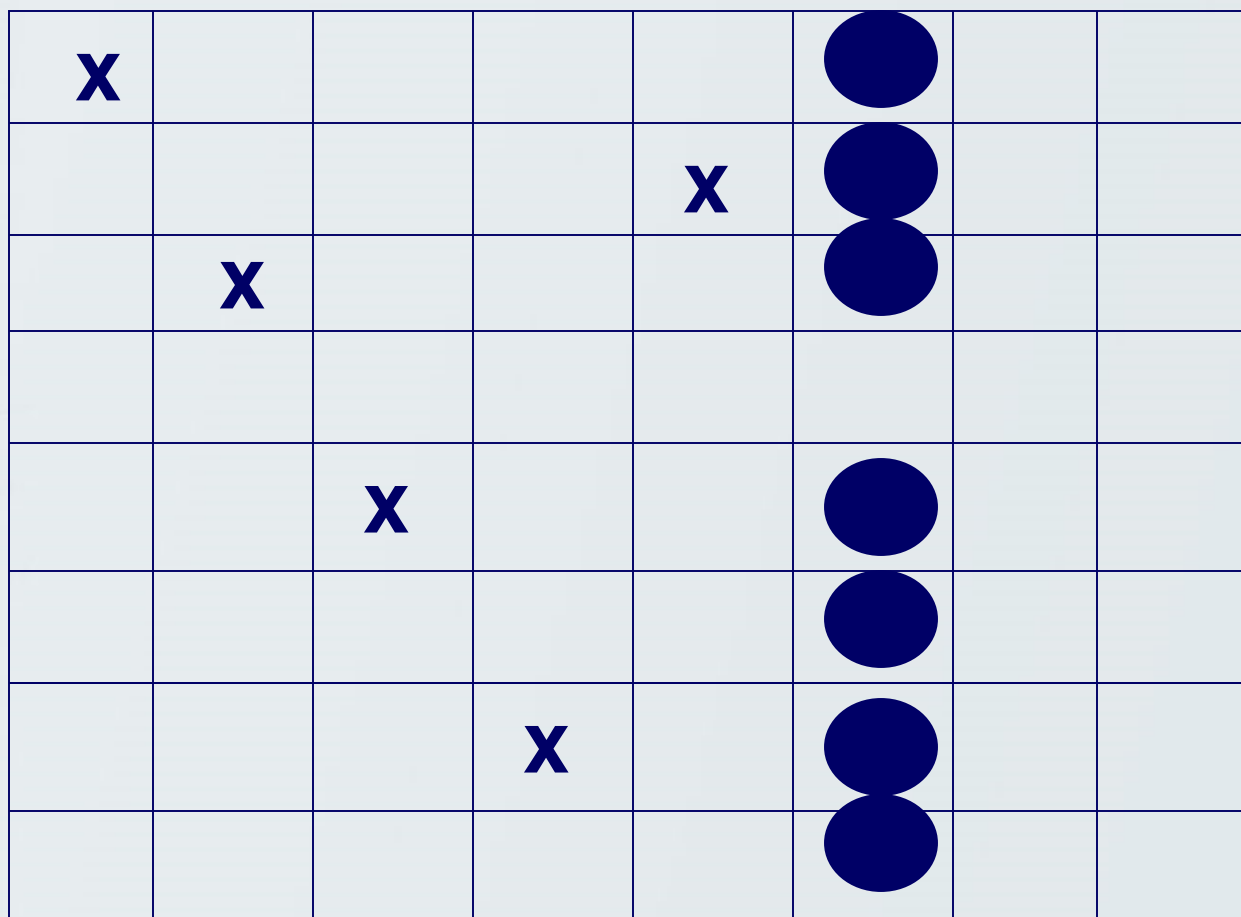
Bài toán 8 hậu (tiếp...)

X				●			
	X			●			
		X		●			
				●			
			X	●			
				●			

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

X				●			
				X			
	X			●			
		X		●			
				●			
			X	●			
				●			








Bài toán 8 hậu (tiếp...)



Bài toán 8 hậu (tiếp...)

X					●		
				X	●		
	X				●		
					X		
		X			●		
					●		
			X		●		
					●		

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

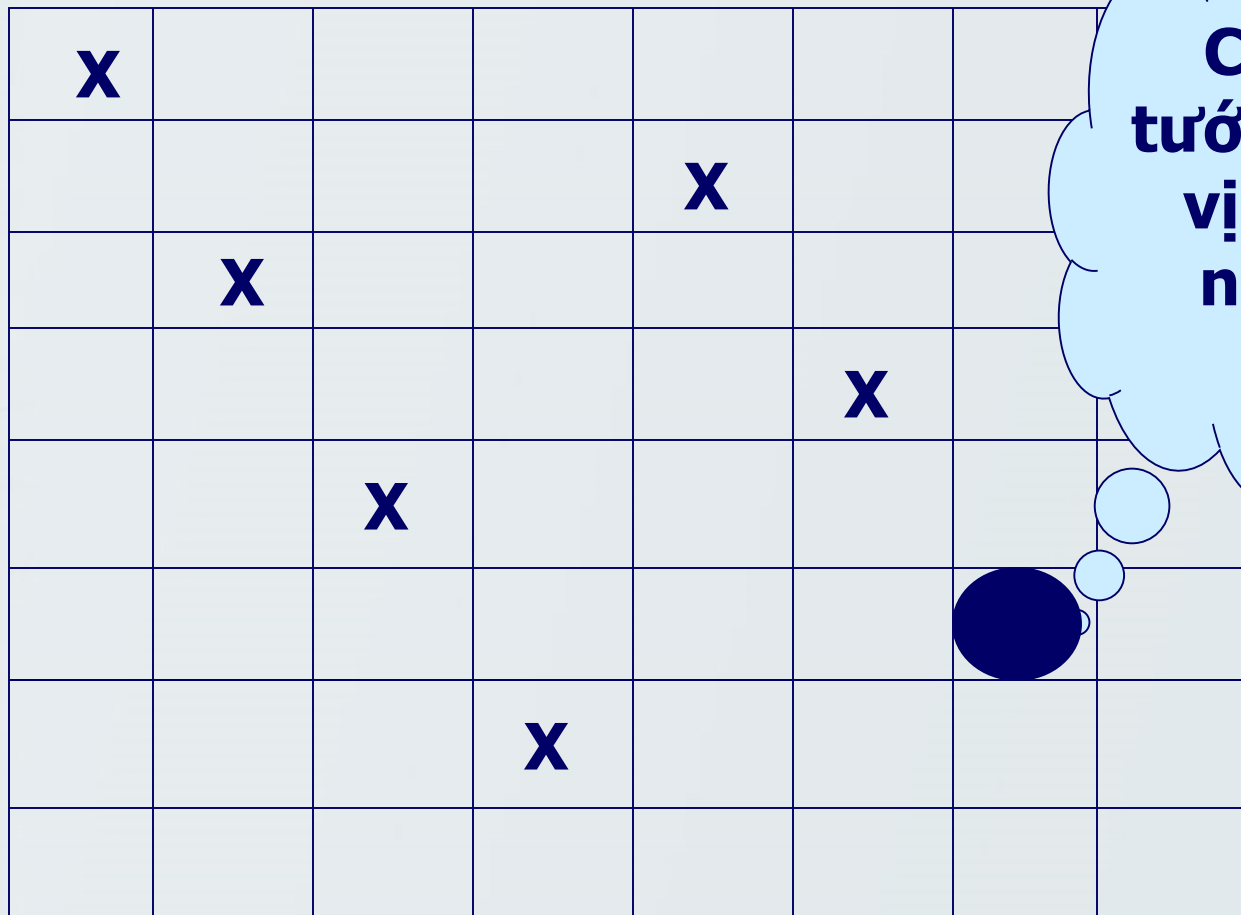
x							
				x			
	x						
					x		
		x					
						x	
			x				
							

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

X							●
				X			●
	X						●
					X		●
		X					●
						X	●
			X				●
							●

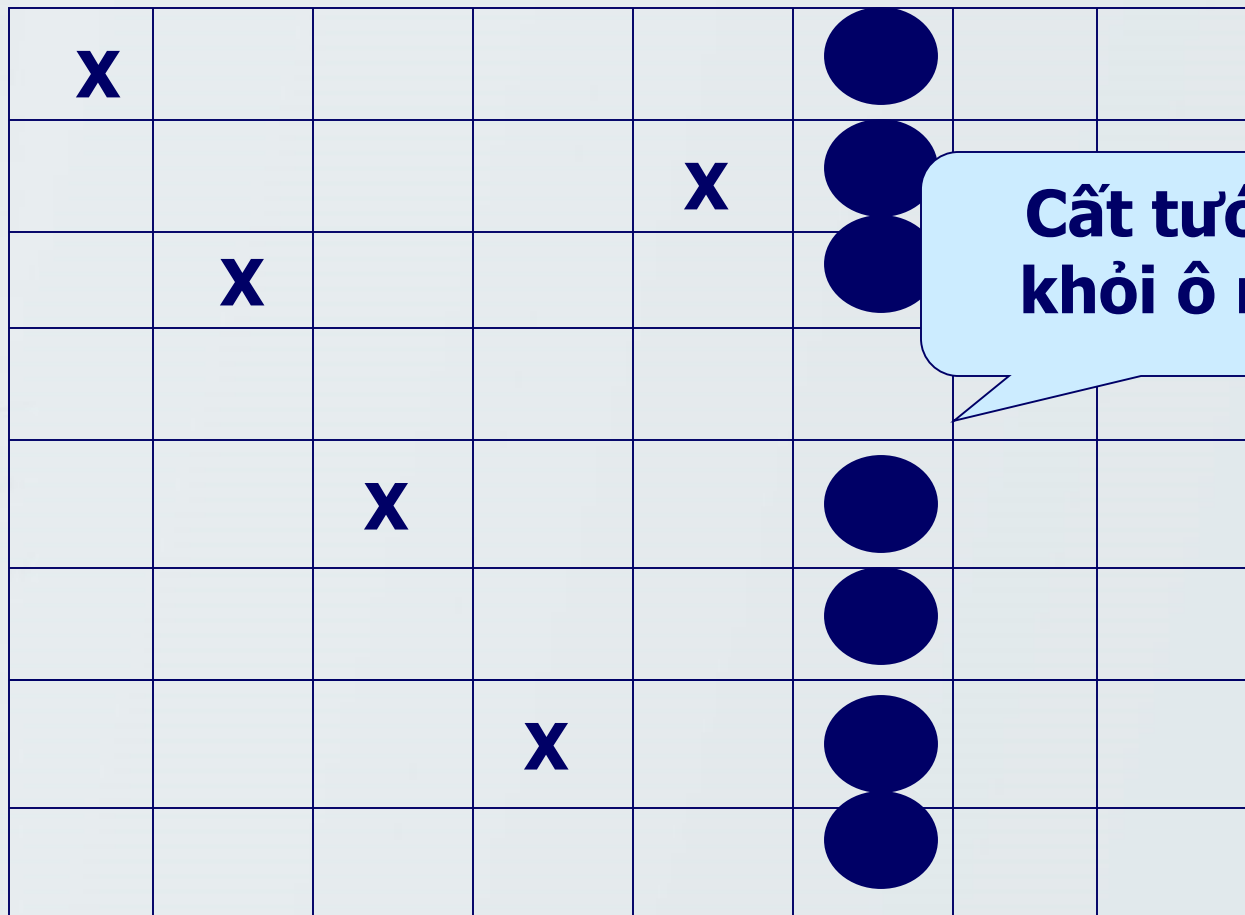
Hết chỗ
đặt
tướng
!!!

Bài toán 8 hậu (tiếp...)



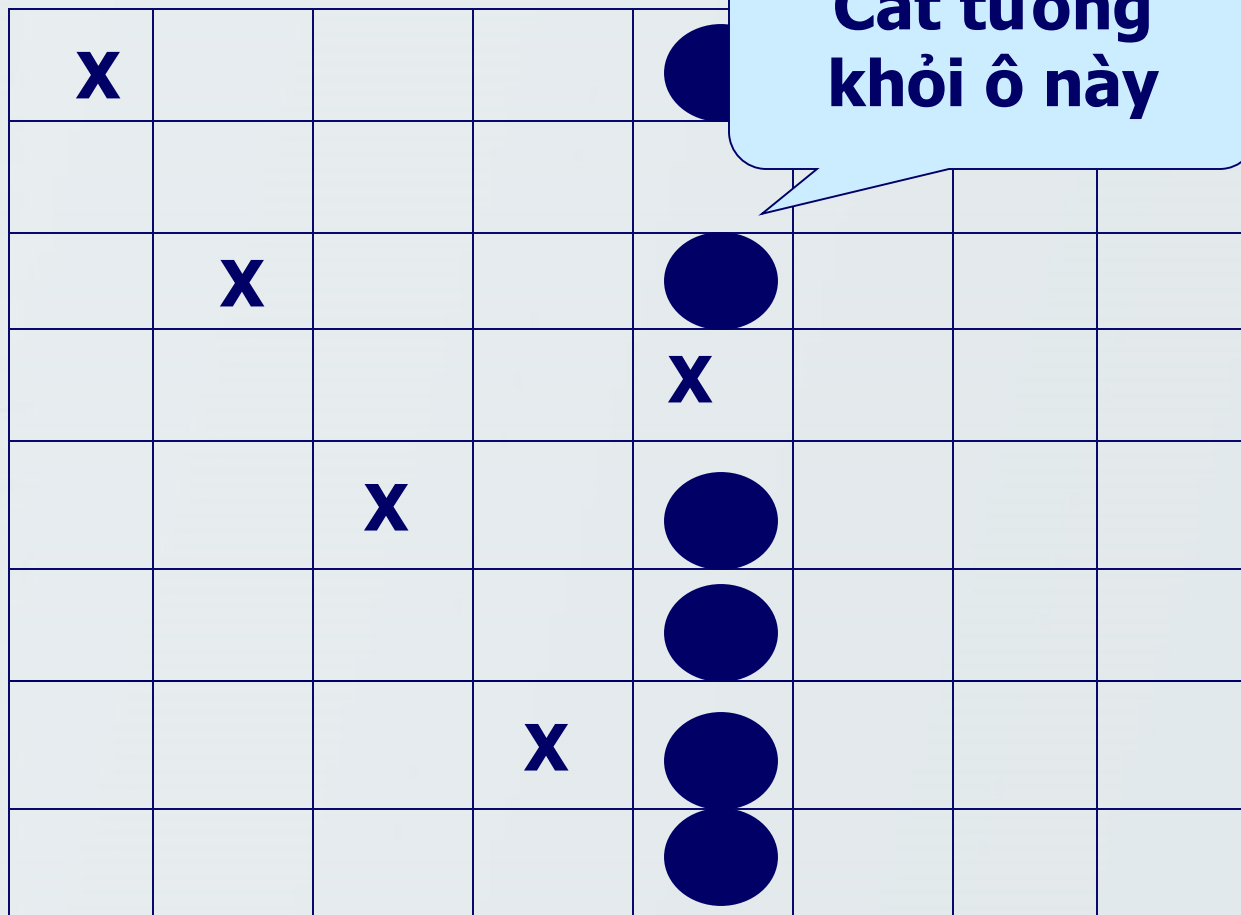
Cất
tướng ở
vị trí
này

Bài toán 8 hậu (tiếp...)











**Cắt tường
khỏi ô này**

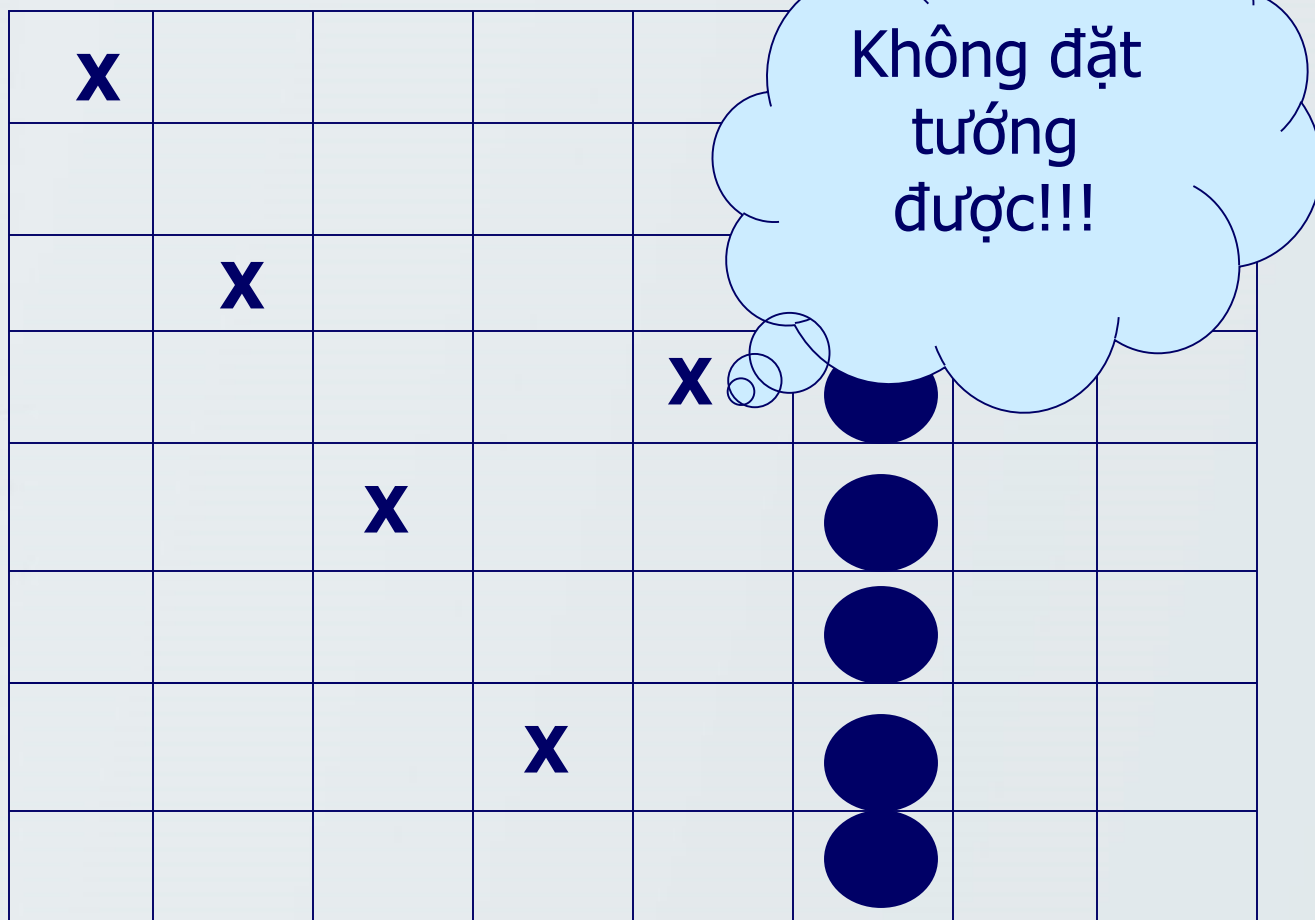
Bài toán 8 hậu (tiếp...)



Bài toán 8 hậu (tiếp...)

x							
							
	x						
				x			
		x					
							
			x				
							

Bài toán 8 hậu (tiếp...)



Bài toán 8 hậu (tiếp...)



Bài toán 8 hậu (tiếp...)

x							
				x			
	x						
		x					
			x				









Bài toán 8 hậu (tiếp...)

x							
				x			
	x						
					x		
		x					
			x				

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

x							
				x			
	x						
					x		
		x					
						x	
			x				

Bài toán 8 hậu (tiếp...)

x							
				x			
	x						
					x		
		x					
						x	
							
			x				

Bài toán 8 hậu (tiếp...)



Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

DATHAU(i); {Đặt bà thứ i trên bàn cờ }

Bước 1: Khởi động chọn vị trí cho bà thứ i;

Bước 2: Thực hiện các bước sau cho đến khi (**Thành công**) hoặc (**Hết chỗ đặt tướng bà**) :

Bước 2.1: Thực hiện phép chọn vị trí cho bà thứ i;

Bước 2.2: Nếu **Antoàn** thực hiện các bước sau:

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

Bước 2.1.a **Đặt tướng**

Bước 2.1.b Nếu ($i < 8$) thực hiện các bước sau

Bước 2.1.b.1 **DATHAU($i+1$)**

Bước 2.1.b.2 Nếu (**Không thành công**) thì **Cắt Tướng**

Bài toán 8 hậu (tiếp...) – Biểu diễn dữ liệu

- $X[1..8]$, x_i : vị trí tương bà thứ i tại cột i là hàng thứ mấy.
- $A[1..8]$:
 - $A_k = 1$ nếu không có bà nào nằm trên hàng k
 - $A_k = 0$ hàng k đã có tương bà
- $B[2..16]$:
 - $B_k = 1$ nếu không có bà nào nằm trên đường chéo chính thứ k
 - $B_k = 0$ nếu không có bà nào nằm trên đường chéo chính thứ k

Bài toán 8 hậu (tiếp...) – Biểu diễn dữ liệu

■ $C[-7..7]$:

- $C_k = 1$ nếu không có bà nào nằm trên đường chéo phụ thứ k
- $C_k = 0$ nếu không có bà nào nằm trên đường chéo phụ thứ k

■ An toàn:

- Tại ô(i,j) không có bà nào
- $(A_k = 1)$ và $(B_{i+j} = 1)$ và $(C_{i-j} = 1)$

Bài toán 8 hậu (tiếp...) – Biểu diễn dữ liệu

■ Đặt tướng:

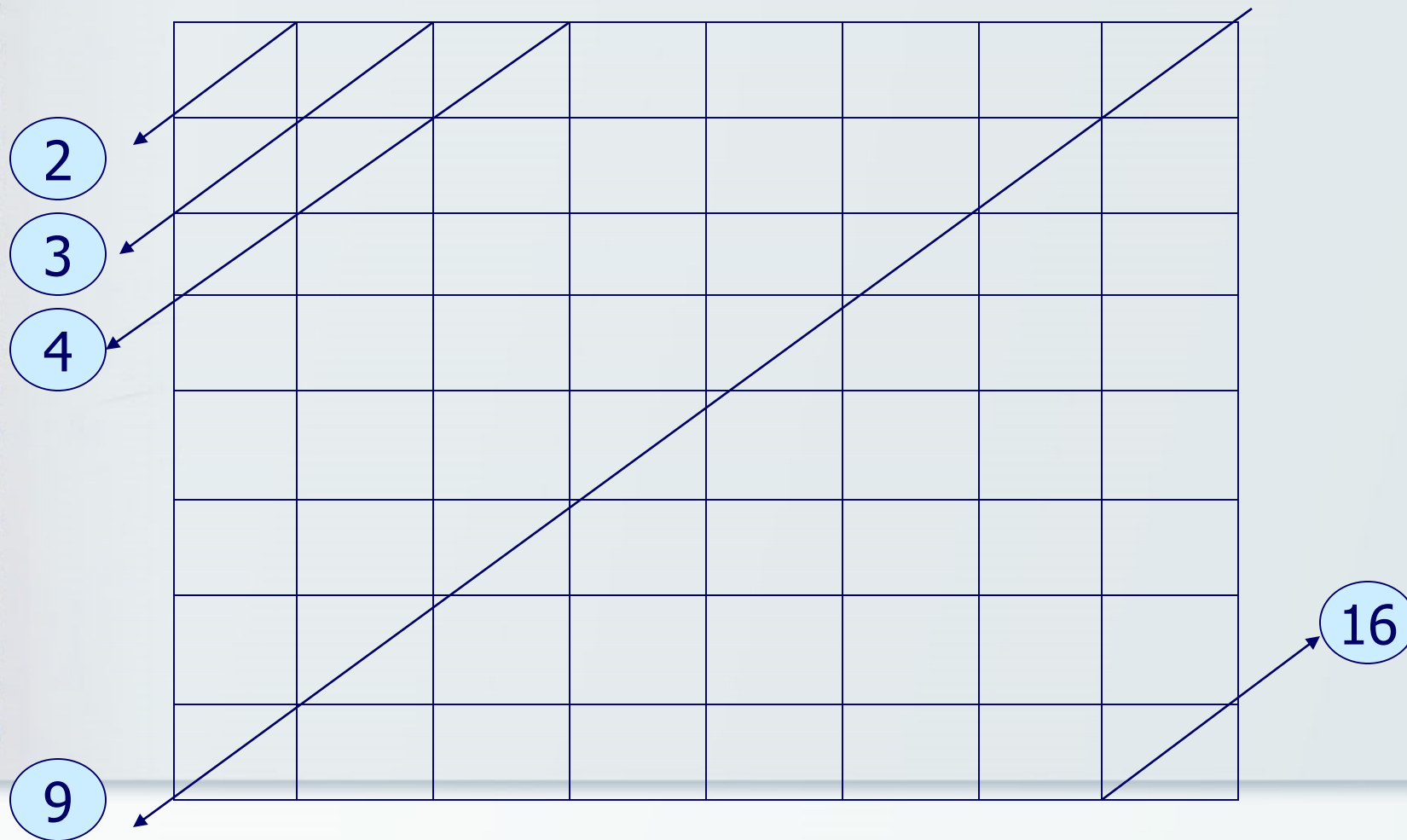
- $X_i = j$: Đặt tướng bà vào hàng j ;
- $A_j = 0$: Có tướng bà tại hàng j ;
- $B_{i+j} = 0$: Có tướng bà ở đường chéo chính $i+j$
- $C_{i+j} = 0$: Có tướng bà ở đường chéo phụ $i-j$

■ Cất tướng:

- $A_j = 1$
- $B_{i+j} = 1$
- $C_{i+j} = 1$

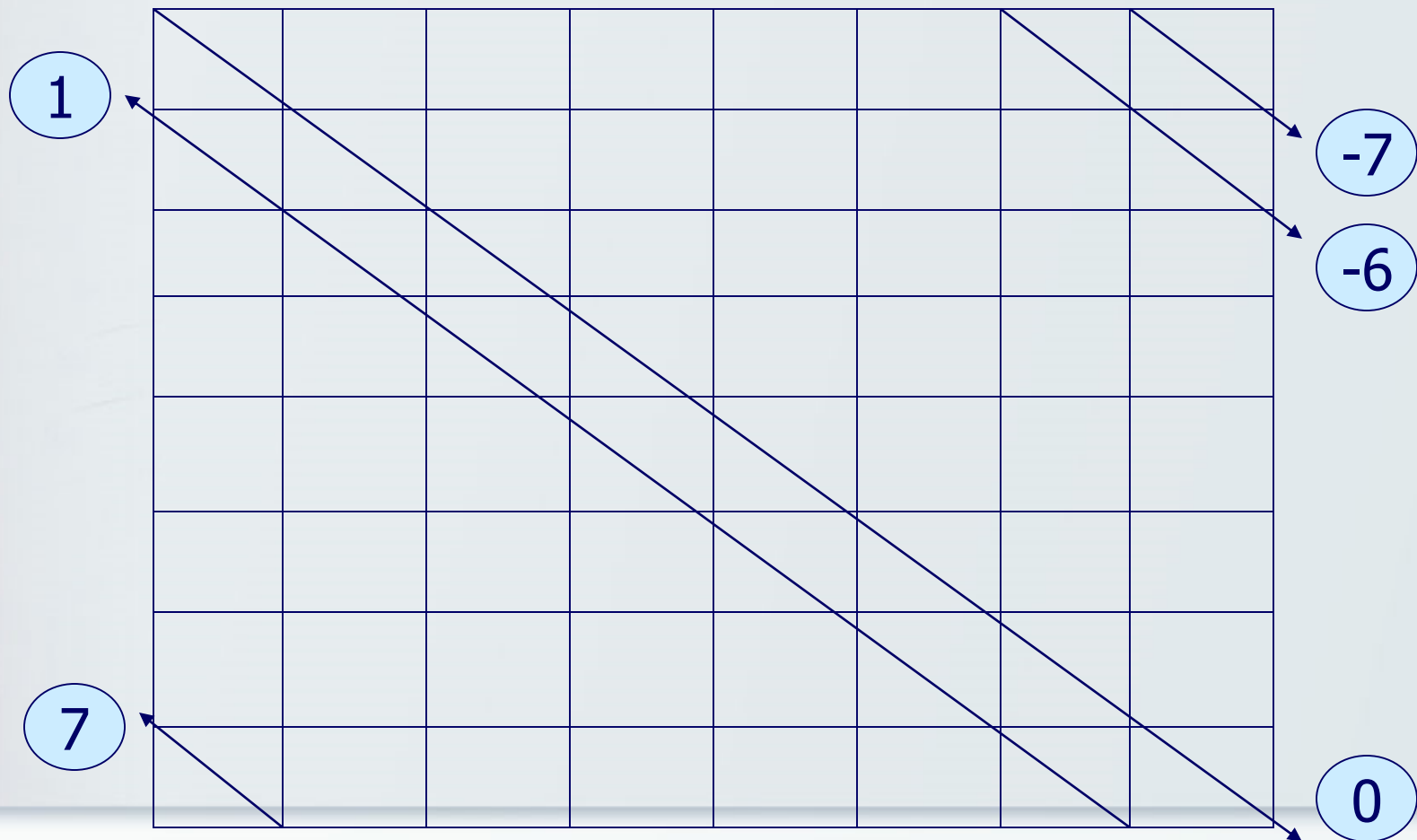
Bài toán 8 hậu (tiếp...)

— Biểu diễn dữ liệu



Bài toán 8 hậu (tiếp...)

— Biểu diễn dữ liệu



Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

DATHAU(i, q); {Đặt bà thứ i trên bàn cờ, q biến logic $q = \text{True}$ nếu việc đặt thành công } }

Bước 1: $j = 0$;

Bước 2: Thực hiện các bước sau cho đến khi (**q**) hoặc (**$i = 8$**) :

Bước 2.1: **$j = j + 1$; $q = \text{False}$;**

Bước 2.2: Nếu (**$(A_j = 1)$ và $(B_{i+j} = 1)$ và $(C_{i-j} = 1)$**) thực hiện các bước sau:

Bài toán 8 hậu (tiếp ...)

Bước 2.1.a $x_i=j$; $A_j=0$; $B_{i+j}=0$; $C_{i-j}=0$;

Bước 2.1.b Nếu ($i < 8$) thực hiện các bước sau

Bước 2.1.b.1 **DATHAU($i+1,q$)**

Bước 2.1.b.2 Nếu (**not q**) thì $A_j=1$; $B_{i+j}=1$; $C_{i-j}=1$

Bài toán mã đi tuần

- Input:

- Bàn cờ $N \times N$ ô
- Vị trí xuất phát của con mã (x,y)
- Luật đi của con mã

- Output:

- Tìm 1 đường đi sau $n^2 - 1$ nước đi thì con mã thăm kín bàn cờ

Bài toán mã đi tuần (tiếp...)

	6	15	10	21
14	9	20	5	16
19	2	7	22	11
8	13	24	17	4
25	18	3	12	23

**Hí hí hí!!!
Đã thành công**

Bài toán mã đi tuần (tiếp...)

23	10	15	4	25
16	5	24	9	14
11	22		18	3
6	17	20	13	8
21	12	7	2	19

**Hí hí hí!!!
Đã thành
công**

Bài toán mã đi tuần (tiếp...)

– Ý tưởng

- Sử dụng phương pháp quay lui
- Vết cạn mọi nước đi có thể có của



Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Giải thuật

■ THUNUOCDITIEP;

- Bước 1: Khởi động việc chọn nước đi;
- Bước 2: Thực hiện các bước sau cho đến khi (nước đi thành công) hoặc (không còn nước đi từ danh sách ứng cử)
 - Bước 2.1: Chọn nước đi tiếp từ danh sách ứng cử;
 - Bước 2.2: Nếu Chấp nhận được thực hiện các bước:
 - Bước 2.2.a: Ghi nhớ nước đi
 - Bước 2.2.b: Nếu Bàn cờ chưa kín thực hiện các bước:

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Giải thuật

- Bước 2.2.b.1: THUNUOCDITIEP;
- Bước 2.2.b.2: Nếu không thành công Xoá nước ghi nhớ trước

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Biểu diễn dữ liệu

- Dùng ma trận $h[x,y]$ để biểu diễn bàn cờ.
- Ta ký hiệu:
 - $h[x,y]=0$: ô (x,y) trên bàn cờ chưa được mã thăm.
 - $h[x,y] = i$: ô (x,y) trên bàn cờ chưa được mã thăm ở nước đi thứ i ($1 \leq i \leq n^2$)
 - q biến logic :
 - $q = \text{true}$: nước đi thành công;
 - $q = \text{false}$: nước đi thất bại

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Biểu diễn dữ liệu

- Ô $[u,v]$ gọi là chấp nhận được nếu thoả mãn hai điều kiện:
 - $1 \leq u, v \leq n$
 - $h[u,v] = 0$
- Bàn cờ chưa kín:
 - $i \leq n^2$

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Biểu diễn dữ liệu

Bây giờ, ta đi tìm mối quan hệ giữa (u và x) thông qua số gia a; mối quan hệ giữa (v và y) thông qua số gia b

	3		2	

U_1, V_1

Tại nước đi:

thứ 1: $u_1 = x + a_1; v_1 = y + b_1;$


thứ 2: $u_2 = x + a_2; v_2 = y + b_2;$

.....

thứ 8: $u_8 = x + a_8; v_8 = y + b_8;$

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Biểu diễn dữ liệu

x

	6		7	
5				8
				
4				1
	3			

y

$a_1 = 2; b_1 = 1;$
(vì $u_1 = x + 2; v_1 = y + 1$)

$a_5 = -2; b_5 = -1;$

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Biểu diễn dữ liệu

■ Hoàn toàn tương tự ta có:

- $a_2 = 1; b_2 = 2;$
- $a_3 = -1; b_3 = 2;$
- $a_4 = -2; b_4 = 1;$
- $a_6 = -1; b_6 = -2;$
- $a_7 = 1; b_7 = -2;$
- $a_8 = 2; b_8 = -1;$

Bài toán mã đi tuần (tiếp...)

- THUNUOCDITIEP(i, x, y, q);

- Bước 1: $k=0$;

- Bước 2: Thực hiện các bước sau cho đến khi (q) hoặc ($k=8$)

- **Bước 2.1:** $k=k+1$; $u = x + a_k$; $v = y + b_k$;

- Bước 2.2: Nếu ($1 \leq u, v \leq n$) và ($h[u, v] = 0$) thực hiện các bước:

- Bước 2.2.a: $h[u, v] = i$;

- Bước 2.2.b: Nếu ($i \leq n^2$) thực hiện các bước:

Bài toán mã đi tuần (tiếp...) - Giải thuật

- Bước 2.1.b.1: THUNUOCDITIEP($i+1, x, y, q$);
- Bước 2.1.b.2: Nếu not q thì $h[u, v]=0$;

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$

- Input:
 - Cho số tự nhiên n
- Output:
 - In ra các hoán vị của dãy n

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$ (tiếp...)

- Ví dụ:
 - Input: $n = 3$;
 - Output:
 - **123; 132;**
 - **213; 231;**
 - **312; 321**

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$ (tiếp...) – Ý tưởng

- Sử dụng phương pháp quay lui
- Vét cạn mọi khả năng chọn phần tử thứ i trong dãy số.

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$ (tiếp...) – Giải thuật

- TRY(i); {Thử chọn vị trí i trong dãy số}
 - Bước 1: Với mọi j thuộc $1..n$ thực hiện các bước sau:
 - Bước 2: Nếu (j chưa được chọn vào hoán vị) thực hiện:
 - Bước 2.a: Chọn j ;
 - Bước 2.b: TRY($i+1$);

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$ (tiếp...) – Biểu diễn dữ liệu

- Ta kí hiệu:

- $A[i] = j$: Giá trị j được chọn vào vị trí i của dãy
- Dùng mảng $B[j]$ để đánh dấu việc j đã được chọn vào dãy hay không:
 - $B[j] = 1$: j chưa được chọn
 - $B[j] = 0$: j được chọn

Bài toán tìm các hoán vị của dãy số $1..n$ (tiếp...)

■ TRY(i)

- Bước 1: Nếu $(i > n)$ InKêtQua ngược lại thực hiện bước 2.
- Bước 2: Với mọi $j \in 1..n$ thực hiện:
 - Bước 2.1: Nếu $(B[j] = 1)$ thực hiện:
 - Bước 2.1.a: $A[i] = j; B[j] = 0;$
 - Bước 2.1.a: TRY($i+1$);
 - $B[j] = 1; A[i] = 0;$

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước

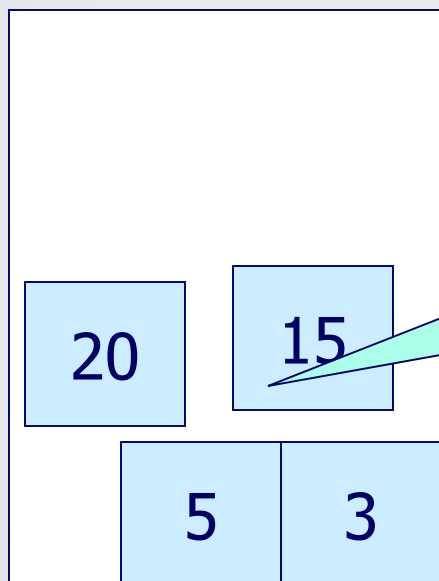
- Input:
 - A tập n số nguyên dương
 - M là số nguyên dương cho trước
- Output:
 - Tìm $A' \subset A$, sao cho $\sum A' = M$

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...)

- $A = \{ 3, 5, 20, 15, 35, 69, 72 \}$
- $M = 38$

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...)

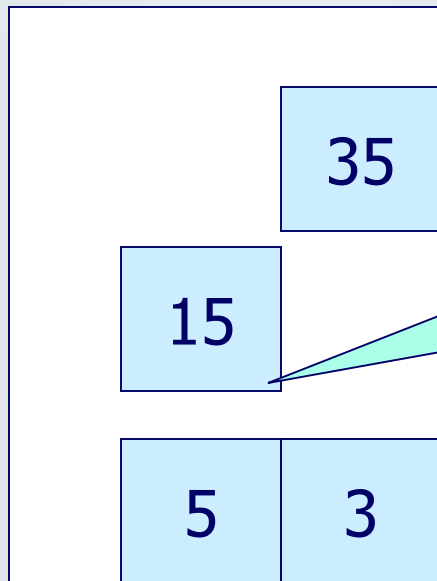
3	5	20	15	35	69	72
---	---	----	----	----	----	----



$43 > M$
Quay lui!!!

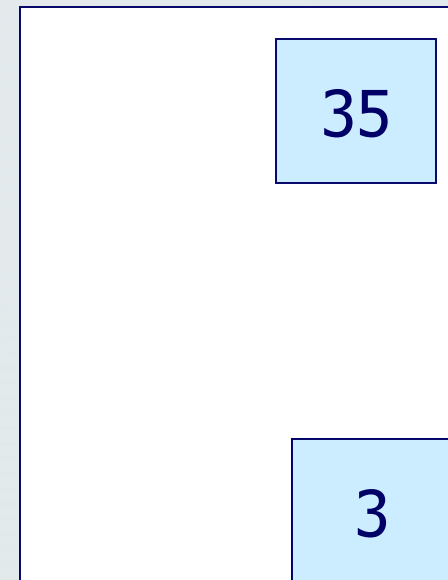
$M = 38$

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...)



M = 38

58 > M
Quay lui!!!



M = 38

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...) - Giải thuật

- Ta dùng mảng $A[1..n]$ để lưu các số nguyên thuộc tập A đã cho
- Mảng $I[1..n]$ lưu chỉ số các thành phần thuộc A' cần tìm
- S lưu tổng các số của A' trong quá trình hình thành

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...) - Giải thuật

■ TAPCON

- Bước 1: $k=1$; $I[1]=0$; $S=0$;
- Bước 2: Khi $k \neq 0$ thực hiện các bước:
 - Bước 2.1: $I[k] = I[k] + 1$;
 - Bước 2.2: Nếu $I[k] \leq n$ thực hiện các bước sau, ngược lại thực hiện bước 2.3

Bài toán tìm các tập Con có tổng cho trước (tiếp...) - Giải thuật

■ TAPCON

- Bước 2.2.a: Nếu $S + A[I[k]] = M$ viết kết quả $I[1..k]$, ngược lại thực hiện:

- Bước 2.2.b:

- $S = S + A[I[k]]; I[k+1] = I[k]; k = k + 1$

- Bước 2.3:

- $k = k - 1;$

- $S = S - A[i[k]];$