

Lista de exercícios

– Árvores –

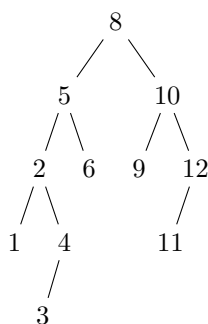


Figura 1: Árvore binária de pesquisa

1. Qual é a sequência dos nós visitados caso a árvore da Figura 1 seja percorrida em *pré-ordem*?
2. Qual é a sequência dos nós visitados caso a árvore da Figura 1 seja percorrida em *em-ordem*?
3. Qual é a sequência dos nós visitados caso a árvore da Figura 1 seja percorrida em *pós-ordem*?
4. Desenhe a árvore (nao balanceada) resultante da exclusão do nó 6.
5. Desenhe a árvore (nao balanceada) resultante da exclusão do nó 12.
6. Desenhe a árvore (nao balanceada) resultante da exclusão do nó 5.
7. A árvore da Figura 1 é uma *árvore AVL*? Se não for, torne-a uma *árvore AVL*.
8. Remova o nó 8 da árvore resultante da questão 7 e faça com que a árvore permaneça sendo AVL.
9. Acrescente os nós 15 e 13 (na sequência) na árvore AVL gerada a partir da Figura 1 (Exercício 7) e faça com que ela permaneça sendo *árvore AVL*.
10. Desenhe a árvore (não balanceada) produzida pela inserção dos números 13, 7, 31, 43, 8, 17, 5, 3, 1, 23, 16 e 36 nesta ordem.

11. Desenhe a árvore AVL produzida pela inserção dos números 13, 7, 31, 43, 8, 17, 5, 3, 1, 23, 16 e 36 nesta ordem.
12. Na árvore ilustrada na Figura 12, a busca pelo número 12 exige uma comparação: compara-se o número procurado com a raiz, verifica-se que são iguais e constata-se que o número procurado encontra-se na própria raiz. Já a busca pelo número 20 exige duas comparações: compara-se o número procurado (20) com a raiz, verifica-se que ele é maior que o valor ali armazenado; compara-se então o número procurado com a raiz da subárvore esquerda, encontrando o número procurado. Por fim, são necessárias 3 comparações para constatar que o número 15 *não encontra-se* na árvore: compara-se o número procurado com a raiz, depois com 20 e depois com 18, que não tem filhos, e, assim, constata-se que o número procurado não está na árvore.

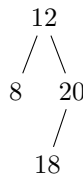


Figura 2: Árvore binária de pesquisa

Seja uma árvore binária de pesquisa de altura h em que todos os nós com profundidade menor que h têm dois filhos enquanto todos os nós com profundidade h são folhas (ou seja, a árvore é *completa*). Qual será o número de nós nesta árvore se a quantidade máxima de comparações na busca por qualquer valor for de 22?

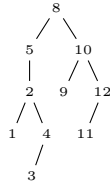
Respostas:
Exercício 1:

Pré-ordem: 8, 5, 2, 1, 4, 3, 6, 10, 9, 12, 11

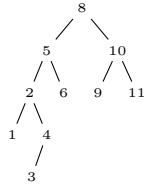
Exercício 2:
Em-ordem: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12

Exercício 3:
Pós-ordem: 1, 3, 4, 2, 6, 5, 9, 11, 12, 10, 8

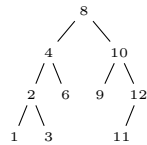
Exercício 4:



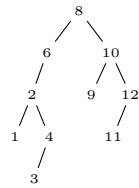
Exercício 5:



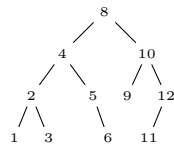
Exercício 6:



ou

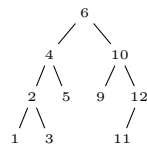


Exercício 7:
 Árvore da Figura 1 não é AVL.
 Árvore AVL:

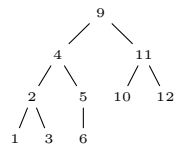


Exercício 8:

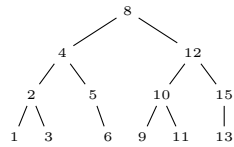
Se 8 é substituído por 6:



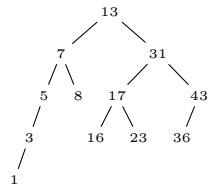
ou, se 8 é substituído por 9:



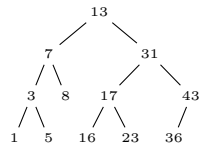
Exercício 9:



Exercício 10:



Exercício 11:



Exercício 12:

Em uma árvore binária de pesquisa completa com n nós, a quantidade máxima de comparações c na busca por um valor é $c(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ (para $\lfloor x \rfloor$ representando a parte inteira de um número x qualquer). Logo, para uma quantidade máxima de comparações c , a quantidade n de nós na árvore é $n = 2^{c(n)} - 1$.

Pode-se também pensar da seguinte forma: ao realizar a quantidade máxima de comparações, faz-se uma comparação em cada profundidade da árvore (isto é, faz-se uma comparação em um nó de profundidade zero, depois uma comparação em um nó de profundidade 1 e assim por diante). Em uma árvore de altura h , o nó mais profundo tem profundidade h . Uma árvore completa tem 2^p nós com profundidade p para qualquer p . Assim, realiza-se c comparações em uma árvore completa que tem a quantidade de nós dada por $\sum_{i=0}^h 2^i$.

Em uma árvore completa, se a quantidade de comparações na é 22, a árvore tem 4.194.303 nós. Se a quantidade de comparações é 11, então a árvore tem 2047 nós.