

Lista de exercícios

– Análise de algoritmos –

1. Um algoritmo com tempo de execução, no pior caso, de $T(n) = cn^2 + 30$, leva $T(n)$ segundos para processar uma entrada de tamanho n . No caso de uma entrada de tamanho $n = 100$ tem-se o tempo $T(n) = 50$ segundo. Qual será o tempo para processar uma entrada de tamanho $n = 200$?
2. Qual é a complexidade, utilizando a notação O , do algoritmo mencionado na questão anterior?
3. A lista abaixo enumera o custo computacional, no pior caso, de diferentes funções. Determine sua complexidade usando a notação O .
 - (a) $C(n) = 5 + 0,001n^3 + 0,025n$
 - (b) $C(n) = 500n + 100n^{1,5} + 50n\log_5 n$
 - (c) $C(n) = 0,5n + 5n^{1,5} + 2.5n^{1.75}$
 - (d) $C(n) = n^2\log_2 n + n(\log_2 n)^2$
 - (e) $C(n) = 100n + 0,01n^2$
 - (f) $C(n) = 0,01n + 100n^2$
 - (g) $C(n) = 2n + n^{0,5} + 0,5n^{1,25}$
 - (h) $C(n) = 0,01n\log_2 n + n(\log_2 n)^2$
 - (i) $C(n) = 100n\log_3 n + n^3 + 100n$

Respostas:

- Exercício 1: O tempo de execução do algoritmo é dado por $T(n) = cn^2$. Para calcular o tempo de execução, além de saber o tamanho da entrada, deve-se saber o valor da constante c . Esse valor pode ser calculado da A partir dessa expressão, tem-se

$$\begin{aligned}
 T(n) &= cn^2 + 30 \\
 50 &= c \cdot 100^2 + 30 \\
 50 - 30 &= c \cdot 100^2 \\
 20/10000 &= c \\
 c &= 0,002
 \end{aligned}$$

Sabendo-se o valor de c , pode-se calcular o tempo para a entrada de tamanho $n = 200$:

$$\begin{aligned}
 T(n) &= 0,002 \cdot 200^2 + 30 \\
 &= 110 \text{ segundos}
 \end{aligned}$$

- Exercício 2: Se a complexidade é dada por $T(n) = cn^2 + 30$, deve-se desprezar (i) os termos de menor ordem (nesse caso, 30) e (ii) as constantes (nesse caso, c). Assim, a complexidade é $O(n^2)$.
- Exercício 3
 - a. $O(n^3)$
 - b. $O(n^{1.5})$

- c. $O(n^{1.75})$
- d. $O(n^2 \log n)^1$
- e. $O(n^2)$
- f. $O(n^2)$
- g. $O(n^1, 25)$
- h. $O(n(\log n)^2)$
- i. $O(n^3)$

¹Na notação O , assume-se $\log n = \log_2 n$