




# Resumen Matemática 0

Maira Diaz Marraffini

maira.marraffini@gmail.com maira1001001 maira.marraffini Maira Diaz Marraffini

Febrero del 2017. Version 2, actualizada y corregida

## 1. Conectivos Lógicos

### 1.1. Negación

| $p$ | $\neg p$ |
|-----|----------|
| $V$ | $F$      |
| $F$ | $V$      |

### 1.2. Conjunción

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| $V$ | $V$ | $V$          |
| $V$ | $F$ | $F$          |
| $F$ | $V$ | $F$          |
| $F$ | $F$ | $F$          |

### 1.3. Disjunción

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| $V$ | $V$ | $V$        |
| $V$ | $F$ | $V$        |
| $F$ | $V$ | $V$        |
| $F$ | $F$ | $F$        |

### 1.4. Condicional o implicación

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| $V$ | $V$ | $V$               |
| $V$ | $F$ | $F$               |
| $F$ | $V$ | $V$               |
| $F$ | $F$ | $V$               |

$p \rightarrow q$  se lee:

- $p$  implica  $q$
- si  $p$ , entonces  $q$
- $p$  sólo si  $q$
- $q$  si  $p$
- $p$  es condición suficiente para  $q$
- $q$  es condición necesaria para  $p$

### 1.5. Recíproco de la implicación

El recíproco de  $p \rightarrow q$  es  $q \rightarrow p$   
Tienen valores diferentes

### 1.6. Contrarrecíproco de la implicación

El contrarrecíproco de  $p \rightarrow q$  es  $\neg q \rightarrow \neg p$   
Tienen los mismos valores

### 1.7. Bicondicional

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| $V$ | $V$ | $V$                   |
| $V$ | $F$ | $F$                   |
| $F$ | $V$ | $F$                   |
| $F$ | $F$ | $V$                   |

$p \leftrightarrow q$  se lee:

- $p$  si sólo si  $q$
- $p$  es necesario y suficiente para  $q$

### 1.8. Tautología

#### 1.8.1. Doble negación

$$\neg \neg p \Leftrightarrow p$$

#### 1.8.2. Leyes conmutativas

a)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$

b)  $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

#### 1.8.3. Leyes asociativas

a)  $[(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$

b)  $[(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

#### 1.8.4. Leyes distributivas

- a)  $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$
- b)  $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

#### 1.8.5. Leyes de idempotencia

- a)  $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
- b)  $(p \wedge p) \Leftrightarrow p$

#### 1.8.6. Leyes de De Morgan

- a)  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
- b)  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

#### 1.8.7. Implicación

- a)  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$
- b)  $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$
- c)  $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow (q \wedge r))]$

#### 1.8.8. Equivalencia

$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

#### 1.8.9. Adición

$$p \Rightarrow (p \vee q)$$

#### 1.8.10. Simplificación

$$(p \wedge q) \Rightarrow p$$

#### 1.8.11. Absurdo

$$(p \rightarrow F) \Rightarrow \neg p$$

#### 1.8.12. Modus ponens

$$[p \wedge (p \rightarrow q)] \Rightarrow q$$

#### 1.8.13. Modus tollens

$$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$$

#### 1.8.14. Transitividad del $\leftrightarrow$

$$[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \leftrightarrow r)$$

#### 1.8.15. Transitividad del $\rightarrow$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \Rightarrow (p \rightarrow r)$$

#### 1.8.16. Dilemas constructivos

- a)  $[(p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$
- b)  $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)]$

### 1.9. Contradicción

|     |          |                   |
|-----|----------|-------------------|
| $p$ | $\neg p$ | $p \wedge \neg p$ |
| $F$ | $V$      | $F$               |
| $V$ | $F$      | $F$               |

Ej: "La computadoras es negra y la computadora no es negra"

#### 1.10. Equivalencia lógica

Cuando los resultados de dos proposiciones tienen los mismos valores de verdad, se indica como  $p \Leftrightarrow q$

## 2. Operadores Universal y Existencial

### 2.1. Universal

$\forall x : p(x)$

Puede leerse :

- Para todo  $x, p(x)$
- Para cada  $x$
- Para cualquier  $x$
- Para  $x$  arbitrario

### 2.2. Existencial

$\exists x : p(x)$

Puede leerse :

- Existe un  $x$  tal que  $p(x)$
- Para algún  $x, p(x)$
- Existe, al menos, un  $x$  tal que  $p(x)$

### 2.3. Equivalencias

Sea  $A$  el universo,

- $\neg \forall x \in A p(x) \Leftrightarrow \exists x \in A : \neg p(x)$
- $\neg \exists x \in A : p(x) \Leftrightarrow \forall x \in A \neg p(x)$

### 2.4. Alcance de un operador

El alcance se indica con paréntesis

$(\exists x) : x \text{ es verde} \wedge x \text{ es rojo}$

$(\exists x) : (x \text{ es verde} \wedge x \text{ es rojo})$

## 3. Conjuntos

### 3.1. Propiedades

#### a) Inclusión

$A \subset B$  es equivalente a  $\forall x : x \in A \rightarrow x \in B$

#### b) Unión

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

#### c) Intersección

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

#### d) Diferencia

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

#### e) Complemento

$$C_u A = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

#### f) Igualdad entre conjuntos

$$A = B \Leftrightarrow \forall x, (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge (x \in B \rightarrow x \in A)$$

## 4. Números

### 4.1. Números $N$

#### 4.1.1. Te comentamos sobre los naturales

- Que un número natural va después del otro
- Que dentro de dos números naturales consecutivos no puede haber otro
- Que son infinitos

#### 4.1.2. Propiedades

- $0 \in \mathbb{N}$
- $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n + 1 \in \mathbb{N}$
- si  $n \in \mathbb{N}$ , entonces  $n - 1 \in \mathbb{N}$ , cuando  $n \neq 0$
- sea  $M$  subconjunto de  $\mathbb{N}$  con las siguiente propiedades
  - $0 \in M$
  - $n \in M \Rightarrow n + 1 \in M \Rightarrow M = \mathbb{N}$

### 4.2. Propiedades Algebraicas

Las operaciones de suma (+) con  $N$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in N \Rightarrow a + b \in N$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in N : a + (b + c) = (a + b) + c$
- Conmutativo:  $\forall a, b \in N : a + b = b + a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 0 \in N \text{ tal que } \forall a \in N : a + 0 = a$

La suma de dos números  $N$  es cerrado, es decir, es un  $N$ . Sin embargo, para  $n < m : n - m \notin N$

Las operaciones de multiplicación ( $\times$ ) con  $N$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in N \Rightarrow a \times b \in N$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in N : a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

- Conmutativo:  $\forall a, b \in N : a \times b = b \times a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 1 \in N \text{ tal que } \forall a \in N : a \times 1 = a$
- Distributivo la  $\times$  con respecto a la  $+$ :  
 $\forall a, b, c \in N : a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
- No hay divisores de cero:  $\forall a, b \in N : \text{Si } a \times b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$

### 4.3. Números $\mathbb{Z}$

#### 4.3.1. Propiedades Algebraicas

Las operaciones de suma (+) con  $\mathbb{Z}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{Z} : a + (b + c) = (a + b) + c$
- Conmutativo:  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : a + b = b + a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 0 \in \mathbb{Z} \text{ tal que } \forall a \in \mathbb{Z} : a + 0 = a$
- Elemento Opuesto:  
 $\forall a \in \mathbb{Z}, \exists -a \in \mathbb{Z} : a + (-a) = 0$

Las operaciones de multiplicación ( $\times$ ) con  $\mathbb{Z}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{Z}$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{Z} : a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- Conmutativo:  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : a \times b = b \times a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 1 \in \mathbb{Z} \text{ tal que } \forall a \in \mathbb{Z} : a \times 1 = a$
- Distributivo la  $\times$  con respecto a la  $+$ :  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{Z} : a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
- No hay divisores de cero:  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : \text{Si } a \times b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$

#### 4.3.2. Números Pares

Un número entero  $n$  es par  $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : n = 2k$

#### 4.3.3. Números Impares

Un número entero  $n$  es impar  
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : n = 2k + 1$

#### 4.3.4. Divisibilidad

Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$ , decimos que  $a$  divide a  $b$  si  
 $\exists c \in \mathbb{Z} : b = ac$

Se suele expresar de la forma  $a|b$ , y se lee “ $a$  divide  $b$ ”, “ $a$  es un divisor de  $b$ ” o también “ $b$  es múltiplo de  $a$ ”

#### 4.3.5. Ley de Monotonía

Si  $a, b, c \in \mathbb{Z} \wedge a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c$

#### 4.3.6. Propiedades del orden de los $\mathbb{Z}$

- Sea  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , Si  
 $a \leq b \wedge c \leq d \Rightarrow a + c \leq b + d$
- Sea  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , Si  $a \leq b \wedge 0 < c \Rightarrow ac < bc$

#### 4.3.7. Primos

Un número  $p$  es primo, si tiene exactamente 4 divisores: 1,  $-1$ ,  $p$  y  $-p$

## 4.4. Números $\mathbb{Q}$

#### 4.4.1. Definición

Se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos números enteros, es decir, una fracción común  $a/b$  con numerador  $a$  y denominador  $b$  distinto de cero.

Esto es equivalente a escribir formalmente:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Q} \wedge b \neq 0 \right\}$$

#### 4.4.2. Suma en $\mathbb{Q}$

Dados  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , se define la suma:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

#### 4.4.3. Multiplicación en $\mathbb{Q}$

Dados  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , se define la multiplicación:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

#### 4.4.4. Números equivalentes

Sean  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$  son equivalentes si y sólo si  $a \cdot d = b \cdot c$

### 4.5. Propiedades Algebraicas

Las operaciones de suma (+) con  $\mathbb{Q}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall p, q \in \mathbb{Q} \Rightarrow p + q \in \mathbb{Q}$
- Asociativo:  
 $\forall p, q, r \in \mathbb{Q} : p + (q + r) = (p + q) + r$
- Conmutativo:  $\forall p, q \in \mathbb{Q} : p + q = q + p$
- Elemento neutro:  
 $\exists 0 \in \mathbb{Q} \text{ tal que } \forall p \in \mathbb{Q} : p + 0 = p$
- Elemento Opuesto:  
 $\forall p \in \mathbb{Q}, \exists -p \in \mathbb{Q} : p + (-p) = 0$

Las operaciones de multiplicación ( $\times$ ) con  $\mathbb{Q}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall p, q \in \mathbb{Q} \Rightarrow p \times q \in \mathbb{Q}$
- Asociativo:  
 $\forall p, q, r \in \mathbb{Q} : p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$
- Conmutativo:  $\forall p, q \in \mathbb{Q} : p \times q = q \times p$
- Elemento neutro:  
 $\exists 1 \in \mathbb{Q} \text{ tal que } \forall p \in \mathbb{Q} : p \times 1 = p$
- Inverso multiplicativo:  
 $\forall p \in \mathbb{Q}, p \neq 0, \exists p^{-1} \in \mathbb{Q} : p \times p^{-1} = 1$
- Distributividad de la ( $\times$ ) en la (+): Si  $p, q, r \in \mathbb{Q}$  entonces  
 $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$

#### 4.5.1. Orden en $\mathbb{Q}$

Dados  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , se dice que:

- $\frac{a}{b}$  es menor o igual que  $\frac{c}{d}$  y se anota  $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \leq bc$
- $\frac{a}{b}$  es mayor o igual que  $\frac{c}{d}$  y se anota  $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$

#### 4.5.2. $\mathbb{Q}$ es denso con la relación $\leq$

Entre dos racionales distintos, siempre existe otro:  
Sean

$$\frac{a}{b} \text{ y } \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+b}{c+d} < \frac{c}{d}$$

### 4.6. Números I

Los números irracionales son aquellos que no pueden expresarse como cociente de dos números enteros  $\frac{a}{b}$ , con  $n \neq 0$

Entre los irracionales más conocidos están  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$

### 4.7. Números R

#### 4.7.1. Propiedades Algebraicas

Las operaciones de suma (+) con  $\mathbb{R}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a + b \in \mathbb{R}$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a + (b + c) = (a + b) + c$
- Conmutativo:  $\forall a, b \in \mathbb{R} : a + b = b + a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 0 \in \mathbb{R} \text{ tal que } \forall a \in \mathbb{R} : a + 0 = a$
- Elemento Opuesto:  
 $\forall a \in \mathbb{R}, \exists -a \in \mathbb{R} : a + (-a) = 0$

Las operaciones de multiplicación ( $\times$ ) con  $\mathbb{R}$ :

- Ley de Cierre:  $\forall a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{R}$
- Asociativo:  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- Conmutativo:  $\forall a, b \in \mathbb{R} : a \times b = b \times a$
- Elemento neutro:  
 $\exists 1 \in \mathbb{R} \text{ tal que } \forall a \in \mathbb{R} : a \times 1 = a$
- Inverso multiplicativo:  
 $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0, \exists a^{-1} \in \mathbb{R} : a \times a^{-1} = 1$
- Distributivo la  $\times$  con respecto a la +:  
 $\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

#### 4.7.2. Propiedades de Orden

- $\forall a \in \mathbb{R} : a < 0 \Rightarrow a = 0 \vee a > 0$
- $a, b \in \mathbb{R}$ , si  $a > 0 \wedge b > 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$
- $\forall a, b \in \mathbb{R}$ , si  $a < b \Rightarrow a - b < 0$

#### 4.7.3. Potencia de un número R y exponente entero

Sea  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$  entonces  $a^n = \underbrace{aa \dots a}_n$  veces

Recordar: como  $\mathbb{R}$  tiene elemento inverso, entonces  $a^n a^{-n} = 1 \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , siempre que  $a \neq 0$ .

#### 4.7.4. Propiedades de las potencias

Sean  $a, b \in \mathbb{R}$ , y  $n \in \mathbb{Z}$

- $(a \cdot b)^n = a^n b^n$
- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$ , y  $a \neq 0$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$
- **OJO:**  $(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$

#### 4.7.5. Radicación

$b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$  y  $n > 1, \exists c$ :

$$c^n = b \Leftrightarrow c = \sqrt[n]{b}$$

Observar que si  $b \in \mathbb{R}$  es:

- $b$  es impar:  $\sqrt[n]{b}$  existe
- $b$  es par:  $\sqrt[n]{b}$  existe sólo si  $b \geq 0$

#### 4.7.6. Propiedades de la radicación

Sean  $a, b \in R$ , y  $n \in Z$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n+m]{a}$
- $\sqrt[n]{a} : \sqrt[m]{a} = \sqrt[n-m]{a}$ , y  $a \neq 0$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$
- ¡¡OJO!! :  $\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$

#### 4.7.7. Raíz Aritmética

- Si  $n$  es par:  $\sqrt[n]{a^n} = a$
- Si  $n$  es impar:  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

#### 4.7.8. Racionalización de Denominadores

Tenemos dos casos:

- $\frac{A}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{A}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$
- $\frac{A}{\sqrt{a} \pm c} = \frac{A}{\sqrt{a} \pm c} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp c}{\sqrt{a} \mp c}$

#### 4.7.9. Potencias de Exponente Racional

Sean  $n, m \in Z$ , y  $n \neq 0$ :

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
- $a^{m+0} = a^m \cdot a^0 = a^m$
- $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$

### 5. Polinomios

#### 5.1. Monomio

$$M(x) = ax^n$$

donde  $a \in R, n \in N$ , y  $x$  es una indeterminada

- Si  $a \neq 0, n$  es el grado del polinomio
- Si  $a = 0$ , el monomio no tiene grado

#### 5.2. Polinomio

Un Polinomio es la suma de varios monomios:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Donde  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in R$  son los coeficientes,  $x$  es la indeterminada, y  $n, n-1, \dots, 1, 0 \in N$

#### 5.3. Grado de un Polinomio

##### 5.3.1. Definición

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

El grado de  $P(x)$  es  $n$ , y se escribe  $gr(P) = n$

##### 5.3.2. Multiplicación de Polinomios

Si hacemos  $P(x) \cdot Q(x)$ , el grado de la multiplicación es:

$$gr(P(x) \cdot Q(x)) = gr(P(x)) + gr(Q(x))$$

#### 5.4. Características

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

- Coeficiente principal:  $a_n$
- Término independiente:  $a_0$

#### 5.5. División de Polinomios

Dados dos polinomios  $D(x)$  y  $d(x)$ , con  $d(x) \neq 0$ , existen y son únicos dos polinomios  $C(x)$  y  $r(x)$  tales que:

$$D(x) = d(x) \cdot C(x) + r(x)$$

con  $gr[r(x)] < gr[d(x)]$  o  $r(x) = 0$   
 $C(x)$ : cociente;  $r(x)$ : resto.

#### 5.6. Raíces de un Polinomio

$$x = a \text{ es raíz de } P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$$

#### 5.7. Teorema del Resto

$$P(x) = (x - a)C(x) + r$$

Si  $x = a$ , lo reemplazamos en la igualdad anterior resulta:  $P(a) = (a - a) \cdot C(a) + r$ , entonces  $r = P(a)$

#### 5.8. Divisibilidad de Polinomios

$P(x)$  es divisible por  $Q(x)$ , si el resto de la división de  $P(x)$  con  $Q(x)$  es nulo.

##### 5.8.1. Factorización

- Factor Común

$$EJ: \quad x^5 - 8x^3 - x^2 = x^2(x^3 - 8x - 1)$$

- Diferencia de cuadrados

$$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2$$

- Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

no hemos inventado nada :D

### 5.8.2. Raíces de un Polinomio con coeficientes enteros

### 5.8.3. Teorema de Gauss

Cuando una fracción irreducible  $\frac{p}{q}$  es raíz de un polinomio con coeficientes enteros,  $p$  divide al término independiente, y  $q$  divide al coeficiente principal  
 Ej:  $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ . Divisores del término independiente  $a_0 = 6$  :  
 $p = 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$ . Divisores del coeficiente principal  $a_3 = 2$  :  
 $q = 1, -1, 2, -2$ .  
 Posibles raíces del polinomio:  $\frac{p}{q}$  (todas las combinaciones de  $\frac{p}{q}$ )

## 5.9. Polinomio Lineal

$$L(x) = ax + b, \quad \text{con } a, b \in R \wedge a \neq 0$$

### 5.9.1. Ecuación Lineal

$$L(x) = ax + b = 0$$

### 5.9.2. Soluciones de la Ecuación Lineal

- Determinada compatible: Solución única.
- Determinada incompatible:  $\infty$  soluciones
- Indeterminada:  $\nexists$  Solución

## 5.10. Polinomio cuadrático

$$C(x) = ax^2 + bx + c, \quad \text{con } a, b, c \in R \wedge a \neq 0$$

### 5.10.1. Ecuación cuadrática

$$C(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

### 5.10.2. Soluciones de la Ecuación Cuadrática

La ecuación cuadrática puede expresarse de diferentes formas:

a)

$$x^2 = \alpha$$

| $x^2 = \alpha$ | soluciones             |                     |
|----------------|------------------------|---------------------|
| $\alpha > 0$   | $x = \pm\sqrt{\alpha}$ | 2 soluciones $\neq$ |
| $\alpha < 0$   | No tiene               | $\nexists$ solución |
| $\alpha = 0$   | $x = 0$                | solución única      |

b)

$$(x - k)^2 = \alpha$$

| $x^2 = \alpha$ | soluciones                |                     |
|----------------|---------------------------|---------------------|
| $\alpha > 0$   | $x = k \pm \sqrt{\alpha}$ | 2 soluciones $\neq$ |
| $\alpha < 0$   | No tiene                  | $\nexists$ solución |
| $\alpha = 0$   | $x = k$                   | solución única      |

c)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \alpha = b^2 - 4ac$$

| $ax^2 + bx + c = 0$ | soluciones                        |                     |
|---------------------|-----------------------------------|---------------------|
| $\alpha > 0$        | $\frac{-b \pm \sqrt{\alpha}}{2a}$ | 2 soluciones $\neq$ |
| $\alpha < 0$        | no tiene                          | $\nexists$ solución |
| $\alpha = 0$        | $x = \frac{-b}{2a}$               | solución única      |