Simulacro examen Matemática 0

@LaFuenteUNLP CEFI (Centro de Estudiantes de la Facultad de Informática) UNLP

Maira Diaz Marraffini, Presidenta del CEFI
lafuenteunlp@gmail.com *LaFuenteUNLP* *maira1001001*

Diciembre, 2016

Contents

1 Prólogo

¿Porqué hicimos el simulacro de examen?

Ingresar a la Universidad es un mundo nuevo. Allí conoceremos a nuestres futures compañeres que estarán a nuestro lado durante todo la carrera. Allí conocemos a les profesores que nos enseñarán cosas maravillosas. Es en la facultad donde debemos empezar a asumir mayores responsabilidades y compromisos porque **nadie va a estudiar por nosotres**. Es allí donde empezamos a formarnos como futuros informátic@s al servicio del pueblo. Es en 120 y 50 donde pasarán cosas maravillosas.

Es todo tan nuevo que si une permanece sol@, puede que se pierda y no comprenda como aprobar las materias, olvide alguna cursada, no sepa a quien recurrir o a que oficina ir cuando se necesite hacer un trámite. Es alli donde nosotres, **La Fuente**, surgimos ante la necesidad de organizarnos para acompañarnos durante toda la carrera y para que la realdiad no se torne abrumadora ni frustrante.

Es por esto que queremos transmitirles lo aprendido, y acompañarles a transitar por la universidad con alegria y con ganas de sentirse parte de este espacio, comprendiendo esta filosofía: la de vivir en una **comunidad**. Hoy nosotres les aportamos con este granito de arena y mañana ustedes harán lo mismo por otre compañere que necesite, por ejemplo, resolver un ejercicio.

¡¡Bienvenidas y bienvenidos ingresantes a esta comunidad!!!

2 Lógica

2.1 Ejercicio examen

1.Simbolizar la siguiente oración: "Hoy no llueve entonces podré salir a pescar o cortar el césped".
2. Escriba el contrareciproco en lenguaje simbólico.

2.2 Respuesta

Definimos las proposiciones atómicas:

- p: "Hoy llueve"
- q: "Podré salir a pescar"
- r: "Podré cortar el césped"

Son proposiciones porque cada una tiene un sentido y un valor de verdad
Los símbolos que vamos a utilizar son: $\sim, \rightarrow, \wedge, \vee$

1. $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ Expresamos la oración

2. $\sim (q \vee r) \rightarrow \sim (\sim p)$ Aplicamos contrarecíproco

3. $\sim (q \vee r) \rightarrow p$ Aplicamos doble negación en el consecuente

4. $(\sim q \wedge \sim r) \rightarrow p$ Aplicamos De Morgan en el antecedente

2.3 Introducción a Lógica

El gran desafío de este ejecicio es comprender la frase "Hoy no llueve entonces podré salir a pescar o cortar el césped" y poder expresarla con símbolos lógicos. Ahora bien, recordemos que para lógica tenemos los siguientes elementos:

1. proposiciones atómicas: p,q,r,s ...
2. conectores: $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

¿Qué significa cada uno de los conectores?

1. $\sim$: "no". Es la negación. Ejemplo: "Para derrotar al dragón **no** tengo que olvidarme las posiones"
2. $\wedge$: "y". Ejemplo: "Queremos el respeto **y** la igualdad", "Cada ser humano es una unidad **pero** nadie es más que nadie"
3. $\vee$: "o". Ejemplo: "Nuestra patria dejará de ser colonia **o** nuestra bandera flameará sobre sus ruinas"
4. $\rightarrow$: "si...entonces". Ejemplo: "Si llueve, entonces me quedo en mi casa", o "No haremos el futuro grande que estamos buscando **si** no conocemos el pasado grande que tuvimos"
5. $\leftrightarrow$: "Podré estudiar en La UNLP si y sólo sí encuentro un alquiler barato en la ciudad de La Plata"

3 Conjuntos

3.1 Ejercicio Examen

1. Demuestre la igualdad justificando cada paso

$$(A - B) - C = A - (B \cup C)$$

3.2 Propiedades de conjuntos

1. **Inclusión**

$$A \subset B \text{ es equivalente a } \forall x : x \in A \rightarrow x \in B$$

2. **Unión**

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

3. **Intersección**

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

4. **Diferencia**

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

5. **Complemento**

$$C_u A = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

6. **Igualdad entre conjuntos**

$$A = B \leftrightarrow \forall x, (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge (x \in B \rightarrow x \in A)$$

Pasamos a demostrar el ejerccicio 2 utilizando las propiedades enumeradas:

3.3 Respuesta

Por (6),igualdad entre conjuntos, debemos demostrar que se cumple

$$(A - B) - C \subset A - (B \cup C)$$

y que se cumple

$$A - (B \cup C) \subset (A - B) - C)$$

Pasamos a demostrar $(A - B) - C \subset A - (B \cup C)$

1. $\rightarrow x \in (A - B) - C$
2. $\rightarrow x \in (A - B) \wedge x \notin C$ propiedad (4)
3. $\rightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C$ propiedad (4)
4. $\rightarrow x \in A \wedge (x \notin B \wedge x \notin C)$ por asociación
5. $\rightarrow x \in A \wedge \neg(x \in B \vee x \in C)$ por De Morgan
6. $\rightarrow x \in A \wedge x \notin (B \cup C)$ propiedad (2)
7. $\rightarrow x \in (A - (B \cup C))$ propiedad (4)

Pasamos a demostrar $A - (B \cup C) \subset (A - B) - C$

1. $\rightarrow x \in A - (B \cup C)$
2. $\rightarrow x \in A \wedge x \notin (B \cup C)$ propiedad (4)
3. $\rightarrow \neg(x \notin A \vee x \in (B \cup C))$ por De Morgan
4. $\rightarrow \neg(x \notin A \vee x \in B \vee x \in C)$ propiedad (2)
5. $\rightarrow x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C$ por De Morgan
6. $\rightarrow x \in (A - B) \wedge x \notin C$ propiedad (4)
7. $\rightarrow x \in (A - B) - C$ propiedad (4)

Vemos que se cumple $(A-B)-C \subset A-(B \cup C)$ y $A-(B \cup C) \subset (A-B)-C$. Por lo tanto, es cierto $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

4 Polinomios

4.1 Ejercicio Examen

Hallar el polinomio $P(x)$ sabiendo que es divisible por $Q(x) = 2x^5 - 3x^2 - 2x - 1$, el cociente es $C(x) = 2x^3 + 4x$ y el resto es $R(x) = -3x^2 + 6x + 1$

4.2 Teorema del Algoritmo de la División para polinomios

$$P(x) = Q(x).C(x) + R(x)$$

donde $P(x)$ es el dividendo, $Q(x)$ el divisor, , $C(x)$ el cociente y $R(x)$ el resto y verificandose además, que el grado de $R(x)$ es menor que el grado de $Q(x)$.

4.3 Respuesta

$$P(x) = (2x^5 - 3x^2 - 2x - 1)(2x^3 + 4x) - 3x^2 + 6x + 1$$
$$P(x) = 2x^8 - 6x^5 - 4x^4 - 2x^3 + 8x^6 - 12x^3 - 8x^2 - 4x - 3x^2 + 6x + 1$$
$$P(x) = 2x^8 + 8x^6 - 6x^5 - 4x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 2x + 1$$

El algoritmo de la división para polinomios lo conocemos de la escuela:

Si realizamos la división $15 : 2$, el resultado es 7 y el resto es 1, es decir que podemos escribir $15 = 2.7 + 1$

Los números reales se pueden pensar en los polinimios

5 Sistema de Ecuaciones

5.1 Ejercicio de examen

Determine las medidas originales de una habitación sabiendo que la perdida de área sufrida al achicar el ancho en $1,5m$ es de $5m^2$ y originalmente era el doble de larga que de ancha.

5.2 Respuesta

Este ejercicio se resuelve con sistema de ecuaciones. De esta forma, deberíamos identificar las ecuaciones, que son 2.

¿Qué datos me piden? Determine las medidas originales de una habitación". ¿Cuáles son la medidas orginales de la habitación? El **largo** y **ancho**.

1. 1ra ecuación: "la perdida de área sufrida al achicar el ancho en $1,5m$ es de $5m^2$". Recordá que el área de una habitación se calcula como $area = ancho.largo$
2. 2da ecuación: "originalmente era el doble de larga que de ancha".

La 1ra ecuación la entendemos como sigue:

$$(ancho - 1,5m).largo = 5m^2$$

(trabajamos sin la unidad de metros)

$$(ancho - 1,5).largo = 5$$

$$ancho.largo - 1,5largo = 5$$

La 2ra ecuación la entendemos como sigue:

$$largo = 2ancho$$

Si reemplamos la 2da ecuación $\frac{largo}{2} = ancho$ en la 1ra ecuación, queda asi:

$$(\frac{largo}{2}).largo - 1,5largo = 5$$

$$\frac{largo^2}{2} - 1,5largo = 5$$

$$2.largo^2 - 1,5largo - 5 = 0$$

Resolviendo con Baskara, siendo $a = \frac{1}{2}$, $b = -1,5$ y $c = -5$:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.a}$$

$$\frac{-(-1,5) \pm \sqrt{(-1,5)^2 - 4.\frac{1}{2}.(-5)}}{2.\frac{1}{2}}$$

$$1,5 \pm \sqrt{(-\frac{3}{2})^2 + 10}$$

$$1,5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 10}$$

$$1,5 \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{49}}{2}$$

$$\frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$\frac{3 \pm 7}{2}$$

Por lo tanto, obtenemos 2 resultados:

$$largo_1 = 5$$

$$largo_2 = -2$$

Pero como el *largo* de la habitación es en metros y tiene que ser un valor positivo, entonces nos quedamos con $largo_1$

Nos falta calcular **ancho**:

$$ancho = 2.largo$$

$$ancho = 2.5$$

$$ancho = 10$$

Por lo tanto, las medidas de la habitación son las siguiente:

$$\mathbf{ancho} = 10\mathbf{m}$$

$$\mathbf{largo} = 5\mathbf{m}$$