

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

Campus Florianópolis

Departamento Acadêmico de Eletrotécnica

Engenharia Eletrônica

**Trabalho Prático 1 – Controlador de Tensão CA com
Carga Resistiva**

Aluna: Maitê Luisa da Silva

Disciplina: Cálculo Numérico

Professor: Sérgio Luciano Avila

Florianópolis, 13 de dezembro de 2021.

Controlador de Tensão CA – Carga Resistiva

1. Definições

O controlador de Tensão CA atua conforme o ângulo de disparo dos tiristores em conexão antiparalela, esta conexão permite o acionamento da saída nos dois semiciclos: positivo e negativo.

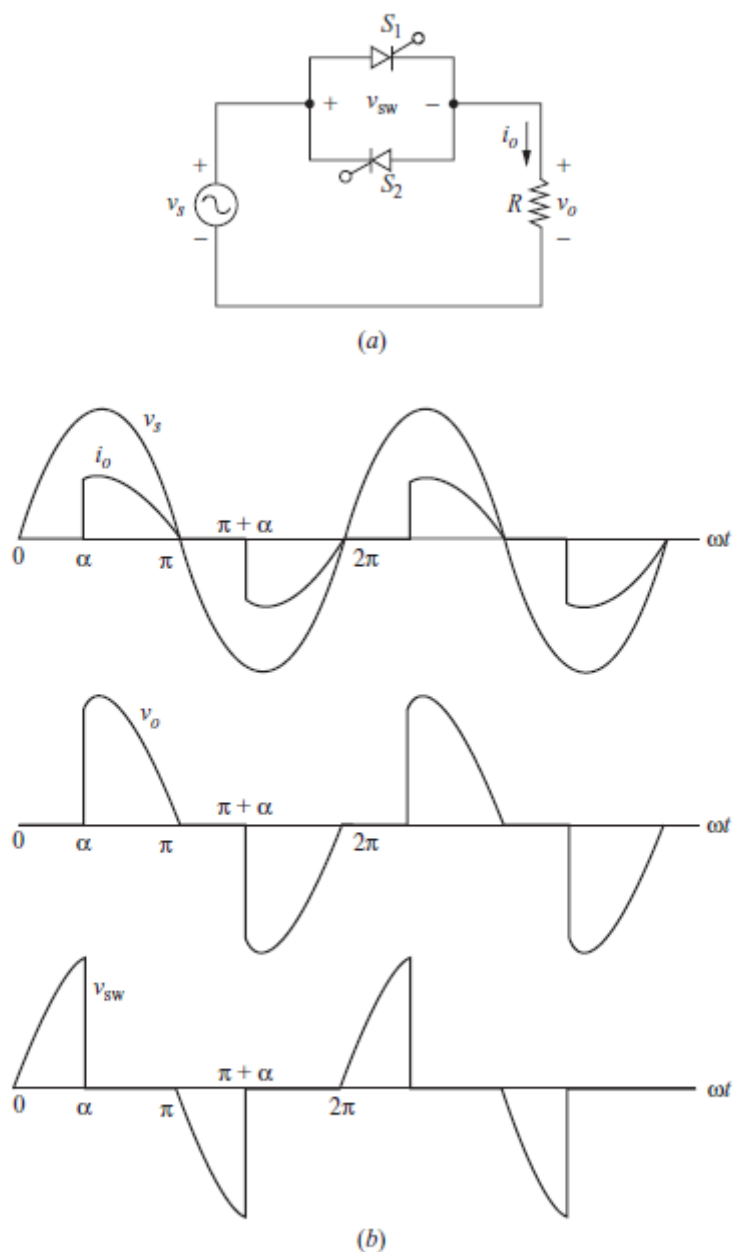


Figure 5-1 (a) Single-phase ac voltage controller with a resistive load; (b) Waveforms.

A tensão de saída é dada por:

$$v_o(\omega t) = \begin{cases} V_m \sin \omega t & \text{for } \alpha < \omega t < \pi \text{ and } \alpha + \pi < \omega t < 2\pi \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Figura 2 - Equação da Tensão de Saída - Controlador de Tensão CA - Fonte: HART, Daniel. Power Electronics.

E a tensão de saída RMS é dada por:

$$V_{o,rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} [V_m \sin(\omega t)]^2 d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

Figura 3 – Equação da Tensão de Saída RMS - Controlador de Tensão CA - Fonte: HART, Daniel. Power Electronics.

Quando temos o ângulo de disparo e a tensão de entrada, chega-se na tensão de saída. O problema a ser resolvido aparece quando é preciso descobrir o ângulo de disparo.

2. Exemplo

Uma carga resistiva absorve 200 W quando conectada a uma fonte de tensão alternada de 120 Vrms com frequência de 60 Hz. Desenhe um circuito no qual resultará em 200 W absorvidos pela mesma resistência quando a fonte for de 240 Vrms com frequência de 60 Hz.

$$R = \frac{V^2}{P_{out}} = \frac{120^2}{200} = 72 \, \Omega$$

Para a resolução desse problema iremos utilizar o controlador de tensão CA:

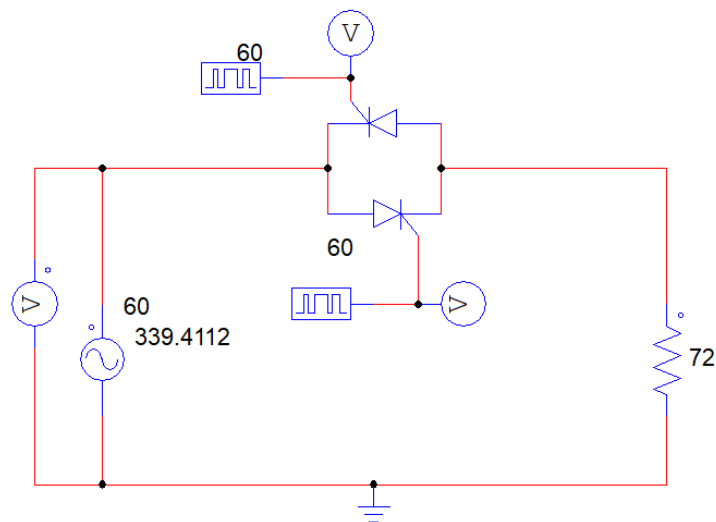


Figura 4 - Circuito. Fonte: Própria.

Sabe-se que para o resistor absorver 200W, a tensão de saída RMS deve ser de 120 V. Desta maneira, só falta descobrir o valor do ângulo de disparo:

$$120 = \frac{240}{\sqrt{2}} * \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

Não é possível isolar o α para resolver a equação de forma analítica, deve-se recorrer a “tentativa e erro”, de maneira mais arcaica, ou utilizar-se de métodos numéricos.

Reescrevendo a função, ela passa a se tornar um problema de raízes:

$$0 = -120 + \frac{240}{\sqrt{2}} * \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

Para resolver esta equação foi utilizado o método da bisseção:

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def bisection(x1,x2,TOL,iter=100):

    if f(x1)*f(x2) > 0:
        print("Nenhuma raiz encontrada neste intervalo.")
    else:
        i=0
        e=abs(f(x2)-f(x1))

        while e > TOL and i < iter:
            mp=(x1+x2)/2.0 #ponto médio
            if f(mp) ==0:
                return[mp, i]
            i = i + 1 # é contado como iteração a cada bisseção
            if f(x1)*f(mp)<0:
                x2=mp
            else: # f(x2)*f(mp)<0
                x1=mp
            e=abs(f(x2)-f(x1))
        return("Após %d iterações, chegou-se em %f." % (i, mp))

# Definição de f(alfa)

def f(alfa, V0rms=120, Vin=240): return V0rms - Vin*np.sqrt(1 - alfa*np.pi/(180*np.pi) + np.sin(2*alfa*np.pi/180)/(2*np.pi))

# Plotando f(alfa)

x=np.linspace(0,360)
plt.ylim(0,130)
plt.plot(x,f(x))
plt.title('Controlador de Tensão CA')
plt.xlabel('Ângulo (°)')
plt.ylabel('Magnitude')
plt.show()

```

Figura 5 - Código. Fonte: Própria.

Primeiramente, plotou-se o gráfico da função para encontrar um intervalo mais assertivo para a aplicação do método:

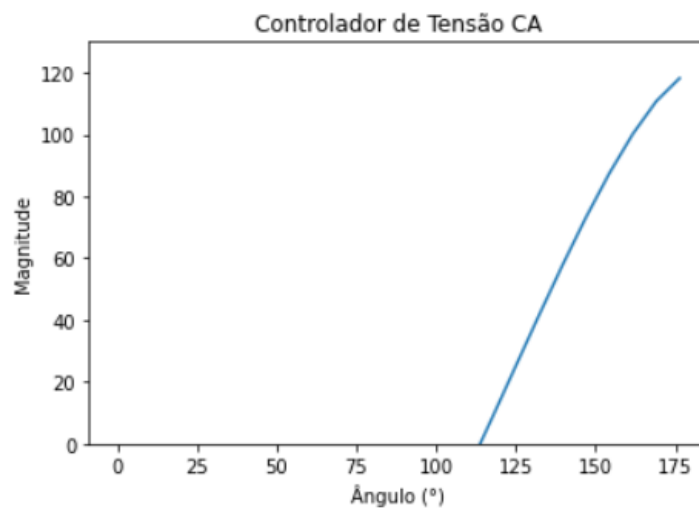


Figura 6 - Gráfico da Função. Fonte: Própria.

Através do gráfico, foi definido $x_1 = 100$ e $x_2 = 125$.

Aplicação do método e Resultados:

```
# Aplicando o método
res=bisection(100,125,0.0001)
print(res)
```

Figura 7 - Aplicação do Método. Fonte: Própria.

```
{'Após 20 iterações, chegou-se em 113.826776.'}
```

Figura 8 - Resultados. Fonte: Própria.

Validação do Resultado:

Uma das formas de validação do resultado é resolver a equação num software de matemática, neste caso o SMath.

$$V_{in} := 240 \text{ V} \quad P := 200 \text{ W} \quad V_{0rms} := 120 \text{ V}$$
$$\alpha := \text{solve} \left(V_{0rms} - V_{in} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2 \cdot \alpha)}{2 \cdot \pi}}; \alpha \right) = 1,9867 \text{ radianos}$$
$$\alpha_g := \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} = 113,8268 \text{ graus}$$

Figura 9 - Cálculo do ângulo de disparo no software SMath. Fonte: Própria.

Percebe-se que a diferença está na quarta casa decimal, e provavelmente se deve aos critérios de aproximação do software. Dessa maneira, o resultado encontrado é válido.

Validou-se também o resultado pela simulação do circuito, checando a situação da tensão de saída.

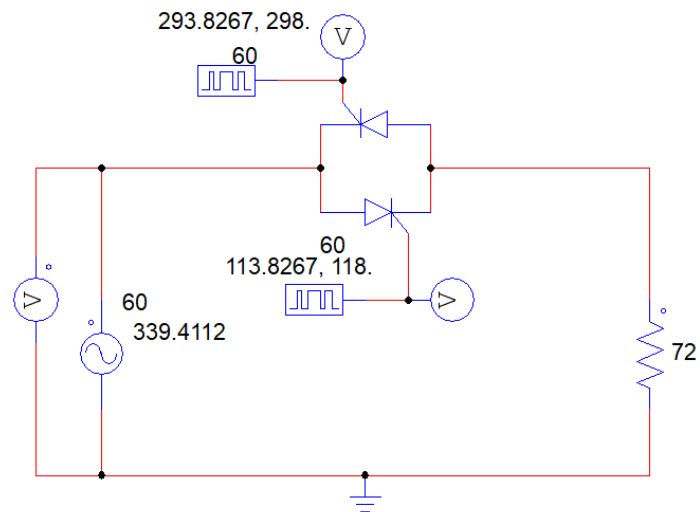


Figura 10 - Circuito simulado. Fonte: Própria.

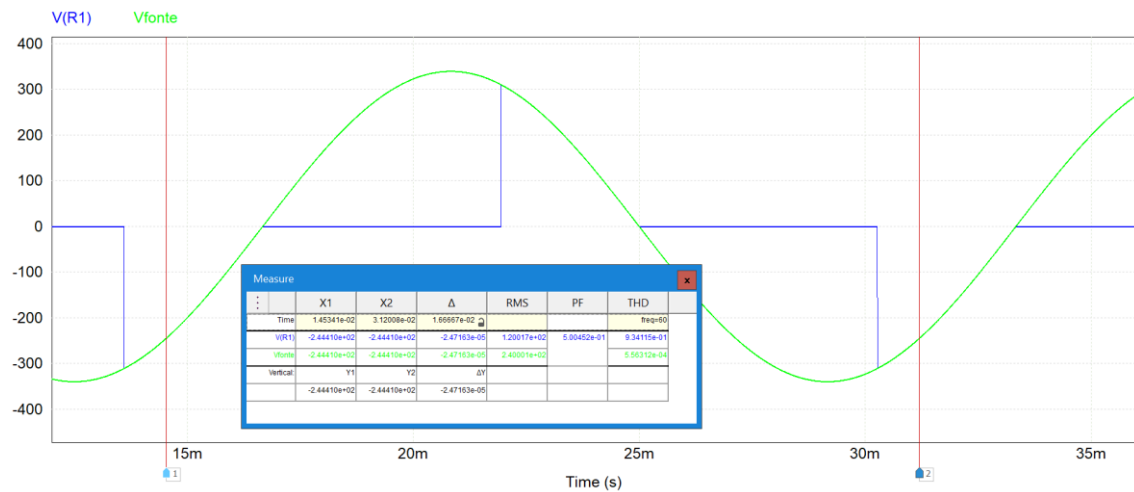


Figura 11 - Tensão de Saída e Tensão de Entrada. Fonte: Própria.

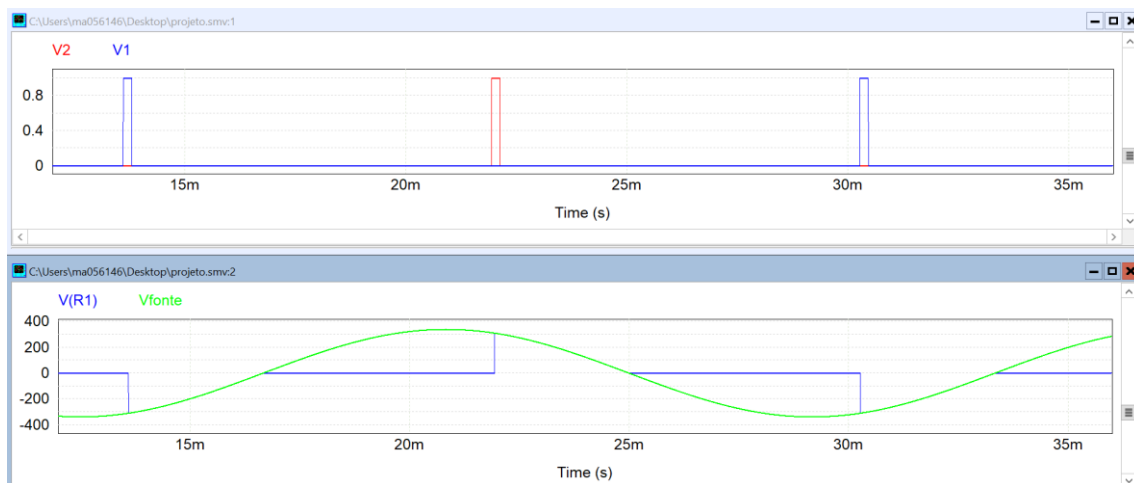


Figura 12 - Sinais de Controle dos Tiristores e Tensões de Entrada e Saída. Fonte: Própria.

Measure							
	X1	X2	Δ	RMS	PF	THD	
Time	1.45341e-02	3.12008e-02	1.66667e-02			freq=60	
V(R1)	-2.44410e+02	-2.44410e+02	-2.47163e-05	1.20017e+02	5.00452e-01	9.34115e-01	
Vfonte	-2.44410e+02	-2.44410e+02	-2.47163e-05	2.40001e+02		5.56312e-04	
Vertical:	Y1	Y2	ΔY				
	-2.44410e+02	-2.44410e+02	-2.47163e-05				

Figura 13 - Tabela de Resultados da Simulação. Fonte: Própria.

O circuito foi projetado para apresentar uma saída de 120 Vrms, na simulação chegou-se em 120.017 Vrms. A pequena diferença provavelmente se deve ao passo de cálculo do software de simulação. Portanto, o resultado obtido através do método da bisseção é válido.

Referências

HART, Daniel. Power Electronics. McGraw-Hill Education, 22 de janeiro de 2010.