

Odhad parametru normálního rozdělení

Domácí úkol 2

Marie Melínová

Jako náhodnou veličinu, se kterou budu v domácím úkolu pracovat, jsem si zvolila délku pobytu osoby v koupelně při večerní hygieně. První pozorování je dle zadání 15, druhé 2. Zbylé tři pozorování si vymyslím následovně.

```
data <- c(15, 2, 11, 25, 18)
```

Dle zadání mám zároveň jako apriorní rozdělení zvolit rozdělení neinformativní. Jedním z nejznámějších neinformativních apriorních rozdělení je Jeffreysovo apriorní rozdělení.

Pro normální rozdělení s neznámou střední hodnotou μ a známou směrodatnou odchylkou σ je toto rozdělení definováno jako:

$$p(\mu) \propto \frac{1}{\sigma}$$

Toto rozdělení neobsahuje žádné apriorní informace o parametru μ a je nezávislé na jeho hodnotě.

```
m0 <- mean(data)
s0 <- 5

aprior <- function(mu, sigma){
  return(1/sigma)
}
```

Nyní již můžeme definovat a spustit Metropolisův-Hastingsův algoritmus.

```
# verohodnostni funkce
fmv <- function(obs, par.mju, par.sig = 5)
{
  return(exp(sum(dnorm(obs, par.mju, par.sig, log = TRUE))))
}

#MH
draw <- 17
MHChain <- draw

for (i in 1:100000){
  proposal <- draw + rnorm(1,0,5)

  f0 <- log(fmv(data, draw)) + log(aprior(m0,s0))
  f1 <- log(fmv(data, proposal)) + log(aprior(m0,s0))

  alpha <- min(1,exp(f1-f0))
  u <- runif(1)
```

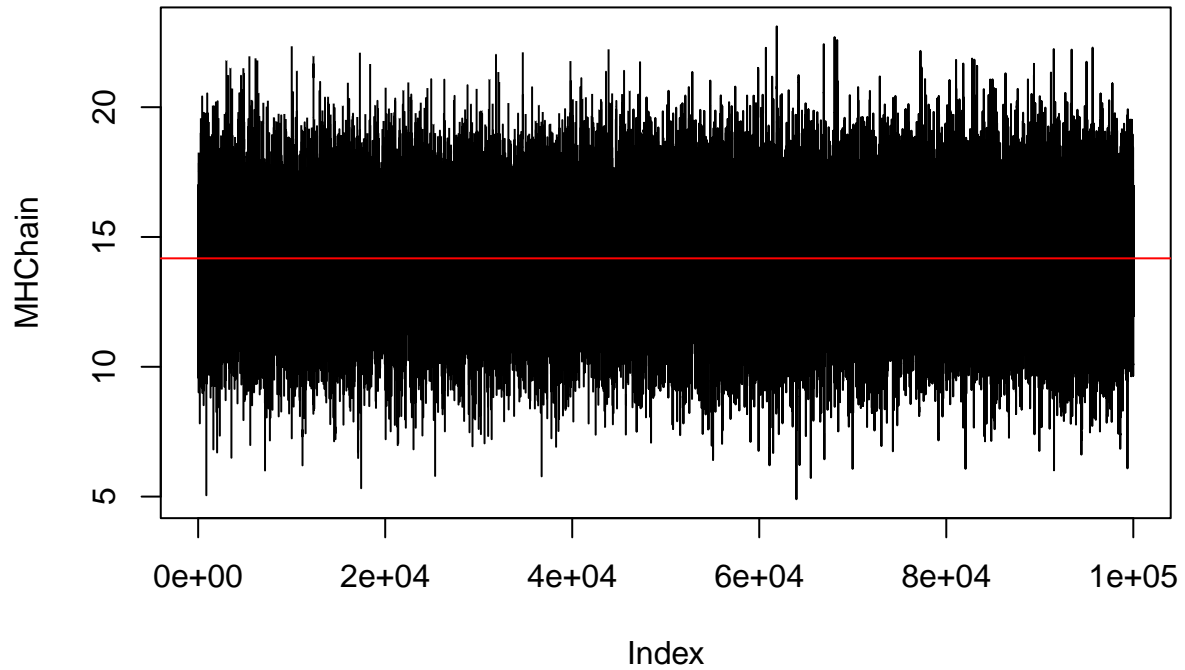
```

if (u < alpha){
  draw <- proposal
}

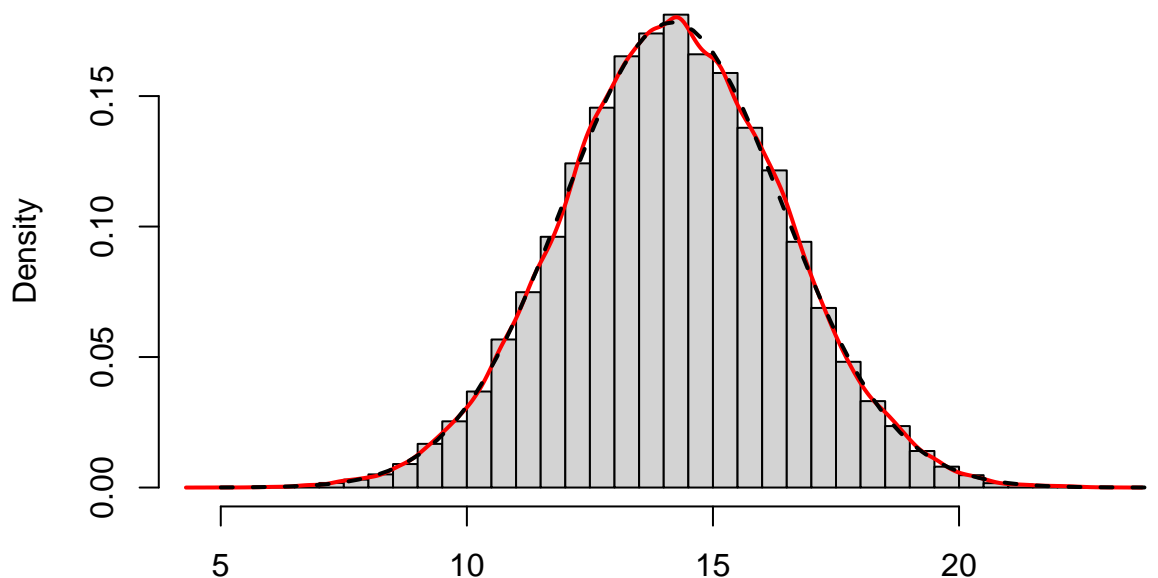
MHChain <- c(MHChain, draw)
}

#Vykreslení grafu Markovova řetězce
plot(MHChain, type = "l", main = "")
abline(h = mean(MHChain), col = "red")

```



```
#Posteriorní rozdělení
hist(MHChain[2000:100000], main = "", breaks = 40, freq = F, xlab = "")
lines(density(MHChain[2000:100000]), lwd = 2, col = "red")
curve(dnorm(x, mean(MHChain), sd(MHChain)), lty = 2, lwd = 2, from = 5, to = 25, add = T)
```



Střední hodnota náhodné proměnné při použití metody maximální věrohodnoti je 14.2. Z analýzy posteriorního rozdělení nám střední hodnota vychází na 14.1777728. Můžeme tedy vidět, že výsledky se příliš neliší.

Tento fakt přisuzuji tomu, že jsem místo informativního apriorního rozdělení využila neinformativní a posteriorní rozdělení tak bere informaci hlavně z dat.